



Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

- + *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.
- + *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.
- + *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.
- + *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertarti di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da <http://books.google.com>

I. B. P.

Phys. pp. 9^a



Ring-necked Pigeon. Found
at very dry, open, sandy ground

CENTRO-
B A R Y C A
G V L D I N I.

PAVLI GULDINI
S A N C T O - G A L L E N S I S
E SOCIETATE JESU,

D E

C E N T R O G R A V I T A T I S

T r i u m s p e c i e r u m Q u a n t i t a t i s c o n t i n u æ .

L I B E R P R I M U S ,

D E

C E N T R I G R A V I T A T I S

I n v e n t i o n e .

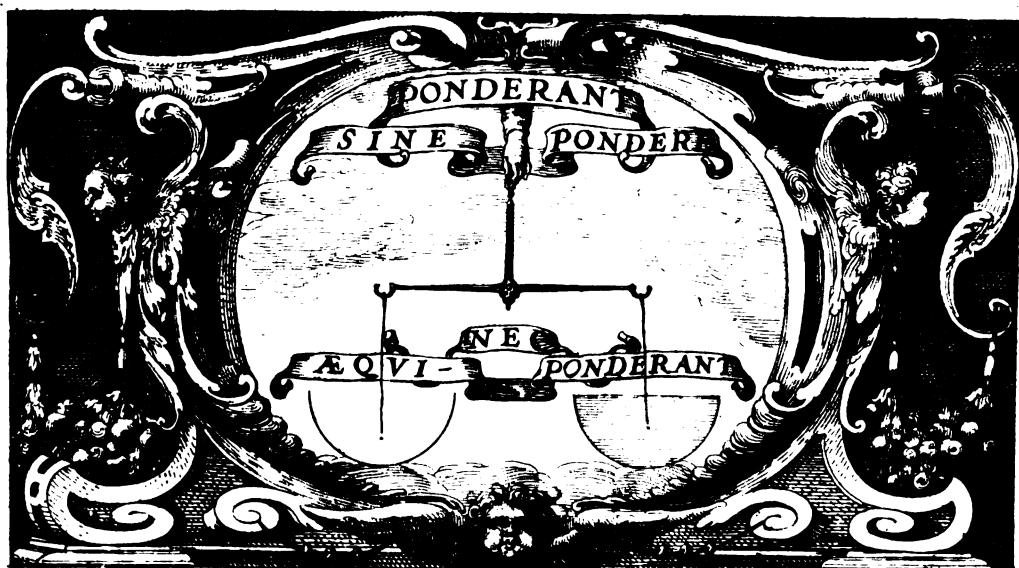
A P P E N D I C I S

L o c o , a c c e s s e r u n t T a b u l a N u m e r o r u m ,

Q V A D R A T O R U M & C U B I C O R U M .

E a r u n d e m q ;

F A B R I C A & U S U S .



V I E N N Æ A V S T R I Æ ,
Formis GREGORII GELBHAAR Typographi Cæsarei.

Anno M. DC. XXXV.

Berlin
Stachowitz
Norden

REVERENDISSIMO

E T

A M P L I S S I M O

D O M I N O, D.

R E I N E R O
A B B A T I M E L I -
C E N S I,

Ordinis S. B E N E D I C T I, SS. Theolo-
giæ Doctori, Sacrae Cæsareæ Majestatis Consiliario,
Austriæ Inferioris

P R I M A T A



SUNT QVI IN LI-
neas protendunt, sunt qui in
Orbes circumducunt, erudi-
tum calamum: Noster labor
in medio consistit; saltem hoc habet boni,
non exorbitat, C E N T R O incumbit;
nec leviter circumfertur, M O M E N T U M
servat G R A V I T A T I S. Non mira-
beris R E V E R E N D I S S I M E &

X 3

A M-

A M P L I S I M E P R A E S U L, me, ve-
lut in angustias redactum, R E I E X I G U A
adhærere: ars nunquam magis quam in
minimo tota est. Incubent alij Archime-
deis molibus, ego mēos conatus P U N-
C T O finio, M O M E N T O absolvo. O-
stendo quo inclinent omnia. Quid cu-
riosus facere, (do P U N C T U M, qui teti-
gerit omne feret) quid vtilius possim?
Singulare in Terram imperium obtinet
hæc Scientia; ad nutum & auget ponderis
gravitatem, tacitis accessibus; & minuit ar-
canis decrementis: vsque adeò interest sci-
re leves has gravitatum minutias, vel mi-
nutas hasce ignorare gravitates. Non ig-
noravit Protagoras: adhuc puer ligna fe-
rebat in fasciculum ingeniosè juncta. Vi-
dit Democritus; miratusque scita librati o-
neris intervalla; habes vnde proficias, in-
quit, me sequere, meliora discas oportet,
qui & ligna lance tam ingeniosa humeris
appendis: simul Philosophiæ puerum ap-
plicuit, & esse eum fecit, ait Gellius, quan-
tus postea fuit: tantum illi ad immortalita-
tem

tem nominis momentū addidit C E N T R U
G R A V I T A T I S . Non equidem ligna sunt
quæ portas R E V E R .^{me} & A M P L I S S I M E
P R A E S U L : P O N D U S est quod Tu o Su.
peri imminere jussérunt Capiti; sed S I N E
P O N D E R E : nam quemadmodum in
naturali Elementa loco, ita Mytras ac In-
fulas in Tu o non putamus Capite ponde-
rare. Sic fit vt & Laudatissimæ Austriq.
rum Provinciæ, maximi plenas momenti
moles, & amplissimæ Tiaræ Domestica o-
nera, dexterimè sustineas. Speciem in-
terim edis Tehujus, quam trado, Lucubra-
tionis usque adeò peritum, vt quæ Censu-
ræ Tuæ dedicantur, G R A V I T A T I S M O-
M E N T A , in P O N D E R E sint oportet, N U-
M E R O , ac M E N S U R A . Memini cum bene-
volâ & doctâ aviditate, mecum diu multum
que contulisti, qua ratione Cubus gemi-
nari, quo artificio B I N Æ M E D I Æ inveni-
ri, cæteraque id genus, suis absolvi nume-
ris valeant. Recordor quam peritè de
C O N T A C T U S A N G U L O differueris, qui
nullam ad R E C T I L I N E U M proportionem

habeat. Reliqua Doctrina Tua, Laudatis
inculpatae vitæ moribus mixta, in oculis
versatur & ore omnium. Hinc non in alijs
facilius, quam in his Libri mei LINEIS de-
prehendi quo vergant: obvium erat CEN-
TRUM; ruere videbantur in Patrocinium
Tuum; tanta illas violentia, & rara Tua e-
ruditio, & in me, DOMUM NOSTRAM
PROFESSAM, Vniversamque SOCIE-
TATEM humanitas cōmovit. Incidant
ergo feliciter in desideratum finum: Tu
recipe, Tu timidum munus, Tu SINE
omni ad merita ÆQUI PONDIQ;
eo quofoles favore apprehende, quod-
que ad TRUTINAM defuerit, ex Tuō ap-
pende. Qui obiter attigerit leve esse di-
cet; videbit tamen, nec mole illud suā, nec
pondere carere. Vale. VIENNÆ
AUSTRIÆ. Anno Domini, M.
DC. XXXIV. Cal. Decemb.

Rev. ^{ms} Ampl. T.

Addicissimus

PAVLUS GULDIN
Societas Jesu Presbyter.

LECTO-

LECTORI S.



VLTI Te ad CENTRVM ducunt, Amice Lector, scio. Vix unus aut alter est, qui Tuis se pedibus metitur. Alij tardius incedunt, quam ut pervenire tempore possis, quo tendis: Alij festinant prope ratis gressibus. Hos, quia praeire contendunt, assequi non potes. Nimirum cum angustissime contractum sit Centrum, ejus tamen est Amplitudinis, ut non immerito Campus dici queat, in quem se ex Motu recipiat quiescens Natura, in quem, quoties concutitur, conjuratas partes convocat, ut contra noxias Elementorum tumultuantium incursiones, collectis viribus decertet. Ut ita de spatio conqueri non possint, quaecunque Mathematicorum ingenia, sive hic certare alijs currente calamo, sive obambulare fatigato concupiscant. Certè dum ego hoc Centrum cogitatione obeo, nihil latius patet: dum inventum proprius accedo nihil arctius coit. Usque adeò Spatiolum est Punctum unicum, quod nisi acu tangere non potes. Nam cum hac arena feruidis multorum Rotis eruditè trita sit, quam vastam nihilominus, Superi! quam diffusam planitiem aperit, ab omni vestigio intactam! Hactenus hoc mirari subiij, quod flexibus delectentur aliqui, Et tortuosis Itinerarij Mæandris. Si bene memini, Rectâ itur ad verum: Et citissima facilitate à Puncto ad Lineam, à Linea ad Superficiem acceditur; ab hac ad Corpus via est quidem, difficilior tamen, Et molestis quibusdam salebris impedita, ijs maxime qui redire, unde venerunt, pede retrogrado volunt. Apud multos etiam frequens de Corpore Et Superficie, de Solido nimirum, Et Plano est sermo. De LINEA alcum silentium, Et, nisi fallor, à nullo retrò saculo violatum.

VIGINTI admodum anni sunt, ex quibus dubitate, capi, an huic me traxisti crederem: ignoto quidem, ideo periculoso; sed brevi, & aditum ad res reconditas facturo. Erat tum temporis ROMÆ pro Calendario Gregoriano pugnans, contra temerarias Sethi Caluisij incursionses. Excusbi, quantum quidem potui, improbos dentes, quibus homo audax Manes CHRISTOPHORI CLAVII arroserat, Viri aucto suo eruditissimi, & de Mathematicis disciplinis optimè meriti. Postquam receptui cecini, ad propositum reverti studiosæ quietis, & qua de CENTRO GRAVITATIS PERIPHERIARVM CIRCVLI, ejusdemque ac ELLIPSIS partium, tumultuarijs cogitationibus confuderam, ea in ordinem redigere capi. Feruebat opus. Extinxit calorem imperata in Germaniam profectio. Ibi cum plurimæ cogitationes me studijs eriperent, in vinculis suis circumtuli depositum fatum. Perierat, nisi REGORIVS DE S. VINCENTIO Pragâ, CHRISTOPHORVS SCHEINERVS Româ animasset, immo hic præsens Viennæ semimortuum excitasset; uterque Societatis nostræ Mathematicus celebris, ille Terrâ notus, hic etiam Astris. Horum verba tancum apud me pondus habuerunt, ut jam non educerent quod concepi, sed suarvi quadam violentia protruderent in lucem. Accessit amicum consilium HENRICI PHILIPP. I, viri quem Chronologicæ Elucubrationes nullo anno mori sinerent. Is ut ederem per partes, hortatus est verbis, praevit exemplo.

Igitur ut ingenuè fatear, Amice Lector, non est aliud Principium Libri mei, quam utilitas Tua; Progressus est auctoritas gravissimorum Virorum; Finis est Praxis mixta Geometricæ Speculationi. Occupatur circa rem Summi momenti. CENTRVM GRAVITATIS. Hoc dudum cogitamus in quatuor Libros tribuere. Jam PRIMVM do,

ca-

ceterorum Prodromum, & à Secundo vehementer desideratum: sua tamen ipsius doctrinā, velut proprio succo sapidum, atque, etiamsi sine socio esset, ut cunque absolutum. In hunc & nostra, & aliorum inuenta accurato delectu inferuimus; via sternenda successuris laboribus. In id maxime incumbit, ut Centrum Linearum inuestiger, eaque que inde nascuntur suaviter deducat. Id quod nemo hactenus prestitit. Ideò necesse erat forti Substructione stabilire, qua & etatem ferre, & assultus posset. In hanc rem Definitiones primo, deinde Principia Archimedea, vna cum nostris NOTIS adsciscimus. Hec fundamenta jacimus, non ut Molem faciamus aut Fucum, sed ut solide speculemur: more multorum doctissimorum Virorum, qui opiniones suas antiquorū demonstrationibus roborare, & vel ipsa Elementa accersere non erubescunt. Inter cetera ad Circuli Quadraturam digredimur, & usum LINEÆ QVADRATICIS, quam tam veteres quam novi Scriptores in angustias Quadrantis compingunt, ad omnes Circuli partes explicamus: substituentes illi QVADRATICAS innumerās, etiam in infinitum excurrentes. Addimus PVNCTVM VLTIVM QVADRATICIS. Antiquorum, Centrum esse gravitatis SEMIPERICHERIAE CIRCULI: quod quidem ante nos nec adiunxit aliquis, nec evulgavit. Supererat solennis ille Motus quo Terra trepidat, ex mutato centro gravitatis profuens. Hoc, claudimus Librum, in Fine, veluti artificiose turres solent, eruditè nutantem. Principio Libri preponimus Scientiarum Mathematicarum Descriptionem, Ordinem, & Subdivisionem totidem verbis, quot eam Vienne Austriae Anno M. DC. XXII vulgarivimus. Eo maxime consilio, ut apparet ex qua Scaturigine fluxerit, quod aliis in suum aliueum derivavit. His omnibus qualem APPENDICEM, & qua de causa adnectamus, in Præfatione, quam illi præmittimus,

*mus, dicemus. Faxit OPTIMVS DEVVS ut, si hæc Le-
ctor benevolè acceperit, ad usum, utilitatem ac commodum
Proximi, in primis verò ad OMNIPOTENTIS DEI
GLORIAM, etiam reliqua, quæ meditamur, dare possi-
mus. Vale AMICE LECTOR, & his tantisper fruere.
VIENNÆ AVSTRIÆ IV Cal. Aug. Anno Domini
millefimo sexcentesimo trigesimo quarto.*

FACULTAS R. P.
PRÆPOSITI PROVINCIALIS,
Provinciæ Austriæ.

Ego MICHAEL SUMEREKER Societatis
JESU, in Provincia Austriæ Præpositus Provincialis,
potestate ad hoc mihi facta ab Admodum Reverendo
P. N. MVTIO VITELLESCO Generali Præposito,
facultatem concedo, vt Liber Primus D E C E N T R O
GRAVITATIS, cum APPENDICE Tabularū Nume-
rorum Quadratorum, & Cubicorum, carundemque Fabri-
ca & Uſu, à P. PAVLO GULDINO Societatis nostræ
compositus, & gravium Virorum ejusdem Societatis judi-
cio approbatus, typis evulgetur. In cuius rei fidem, has lit-
teras manu nostra subscriptas, & sigillo nostro munitas de-
dimus. VIENNÆ AUSTRIÆ, Anno Domini
M. DC. XXXV, die XVII.
Februarij.

Michael Sumereker.



I N D E X
C A P I T V M
L I B R I P R I M I ,
D E C E N T R O G R A -
V I T A T I S .

- D**isegnomena Mathematica, quibus disciplinarum Mathematicarum Descriptio, Ordo, & Divisio traditur.
pag. i. & 20.
- Cap. I. De Centris Magnitudinum in communis. pag. 21.
- Cap. II. De Principijs universalibus, ad Tractatum de Centro gravitatis spectantibus. pag. 23.
- III. De Centro gravitatis Punctorum, ac Linearum Rectarum. pag. 37.
- IV. De centro gravitatis Perimetri figurarum superficalium rectiliniarum. pag. 48.
- V. De centro gravitatis Linearum curvarum. pag. 56.
- VI. Digressio, De Quadratura Circuli, Linearum Quadratricet. pag. 56.
- VII. De centro gravitatis perimetri figurarum curvilineorum, mixtorumque. pag. 84.
- VIII. De centro gravitatis planorum Rectilineorum. pag. 89.
- IX. De centro gravitatis planorum Curvilineorum, mixtorumque. pag. 105.
- X. De Centro gravitatis Perimetrorum eorum, qui corpora circumdant. pag. 123.
- XI. De Centro gravitatis Corporum. pag. 127.
- XII. De Mechanica centrorum gravitatis inventione, eorundemque positus inter se comparatione. pag. 132.
- V. I. Dis-

I N D E X

- Dissertatio Physico-Mathematica, de Motu Terra, ex mutatione centri
gravitatis ipsius, proveniente.* pag.137.
Annotatio ad Dissertationem. pag.144.
-

INDEX CAPITVM APPENDICIS.

-  I. *De Potestatum Genesi & Analysis, in genere.* pag.153.
II. *De Potestatum Genesi & Analysis, in specie.* pag.162.
III. *De Constructione, Continuatione, & Vsu Tabularum
Numerorum Quadratorum, & Cubicorum.* pag.181.
IV. *De Vsu Tabula Quadratorum & Cuborum particulari, circa
Numeros proportionales.* pag.185.
V. *De Vsu Tabula Numerorum Quadratorum & Cubicorum, pro
Constructione Virgarum Stereometricarum; & primo de Virga
Quadratica.* pag.187.
VI. *De Constructione Virgarum Stereometricarum illarum, quas Cu-
bicas vocant.* pag.192.
VII. *Vsus Logarithmorum in Virgarum Stereometricarum descriptio-
ne, cerearumq; Potestatum in suas Radices resolutione.* pag.197.
VIII. *De Instrukcione Aciei Militaris, prout ea ab Arithmeticis datis,
& peti potest, aliquot Regulae, inseruientes quibuscumq; alijs Re-
bus ordinatè collocandis.* pag.203.
IX. *De Numeris Polygonis.* pag.212.
X. *De Polygonis Secundis, sive Centralibus.* pag.223.
Tabula Numerorum Quadratorum & Cubicorum. post paginam 228.



IN-

PROPOSITIONVM.

I N D E X

PROPOSITIONVM,

LIBRI PRIMI,

DE CENTRO GRAVITATIS.



Ostulata Archimedis ad Libros Aequiponderantium, cum
Nostris Notis. pag. 25. & seqq.

Axiomata Guidi Baldi. pag. 30.

Propositiones aliquot Archimedis ex libro primo Aequipon-
derantium. pag. 31. & seqq.

1. Plurium Punctorum Centrum gravitatis commune assignare. Propo-
sitione 1. capitulo 3. pag. 37.
2. Dat a recte linea centrum gravitatis invenire. Prop. 2. cap. 3. pag. 39.
3. Binarum Rectarum commune centrum gravitatis repetire. Prop. 3.
cap. 3. pag. 39.
4. Plurium rectarum linearum commune centrum gravitatis inve-
nire. P. 4. c. 3. pag. 40.
5. Linearum rectarum equalium, & numero pariter parium, peria-
pherie circularis segmenti ordine continuo inscriptarum, vel etiam
circumscriptrarum, commune centrum gravitatis invenire. Prop. 5.
cap. 3. pag. 41.
6. Si peripheriae circubaris segmenti cuiusvis linea recte e quales, &
numero pariter pares, inscriptae seu applicata fuerint, erit ut me-
dias linearum inscriptarum simul sumpearum, ad semibasim, scilicet
dimidiam toti segmento subtensam; ita perpendicularis e centro
circuli eius, cuius segmentum propositum est, in unam inscripta-
rum ducta, ad rectam inter idem centrum circuli, & centrum
gravitatis oram inscriptarum simul sumpearum, intersectam.
P. 6. c. 3. pag. 45.
7. Centrum gravitatis Perimetri Triangulorum, via universali siv.
communi indagare. P. 7. c. 3. pag. 48.

INDEX

8. Perimetri dati trianguli Aequilateris centrum gravitatis invenire. P.2.c.4.pag.50.
9. Perimetri dati trianguli Isoscelis centrum gravitatis exhibere. P.3.c.4.pag.50.
10. Perimetri trianguli Scaleni centrum gravitatis invenire. Prop.4. cap.4.pag.51.
11. Perimetri figurarum Quadrilaterarum centrum gravitatis invenire. P.5.c.4.pag.51.
12. Centrum gravitatis Perimetri Polygonorum regularium reperire. P.6.c.4.pag.52.
13. Centrum gravitatis Perimetri Cingulorum, & Gnomonum assignare. P.7.c.4.pag.54.
14. Plurium Perimeterorum figurarum Rectilinearium, centrum gravitatis commune assignare. P.8.c.4.pag.55.
15. Centrum gravitatis linea curva, ex parte consistit cava intra subtensam, acq in recta linea, que ad eam, que curvam in bisectio-
nis punto tangit, perpendiculariter ducitur. P.1.c.5.pag.57.
16. Si sint quatuor magnitudines proportionales, & aliae ipsis pares nu-
mero, in quavis alia proportione proportionales quoque; sitq secunda magnitudo ex illis, equalis secunda magnitudini ex his. Si
proportio prima illarum, ad primam barum, equalis fuerit pro-
portioni tertiae illarum, ad tertiam harum; etiam quarta magni-
tudo illarum, equalis erit quarta magnitudini harum. Si vero
proportio prima ad primam major fuerit, quam tertiae ad ter-
ciam, erit contra quarta magnitudo illarum, minor quamqua ha-
rum. Si denique proportio prima ad primam minor fuerit, quam
tertiae ad tertiam, erit contra quarta illarum, major quamqua
harum. Lemma cap.s.pag.58.
17. Data cuiusvis circulari peripherie, que circulum totum non am-
bit, centrum gravitatis reperire. P.2.c.5.pag.59.
18. Idem aliter efficere. P.3.c.5.pag.63.
19. Dato centro gravitatis cuiuslibet arcus circuli, invenire centrum
gravitatis arcus dupli, quadrupli, &c. item subdupli, subqua-
drupli, & sic deinceps, & hoc in infinitum: in proportione dupla
quidam, vsq ad complendum & varie multiplicandum circulum;
in subdupla vero per continuas ac perpetuas bisectiones. P.4.c.5.p.64.
20. Cen-

PROPOSITIONVM.

20. *Centrum gravitatis semiperipherie circuli, ultimum esse linea Quadratricis punctum.* P.1.c.6.pag.67.
21. *Qua ratione infinita deneur Quadratrices seu Quadratricus Aemula.* P.2.c.6.pag.68.
22. *Si minima illarum, que e centro ad lineam adscriptam educuntur, statuatur semidi ameter, ad quam describatur peripheria aliqua, arcus huius, qui similis sit illi arcui, cui Linea adscripta est, erit semibasi equalis.* P.3.c.6.pag.70.
23. *Si ex centro circulari peripherie, cui adscripta sit Quadratrix vel eius Aemula, ex ciantris radiis lineam Adscriptam secantes in punctis, ex quibus ad basim ducantur & perpendiculares, & parallelae; erunt arcus peripherie inter radios interjecti, parallelis, vel segmentis basis, inter perpendicularares positi proportionales.* P.4.c.6.pag.71.
24. *Si peripheria circuli secetur utcunque in duo segmenta, quibus adscripta intelligatur unicuique secorsim, Aemula, vel ultimum saltem eius punctum; erit rectangulum sub semiperipheria unius segmenti, & ea, qua ex centro circuli ad ultimum punctum sibi Adscripta ducitur; aquale rectangulo sub semiperipheria alterius segmenti, & ea, qua ex eodem centro ad ultimum punctum sibi Adscripta pertingit.* P.5.c.6.pag.72.
25. *Adscriptam quamcunque, cum sua ex centro minima datam, continuare, ac producere in infinitum.* P.6.c.6.pag.73.
26. *Data Adscripta quavis, una cum sua ex centro minima, verane ipsa antiquorum Quadratrix sit, an eius Aemula, & qualis dignoscere; & insuper ipsius Radium atque arcum circuli, cui ea adscripta fuit, invenire.* P.7.c.6.pag.76.
27. *Data adscripta quavis, una cum sua ex centro minima, similem ei, sive maiorem, sive minorem, describere. SIMILES autem voco eas, qua ad similes circulorum arcus spectant.* P.8.c.6.pag.77.
28. *Data quavis Adscripta, cum sua ex centro minima, ostendere, quo modo ipsa vel tota, vel ipsius pars, ipsiusque ultimum punctum, ad quemcunque propositum arcum circuli spectet; eumque arcum re ipsa describere; ipsi nimis vel aqualem, vel similem modo idem propositus arcus major non existat, quam ut similis sit ei arcui, cui Data adscripta intelligitur; aut certe, si major fuerit,*

M V VI P N T D E X

- Adscripta data primis, quantum sufficie, prolongata sit. Prop. 9.
c.8.p.81.
29. Recta linea, Chorde instar propoſita, adscribere arcum ita, ut hic
ad illam datam habeat proportionem. P.10.c.6.pag.81.
30. Dari ex centro gravitatis alicuius arcus circuli, centrum gravitatis
eius peripherie ejusdem circuli; sed non contra. P.11.c.6.pag.83.
31. Centrum gravitatis perimetri semicirculi, aliorumq; circuli segmen-
torum inquirere. P.1.c.7.pag.84.
32. Perimetri reliquarum Circuli partium centrum gravitatis inve-
nire. P.2.c.7.pag.85.
33. Centrum gravitatis perimetri Lunularum invenire. P.3.c.7.pag.86.
34. Centrum gravitatis perimetri Arcuatarum figurarum, Securicula-
rum, Coronarumq; reperire. P.4.c.7.pag.87.
35. Omnis Trianguli Centrum gravitatis est in recta Linea, ab angulo
ad dimidiam basim ducta. P.1.c.8.pag.89.
36. Omnis Trianguli Centrum gravitatis est punctum, in quo recta Li-
nea ex angulo trianguli ad dimidia latera ducta, concurrunt.
P.2.c.8.pag.89.
37. Omnis Trianguli Centrum gravitatis est punctum in recta linea, ab
angulo ad bisectionem basis ducta, existens, quod Lineam sic di-
vidit, ut segmentum ad angulum, reliqui ad basim, sit duplum.
P.3.c.8.pag.90.
38. Omnis Trianguli Centrum gravitatis est in medio recta linea, basi
aequidistantis, qua bina latera ita dividit, ut segmenta ad an-
gulum, reliqui dupla sint. P.4.c.8.pag.90.
39. Binorum Triangulorum commune centrum gravitatis invenire.
P.5.c.8.pag.90.
40. Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis est in recta linea, qua
opposita latera bisecta coniungit. P.6.c.8.pag.91.
41. Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis est punctum, in quo
diametri coincidunt. P.7.c.8.pag.92.
42. Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis, & diametrum, &
bisectionem oppositorum laterum bisecat. P.8.c.8.pag.92.
43. Omnis Trapezij duo latera invicem habentis aequidistantia, cen-
trum gravitatis est in recta linea, que latera aequidistantia bifra-
mam secta conjungit; ita divisa, ut ipsius portio terminum ha-
bens

PROPOSITIONVM.

- tronco minorem parallelo bisectione dividam, ad reliquam par-
titionem eandem habebat proportionem, quam bisectione et raraque si-
milit, quia sic aequalia dupla majoris parallelogram minore, ad
duplam minoris cum majore. Prop. 8. pag. 92.
44. Omnis Polygoni regularis idem est conatum gravitatis, ex figura, se-
cunda circumscripti. Prop. 8. pag. 93.
45. Multanguli cuius binariorum circuli sint radij, reliqua vero inter-
se aequalia, numero pariter paria, & ejusdem circuli peripheria
insempa, centrum gravitatis invenire. Prop. 8. pag. 94.
46. Si Multanguli, secundo circuli plane inscripti, anguli qui ex vera-
que parte axis, seu radij ad cornicem segmenti pertinentes, sunt
mutuo correspondent, rectis jungantur lindis, ratiocina-
turque
parte axis secundum proportionalem, in aliud numerum propor-
tionis, punctaque sectionum jungantur rectis, que ad cornicem;
erit figura tam intermedia, circa totum tempore consenserit, quanto
binariorum hinc inde abbat aruit, intermodi atque circumfisen-
tium, idem centrum gravitatis, quod iugum est cornis Multanguli
ab initio inscripti. Prop. 8. pag. 97.
47. Cuiusvis Figura rectilinea centrum gravitatis invenire. Prop. 8.
c. 8. pag. 101.
48. Centrum gravitatis semicirculi, sectorumque circuli invenire.
Prop. 8. c. 9. pag. 105.
49. Centrum gravitatis segmentorum circuli investigare. Prop. 8.
cap. 9. pag. 107.
50. Reliquarum circuli partium centrum gravitatis invenire. Prop. 8.
cap. 9. pag. 107.
51. Lunularum centrum invenire, gravitatis. Prop. 8. pag. 107.
52. Figurarum Arcuatarum, Securicularum, & Coronarum gravitatis
centrum reperire. Prop. 8. c. 9. pag. 109.
53. Dato quovis segmento Elliptico, centrum totius figurae invenire,
ejusdemque diametrum, ad quam medianas basis dati segmenti,
sunt ordinatim applicatae. Lemma 2. c. 9 pag. 110.
54. Dato frusto Elliptico eadem, que ratio, hoc est, totius Ellipsis dia-
metrum, figuraque centrum reperire. Lemma 2. cap. 9.
pag. 113.

INDEX.

55. *Semicilpse, reliquisque segmentis Ellipticis, illaqꝫ correspondentibus
sectoribus, cenerum gravitatis assignare.* P.6.c.9.pag.115.
 56. *Dato Frustu Elliptico, in eo centrum gravitatis determinare.* P.7.
c.9.pag.119.
 57. *Data Parabole centrum gravitatis attribuere.* P.8.c.9.pag.121.
 58. *Centrum gravitatis Frusti Parabolici investigare.* P.8.c.9.pag.121.
 59. *Perimetri Pyramidum centrum gravitatis indagare.* P.1.c.24.
pag.123.
 60. *Dato Frustu Pyramidalis, centrum gravitatis perimetri ipsius in-
venire.* P.2.c.10.pag.124.
 61. *Perimetri Coni, Conique frusti, cenerum gravitatis indagare.*
P.3.c.10.pag.126.
 62. *Perimetri Parallelipedorum, Prismatum, & Cylindrorum cen-
trum gravitatis dabo.* P.4.c.10.pag.126.
 63. *Cenerum gravitatis Perimetri cuiusvis portionis, & frusti sphere,
Sphaeroidis, & Conoidis parabolici, ostendere.* P.5.c.10.pag.126.
 64. *Cuiusvis Corporis ordinati Cenerum gravitatis explorare.* P.5.
c.11.pag.127.
 65. *Cuiuslibet Parallelipedodi, Prismati, & Cylindri, centrum gravi-
tatis monstrare.* P.2.c.11.pag.128.
 66. *Dati cuiusvis Pyramidis, & Conis centrum gravitatis palam fa-
cere.* P.3.c.11.pag.128.
 67. *Dati frusti Pyramidis, ut & Coni, centrum gravitatis crux.*
P.4.c.11.pag.128.
 68. *Cenerum gravitatu cuiuscunque corporis, planis superficiebus con-
centi explorare.* P.5.c.11.pag.129.
 69. *Conoidis parabolici cenerum gravitatis determinare.* P.6.c.11.p.129.
 70. *Frusti Conoidis parabolici centrum gravitatis invenire.* P.7.
c.11.pag.129.
 71. *Centrum gravitatis Hemispharij indicare.* P.8.c.11.pag.130.
 72. *Dato centro gravitatis Sectoris Sphericis, invenire Cenerum gravi-
tatis Sectoris dupli, quadrupli, octupli, &c. Item subdupli, sub-
quadrupli, & sic deinceps, in proportione subdupla; & hoc in
infinitum: in proportione dupla quidem, usque ad complendam
& varie multiplicandam Sphaeram, in subdupla vero per con-
tinuas bisectiones.* P.9.c.11.pag.131.
 73. *(ujus-)*

PROPOSITIONVM.

73. Cujuscunque Corporis centrunt gravitatis mechanice indagare.
P.1.c.12. pag.132.
74. Cujuscunque Superficiei plane centrum gravitatis mechanice venari.
P.2.c.12. pag.133.
75. Centrum gravitatis Linearum quarumcunque mechanice coni-
cere. P.3.c.12. pag.134.
76. Situm Centerum gravitatis Linearum, Superficierum, & Corpo-
rum, que triangularem ac pyramidalem figuram constituant
inter se comparare. P.4.c.12. pag.135.
77. Positum centrorum gravitatis Lineæ, & Superficiei hemicyclicæ,
atq; Soliditatis hemispherij inter se conferre. P.5.c.12. pag.136.
-

INDEX PROPOSITIONVM APPENDICIS.

- | | |
|--|--------------------------------|
| 78. De Numero Figurato. | Articulus 1. cap. 1. pag. 133. |
| 79. Potestas quid sit. | A.2.c.1. pag. 133. |
| 80. Potestatum series & Ordo. | A.3.c.1. pag. 134. |
| 81. De Potestatum Genesi. | A.4.c.1. pag. 135. |
| 82. De Potestatum Analyti. | A.5.c.1. pag. 135. |
| 83. Geneseos atq; Analyseos Praecepta universalia. | A.6.c.1. pag. 136. |
| 84. De Fractionum Genesi & Analyti. | A.7.c.1. pag. 138. |
| 85. Examen Genesis & Analysis Potestatum. | A.8.c.1. pag. 138. |
| 86. Appropinquatio pro Analyti. | A.9.c.1. pag. 138. |
| 87. Tabula Potestatum earum, quarum Radices digitii sunt. | A.10.
c.1. pag. 139. |
| 88. Constructio praecedentis Tabulae. | A.11.c.1. pag. 139. |
| 89. Tabula Compositionis & Resolutionis Potestatum. | A.12.c.1 pag. 160. |
| 90. Constructio praecedentis Tabulae. | A.13. c.1. pag. 160. |
| 91. Continuatio ejusdem Tabulae. | A.14. c.1. pag. 161. |
| 92. Theorematum ex praecedentibus Tabulis desumpta, pro Genesi &
Analyti particularium Graduum. | A.1.c.2. pag. 163. |
| 93. Exemplum Genesis & Analysis Potestatis secundi Gradus, qui est
Quadrati. | A.2.c.2. pag. 164. |
| | 94. An- |

INDEX

94. *Annotationes ad Genesin & Analysis Quadratorum spectantes.*
Art.3.cap.2.pag.167.
95. *Ratio Genesis & Analysis secundi Gradus.* A.4.c.2. pag.168.
96. *Exemplū Genesis & Analysis Potestatis tertij Gradus.* A.5.c.2.p.170.
97. *Annotationes ad Genesin & Analysis Cuborum.* A.6.c.2. pag.174.
98. *Ratio Genesis & Analysis tertij Gradus.* A.7.c.2. pag.178.
99. *Additio de servanda Lege Homogeneorum in Analyti Potestatum.* C.2 pag.179.
100. *Constructio Tabularum numerorum Quadratorum & Cubicorum.* A.1.c.3. pag.181.
101. *Tabulae predictæ Continuatio.* A.2.c.3. pag.182.
102. *Regulæ ex quibus certo cognoscitur, quinam ex numeris fortuito propositis, nec Quadratus, nec Cubicus esse posse.* A.3.c.3. pag.183.
103. *Numeros omnes in Tabulis nostris, Radicum, Quadratorum, & Cuborum, facillimè unam in summâ colligere.* A.4.c.3. pag.184.
104. *Uſus ejusdem Tabulae.* A.5.c.3. pag.184.
105. *Invenio numerorum Proportionalium.* A.1.c.4. pag.185.
106. *Datis extremis invenire medios numeros proportionales.* A.2.c.4.p.185.
107. *In data Virga mensoria centum Latera, seu Puncta Quadratica, ex Tabulis excerpta, accurate designare.* A.3.c.5. pag.187.
108. *In data Virga decies mille puncta designare.* A.2.c.5. pag.188.
109. *Numerationis partium compendium.* A.3.c.5. pag.188.
110. *Per punctorum seu Laterum inventorum replicationem seu repetitionem, nova alia, & plura puncta invenire.* A.4.c.5. pag.189.
111. *Plurimum punctorum accurata inscriptio.* A.5.c.5. pag.190.
112. *Prima Diametri, aliorumve laterum, in alia puncta seu laterum partes, subdivisio.* A.6.c.5. pag.191.
113. *In data virga mille puncta, seu Latera Cubica ex Tabulis de sumpta, accurate annotare.* A.1.c.6. pag.192.
114. *Date Virga plura puncta inscribere.* A.2.c.6. pag.193.
115. *Compendiosa Partium numeratio.* A.3.c.6. pag.193.
116. *Inventorum punctorum seu Laterum replicatio.* A.4.c.6. pag.194.
117. *Plurimum punctorum accuratior descriptio.* A.5.c.6. pag.194.
118. *Subdivisio Laterum, seu diametrorum.* A.6.c.6. pag.196.
119. *Quæ Latera sive puncta, per præinventorum replicationem haberi possint, à primo usque ad millesimum.* A.7.c.6. pag.197.
120. *Fun-*

PROPOSITIONVM.

120. Fundamentum ex quo Compendium Logarithmicum eruitur.
Art. i. cap. 7. pag. 198.
121. Radicem quinq; figurarum pro vtrq; virga Stereometrica, sive cu-
jusvis Poteſtatis, ex Tabulis Logarithmorum elicere. A. 2. c. 7. p. 198.
122. Radicem plurium figurarum usq; ad decimam inclusivæ, re-
perire. A. 3. c. 7. pag. 207.
123. Applicatio predictorū ad altiores Poteſtatis Gradus. A. 4. c. 7. p. 202.
124. Terminorum quorundam militarium explicatio. Regula 2. c. 8. p. 203.
125. De ſpatio quod vni militum tribuendum. R. 3. t. 8. pag. 204.
126. De Manipulis, seu Aciebus quadratis, altera parte longioribus, in-
ſtruendis, dato numero militum, aut ordinum. R. 4. c. 8. pag. 205.
127. De Manipulis, & Aciebus quadratis instruendis, pro dato ſolo,
ſeu ſpatio. R. 5. c. 8. pag. 205.
128. De Acie perfecte, & Arithmeticè quadrata instruenda. R. 6. c. 8. p. 206.
129. De Acie perfecte, & Geometricè quadrata inſtruenda. R. 7. c. 8. p. 207.
130. De Acie quadrata inſtruenda ad datam proportionem lateraliſta.
R. 8. c. 8. pag. 209.
131. De Acie quadrata inſtruenda ex Manipulis. R. 9. t. 8. pag. 209.
132. De Acie Triangulari. R. 10. c. 8. pag. 210.
133. Quid, & quoquplex sit Numerus Polygonus. Art. i. c. 9. pag. 212.
134. Primorum Polygonorum Ortus & Genesis. A. 2. c. 9. pag. 213.
135. De Progressionibus Arithmeticis. A. 3. t. 9. pag. 213.
136. De Radicibus numerorum Polygonorum. A. 4. c. 9. pag. 216.
137. Ex data alterutra Radice numeri Polygoni invenire alteram.
A. 4. c. 9. pag. 217.
138. Ex data Radicibus, sive binis, sive alterutra canum, numerum
componere Polygonum. A. 5. c. 9. pag. 218.
139. Ex dato Polygono vtramque Radicem elicere. A. 6. c. 9. pag. 220.
140. De numero Altera parte longiore. A. 7. c. 9. pag. 221.
141. De ſitu ac constitutione Vnitatum, in Polygonis Centralibus.
A. 1. c. 10. pag. 223.
142. Secundorum Polygonorum ortus & genesis ex Arithmeticā. A. 2. c. 10. p. 225.
143. De Radicibus Polygonorum secundorum. A. 3. c. 10. pag. 226.
144. Ex data alterutra Radice, numerum componere Polygonum fe-
cundum. A. 4. c. 10. pag. 227.
145. Ex dato Polygono secundo vtramq; elicere Radicem, A. 5. c. 10. p. 227.

IN.

INDEX AVCTORVM NOMINATORVM.



Drianus Romanus.	Pag. 10.
Adrianus Vlacq.	Pag. 197.
Apollonius, sive Elementa Conica.	Passim.
Archimedes.	Passim.
Aristoteles.	Pag. 22, 66, 138.
C. Clavius.	Passim.
Christophorus Scheiner.	In Praef. ad Lect.
Claudius Gaspar Bachetus.	Pag. 184.
David Rivaltus.	Pag. 118.
Dinostratus.	Pag. 67.
Diophantus.	Pag. 184, 216, 219.
Euclides, sive Elementa.	Passim.
Eutocius.	Pag. 66, 112.
Fed. Commandinus.	Passim.
Fran. Maurolycus.	Pag. 184, 216.
Fran. Vieta.	Pag. 34, 154, 159, 180.
Gabriel Vasquez.	Pag. 143.
Greg. de S. Vincentio.	In Praef. ad Lect.
Guidus Vbaldus.	Passim.
Henricus Philippi.	In Praef. ad Lect.
Hieronymus Cardanus.	Pag. 3.
Jo. Ant. Maginus.	Pag. 12.
Jo. Bapt. Villalpandus.	Pag. 82, 143.
Jo. dela Faille.	Pag. 65, 119.
Lucas Valerius.	Passim.
Nicolaus Cabeus.	Pag. 144, &c.
Nicomedes.	Pag. 67.
Pappus.	Pag. 22, 67, 68, 81, 83.
Proclus.	Pag. 22, 87.
Sethus Calvisius.	In Praef. ad Lect.
Simon Stevinus.	Passim.

*Index Roxum, & Erratorum Typographicorum, habetur
in fine Appendix, & Tabularum.*

P A U L I G V L D I N I
S A N C T O - G A L L E N S I S
E S O C I E T A T E J E S V
P R O L E G O M E N A
M A T H E M A T I C A

Quibus

D I S C I P L I N A R V

Mathematicarum Descriptio, Ordo,
& Divisio traditur.



A T H E M A T I C A pars Philosophiae, & ratione abstractionis media inter Physicam & Metaphysicam ponenda, Scientia est Quantitatem considerans abstractam, ab omni materia sensibili. Dividitur communiter prima sui subdivisione in A R I T H M E T I C A M, G E O M E T R I A M, M V S I C A M, & A S T R O N O M I A M. Quibus si addideris Grammaticam, Rheticam, & Dialecticam, septem habebis Artes quas Liberales vocant. Has autem Matheseos partes sic colligunt. Cum enim Quantitas duplex sit, Discreta nimirum & Continua, sive Multitudo & Magnitudo, atq; Discreta considerari possit absolute, & per se, Scientiam, quæ circa hanc versatur considerationem, vocant Arithmeticam. Eadem vero discreta quantitas comparative considerata, & in ordine ad alia, Scientiam gignit Musicam: cum numeri applicentur atq; comparentur cum sono, indeq; nascatur Harmonia, atq; Concentus. Continuam autem Quantitatem dupliciter similiter contemplantur, immobilem videlicet, & mobilem; illam Geometriæ attribuunt, hanc vero Astronomiæ.

2. Verum alij purè considerantes Mathematicam, & secundum eam quam initio dedimus ejus Definitionem, rectius illam

A

lam

2. P R O G L E G D M E N I A

lam in solam Arithmeticam dividunt, & Geometriam: illa enim quantitatem abstrahit, non solum à materia sensibili, sed etiam à continuitate, quam hæc admissit. cum illa numerum; hæc vero lineas, superficies ac corpora tractet, eaq; variè figurata, ac mensurabilia. Musica autem & Astronomia tam puram non habent abstractionem; versatur enim illa circa materiam audibilem, hæc vero circa visibilem, ac mobilem.

Ab his duabus ergo Arithmeticæ scilicet & Geometria, reliquæ omnes, quæ communiter Scientiæ Mathematicæ vocari consueverunt, dependent, vel ijsdem subalternantur. Dicuntur autem & Medicæ, inter Mathematicas nimis & Physicas, cum tam de Mathematica abstracta quantitate participent, quam de materia Physica, sive sensibili. Ex his aliquæ sunt magis Mathematicæ, aliæ magis Physicæ; semper tamen vel Arithmeticæ, vel Geometricæ, vel utrique subalternatæ; idque aut ratione principiorum, ad quæ Conclusiones suas reducere non possunt, nisi mediante Scientia subalternante; aut ratione subiecti, quod à subalternante accipiunt.

3. Omnes tamen Scientiæ Mathematicæ, sive Summæ sint ac Primæ, sive Subalternatæ, dividuntur in Speculativas, Contemplatrices sive Theoricas, & in Practicas sive Operatrices; quarum aliquæ sæpe Mechanicæ etiam nominati solent. Sic habetur Arithmeticæ speculativa, & Arithmeticæ practica; Geometria speculativa, & Geometria practica, &c. Speculativæ sola contemplatione principiorum, partium, passionum, ac proprietatum, quas affectiones vocant, propriæ Scientiæ, & objecti, contenta sunt. Practicæ vero has puras veritatis cognitiones & speculationes, accomodant & reducunt in actum practicum, operantur, modumque operandi præscribunt.

4. Ex his porro ipsis Primijs, ac Puris Scientijs, Arithmeticæ videlicet & Geometria, Tertia alia componitur, utramque copiosè complectens, quæ Purarum disciplinarum Mathematicarum omnium nobilissima est, D I V I N A nimis ALLEGRA, quæ numeris utitur ut lineis, superficiebus, & corporibus; & contra his, ut numeris, & quodammodo hos in illa, & illa in hos, artis quoddam miraculo transformat; eoque, utriusque Scientiæ, nexu plane mirabili, plurima ac varia

varia & speculatur, & operatur verè admiranda. Sane quid Cardanus de ista Scientia, hoc nostro tempore à Franc. Vieta ejusque Sequacibus tam egregiò exculta, jam dicere posset, vix video; qui sua ætate unicam ejus particulam, initio libri decimi Arithmetices, tanta laude extulerit! *Cum omnem humanam subtilitatem inquit, omnis ingenij mortalis claritatem ars hæc superet, donum profecto celeste; experimentum autem virtutis animorum, acque adeo illustre, ut qui hac attigerit, nihil non intelligere se posse credat. Hæc ille.*

5. ARITHMETICA practica (de speculativis enim scientijs semel, & in communi dixisse sit satis) præter Algoritmos varios, varias continet Regulas; ex quibus varia etiam trahit nomina. Præcipit de Progressionibus, Proportionibus, & Combinationibus: Potestatum docet genesin & analysin, numerorum scilicet figuratorum compositiones & radicum extractiones; Quorum quadrangulares, quadrati, solidi, & cubici in Algebra summum habent usum. Logisticam continet popularem, quæ circa pondera & mensuras operatur: Apologisticam item Principum, & Mercatorum, &c. Prout vero ab alijs Mathematicis scientijs requiritur, alias etiam atque alias fortitur appellations. Logisticam enim vocant Physicam; quando Astronomiæ in computandis gradibus, & minutis opem fert, quam Sexagenariam etiam vocant. Eidem & Geometriæ simul ac Geographiæ inservit, in Triangulorum calculo, tam planorum, quam sphæricorum. Geometriam ipsam induit quodammodo, non solum per numeros figuratos, sed & per eos, quos Irrationales, Surdos, & Asymetros vocant.

6. GEOMETRIA in Magnitudinum consistit Descriptione & Ichnographia, Mensuratione, Auctione & Imminutione, Sectione sive Partitione, Transformatione & Proportione. Harum partium, pro triplici magnitudinis specie, Lineas scilicet, Superficie, & Corpore; quælibet triplex etiam est. Si habetur Geometriæ pars, quam Mensurationem diximus, quæ lineas tantum metitur, longitudinem scilicet, vel latitudinem, vel altitudinem, sive profunditatem, & generali nomine Euthymetria, sive Longimetria dicitur. Embadometria sive Planimetria, quæ superficies tantū metitur, & Agrimensoria, à quibusdā etiā, quamvis minus rectè, Geodæsia appellatur, hæc

enim in agrorūta ac superficiērum divisione potius cōsistit, ipsamque prærequisit sēpissime Embadometnam. Datur de-
nique Stereometria quæ Corpora tantum metitur, Solidorum
mensuratio dicta. Et sic de reliquis Geometriæ partibus.

7. Divina denique A L G E B R A, quæ aliquibus Ars ma-
gna, ab alijs Ars Analytices, sive Mathematica Analysis, &
communiter Cossa appellatur, à doctissimo Vieta *Doctrina bene in-
veniendi in Mathematicis* definitur. Est enim via quædam in-
quirendæ veritatis in Mathematicis, quam Plato primus in-
venisse dicitur, à Theone Analysis dicta, & ab eodem defi-
nita, *Assumptio quæsi tanquam concessi, per consequentia ad verum
concessum.* Dividitur à Vieta in tres partes, in Zeteticem,
quæ nimirūm invenitur æqualitas, vel proportio magnitudi-
nis de qua quæritur, cum ijs quæ data sunt: in Poristicem,
qua de æqualitate, vel proportione ordinati Theorematis veri-
tas examinatur, & demonstratur; & in Exegeticem, qua ex
ordinata æqualitate, vel proportione, ipsa, de qua quæritur, ex-
hibetur magnitudo, sive quantitas; eaq; in numeris & Arith-
meticè, si quæratur numerus, in magnitudine vero & quan-
titate continua, si quæsumum de illa institutum fit. Sunt
qui Algebraam, quamvis minus recte, in Varias Regulas di-
vidunt. Rectius alij secundum dimensiones, ac varios Pote-
statum gradus; ut dicatur illis A L G E B R A, sive Cossa Radic-
um, Laterum, seu longitudinum, deinde Cossa Quadratorum
& planorum, postmodum Cossa Cuborum Solidorumq;, &c.

Quicquid ergo Problematum complectitur tam Arith-
metica quam Geometria, hoc totum sibi assumit, & pro-
pria sua arte feliciter soluit, ac demonstrat Algebra. Immo si
Geometriæ tanquam Postulatum concedatur (qui autem hoc
Geometricè præstiterit, inventus est ad huc nemo) *A quovis
puncto, ad duas quavis lineas, rectam ducere interceptam ab ijs, præ-
finito possibili quounque intersegmento,* ex Algebra deducentur
solutiones Problematum eorum, quæ multorum in hanc us-
que diem torserunt ingenia, Mesographicum nimirūm, se-
ctiones anguli in tres partes æquales, inventionem lateris He-
ptagoni, & similia. Denique fastuosum Problema Prole-
matum, ut verbis utar Vietæis, ars Analytice jure sibi arrogat,
**Quod est, N V L L V M N O N P R O B L E M A
S O L-**

S O L V E R E. Excipit autem Vieta ab Algebra Compensationem lineæ rectæ cum curva, ut eam, quam ipse metet construere non poterat, ab Algebra temoyeret, Circuli Quadraturam.

8. Scientiarum autem, quas diximus Mixtas & Subalternas, Quatuor præcipuae sunt, Optica sive Perspectiva, Statica, Musica, & Astronomia, vel potius Cosmographia, quæ deinde in alias subdividuntur, aliatumque rursus sunt subalternantes.

O P T I C A quidem quæ bene videndi, ac delineandi Scientia est, & Geometriæ subiectur, triplex est, à triplici radio, Directo, Reflexo sive Repercusso, & Refracto sive Infraeto, circa quos versatur, ita divisa. Quæ radium directum considerat, Optica simpliciter sive Perspectiva dicitur, atq; de oculo ejusq; objecto, tam per se, quam per accidens speculatur, tractat de ejusdem illusionibus, de Lumine & Umbra, &c. Hæc ergo quæ ista, tum alia Principia magis universalia, de visibili, visione, ac medio scrutatur, Perspectiva nominatur. Ea vero quæ corporum, linearumque in superficiebus descriptarum, in plano projectiones sive configurationes, describere docet, Prospectiva à Neotericis appellare consuevit, quæ & ipsa triplex est.

9. Sumitur hæc Prospectivæ subdivisio à vânia oculi, quem radios emittere doctrinæ caussa supponimus, ab objecto remotione, quæ vel remotissima & quasi infinita, vel proxima & contingens, vel media quasi & justa esse potest. Illa ergo quæ oculum infinitè distantem ab objecto adumbrando, delineando, vel projiciendo supponit, ac proinde radios omnes ex oculo provenientes, parallelos considerat, Orthographia vocatur. Ea autem quæ oculum objecto per contactum conjungit, Stereographiæ nomen sibi non ita pridem invenit. Justum denique requirens inter oculum & objectum interuallum, Scenographia, alijs etiam Sciagraphia dicitur; & ea est, quæ à plerisque Prospectiva, à Pictoribus etiam Prospectiva nominatur. Prima & ultima superficies tantum corporum repræsentat, Stereographia vero, quam medio loco posuimus, interiorem etiam profunditatem rimatur, cum vel re ipsa transparens est corpus, quod conspicendum proponi.

ponitur, vel ejusmodi esse mente concipitur. Ex triplici hac Optica, & Astrolabia, Horolabia, & Analemmata omnia ortum suum ducunt, ita ut Gnomonica, quæ à plerisque Astronomiæ, tanquam subalternant Scientiæ submittitur, sed descriptionem horologiorum species, Opticæ propriè subjicenda sit.

10. Optica denique, quam modo Prospectivam nominavimus, tripliciter præterea, ne quid omittamus, consideratur. Vocatur enim Optica simpliciter ea videndi ratio, qua Objectum directe & horizontaliter aspicimus, Catoptica qua despiciimus, Anoptica vero qua suspicimus.

11. Sunt qui Opticam ratione Objectorum visionis, seu visibilium specificant, ac varie distinguunt. Id enim quod videtur est visibile, vel per se; vel per accidens. Per se namq; videtur id quod per se radiat, ut est primario Lux, secundario Color, qui lucis accessione etiam per se videtur. Vnde prima est Optica Lucis, secunda Optica Coloris. Per accidens deinde videtur, id quod per aliud radiat; & quia talium viginti sunt, idcirco ab his viginti aliae species, sed minus principales, numerari possunt. Ut Optica Magnitudinis, Optica Loci, Figuræ, Remotionis sive Intervalli, Situs, Numeri, Pulchritudinis, Deformitatis, Lenitatis, Asperitatis, Similitudinis, Diversitatis, Continuitatis, Separationis seu Divisionis, Motus, Quietis, Diaphanitatis seu Transparentiæ, Opacitatis, Vmbræ, & Optica denique Obscuritatis: Quarum plerque sua etiam fortiantur Theorematæ.

12. Est alia tandem Opticæ hujus species, qua in cubiculo undique clauso per parvum foramen, species objectorum unâ cum lucis radijs, immittuntur, corporaque ipsa cum suis coloribus, situ tamen everso, in parietibus vel quavis alia superficie, præsertim alba, repræsentantur; confusè tamen non nihil exactè vero, & instar pulcherrimæ picturæ conspicuntur, si vitro aliquantum conuexo foramen illud claudatur. Quia vero id fit per radios refractos, non ad Opticam, sed ad Dioptricam spectat hujus rei speculatio.

13. Opticæ porro subalternantur non solum, ut diximus, Gnomonica, verum aliae etiam artes, præter Picturam enim cuius fundamentum unicum ex Optica derivatur, Sculptura est

M A T H E M A T I C A.

7

est & Statuaria, Scenarum representatio, unde & tertia Opticæ pars nomen accepit; & si quæ sunt aliæ.

14. Altera Opticæ pars, quæ radium habet repercussum, Catoptrica, sive Specularia dicitur. Variarum enim apparentiarum & imaginum, quæ ex corporibus speculis objectis oriuntur, rationes reddit. Et quia triplex potissimum Specularum regularium genus est, planum scilicet, conuexum, & concavum; hinc triplex etiam nascitur Catoptrica. Plures ejus species lubens pretero. Non omittenda tamen videatur ea, quamvis nomine proprio, quod sciam, careat, qua radij Solares repercussi, in unum quasi punctum ita colliguntur, ut apposita apta materia, illico ignis producatur; hæc specula Vistoria dici consueverunt. Potest autem idem effectus produci etiam per radios refractos, quare speciem tunc sequentis tertiae partis constituet.

15. Tertia denique Opticæ pars Dioptrica, quæ alijs etiam Mesoptica dicitur, Visio est per radium, qui transiens per diversa media, infringitur. Vnde visa in diversis medijs, videntur fracta. Quare si à medio, à quo refractio oritur, hæc pars specificaretur, tot essent species quot media, quam acciperet aliam ab aëre, aliam ab aqua, aliam ab alio liquore diaphano, aliam à vitro & chrystallo, &c: Vel potius à duplo medio, cum infractio fiat in comuni utriusq; termino. Ad hanc nobillissima illa speculatio pertinet, qua duabus vitris, certo intervallo distincto, ac Tubo inclusis, eminus res videntur, quæ oculo libero minime apparent. Quod instrumentum Telescopium, Longispicium, Tubum Opticum, Specillum Belgicum, Germani etiam nomine non Germanico, Perspectivum vocant. Ex hac enim Scientia & hujus, & omnium Perspiciliorum, Horologiorum etiam Hydrographicorum ratio redditur, & qua arte certi effectus per specilla produci possunt, ipsa edocet.

16. Ex Catoptrica autem & Dioptrica alia exsurgit species, habens pro objecto radium & repercursum, & infractum, & Dio Catoptrica non inepte fortassis dicitur. Rationem reddit Iridis, & similiūm apparentiarum. Item quomodo species visibiles inversæ, de quibus supra diximus, per speculum vel aquam erigi possint ex illa habetur.

17. Opti-

17. Opticam subsequitur S T A T I C A , quæ est Scientia de ponderibus, Geometriæ subalternata: quamvis non desit qui eam ipsi Geometriæ parem faciar, ut cum Deus omnia creaverit in Numero, Ponderi, & Mensura, etiam Arithmeticæ, Staticæ, & Geometriæ, quæ circa illa versantur, Primariæ sint Mathematicæ scientiæ, à quibus reliquæ dependeant. Verum nos definitioni Mathesedos insistentes, à puris Mathematicis eam removemus, cum præter quantitatatem versetur etiam circa materiam sensibilem, quæ est gravitas, à qua tamen, si strictè loquimur velimmo ac speculative, mentem simili- ter abstrahere licet, ut sit in consideratione linearum, & superficierum. Subdividi autem varie potest.

18. Primo omnium Statica est Elementaria, quæ communia ad universam Staticam pertinentia principia & elementa præscribit. Deinde si velimus ipsa pondera in se & absolute considerare, tunc proxime succedit Centrobarycæ, agens de centro gravitatis magnitudinum. Si vero pondera ratione gravitatis inter se comparentur, aut certe idem pondus, ratione suspensionis ab alio, quam à gravitatis centri puncto, consideretur, alia habebitur hujus Scientiæ pars, quæ Statica absolutè, vel Isotropo Statica dici potest, considerans magnitudines æqueponderantes; quomodo videlicet plures, sive æquales sive inæquales, vel etiam eadem magnitudo, ratione suarum partium, inter se conferri ac suspendi possint, ut sequatur æquilibrium: quantum altera alteri præponderet, quando quiescere, vel necessario cadere debeant, &c.

19. Considerando porro pondera, sive gravia in ordine ad motum, notissima illa juxta ac utilissima inde exsurgit Ponderum motrix Scientia, Mechanica communiter dicta, qua magnificentum illud Problema solvitur, *Data potentia datum pondus moveare*, qua & fretus Archimedes exclamavit, *Da mihi ubi consistam Terramq; movebo*. Sunt qui hanc partem subdividi volunt ratione Machinarum, quibus fit motus, quæ cum omnes omnino ad quinque capita reduci queant, ad Libram scilicet, Vectem, Trochleam, Axem in Peritrochio sive Ergatam, & Cuneum, etiam quinque erunt diversæ Mechanicæ scientiæ, quibus sexta addenda, Composita dicta, ob varias harum machinarum inter se compositiones. Omnes enim machinæ

chinæ quotquot sunt, vel simpliciter ex his fiunt, vel ex plurimum compositione: omnia ferme artificum Instrumenta ex his ortum ducunt, ut vel ex ipsis Aristotelis Quæstionibus Mechanicis colligere licet. Sic cochlea immediate & simpliciter revocatur ad Cuneum, ad Cochleam rotulæ horologiorum automatum, &c. ad quam facultatem referuntur etiam ea, quæ vi percussionis, sive impulsu incidunt, dividunt, perforant, &c. Ut enses, gladij, mucrones, secures, & similia Instrumenta. Ad vectem revocantur & forcipes, & forficæ. Et sic de reliquis. Ita ut ratione instrumentorum saltem omnes artes ferè Mechanicæ, huic Scientiæ Mechano-Staticæ subalternentur, quæ secundum datam divisionem Sextuplex est, nimirum Zygostatica, Mochlostatica, Troch-leostatica, Ergatostatica sive Onostatica, Sphenostatica, & tandem Polymechanostatica, sive multiplex & composita.

20. Pondera denique movenda vel mota consideranda veniunt, & secundum materiam ex qua constant, & in ordine ad medium, in quo fieri debet motus. Pondus ergo vel est solidum, vel liquidum: medium vero vel aër, vel aqua, vel aliud liquidum, seu humidum & fluidum. Ars autem tam liquida movendi, quam solida in liquido ponderandi, sive movendi, communis nomine Hydrostatica appellatur, sua habens elementa ac principia quædam propria, de quibus ipse etiam tractat Archimedes eo in libro, qui de ijs quæ vehuntur in aquis, inscribitur. Vnde præter Elementariam triplex reperitur Hydrostatica. Prima tractat de aquæ innatantibus, si enim pondus ipsa aqua levius est, partim mergitur, partim supereminet, quantum ergo mergatur, & quantum non, artis est definire. Immo cum sint quædam, quæ etiæ aqua graviora sint, nihilominus tamen aquæ supernant, cujus rei consideratio & tractatio huc pertinet. Hanc partem Bareocolumbiam vocamus.

Secundam Bareodysiam ideo appellamus, quia de gravibus quæ merguntur agit. Considerat enim quantum in diversis medijs ponderent ac gravitent: idem quippe plumbeum, quod in aëre libram ponderat, in aqua minus pondusat quam libra, eo pondere aquæ, quod ipsi plumbi, secundum magnitudinem molis, æquale est. Tertia quam Hydatholciam

dicimus, de attollendis, attrahendis, deducendis aquis agit; de aquarum pressu sive gravitatione, in diversimodè enim figuratis vasis, diversimodè etiam premit; de plurimis ac varijs, ijsque artificiosissimis machinis hydraulicis, de aquædu-ctibus, aquarumque librationibus, &c. tractat.

21. Neque de ijs tantum, quæ communiter gravia dicuntur, Statica præscribit, sed & de ipso aëre, quem plerique volunt esse gravitatis expertem. Machinæ enim & Organa Pneumatica non ad aliam, quam ad Aerostaticam scientiam refe-renda sunt; folles etiam & similia alia instrumenta. Quemadmodum autem de ijs quæ aquis supernant Hydrostatica, ita de ijs quæ aëri incumbunt eumq; transvolant, agit Aerostatica: hinc Dracrones volantes, hinc Machina qua quis alligatus, ex uno in alium collem semel atque iterum subiectum flumen volatu traiecit. Nec defunt qui ipsum aërem ponderari posse scribunt. Ignis ipse, an non ad Staticam pertineat, viderit ille qui Pyrotechniam edidit, insignis Mathematicus Adr. Romanus.

Ex Hydrostatica & Aerostatica mixta oritur alia, ex qua multæ procedunt Machinæ, quibus per aëris vel condensationem, vel expulsionem, aqua in altum eiaculari, & quasi in infinitum elevare licet, eam Mesostaticam Compositam non inepte dicere possumus.

22. De artibus Staticæ subalternatis supra quædam innuimus, quibus hic addendum, plerasque non un tantum, sed pluribus scientijs Mathematicis subalternari: Sic licet Statuarij, Sculptrores, Monetarij, Metallarij, & Aurifices ratione picturæ, seu imaginum ac figurarum delineatione, Opticæ subalternentur; quia tamen artis formam in materiam inducere non possunt, nisi mediantibus quibusdam Machinis & Instrumentis, quorum origo & usus ex Statica sumitur, idcirco subiiciuntur Staticæ: Astronomiæ insuper imperio paret, ea Automatum, Constructrix, quæ Syderum imitatur motus. Ex Statica tamen sola, Molendinorum procedere videtur artificium. Quod si ad has artes natura, quæ in magnete latitat, accesserit, si non planè supra naturam, saltem præter illam efficient, ad stuporem usque admiranda, statuentq; humani ingenij, quibus denatura triumphet, splendidissima trophæa.

23. Ter-

23. Tertia & Arithmeticæ immediate subalternata. Media Scientia est M U S I C A, quam Scientiam de Sono numero, vel numero Sonoro esse definiunt. Dividitur primo in Planam, quæ & Choralis sive Gregoriana dicitur, & in eam quam Figuralem vocant. Vtraque autem subdividitur in Compositricem & Visualiem. Nam licet componere, ut vocant, cantiones, propriè ad speculativam pertineat partem, tamen quia ars per sua compendia cò devénit, ut modum etiam reperent practicum, per quem longè citius, & expeditius cantus componuntur, quam ex numeris, aut primis illis ac speculativis principijs; quibus eti si compositio per omnia consentiat, ad ea tamen ab hujusmodi Compositoribus reduci nequit.

Vsualem vocamus quo ipso actu harmonia, ac concentus instituitur, Vocalem quidem quando per voces, Instrumentariam quando Organis.

Musicæ subalternantur ea Artificia, quibus ex Mechanico-Statica fiunt, non solum Organa illa, quibus immediate utuntur Musici; sed etiam illa, quibus per rotas & pondera fiunt se ipsa, ad numeros Musicos, sonantia tintinabula, Machinæ item Pneumaticæ & Hydraulicæ, aliaque Musicalia Automata Organæ.

24. Quarta nunc eaq; præclarissima restat subdividenda, Geometriæ potissimum subalternata, & verè Cælestis Scientia A S T R O N O M I A, quam magis generali vocabulo Cosmographiam, sive Scientiam quæ totam Mundi Machinam, ejusque principijs, partes, & affectiones variè considerat, appellari plerique recentioribus placuit. Eam primo subdividemus in Vranoscopiam, sive Astronomiam, & in Judiciam, quam proprio vocabulo Astrologiam nunc vocant.

25. Est autem Astrologia quæ ex Syderum Naturâ, positu, motu, eorundemque varijs inter se configurationibus, & Aspectibus, futuros eventus præcognoscere docet (verè an falso, ad nos hoc loco non spectat determinare) vnde & Prognosticatrix seu Divinatrix dicitur. Quia vero syderum naturæ, vires, ac qualitates considerantur vel absolute, & prout in se sunt, vel in ordine ad aliud, idcirco in duas Partes primo tribuitur, quarum prior, Introductoria dicta, subdividitur in

Canonicam & Thematicam. Canonica est quæ circa principia solum ac naturas Planetarum, reliquorumque syderum ac cæli partium, corundemq; inter se commixtiones & habitudines versatur, & inde quasi Canones influentiarum extruit. Thematica vero est, quæ ad datum tempus erigere figuram docet cælestem, quam Thema, vel etiam Schema cæli appellant, in qua præcipue observanda veniunt, ordo i2 domiciliorum, tum syderum ac signorum in ea distributio ac inscriptio.

26. Altera pars quæ syderum affectiones in ordine ad aliud dirigit, quæ & propriè Iudiciaria est, & à nonnullis Exercitatoria seu Operatoria nominatur, in 4 partes subdividitur. Prima, quam Catholicam sive Generalem appellant, de universi Mundi statu est, de ortu nimirum, mutationibus, & interitu Vrbium, Regnum, Imperiorum, & Monarchiarum; ubi & quando pax, bellum, sectæ, pestilentiae, terræ motus, & diluvia contingant. Secunda, quam Meteorologicam dicimus, de varijs agit aëris constitutionibus, & de ijs quæ inde consequuntur, ut sunt salubritas, lues, annonæ copia vel penuria, inundatio, &c. Tertia propriè Genethliaca dicitur, & de privata hominum vita, tam quo ad corporis statum, quam ad fortunam, conditionem, & varias animi inclinationes, ex naturalibus conjecturis judicat. Quarta de initijs operum, actionum, rerum, & ægritudinum, atq; de electionibus, & revolutionibus, &c disponit. Atque hanc Nauticæ, Agriculæ, ac Medicinæ magnopere inservire tradunt, quam Particularem, sive Specialem nominari posse judico.

27. Irreperunt autem in hanc artem superstitionis multa & varia, quæ discernere oportet à veris hujus facultatis principijs, alioquin non contemnendis. Sane quanta sit difficultas judicandi in parte illa, quam Catholicam appellavimus, ipsi met Astrologiæ periti fatentur, vnde Joan. Ant. Maginus, insignis Astrologiæ, quem in hac quadruplici divisione secutus sumus, sic scribit: (Isag. Astrologiæ Tract. I. cap. 1) *non mirum videri debet, si Albumassar cum tota vctustate, nec non Escuidus, cum plerisq; alijs recentioribus scriptoribus, de hac scientia, quam sibi & intelligentijs reservavit Deus, tam stolidè & vanebrose pertractarunt.* De universa vero Astrologia, quam licet commendet, hæc subiicit: *Quamquam Chaldaei, Arabes, & Iudæi, talesq; inculti Authores, qui*

qui à quo divitandi cupidiores, eato amplificare volentes, multa inania deliramenta illi immiscuerunt, ut puta sortes seu rerum partes, decurias seu signorum facies, & simulacra que cunis his cooriri dicunt, duodenarias, novenarias, fridarias, gradus lucidos, tenebrofós, fumofós, vacuos, masculinos, femininos, horas planetis assignatas, & alia. Quinimo non solum hec principia falso sunt commenti, verum inelegros etiam tractatus, ut de interrogationibus, de imaginibus, & majori ex parte de electionibus, absq; ullo naturali fundamento compilaverunt, quam quidem Arabum superstitionem barbariem permulti, tum preteriti sculi, tunq; atatis nostre viri (rareo hos qui veram scientia semicam sequuntur) ob quandam facilitatem incepè sectando, in multis maximosq; errores incurserunt, ita ut non solum à vulgo irrideantur, à prudentibus reprehendantur, sed non immerito etiam exosi, & suspecti ab Ecclesia Catholica babeantur. Hæc ille. Quibus addo fæcem hujusmodi hominum, nomen Mathematicorum infame reddidisse apud Imperatores, etiam gentiles, apud Sanctos Patres, apud Jurisperitos, & præsertim apud eos, qui hosce homines à veris Mathematicis (quarum disciplinarum imperitissimi erant, unde & nomine Mathematicorum indignissimi), discernere non dicerunt.

28. Cosmographiæ altera pars, quam Vranoscopiam sive Vranographiam, & communioni nomine Astronomiam dicimus, Scientia est de Motu & Mensura corporum cælestium. Versatur enim circa syderum motus, multitudinem, ordinem, magnitudines, positus, intervalla, configurationes, conjunctio-nesque tam inter se, quam cum Terra, &c. eorundemque leges perpetuas. Dividitur in Observatricem, Systematicam, Sphæricam, Theoriam Planetarum, Computatricem, Geographiam, Nauticam, & Gnomonicam.

Observatrix idcirco primo loco ponitur, quod ex illa maxima procedat scientiæ Astronomicæ pars: ex observationibus quippe cætera dependent. Hæc enim observando, loca, altitudes, & distantias syderum, ad certa temporum momenta, pluresque observationes inter se comparando, varietates motuum, multitudinem, ac ordinem orbium sive realium, sive imaginariorum, quantitates periodum, situm ac remotionem astrorum, & similia alia statuit. Subdividitur autē à plerisq; ratione Instrumentorum (quam aptè ipsi viderint) in Meteoro-

Scopicam, quæ scilicet observationes instituit Instrumentis in sublimi pendentibus, & in Dioptricam quæ alijs utitur. Quando autem omnis observatio fit in aëre, & opus semper fit dioptris, non video quo ingenio hæc divisio instituta sit. Quid enim interest Instrumentum pendeatne, an stet, jaceatue? Rectius huic parti, tanquam subalternanti, saltem ratione finis, subiicitur Instrumentorum Astronomicorum legitima descrip^{tio} & compositio.

29. Habit^s jam observationibus, & inde deductis consequentijs, ade^s Systematica atque de totius Vniversi Constitutione disponit. De Figura Mundi, præcipuisq; ejus partibus, de numero ac ordine cælorū, soliditate, ac fluiditate, situ, locoq; Terræ, motuque siye quiete eorundem, generalia concipit. Quamvis autem varij varia ex cogitarunt Mundi Systemata, quas & Hypotheses vocant, celebriora tamen sunt Ptolemai-
cum, Copernicanum, & Tychonicum.

30. Quoniam vero per præcedentes duas partes, duo præcipui motū cælestium corporum in notitiam venerunt hominum (sequimur enim in his nequaquam Systema Copernicanum) Primus scilicet & Secundus dicti; hinc etiam duæ aliæ Astronomiæ partes natæ sunt. Illi igitur scientiæ quæ pri-
mum tractat motū, Doctrinæ Sphæricæ, siue Sphæræ, no-
men impositum est, & scientia de Primi motu Phœnomenis definiri potest; est autem Primus motus, qui & diurnus dici-
tur, quo omnia astra ad motum primi Mobilis moventur, ab oriente in occidentem, cursum suum perficiens spatio 24 hora-
rum. Tractat igitur hæc pars de decem Sphæræ circulis, de lon-
gitudine latitudine & declinatione stellarum, ascensiōne recta
& obliqua, ortu & occasu, &c. Ut vero Doctrina hæc & aptè
proponatur, & facile capiatur, Instrumenta propria inventa sunt,
Sphæra videlicet, Globus, & Astrolabiū. Sphæra Instrumentū
est armillare ex præcipuis Primi mobilis circulis constructum.
Globus vero solidum convexum, Sphæræ siue pilæ instar, in
cujus convexa superficie, præter dictos circulos, stellarum fixa-
rum asterismi describuntur. Astrolabium denique utrumque
complectitur; omnia in plano, ex ea Opticæ parte, quam Pro-
spectivam diximus, artificiosissime projecta, unde & Planisphæ-
num dicitur, repræsentat.

31. Secundus motus à primo mentem abstrahit, & est periodicus, ac proprius quarundam stellarum, quas Planetas seu sydera errantia dicunt, ab Occidente in Orientem; & quia plures tales ac diversi motus sunt, hinc distinctio illa inter Primum Mobile, & secunda Mobilia ortum suum dicit. Scientia autem de his agens, Doctrina secundorum mobilium, & Theoria Planetarum dicta est. Quamvis autem Motus stellarum fixarum proprius, Secundis mobilibus annumerari possit, ob ipsum tamen tarditatem, aliasque ob caussas, partim in Systematica, partim in Sphærica parte de ipso agitur. Theoria ergo Planetarum tum comunes cum stellis fixis affectiones, tum singulares de Planetis considerat, & in Communem ac Propriam subdividitur. Communis agit de Planetarum Orbibus orbiumq; partibus, si qui sunt, in genere, de orbe videlicet Concentrico, Eccentrico, & Mixto, de Epicyclo, de Planetarum motibus medio & vero, ascensi & descensi aspectu, conjunctione, & Eclipsi, directione, retrogradationet statione, tarditate & velocitate. Propria vero de quovi, planeta singillatim & hæc, & alia tractat. Quæ omnia u, commode & exactè doceri possint, proprijs Sphæris, Globis, & Planisphærijs, pro quovis Planeta, quemadmodum de Primo Mobili diximus, indigent.

32. Sequitur deinceps pars illa quam Computatricem appellavimus, motus syderum tractans respectu Temporis, quam duplicem facim⁹, Supputatricem scilicet, & Computū. Supputatrix est, quæ ad certum temp⁹ loca Planetarum seu syderum fixarū colligit, & ex qua tam Ephemerides quā reliquæ Tabulæ Astronomicæ oriuntur. Eam in Supputatricē Geometricam, quæ scilicet utitur triangulorum calculo; & in Tabularem, quæ compendium præconstructivū tabularū adhibet, subdividim⁹.

33. Computus vero est qui de ipso tempore tractat, qui est vel Astronomic⁹, vel Politicus, vel Ecclesiasticus. Astronomicus agit de tempore naturali Astronomico sive cælesti, quod est numerus motus cælestis, ad spacia quæ Orbis, astrum, vel certum aliquod cœli punctum, aut circulus peragrat, aut ad vices quibus eadem repetit, numeratus. Quamvis autem hic motus naturalis sit, initium tamen suum ab institutione accipit hominum, & à diversis motibus, diversa nomina: qui motus

motus potissimum triplices sunt, Primus, Secundus, & Tertius. Primus est qui attribuitur Primo mobili: Secundus qui a astris, vel eorundem orbibus, de quib^o supra: Tertius est mixtus aut ex his duobus, aut ex pluribus secundis. Ex his tribus motibus oriuntur Anni, Astricus sive Sidereus, Planetarius, Solaris, Lunaris, &c: Anni ac Menses Periodici ac Synodici, dies & horæ, Horæ tamen ab hominum impositione libera ac voluntaria, sicut & earum in minuta subdivisio, principium ducunt.

34. Politicus Computus tempus tractat civile, quod norma quædam est ac mensura durationis rerum, qua una quæque gens suo quodam instituto, tam ad sacra quam ad profana ordinanda, ipsamq; durationem mensurandam, ac numerandam utitur, temporis cælestis imitatrix. Est simplex, id nimis quod ad unicam circulationem seu periodum proxime instituitur, ut dies, mensis lunaris, annus solaris, & compositum ex aliquot simplicib^o, ut hebdomada, Annus Lunaris, Lustrum, Olympias, Cyclus. Initium autem horum temporū, Aera sive Epochæ sumitur à facto aliquo illustri: sic numeramus annos, ab Orbe & Vrbe condita, à diluvio, ab Imperatoribus, à Christo nato, &c. Atque hæc est Computi generalis descriptio; Specialis est, quo unaquæq; gens aut natio, juxta speciale suum institutum, utitur, ut Computus Hebræorum, &c.

35. Computus Ecclesiasticus est specialis Computus Christianorum, quo sua festa tam fixa quam mobilia ordinant, & alio nomine etiam Calendarium dicitur. Dupliciter autem sumi potest, vel generaliter, prout est Methodus & doctrina, qua certis legibus ac regulis præscribitur, quomodo per Cyclos & periodos, tempora cælestis ac civiles, ad æqualitatem reducenda sint; magnitudines annorum & mensium indicat, festis loca assignat, aureum numerum, epactas, litteras Dominicales, & similia investigat. Vel accipitur ut particularis est, & ut sigillatim pro uno certo anno, cum particulari festorum ac reliquorum constitutione, edi solet. Vtrumq; autem hoc Calendarium duplex est, Antiquum videlicet, quod à Julio Cæsare, & P P. Concilij Nicœni ortum dicit; & Novum sive Reformatum quod Gregorianum, à Gregorio X III. P. M. dicitur.

26. Com-

36. Computatrici Geographia succedit, quæ est Scientia de mensura Globi ex aqua & terra compositi, cum quadam ad Sphærām cælestem coordinationem. Dividitur primo generaliter in Absolutam, & Comparatam, deinde in Chorographiam, & Graphicam.

Absoluta de figura, ac magnitudine globi Terreni tractat, deq; tria ejus dimensione. Comparata vero respectum ad Cælum habet, & maxime ad varias globi seu Sphæræ positiones; partes etiam Terræ respectu umbrarum, circulorum, & incolarū inter se comparat. Vnde agit de distinctione hujus globi per Circulos, Zonas, & Climata; de magnitudine ac diversitate dierum & noctium; de poli elevationibus, de vaporum ac nubium altitudine, & crepusculis; de plagiis & cardinibus, de Sphæra recta, obliqua, & parallela, de longitudine, latitudine, distantia locorum, &c.

37. Chorographia est quæ Globum terræ dividit, ac considerat secundum ejus partes minores, & majores, cum annexis circulorum portionibus. Minores sunt Continens, Insula, Peninsula, Isthmus, Promontorium, Mons, Vallis, Campus, Sylva, Portus: Item Mare, Fretum, Sinus, Lacus, Stagnum, Fluvius. Majores sunt Europa, Asia, Africa, America, Magellanica. In his etiam considerat, longitudinem, & latitudinem, confinia sive terminos, quibus altera ab altera distinguitur, aliaque varia accidentia.

38. Graphica est Terræ descriptio sive delineatio, eaque vel Universalis, vel Particularis. Universalis totum Terrarum Orbem cum suis circulis, &c. ob oculos ponit, idque vel in Globi superficie, vel in plano, ut supra de planisphærijs cælestibus diximus. Vnde & globi usum, ac fabricam continet. Particularis Mappas delineat particulares, partium Terræ majorum minorumve, Regnum Regionumq;, quæ & Chartæ Chorographicæ, & Topographicæ vocantur. Graphicam autem ideo partem Geographiæ fecimus, quod particulares habeat suarum descriptionum modos, ab Optica saepe diversos, quod ipsum Mappæ, seu Chartæ Geographicæ variorum Authorum, clare indicant.

39. Septimam, Astronomiæ partem diximus esse Nauticam, quæ & Hydrographia dicitur. Nam etiam si ex Staticæ parti-

partibꝫ Mechanica videlicet & Hydrostatica, multum depe-
deat, Astronomia tamen tanquam nobiliori Scientiæ su-
bigitur, cum cursus navium ad syderum cursus modere-
tur, cuius mediocrem faltem aliquam cognitionem præterea
prærequirit. Agit præterea de Ventis, eorumque natura,
de Rhombis sive lineis Nauticis, ad quod requiritur cogni-
tio etiam magnetis, de ejus declinatione, & inclinatione,
vt, pro vario Sphæræ situ, polarumque mundi constitutio-
ne, cursum suum dirigat. Ad hanc pertinet etiam Portuum in-
vestigandi ratio; Tractatus item de accessu, & recessu maris.
Neq; de est illi propria sua Graphica; Mappæ enim seu chartæ
Nauticæ, littora tantum ac portus, quibus maxime indigent,
cum ventorum seu Nauticis lineis, repræsentant.

40. Ultimo adiecimus Gnomonicam, quam etſi, ratione
delineationis, Opticæ attribuerimus, propter ipsius tamen de-
scriptionis subjectum, quod totum Astronomicum est, &
varia deinde etiam instrumenta horaria, quarum fabrica ali-
unde quam ex Opticis regulis desumitur, cum alijs Auctori-
bus, eam ab Astronomia sejungere noluimus. Nam vt præ-
ter varia horarum genera varios etiam circulos, Meridianos
videlicet, Verticales, ac Parallelos tam horizonti, quam æqua-
toni, arcus longitudinum dierum, signa item ascendentia &
descendentia, &c. in horologijs describat, illorum certè ex
Astronomia cognitionem habere debet.

41. Atque hæc est brevis disciplinarum Mathematicarum
descriptio ac divisio. Non sum nescius plures præterea esse
artes, ac facultates quæ si Mathematicis non omnino ful-
lantur, illis certe summopere indigent. Sic ars Militaris
indiget Arithmeticæ, non solum ut sumptus computet, &c. nu-
merum militum, sed eadem simul cum geometria opus ha-
bet, ad instruendas acies, ordinandos exercitus, ad castrame-
tationes, Munimentorum delineationes, & ædificationes,
ad emittenda tela, ad oneranda, dirigenda, & explodenda
tormenta bellica, ad devehenda, & portanda onera, ad
excogitandas, pro varijs effectibus, varias Machinas Po-
liorheticas disciplinis Mathematicis opus habet; & quo
perfectior quis in illis est, hoc rectius & felicius munus
suum obibit. Sic Syracusas obscessas solus Archimedes, in-
ventis

ventis Mathematicis, diu ab hostibus defendit. Nec de est qui artem equitandi ratione pressus frenorum, quam partem Staticæ facit, ad Mathematicam reducit. Chronogiam opus habere Supputatrice, & Historiam Geographia, vel ipsi errores, ignoratione harum à multis commissi nos edocent.

42. Architectonica certe compositum quoddam esse videtur ex diversis scientijs Mathematicis; teste enim Vitruvio instructa esse debet Arithmetica, Geometria, Optica, Musica, Astronomia, id est, Mathematicis disciplinis omnibus. Nam Staticam sub Geometria comprehendit; quamvis opus non sit, ut hæc omnia in summo habeantur gradu. *Pervellem sanc* inquit quidam ex Germanis Mathematicus, *hanc nobilissimam disciplinam postliminio revocari in Scholas, & discentibus solidè explicari.* Sanè non haberemus tot fumosas, tenebrosas, ruinosas aediculas, non tot sumptus profunderemus, si Architectos haberemus peritos. Ad Scholas profectò pertinere liberalem hanc disciplinam, nemo negaverit, qui Vitruvium legerit.

43. Ex his ergo, me etiam tacente, quivis disciplinarum Mathematicarum colligit amplitudinem, præstantiam, utilitatem, ac jucunditatem, quæ quamvis egregiè exultæ sint & auctæ, in quavis tamen relictus adhuc est latissimus scrutandi, & nova indagandi campus, quod solum deberet hominem ingenio præditum, in amorem harū disciplinarum rapere. In sola Geometriæ particula, quam Magnitudinū Transformacionem diximus, ingens adhuc defossus latet speculationis thesaur'; quod testabitur, vel ipsa Circuli Quadratura, à quodam impossibilis dicta. Rectius dixisset impossibilem, quem multi frustra adhuc quæsierunt Motum Perpetuum. Potentem scio Staticam, eamque machinas dedisse, quas Omnipotentes, ac Perpetuas nominarunt, ipsam tamen Omnipotentem nec dum dixerō: Et ne ipsa nostra hæc disciplinarum Mathematicarum descriptio, sit in Motu Perpetuo, hic ei Quietem impono, Stylumque ad harum Scientiarum particulam illam, quam supra Centrobaricam nominavimus, ampliandam transfero.

MATHEMATICARVM

Scientiarum, Ordo, & Subdiuisio.

MATHEMATICA scientia est, vel

Pura, ut

ARITHMETICA	Elementaris, tradens varios Algorithmos	Integrorum.	
		Fractorum.	
ALGEBRA,	Regularis, continens Regulam	Auream, sive Proportionum.	
		Societatum.	
GEOMETRIA de Magnitudinum	Apologistica	Alligationis.	
		Falsi, sive Positionum.	
OPTICA, -copia vel	Popularis.	Logistica	
		Astronomica seu Physica.	
STATICA, eaqz	Analogistica	Canonica sive Tabularis, de Sinibus, Tangentibus, Secantibus, & Logarithmis.	
		Principium.	
MUSICA	Figurata, de Genesi & Analyysi	Mercatorum.	
		Progressionum.	
COSMOGRAPHIA, -copia vnde	Geometrica, de	Proportionum.	
		Combinationum.	
Astrologia	Propriè Optica, ut	Poligonorum.	
		Potestatum.	
Hydrostatica, cuius partes	Perspectiva	Laterum	
		Incommensurabilibus	
Aerostatica.	Quadratorum	Quadratorum	
		Cuborum	
Pyrostatica.	Altiorum	Altiorum	
		Graduum	
Compositrix	Euthymetrica.	Graduum	
		Embadiometrica.	
Visualis.	Stereometrica.	Stereometrica.	
		Scenographica.	
Figurata	Planis.	Orthographica.	
		Stereographica.	
Geometrica	Conuexis.	Scenographica.	
		Concauis.	
Astrologia	Vistorijs.	Vistorijs.	
		Mathematicis subalternantur, vel ipsdem multum indigent.	
Geometrica	Elementaris	Zygotistica	
		Centrobaryca.	
Geometrica	Isorropistica.	Mochlostistica	
		Trochleostistica	
Geometrica	Mechanica, de	Onostistica	
		Sphenostistica	
Geometrica	Proprietate	Polymechanistica.	
		Bareocolumbia	
Geometrica	Hydrostatica, cuius partes	Bareodysia	
		Hydatholcia	
Geometrica	Aerostatica.	Libra.	
		Vesce.	
Geometrica	Pyrostatica.	Troclea.	
		Ergata.	
Geometrica	Polymesostatica.	Cuneo.	
		que natant in aquis, que inerguntur in attrahendis & deducendis.	
Geometrica	Plana, sive Choralis.	Compositrix.	
		Visualis.	
Geometrica	Figurata	Vocalis.	
		Instrumentaria.	
Geometrica	Introductoria	Mixta.	
		Canonica.	
Geometrica	Astrologia	Thematica.	
		Catholica.	
Geometrica	Iudicaria	Meteorologica.	
		Genethliaca.	
Geometrica	Observatrix	Merica seu Particularis.	
		Systematica.	
Geometrica	Sphaerica.	Comunis.	
		Propria.	
Geometrica	Theorica Planetarum.	Supputatrix.	
		Geometrica.	
Geometrica	Computatrix, cuius partes sunt	Tabularis.	
		Absoluta.	
Geometrica	Geographia	Comparata.	
		Chorographica.	
Geometrica	Nautica.	Universalis.	
		Particularis.	
Geometrica	Gnomonica.	Computus.	
		Astronomicus.	
Geometrica	Astrologia	Politicus.	
		Ecclesiasticus.	

PAULI GULDINY
SANGTO-GALLENSIS
E. SOCIETATE JESV

D E
CENTRO
GRAVITATIS

Trium specierum Quantitatis con-
tinuæ.

L I B E R . P R I M V S
D E

CENTRI GRAVITATIS
I N V E N T I O N E.

L I B R I I.

C A P V T I.

D E C E N T R I S M A G N I
tudinum in communi.



TSI de solo Centro quod Gravitatis vocant, in sequentibus nostris lucubrationibus futurus sit sermo; ejusq; solius definitio satis nobis facere potuisset; quia tamen alia etiam centra à Geometris considerantur, ne Lector, cui omnia utcunq; sunt nota, dubitare aut in decursu barrere incipiat, ea omnia, prout magnitudinem seu quantitatem respiciunt, & supponunt finitem, in primis sub unica definitione comprehendere, doinde eadem in suas species subdividere, atq; quam brevissime describere, raterisq; premittere opera precium esse duximus.

I. C E N T R U M ergo unversum sumptum, est pñctum quantitatis continuæ, & finitæ, signatum, sive actu, sive potentia, vel in illa ipsa quantitate, ejusve termino, vel extra; cum certo, sive extensionis, sive intercapientis, sive habitudinis partium, respectu, ad id cuius dicitur Centrum.

D

2. Cum

24 DIECETR. DI GRAVITATIS

2. Cum igitur tria Quantitatis Continuæ sint genera, totidem etiam erunt Centrorum Corporum videlicet, Superficieum, & Linearum. Tria in eis alia, ratione respectus: quæ communiter Centra Figuræ, Magnitudinis, ac Gravitatis dicuntur. Quibus omnibus præcedens dicitur sive Definitio, sive Descriptio.

3. CENTRUM FIGVRÆ. Mathematici id punctum esse volunt, à quo Radij, sive Semidiametri figuræ excent: vel in quo omnes diametri sese intersectant. Hoc etsi non nisi corporibus, ac superficiebus propriè converit, quibus nomine figuræ etiam solum constructa; ad lineas tamen, quæ ex coni sectionibus priuatur, referri enim potest, ut ex conicis paucet Elementis. Ipsum autem Centrum tam intra, quam extra figuram, ejusve extremitate signatur, ut recte Proclus ad definitionem in primis Euclidis: intra quidem, ut in Sphæra & Circulo; extra, ut in conoide hyperbolico & hyperbole: in termino vero, ut in hemisphærio, semicirculo, & omnibus Sectionibus, de quibus non operigasse videatur Proclus loco citato, ob hanc proprietatem ex figuris planis, sibi semicirculo attribuit. Parabola, cuius diametri omnes parallelæ sunt, hoc centro caret.

Latius autem acceptum, saltem pro figuris rectilineis ordinatis, Centrum Figuræ sic à Luca Valerio describitur: *Figura aliqua planæ multilateræ, centrum habere dicuntur punctum illud, in quo omnes rectæ linea, vel angulos oppositos junctentes, bisariam secantur, vel ab angulis ductæ ad laterum oppositorum bipartitas sectiones, in eadem rationes.*

4. CENTRVM, MAGNITUDINES id punctum est, quod vndeque æqualiter, ratione magnitudinis, extensionis, ab extremis absit. Convenit hoc quidem omni quantitati finita, lineis videlicet, superficiebus & corporibus, sed non singulis. Lineæ enim ordinatae atq; utrinque terminatae centrum est id punctum, quod eam bisecat: in superficiebus vero, solus circulus, inter corpora sphæra est, cui centrum magnitudinis proprie competit. Impropiæ tamen locum habet in polygonis & polyedris regularibus, in quibus ipsa latera & hedra, æque, ab hoc centro, absunt, prout tota considerantur, non autem secundum partes: Aque haec ratione Centrum magnitudinis etiam extra illam quantitatem, cuius centrum dicitur, reperti potest, ut in lineis, cuius in seipsis recurrentibus accedit, qualis est circularis & elliptica, in Zonis, coronisve superficierum, ac corporibus annularibus. Rectius fortassis summi ac proponi posset, hæc centri magnitudinis descriptio, si diceretur id esse punctum, quod in lineis quidem eas bisecat, in superficiebus vero, id per quod ducta recta linea quovis modo, superficiem in duas æquales partes dividit; in corporibus autem punctum id per quod planum quomodo cumq; transiens, eodem modo, ut de superficie dictum, corpus æquale bipartitur, ita ut partes illæ secundum sumptus, & æquales sint, & in homogeneis etiam æquaepondent.

5. CENTRVM denique GRAVITATIS, cuius gratia hæc præmisimus, atq; de quo solo tractare hoc Opusculo constitutum ab Aristotele h̄iprimis hoc modode scribitur: *Centrum gravitatis cuiususcunq; gravis, est ejusdem gravis medium.* Utq; secundū gravitatem, & nulla alia ratione considerati. A Pappo Alexandri ne autem lib. 8. collecti Mathematicarū sic definitur: *Dicimis autem centrum gravitatis unius corporis esse punctum quodam intra possum, à quo si gravis dependens mensuræ accipiatur, dñe fertur, quiescit eti servat eam, quā in principio habebat positionē, neq; in ipsa latione circumuenitur.* A Federico vero Comandino in libro de centro

gravis,

gravitatis solidorum sic describitur. *Centrum gravitatis uniuscujusque solidæ figuræ, est punctum illud intra positum, circa quod undiq; partes aequalium momentorum consistunt.* Si enī per tale Centrum ducatur planum, figuram quomodo cūq; secans, semper in partes aequaponderantes ipsam dividet.

6. Quamvis autem ternæ hæc definitiones solis corporibus appropriatae sint; quippe quibus solis ac vnicis, physicè loquendo, gravitas competit, illisq; re ipsa centrum gravitatis inest, aut extra positum ad illa refertur; eadem tamen libertate, ac privilegio, quo Mathematici superficies & lineas ab ipsis corporibus, à quibus divelli nequaquam possunt, segregant, trinaq; dimensione illas exuunt, atque secundum binas, & vnicam tantum considerant, easdem gravitate induere nobis erit licitum; quodque de superficiebus ab alijs, magno rerum Mathematicarum commodo, atque disciplinæ perfectione, utilitate, excellentiaque factum legimus, etiam lineis accommodare, deq; earum gravitatis centro, ad artis scientiæque amplificationem, augmentum, supplementumq; majorum vestigijs insistentibus, ratiocinari. Neque novis propterea aut definitionibus, aut descriptionibus Centri opus habemus; præcedentes enim universales sunt, si voci corporis seu figurae solide substituatur vox quantitatis finita, & quod dicitur de *plano secante*, linea etiam secanti, ac puncto dividenti accommodetur; attamen quia illud *intra positum* aliquo modo violenter, vel aptari, vel explicari debet, in ijs quantitatibus, in quibus Centrum extra positum reperiatur; vt sit à Giudo Vbaldo in Præfatione ad libros Archimedis de aequa ponderantibus, rectius omittuntur duo illa vocabula, & ad imitationem nostræ omnium Centrorum vniuersalis definitionis initio positæ, definitio accommodetur ita, vt Commandini descriptio sic habeat.

7. *Centrum gravitatis uniuscujusq; quantitatis finita, est punctum illud, vel in illa ipsa quantitate, ejusve termino, vel extra positum, circa quod undiq; partes aequalium momentorum consistunt.* Nam vel Centrum ipsum, vel linea recta, planumve per centrum quomodo cūq; ductum, semper in partes aequaponderantes propositam quantitatem secabit.

Notandum vero partes illas binas quantitatis ab isto punto, linea, aut plano secante factas, aequaponderantes esse respectu Centri gravitatis totius; hoc enim est esse aequalium momentorum; non autem si separatim positæ, quasi in bilance, seorsim ambae ponderarentur. Quamvis enim hoc in pluribus homogeneis verum sit, ut in linea recta, in pluribus figuris planis, in sphæra, &c. Universaliter tamen falso est, & maxime in irregularibus, in quibus sæpe partes parvæ, & ponderositatis seu gravitatis exiguae, seorsim consideratae, quæ à Centro longius absunt, aequaponderant partibus multo gravioribus, proprie Centrum sitis.

Lucas Valerius in suis de Centro gravitatis solidorum *libris*, Centrum gravitatis sic definit. *Cujuslibet figurae gravis centrum gravitatis est punctum illud, à quo suspensum, grave perse manet, partibus quomodo cūq; circa constitutis.* Quæ definitio vniuersalior erit, si vox figurae omittatur; quemadmodum etiam sequens Stevinij definitio, si voci *corpus* substituatur *grave*. Sic enim habet:

Gravitatis centrum est ex quo, vel sola cogitatione, suspensum corpus, quemcumque situm dederis, illum retinet.

8. Quamvis autem sat esse possit, quod centrum gravitatis omnes tres quantitatæ species sui juris fecerit; quia tamē quilibet Species suos diversos, quibus

clauditur habet terminos, qui, ut sunt termini, per se, cum diverso respectu, & ut graves, sumi queunt, ac proinde proprium etiam sibi gravitatis centrum, vendicare. Triplex rursum nobis nascitur Centri gravitatis species, Terminalium videlicet & ipsarum linearum, & superficierum, & corporum: hoc est, Punctorum, Linearum, ac Superficicrum, vel in se recurrentium, vel mutuo sibi undiq; nexarum. Enim vero centrum gravitatis figuræ planæ, exempli gratia, trianguli, aliquando idem est cum Centro sui perimetri seu ambitus, aliquando diversum: & sic de reliquis. Quare jure merito vtriusq; & figuræ, & perimetri diversa habenda est ratio, Centrumque gravitatis in sex species transfundendum.

9. Ceterū cum Archimedes acutissime de Centro gravitatis, in aureis illis de Aequa ponderantib⁹ libellis scripsit, in eosque Guid-Vbaldus ex Marchiomibus Montis, pari felicitate ac doctrina commentatus sit, non est quod multa hic pertinentia inde describamus, cum lector ea inde petere possit. Nobis enim propositum hoc loco est, ea tantum fusori prosequi Stylo, quæ ad gravitatem spectant linearum, de quibus haec tenus nemo. Ne tamen nobis sive necessaria, sive utilia ad finem nostrum consequendum desint, atqua, & in primis priores propositiones hic transferamus, ab ipsis incipientes Archimedis Principijs ac Postulatis.

Pro quibus Lectorem admonitum volo primo, ubi nominantur simpliciter gravia, plerumq; eorum nomine intelligere nos posse, omnem quæ gravitatem suscipit quantitatem, sive gravitas re ipsa ei insit, ut in corporibus, sive per intellectum tantum, ut superius de lineis, ac superficiebus diximus; ita tamen ut inter se comparari possint, proprie loquendo, gravia tantum ejusdem speciei, non autem etiam diversæ lineæ videlicet cum superficiebus, & hæc cum solidis, qua de re fusius infra ad Postulata Archimedæa.

Secundo cum quantitas re ipsa, ut est materiata in corporibus, constet ex partibus vel homogenijs vel heterogenijs, vel ita constare intelligi possit, ut in superficiebus, & lineis; in quibusdam nobis liberum erit intelligere vel has vel illas, in alijs vero omnino ad homogeneas adstringemur. Libertas hæc dabitur fere semper, quando plura inter se comparantur gravia, figure ac extencionis plerumque indeterminatae, in quibus gravitatis centrum notum ac inventum supponitur, atq; ex eo suspenduntur; vt fit in Postulatis primo, secundo, tertio, quarto & octavo. Adimitur autem, atq; ad partes tantum homogeneas compellit, quando de una tantum sermo est; vel de pluribus, ijsq; in specie, seu figura, ac magnitudine determinatis, cuius, vel quarum Centrum gravitatis inquitur, aliave proprietas consideratur, vt patebit Postulatum quintum & sextum concomplanti. Quomodo enim certa & univeralis daretur regula, quando figura, exempli gratia, superficialis quadrata, cui centrum gravitatis assignandum sit, non uniformiter supponeretur, quo ad gravitatem, extendi; sed partes quædam æquales, quoad extencionem, & magnitudinem, eaq; incertæ, aliæ alijs graviores essent? His ergo præmissis rem ipsam aggredimur.

CA

CAPUT II.

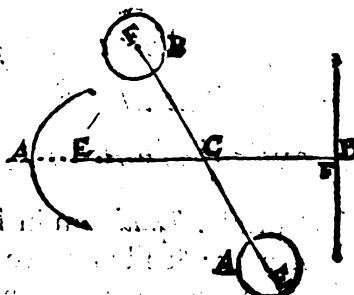
DE PRINCIPIIS VNIVERSALIBUS ad Tractatum de Centro Gravitatis spectantibus.

DO SITIS eorum de quibus tractare constituerunt Geometrae, certis definitionibus, mox subjungere illis solent, si opus fuerit, Principia alias, quae ipsis Postulata sive Petitiones vocantur, & tales quidem, quae ab omnibus, modo lumine utantur natura, concedi ultiro consueverunt; deinde etiam Axiomata, seu Communnes animj notiones, immo & Suppositiones: quibus Principijs cum nos vel ad propositum nostrum aliquo modo indigeamus, vel ipse, ut in medium proferantur, requirat doctrina ordo: Sufficiant autem ea que ab alijs tradita jam sunt, ne actum agere videamur, saltem quoad ipsa, prout nude proponuntur, Principia, nova alia, aut alio modo, proponere noluimus. Placet ergo imprimis Postulata Archimedis ex libro primo aequiponderantium, prout à Guid-Vbaldo recensentur, ceteris, ut conuenit, premittere, deinde ipsis met Guid-Vbaldi tria Axiomata, cum unica ejusdem Suppositione adycere; deniq; ipsas Archimedeaes Propositiones hic spectantes subjungere. Histe autem, & maxime ijs qua proprie ad nostrum institutum faciunt, proprias adjungemus Notas.

POSTVLATVM. I.

Gravia aequalia ex aequalibus distantijs aequiponderare.

SINT gravia duo aequalia *A* & *B*, ex eorum Centris gravitatis *E* & *F*, in linea recta *EF*, ita suspensa ut distantiae, *EC*, *CF* sint inter se aequales. Postulatur vt intelligatur ea hoc modo, & quovis situ, aequi ponderare; id nichil quod ex natura centri gravitatis, vt ex ejus constat definitionibus, cuius tanquam utriusque gravis communis, punctum *G* vicem gerit necesse est evenire. Ut pluribus hoc loco ostendit Guid-Vbaldus.



2. Quando vero dicitur *Gravia aequalia*, si aequalitas intelligitur de gravitate, prout ipsa absolute per se sola sumi posse videatur, sine ullo ordine ad extensionem, rursum sequeretur lineam aliquam posse esse aequa gravem alicui superficie, & hæ utraq; sive scorsim, sive simul sumptæ, alicui corpori. Sequeretur etiam idem corpus sc. ipso & levius, & gravius esse posse, nulla accedente per qualitates quantitatis mutatione. Esto enim cubus aliquis secundum eorum sententiam, qui indivisibilia actu existere (etiam in corpore) negant, sed corpus terminari negativè, nimurum per non ultra extensionem afferunt, talis cubus suo certe constabit pondere; accedent jam sex

sex quadratæ superficies, cum 24. lineis, à Physico alio, qui & lineas & superficies nobis ultro concesserit, acceptæ; quæ cum & ipsæ nobis ponderosæ sint, priorique addantur corpori: pondus ergo additum ponderi, plus gravitat. Quare cubus iste per hanc accessionem neque major neq; minor effectus, plus ponderabit quam ante, idest, se ipso.

3. *Quia tamen, vt post dicemus, hoc nullo modo fieri potest, vt nimirum, gravitas in proposito nostro ab extenso, cui quomodo cunque inesse dicatur, separetur; id circa etiæ qualitas hic sumatur penes gravitatem, id tamen sit in ordine ad quantitatem extensem, cui gravitas inesse dicitur; ac proinde quamvis Postularum omni conveniat quantitatis speciei, ad eandem tamen eamque certam restringendum est; non autem ad ejusdem, sub ea quantitate, magnitudines, seu formas magnitudinum. Dico, si res agitur de gravitate linearum, restringitur Postulatum quidem ad gravitatem tantum, quam lineis inesse supponimus, non tamen ad eandem speciem linearum, ad rectas scilicet tantum, vel mixtas; sed duæ lineæ vocari poterunt æque graves, seu cum Archimede aqua- lia gravia, etiam si altera sit curva, & altera recta.*

I I.

Æqualia vero gravia ex inequalibus distantijs non æque-ponderare, sed præponderare ad grave ex majori distantia.

Hoc ex præcedenti adeo clarum est, ut verbis non indigeat. Omni etiam quemadmodum Postularum præcedens, speciei quantitatis convenit, si magnitudines ejusdem speciei tantum, inter se conferantur.

I I I.

Gravibus ex aliquibus distantijs æque ponderantibus, si alteri gravium aliquid adiiciatur, non æque ponderare; sed ad gra- ve, cui adjectum fuit, deorsum ferri.

Ad istud aliquid tam in hoc quam in sequenti Postulato subintellige: quod *grave sit*: & illud grave sit sub eadem quantitatis specie (nam etiam hoc postulatum ad omnem quantitatis speciem se extendit) aliter adiectio ista fieri non posset. Nam etiamsi milliones linearum alicui superficie, aut corpori adiiciam, nulla tamen sit inde vera compositio vel augmentum, quantitatis illius cui adiicitur: neque corpus hoc, cui lineæ aut superficies adiiciuntur, inde fieri majus aut magis extenditur, & consequenter neq; gravius evadit. Linea tamen lineæ adiecta, majorem in longitudine facere potest extensionem, quomodo cunque tandem extendatur sive in rectum, sive in transversum, sive in curvum, sive mixtum, &c. Et superficies addita superficie, auget eam cui adiicitur, modo ita adiiciatur, vt & extensio augeatur, tunc enim augetur etiam ipsius gravitas. Ac proinde etiam in hisce illibata servanda est *lex homoge- neorum*. Admittitur tamen aliqua saltem diversarum sp̄ecierum compositio, vt infra dicemus, ad quartam hujus capituli Propositionem.

2. Ad-

2. Admittitur aliqua etiam ejusdem speciei auctio gravitatis, sine augmen-
to extensionis, quando nimirum aliquæ, vel superficies, immo etiam aliqua
corpora, simul, ut mox dicemus, posita, secundum multitudinem seu nume-
rum accipiuntur. In hoc casu enim multiplicatur quidem gravitas, non autem
extensio inde augetur. Vocari autem potest hæc quantitatis simul positio;
Penetratio, Superimpositio, Coaptatio, Adaptatio, Congruentia, Conven-
tientia, Simultanea multiplicatio &c. Atque de hac habemus Principium in Ele-
mentis, quod inter Axiomata initio Elementorum Euclidis octavo loco ponitur,
quod sic habet. *Quæ sibi mutuo congruunt, ea inter se sunt aequalia.* Apud nos
quidem non necessario requiritur ista aequalitas eorum, quæ dicuntur se pene-
trare, sibi superimponi &c. Sed potest minor quantitas esse simul cum majo-
re, fluenter excellere extensionis penes majorē. Requiritur autem necessa-
rio ut ista congruentia sit inter ea, quæ sunt ejusdem speciei, & quantitatis &
magnitudinum, hoc est, linea recta cum linea recta, superficie plana cum pla-
na alia. In corporib[us] tamen, ubi aequalitas non requiritur, non est habenda ra-
tio speciei magnitudinis, sed cubus penetrare potest sphæram, & contra.

3. Quamvis autem quando duæ aut plures rectæ lineæ aequalis, aut planæ su-
perficies & aequalis & similes, quoad figuram, altera alteri superponatur suo mo-
do etiam fiat penetratio, ita ut utræque vel plures coalecant quāli in unam
possunt tamen tales quantitates revera sumi ut plures, quæ sint immediate si-
mul. De hisq[ue] quidem res manifesta est: Nam si basis seu quadrata superficies
unius quāli superponatur basi alterius quib[us] aequalis, ita ut sibi mutuo congrue-
ant, clarum est nullam factam esse neque quoad lineas, neque quoad superfici-
es ulteriorem extensionē, & tamen re ipsa sunt, dici, ac surbi possunt, ut duæ su-
perficies, & octo lineæ; ac proinde is q[uod]i gravitatena lineis ac superficiebus con-
cedere etiam debet, ut gravitas unius basis, quæ quatuor lineis conti-
netur, duplicetur. Exemplum hujus penetrationis & multiplicationis quo ad
gravitatem, sine ulteriori extensione, in lineis, in ordine ad inquisitionem centri
gravitatis earum, in rectis quidem & aequalibus, habemus infra capite 4. pro-
positione 8. seu ultima; in circularibus autem & inequalibus lineis, in Scholio
propositionis 4. capituli 5. Alia pro superficiebus aut corporibus idcirco ob-
missimus, quod utrum hujus modum plene perspectum habeamus, eamque obi-
ter hoc loco indicasse satis esse judicaverimus.

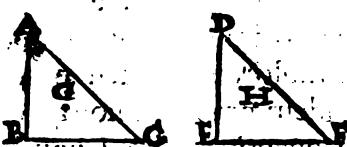
I V.

*Similiter autem, si ad altero gravium auferatur aliiquid,
non aequponderare; verum ad grave, à quo nil ablatum est,
deorsum tendere.*

HAC ex præcedenti clara sint.

V.

*Aequalibus, similibusq[ue] figuris planis inter se coaptatis;
centra quoq[ue] gravitatum inter se coaptari oportet.* Sint



Sint duæ planæ superficies, exempli gratia, triangulae ABC, DEF , quarum centra gravitatis sint puncta G & H , intelligantur [juxta axioma 3. libri 1. Euclidis] altera alteri superponi; sequitur eas in unam coalescere superficiem

planam, atque adeo idem punctum utriusque fore centrum gravitatis; G videlicet & H in unum etiam coalescere possunt. Idem etiam verum est, non solum in superficiebus planis, sed in quibusvis alijs æqualibus & similibus, puncta curvis vel diversimode angulatis: Ita ut similitudo non tantum adstringatur ad superficiem terminos, sed etiam ad ejusdem extensionem, ita ut postulato addatur similiter extensis, ea enim eodem modo sibi coaptare in unum coalescunt, ut de duabus æqualibus superficiebus hemisphæricis quilibet sibi poterit imaginari.

Verum etiam est universaliter in quibusvis lineis æqualibus, & similibus in eodem plano sitis, illæ enim eodem modo juxta dictum axioma sibi mutuo superimponi possunt, atque in unum quasi coalescere, & quia hoc fieri in corporibus etiam potest, idcirco hoc Postulatum ad omnem etiam quantitatis speciem se extendit, modo omissis vocabulis figuris planis, substituatur magnitudinibus, & Postulatum sic proponatur.

Æqualibus, similibusque similiterq; extensis magnitudinibus inter se coaptatis, centra quoque gravitatis eorundem inter se coaptari oportet.

V. I.

Inequalium autem; sed similiūm centra gravitatum esse similiter posita.

Postulatum hoc triaz convenientis speciei quantitatis continuæ, lineis scilicet, superficiebus, & solidis. Positionis vero punctorum similitudinem Archimedes sic definit.

V. I. I.

Dicimus quidem puncta in similibus figuris esse similiter posita, à quibus ad aequales angulos ductæ rectæ linea, cum homologis lateribus aequales efficiunt.

Similitudinem rectilinearum figurarum Euclid. [lib. 6. def. 1.] sic determinat, quæ & angulos singulos singulis aequales habeant, & latera quæ circum aequales angulos proportionalia. De solidis vero [def. 9. lib. II.] sic habet: Similes solidæ figuræ sunt, quæ similibus planis continentur, multitudine æqualibus. Constat autem etiam Archimedem de hisce tantum figuris loqui, de quibus Euclides, cum & ipse laterum atque angulorum mentionem faciat: Et licet Postulatum intelligi commodè possit tam de planis, quam de solidis, imo extendi etiam ad lineas

lineas; & quod plus est, similitudinis definitio ampliari ita ut non angulatis tantum dicatur figuris convenire; sed quibusvis similiter extensis; non enim ovum, ut ajunt, ouo similius, quam circulus circulo, sphæraque sphæra: verum quia parum ad nostrum videtur facere insitum, plura non addimus.

V I I I.

*Si magnitudines ex aliquibus distantijs æqueponderant,
Et ipsis æquales ex ijsdem distantijs æqueponderabunt.*

FACILIUS ab incipiente hoc Postulatum admittetur, si de æqualibus tantum distantijs proponatur: Sublati enim prioribus magnitudinibus, & alijs ijsdem æqualibus substitutis, per conversum primum postulatum, quæ est Archimedis prima propositio, & ipsæ æquales erunt, & per ipsum Postulatum æqueponderabunt. Sed Universaliter ab Archimedœ proponitur de quibusvis distantijs, siue æqualibus, sive inæqualibus. Vocabula autem *ipsæ æquales* oportet referre non ad magnitudines, sed ad gravitates; nam Postulatum ad omnem etiam se extendit speciem quantitatis, & sub eadem, omnibus obnino convenit magnitudinibus, quomodounque inter se sumptis.

2. Quare nullo modo audiendi sunt illi, qui putant huic Postulato subesse *Tautologiam*, cum enim æqualitas æqueponderantium sumatur, ut diximus, pesnes pondus seu gravitatem, magnitudines interim æqueponderantes possunt esse diversæ, & curva linea æqueponderare rectæ, triangulum quadratæ, sphæra cubo, &c. et sic altera alteri substitui. Constat ergo non esse hic viatione inditatis: vt interim nihil dicam de diversâ materia, sphæra scilicet lignea, & cubo metallino, quæ corpora æquepondentur, & homogeneis ex alia materia substitui queunt. Usus certe hujus Postulati, qui apparebit infra ad septimam hujus capituli propositionem, omnem tolleret dubitationem ac difficultatem.

3. Erit autem usus hujus postulati ad huc amplior, si id sic proponatur.

Si magnitudines ex aliquibus distantijs æqueponderant, & ipsis æquales in proportione, ex ijsdem distantijs æqueponderabunt.

Et sic hoc principium universalissime propositum est, cui facile etiam assensum præbebit is qui Archimedis Postulatum admittit, & quid sit proportio intelligit; æqualitatem enim quam Archimedes astringit ad gravia, nos extendimus ad proportionem gravium; ita vt si duo gravia, alterum, exempli causa, octo librarum, alterum vero quatuor, ex aliquibus distantijs æqueponderant, ex vi hujus principij seu postulati; ex ijsdem distantijs æqueponderante dicantur alia duo gravia, etiamsi non sint prioribus æqualia in pondere seu gravitate, eandem tamen inter se, quam priora, pondera habent proportionem, qualia in nostro exemplo sunt duo gravia, quorum unius gravitas sit duarum librarum, alterum unius. Nam si gravi majori ex prioribus, quod est quatuor librarum, tantum addatur in gravitate, quantum ipsum est, id est, alias quatuor libras, erit inter ipsa gravia æqualitas, utrobiq; scilicet pondus octo librarum; & sic ex primo postulato ex æequalibus distantijs æqueponde-

ponderabunt. Idem plane accidit posterioribus gravibus, si enim minor, quod est unius librae, addatur tantum quantum ipsum est, efficiuntur etiam duæ librae, &c.

I X.

Omnis figura, cuius perimeter sit ad eandem partem concavus, Centrum gravitatis intra figuram esse oportet.

Quomodo hoc Postulatum intelligendum, & quæ figuræ ad eandem partem dicantur concavæ, vide Guid-Vbaldu[m] hoc loco; ex quo sequentia, axiomata, seu, ut ipse vocat, *Communes Notiones*, ex tractatu de libra, mutuata, hisce Archimedæis principijs adjungere placuit.

X.

Si ab aequa[re]ponderantibus aequa[re]ponderantia auferuntur, reliqua aequa[re]ponderabunt.

X I.

Si aequa[re]ponderantibus aequa[re]ponderantia adiiciantur, tota simul aequa[re]ponderabunt.

X II.

Quæ eidem aequa[re]ponderant, inter se aequa sunt gravia.

Sed & hæc tria axiomata omni competit speciei quantitatis continuæ, omnibusq; sub eadem specie magnitudinibus, quomodo cunque inter se sumantur.

X III.

Unius magnitudinis finite, unum tantum est centrum gravitatis.

Quod ipsum à Guid-Vbaldo supponitur. His autem ita premissis institutum prosequamur ordinem.

Sequuntur ergo Propositiones, ex eodem libro primo Archimedæ de aequa[re]ponderantibus, ejusque Commentatore Guid-Vbaldo desumptæ.

P R O P O S I T I O I.

Gravia qua ex aequalibus distantijs aequa[re]ponderant, aequalia sunt.

Pro-

Proposito hæc convertit unam Postulati primi partem; ibi enim ex gravibus, & distantijs æqualibus deductum est æquilibrium, hic ex æquilibrio, & æqualibus distantijs arguitur æqualitas gravium.

Altera pars sic convertitur: *Gravia aequalia quæ aqueponderant, ex æqualibus etiam distantijs sunt appensa.* quod clarum est: si enim distantias essent inæquales, pugnaret id cum secundo Postulato.

Cæterum hæc propositio universalis est, & ad omnes quantitatris species sese extendit, juxta supra dicta. Aequalitas autem gravium consistit in gravitate, licet interdum etiam magnitudini conveniat. Quæ duo etiam de duabus proxime sequentibus propositionibus dicta volo.

PROPOSITION I.

Inæqualia gravia ex æqualibus distantijs, non aqueponderabunt, sed preponderabit ad majus.

PROPOSITION II.

Inæqualia gravia ex distantijs inæqualibus aqueponderabunt, majus quidem ex minori.

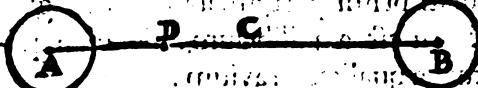
QUAMVIS hic in genere afferatur, gravia inæqualia non posse, nisi ex inæqualibus distantijs, aqueponderare, quod verissimum quidem est: non licet tamen hinc in specie argumentari, ad quasvis inæquales distantias, quæ infinitæ sunt; cum propositio de vnica tantum inæqualitatis proportione, verificari possit; quæ autem illa sit, propositionibus sexta & septima demonstratur.

PROPOSITION IV.

Si due magnitudines æquales non idem Centrum gravitatis habuerint, magnitudinis ex utrisque magnitudinibus composite, centrum gravitatis erit medium rectæ linea, gravitatis Centra magnitudinum conjungentis.

Propositionis hujus, cum univer-
salis sit, omniq; conveniens quantitatis speciei, atque ad propositum nostrum proprius accedat, demon-
strationem Archimedis ex Guid-Valdo huc transferemus, quæ sic se habet:

Sit quidem punctum *A* Centrum gravitatis magnitudinis *A*; & punctum *B*, Centrum gravitatis magnitudinis *B*, puncta jungens *AB* bisariam di-
vidatur in *C*. Dico magnitudinis ex utrisque magnitudinibus composite, Cen-
trum gravitatis esse punctum *C*. Si enim non; sic utrarumque magnitudinum *A* & *B*, Centrum gravitatis punctum *D*, si fieri potest. Quod autem sit in-



linea AB præostensum est. Quoniam igitur punctum D Centrum est gravitatis magnitudinis ex A & B compositæ, suspenso puncto D , æqueponderabunt. Magnitudines igitur A , B æquales, æqueponderant ex distantijs AD , DB inæqualibus existentibus, quod fieri non potest. Aequalia enim gravia ex distantijs inæqualibus non æqueponderant. Non est igitur D , ipsarum magnitudinum Centrum gravitatis. Quod cum de quovis alio puncto, præter C , fieri possit, manifestum est punctum C centrum esse gravitatis magnitudinis ex A , B compositæ. Quod erat demonstrandum.

S C H O L I V M .

Non autem præterreundum est Archimedem hic quantitates diversæ speciei saltem aliquomodo componere. Enimvero cum magnitudines A & B tam solidæ, quam superficies esse possint, eas tamen per rectam AB conjunctas, ut unam sumit, atque ad eos per lineam AB componit; Cuius compositæ magnitudinis pars est ipsa linea AB , atq; hujus Totius centrum gravitatis invenire ipse docet.

Et quia magnitudo sic composita, ab Archimedè confederatur ut gravis est (de illius enim disputat Centro gravitatis) manifestum est nos nihil contra Archimedem macinari, qui lineis gravitatem attribuimus.

Quod vero Archimedes dicit se præostendisse, Centrum gravitatis necessario in linea AB , Centra gravitatis utriusque magnitudinis conjugente, existere; qualiter verum sit, vide hoc loco in expositione Guidi-Vbaldi, quam ex præmissis ab Archimedè id necessario deducit. Nos vero hoc ipsum ponimus hujus propositionis.

C O R O L L A R I V M . I .

DUARUM quarumvis magnitudinum ejusdem speciei quantitatis, Centrum gravitatis commune, existit in linea recta, centra gravitatis utriusq; magnitudinis seorsim sumptæ conne&ente.

C O R O L L A R I V M . I I .

Patet etiam solidis & superficiebus, solidis item & lineis, superficiebus etiam, & lineis simul, commune dari non posse Centrum gravitatis. Esto enim magnitudines diversæ speciei quodammodo per lineam rectam componi possint, & vt una sumi magnitudo, vt paulo ante diximus, non possunt tamen ullo modo dici æquales, ac proinde compositæ magnitudinis cum Archimedè assignare non poterimus Centrum commune gravitatis.

C O R O L L A R I V M . I I I .

Sequitur etiam non solum lineas sumi posse ut graves, suaque habere gravitatis Centra, sed etiam cujusvis lineæ rectæ finitæ Centrum gravitatis, in medio ipsius consistere. Ablatis enim à linea AB , gravibus A & B æqueponderantibus, quæ relinquuntur æqueponderabunt. At relinquuntur lineæ AC , CB æquales, hoc est, tota recta AB . Ergo ex puncto C suspensa æqueponderabit, atque in quovis situ manebit; quæ est definitio Centri gravitatis.

P R O -

PROPOSITIO V.

Si trium magnitudinum Centra gravitatis in recta linea fuerint posita, & magnitudines aqualem habuerint gravitatem, ac rectae linea inter Centra fuerint aequales, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus composita Centrum gravitatis erit punctum, quod & ipsarum media Centrum gravitatis existit.

Sed & hec propositio universalis est, & quia per se clara, demonstrationem ejus lubens omitto. Corollaria tamen ipsius, ab ipso Archimede, ut reor, posita, minime omitenda judico.

COROLLARIUM I.

Ex hoc autem manifestum est, si quotcumq; magnitudinum & numero imparium, Centra gravitatis in recta linea constituta fuerint, & magnitudines aqualem habuerint gravitatem, rectaeque linea inter ipsarum Centra fuerint aequales; magnitudinis ex omnibus magnitudinibus composita, Centrum gravitatis esse Punctum, quod & ipsarum media Centrum gravitatis existit.

COROLLARIUM II.

Si vero magnitudines fuerint numero pares, & ipsarum Centra gravitatis in recta linea extiterint, atque magnitudines aqualem habuerint gravitatem, rectaeque linea inter Centra fuerint aequales: magnitudinis ex omnibus magnitudinibus composita, Centrum gravitatis erit medium recta linea, que magnitudinem Centra gravitatis conjungit.

PROPOSITIO VI.

Magnitudines commensurabiles, ex distantijs eandem permutatim proportionem habentibus, ut gravitates, & que ponderantur.

Proprietas hæc quæ in ista, ac sequenti propositione demonstratur, ut est universalis, ita & vere aurea, atque summa in rebus mechanicis tam utilitatis, quam momenti est, sureque merito à Guido Ubaldo præcipuum, ac præstantissimum vocatur Mechanicum fundamentum. Nam & ipse Archimedes propositionem hanc tanti fecit, vt hoc libro eam prius de magnitudinibus commensurabilibus, in sequenti vero de incommensurabilibus demonstraverit, vt jure cum Guido Vbaldo vna eademq; propositio duabus constans partibus, hæc & sequens, dicenda sit. Deinde alio medio usus, libro secundo propositione prima, hanc eandem proprietatem singulariter in ijs sectionibus

conicis, quas parabolas vocant, demonstrat. Altera autem propositionis pars, vel ipsa septima in ordine, sic habet.

P R O P O S I T I O V I I .

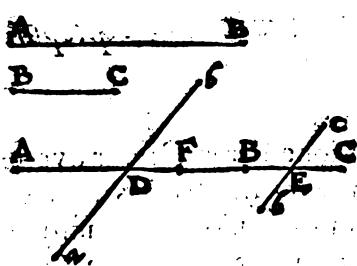
Si autem magnitudines fuerint incommensurabiles, similiter aequa ponderabunt ex distantib; permutatim eandem, atque magnitudines, proportionem habentibus.

1. *V* Alde ad propositum nostrum faciunt ea quæ hisce propositionibus subjungit Guido Vbaldis hisce verbis: *In hoc fundamento demonstrando minimo diminutus exitit Archimedes. Nam si ad propositiones ab ipso allatas, præcipueq; ad vim demonstrationum respiciamus, sive magnitudines intelligantur ejusdem speciei, sive diversæ; sive homogeneæ, sive heterogeneæ; sive planæ, sive solidæ; & haec quidem sive rectilineæ, sive quomodocong; mixtae & nihilominus demonstrationes idem prorsus concludent: ita ut Archimedes non de aliquibus magnitudinibus tantum demonstrationes attulerit; sed de omnibus prorsus demonstraverit. In his enim non ad magnitudines tantum, verum ad magnitudinum gravitates potissimum respergit. Hæc ille solum non nominavit lineas, cætera omnia ex voto nostro.*

2. *Quanquam autem res ita se habeant circa harum, quas hic retulimus, binarum propositionum demonstrationes, nos tamen ex sola illa nostra cogitatione, qua lineis gravitatem attribuimus, & ijs quæ præmisimus, utriusque propositionis demonstrationem univeralem, pro quibusvis magnitudinibus, sive illæ commensurabiles sint, sive non, adiuuenimus: facilem quidem eam, brevem, atque cuius quasi obviam, Archimedeæ tamen longiori non absindemus.*

U T R I V S Q U E P R O X I M E P R A E C E-

dentis propositionis, unica Demonstratio.



Sint quæ rectæ lineæ inæquales sive commensurabiles, sive incommensurabiles AB , BC . Dico primo, eas ex distantib; eandem permutatim, atque ipsæ lineæ, proportionem habentibus, aequa ponderare. Connectantur lineæ ita, ut sibi in directum jaceant, atq; unam quasi constituant rectam ABC . Erit autem majoris AB Centrum gravitatis in D , medio videlicet ipsius puncto. [ex Corollario 3 Propos. 4.] Eadem ratione punctum E , in medio rectæ BC consitens, ipsius erit Centrum gravitatis, nec non medium Punctum F , totius compositæ AC , ita ut ambae lineæ AB , BC ex hoc Puncto F suspensaæ aequa ponderent: hoc est enim esse commune utriusque Centrum gravitatis: Ostendendum ergo distantias FD , FE , ex quibus lineæ ex Centris proprijs suspendoruntur.

duncor, esse inter se in ea proportione, qua CB ad BA . Aequales enim sunt DE, FC , quia utraque est medietas totius AC ; FC quidem ex hypothesi seu structura, DE vero quia componitur ex medietatibus DB, BE utriusque partis AB, BC , totius AC . Quare ablata communis FE , manet DF aequalis ipsi EC , hoc est, ipsi BE ; & addita communis FB , fiunt aequales DB, FE . Ergo ut DB ad BE , hoc est, ut AB ad BC ; ita EF ad FD . Quod erat demonstrandum.

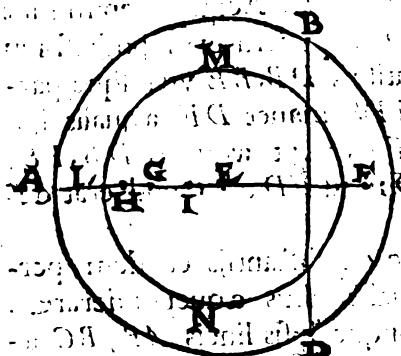
DICO Secundo, gravia quaecunque ex distantijs eandem permutatis, atque ipsa gravia, proportionem habentibus aequaeponderare. Ex Postulato namque octavo presumto, quaecunque ipsis lineis AB, BC aequaliter gravia, ex iisdem distantijs aequaeponderant: Atqui quibuscumque gravibus, in quacunque proportione, quoad gravitatem datus, dari possunt lineae eandem habentes proportionem, de quibus idem quod de lineis AB, BC ostensum est, demonstrari potest. Ergo dictis illis lineis amotis, & datis gravibus alijs substitutis, illa ex iisdem distantijs aequaeponderabat. Quod erat demonstrandum.

Quod ut rectius & clarius percipiatur, notandum est lineas AB, BC ex Punctis seu Centris D, E suspensis, ex F aequaeponderare, sive hunc situm habent sive alium, ex definitione Centri gravitatis, quod dictae lineae commune habent, ut diximus in Puncto F . Fingatur quippe DE esse aliam rectam, & AB, BC , circa Centra sua D, E esse circumductas, ut habeant sicum cum, quem ab & bc habent, adhuc aequaeponderabunt. Ergo sublatis omnino lineis ab, bc , & alijs gravibus, cuiuscumque speciei quantitatis, modo sint ejusdem, substitutis, in gravitate cum ipsis lineis amotis aequali proportionem habentibus, quorumque Centra gravitatis sint eadem puncta D, E , adhuc aequaeponderabunt, [ut patet ex eodem octavo Postulato, à nobis universalius proposito.] Constat ergo id quod proposuimus.

PROPOSITIO VIII.

Si ab aliqua magnitudine magnitudo auferatur, qua non habeat idem Centrum cum tota, reliqua magnitudinis Centrum gravitatis est in recta linea, qua conjungit Centra gravitatum totius magnitudinis, & ablata, ad eam partem producita, ubi est Centrum totius magnitudinis, ita ut assumpta aliqua ex producta, qua conjungit Centra predicta, eandem habeat proportionem ad eam, qua est inter Centra, quam habet gravitas magnitudinis ablata, ad gravitatem residue, Centrum erit terminus assumpta.

Sic



Sit alicujus magnitudinis, peripheria^æ nimurum circuli $ABCD$, Centrum gravitatis E , ex qua auseatur segmentum circularis peripheriae BCD , cuius Centrum gravitatis sic F ; in conjuncta ergo FE , ex parte E producta assumatur EG ; quia ad EF , eandem habeat proportionem, quam habet magnitudo BCD , ad BAD : ostendendum est peripheria^æ reliqua BAD , Centrum gravitatis esse Punctum G . Si enim non est, esto aliud quodpfam Punctum H . Quoniam igitur magnitudinis BCD , Centrum gravitatis est Punctum F , magnitudinis vero BAD , est Punctum H , magnitudinis ex utrisque magnitudinibus DAB , BCD , compositæ, hoc est, totius peripheriae $ABCD$, Centrum gravitatis erit [ex precedentibus] in linea FH , ita divisa, vt partes ipsius permutatim eandem habeant proportionem, vt magnitudines. Quare Punctum E totam FH , non dividet in eam proportionem; vt HE ad EF sit, vt magnitudo BCD ad BAD . Nam vt BCD ad BAD , ita facta est GE ad EF ; si igitur secetur recta FH , secundum proportionem ipsius BCD ad BAD , sectionis punctum non erit E ; cum fieri non possit vt GE ad EF , eandem habeat proportionem, quam HE ad eandem EF . Sectionis igitur punctum erit diversum ab E , vt puta punctum I , ita vt HI ad IF sit, vt BCD ad BAD . unde [ex precedentibus] sequitur punctum I Centrum esse gravitatis, magnitudinis ex BAD , DCB compositæ, hoc est, totius peripheriae $ABCD$, quod est absurdum; eum punctum E sit ipsius Centrum. Non ergo aliud Punctum quam G , ipsius BAD centrum gravitatis esse potest. Quod erat ostendendum.

C O R O L L A R I V M.

Ex hac propositione ejusque demonstratione aliquo modo, nec admodum obscure, deduci potest, Centrum gravitatis peripheriarum circuli, existere ex parte cœa. De tota peripheria res per se constat & clara est. De segmentis vero peripheriae in qualib[us] sic colliguntur: Nam si non est ex parte cœa, erit vel in ipsa linea curua, vel extra ad partem conuexam. Sit primo in ipsa linea, & ponatur segmentum minus BCD , esse magnitudinem ablatam à tota peripheria $ABCD$, punctumque C , in ipsa linea situm, ipsius Centrum gravitatis. In producta deinde CE , assumatur aliqua recta EH , ita vt HE ad EC sit, vt peripheria BCD minor seu ablata, ad peripheriam BAD majorē sive residuam; erit [ex propositione bac] punctum H Centrum gravitatis majoris segmenti BAD , & consequenter recta EH , minor ipsa EC semidiametro, atque adeo Centrum gravitatis hujus majoris segmenti, erit interius ex parte cœa. Idem & à fortiori sequitur, si Centrum gravitatis Peripherie minoris BCD ponatur extra; vt est punctum K , tunc enim punctum H adhuc proprius accedit ad E . Sequitur ergo secundum Adversarium, ex hac propositione necessario, (qui ponit centrum minoris peripheria consistere, vel in ipsa linea curua, vel extra ad partem conuexam) alterius & majoris residu peripherie Centrum, consistere intra ex parte concava: quod plane absurdum est. Ob uniformitatem enim curvitatis linearum circularium, & consequenter situm uniformem æqualium momentorum, si unius Centrum gravitatis ex parte cœa est, erit etiam alterius; aut si hujus in ipsa linea, erit etiam alterius, &c. Sed hæc clariss & fusiūs, atque ex professo tractabimus, infra Capite quinto propositione prima.

S C H O-

SCHOOLYIM.

Recte nonet Guido Baldus Punctum H posse intelligi sumptum etiam extra rectam GF, ad litera: sequitur enim idem absurdum. Recte etiam addit Archimedes magnitudinem ablatam, non debere habere idem cum tota Centrum gravitatis: Nam si ex tota superficie circuli ABCD auferetur Corona ABDEMN, erit tamen adhuc idem punctum E Centrum coronae, & circuli ABCD majoris, & minoris LMN, hoc est, totius ablatae, & reliqua magnitudinis.

Atque hoc ex Archimedea de Syntagma, brevibusque nostris Additionibus seu Notis illustrata, ut ad nostrum propositionum abunde hoc loco sufficient; ita etiam ordinem eorum inteturbare noluimus: ob praeceps quibus fortasse non indigebimus, que que idcirca omittenda fuisse quispiam judicare potuisset. Reliquas vero propositiones duabus primis Archimedis Aequoponderantium libris, duabus tantum undecima scilicet & duodecima exceptis, inveneries infra Capite octavo.

A P U T I I.

DE C E N T R O G R A V I tatis Pundorum, ac Linearum rectarum.

Multum quantitas non sit, sed signum abiquid, certius, atque principium illius, omnis magnitudinis sive extensoris omnino expressum. Nam, nec in ceteris facimus, id quodcummodo ut grave considerare libet, erit ipsum sui ipsius Cenorum; prates quod nihil supererit quod gravitatem indicat. Quare cum de magnitudine extensis nihil nobis remaneat, ad multitudinem sporum punctorum, positionem, quedamque illoram intervalla, quibus disjuncta sunt, conferre nos oportet. Sed fortassis non cerebit speculator haec usus ab utilitate; ad plenitudinem certe ac perfectionem videtur spectare Divina, suaque non deficiere erit jacunditate. Hod Capite ergo trattabimus de Centro gravitatis punctorum prout termini sunt linearum; deinde de Centro gravitatis linearum rectarum, propter ipsa per se, non autem ut termini superficie um sumuntur.

P R O P O S I T I O N

*Plutonium Russorum Centrum gravitatis communis affig-
nare.*

DE unico puncto jam diximus. Plura autem puncta ratione positionis, ac intervalli solum, quo à se certò modo disiunguntur, ag numeri multitudinis, utr praemissus, in considerationem veniunt. Oportet ergo inter valla illorum ad unam eandemque reducere rectam lineam, & ad illam quidem, que duo quævis puncta ex propriebus conjugit, eamque si opus fuerit produc tam, & resiliat, non possit, ut videtur, deinde utrumque separari.

vallum metitur, Problemati satisfit per propositionem proxime sequentem. Junctis namque duobus datis punctis, unicam habemus lineam rectam, cuius centrum est etiam binorum punctorum centrum; neque aliud, servata Analogia, præter dictum affligari poterit. Quod erat faciendum.

2. Si si trium punctorum coniungere contum exhibere voluntus, verbi gratia, punctorunt A, B, C in triangulo constitutorum. Junctis primo C & B punctis, per rectam CB, ita ea abscedatur recta CB, ipsi C aequalis, ita ut punctum D sic loco puncti A. Erit ergo, per dicta, medium punctum E, inter D & B centrum commune binorum punctorum B & D. Intervallum porro sive recta EC, ita dividatur in F, ut sit CF ad FE, sicut multitudo punctorum, quorum Centrum est E, quæ sunt duo, ad punctum C reliquum, quod est unum. Dico F punctum Centrum esse gravitatis analogum, commune trium datorum punctorum.

Enimvero, cum puncta ipsa puma pumaque Centra sint, atque adeo sed; per ullam etiam imaginationem, gravitatem suscipere possint, nil inter est, quod hoc vel illud, aliquo modo summa curaverit. A translatum sit in D, modo justum suum servaverit intervallum, saltem ab assumpto puncto C. Deinde binorum punctorum D & B, aliud, præter Eccentri esse non posse, supra cibosum est. Cum ergo [justa Propos: 6. et 7. Capitu precedentis], si puncta propria bebare aliquam, gravitatem possent, fieri deberet ut gravitas D & B, sicut ad gravitatem C, ita CF ad FE, sicutque F commune gravitatis ceterorum: puncta vero proposita, gravitate omni destituta, præter numerum nihil nobis reliquam, per analogiam fecimus, sicut numerus punctorum D & B, qui est binarius ad numerum sed unitas C, ita CF ad FE. Quare F centrum erit gravitatis communis trium datorum punctorum, saltem analogum. Quod erat faciendum.

3. Si jungatur B & A, atque ex producenda absindatur BD, aequalis ipsi BC, vicemq; ipsius C, punctum D obtineat. accepto præterea puncto E medio inter A & D, & divisa, ut ante, recta BE in F, ita ut BF ad FE sit, ut 2 ad 1, erit F centrum gravitatis quasitum. Quod quidem aliter à B distat quam ante à C; eo quod hic puncta D & F, aliter etiam distent ab eodem B, quam ante à C.

4. Quod si tektio jungatur B & A, atque ex producenda absindatur BD, aequalis ipsi BC, vicemq; ipsius C, punctum D obtineat. accepto præterea puncto E medio inter A & D, & divisa, ut ante, recta BE in F, ita ut BF ad FE sit, ut 2 ad 1, erit F centrum gravitatis quasitum. Quod quidem aliter à B distat quam ante à C; eo quod hic puncta D & F, aliter etiam distent ab eodem B, quam ante à C.

Sunt iam [in sequenti] Figura, quatuor puncta utrumq; sua distancias illorum reducuntur ad eandem rem tam A & D, ut sint A, B, C, D. Binorum utrinque extremorum punctorum, A, B, videlicet C & D, inveniantur primum ex dictis Centra gravitatis B & C, dabo bisecta EF in G punctum, quod erit centrum gravitatis quasitum. Utrinque enim idem est numerus punctorum, bina scilicet & bina. nulli. Si si fuerint puncta quinque A, B, C, D, & E, deducta ad rectam HA, trahentur primo, ut iam diximus, quatuor punctorum contraria G. Deinde

de fiat ut 4 ad 1 (propter 4 puncta A, B, C, D, & unum H) ita HI ad IG. Erit I centrum quæsitum. Et sic de reliquis.

SCHOOLM.

Cognitus in eadem recta, atq; ab eodem punto reliquorum punctorum intervallis, in numeris, distantia centri quæsti ab eodem punto unde intervalla numerantur, facilissime habebitur. Exempli causa in proximo de quinque punctis exemplo, isto HA 20, HB 18, HC 12, HD 8, divisi que AB, CD bifariam in E, & F, erit HE 19, HF 10, & bisecta EF, qua est 9, in G, erit HG 14 cum dimidio. Quare si fiat ut 5, (hoc est quatuor puncta A, B, C, D, & unicum H simul) ad 4 (ut habeamus majus segmentum) ita tota HG, ad HI, hoc est, 14 cum dimidio ad II cum tribus quintis. Erit HI 12 cum tribus quintis; & punctum I centrum quod queritur.

A. Quod si plurimum datorum punctorum, quorum commune gravitatis centrum inquiritur, positio stabilis servanda sit, id eodem prorsus modo invenitur quo centrum plurium rectarum, vel etiam perimetri cuiusvis figurae rectilineæ, qua de re infra [cap. 4.] tractabimus. In illis enim figuris puncta angularia ponentur esse puncta data, quorum communne petitur centrum, erique illud idem quod perimetri; nisi multitudo, & diverse positiones punctorum aliud suadeant. Sed de his commodius forssis alio in loco verba faciemus.

PROPOSITIO II.

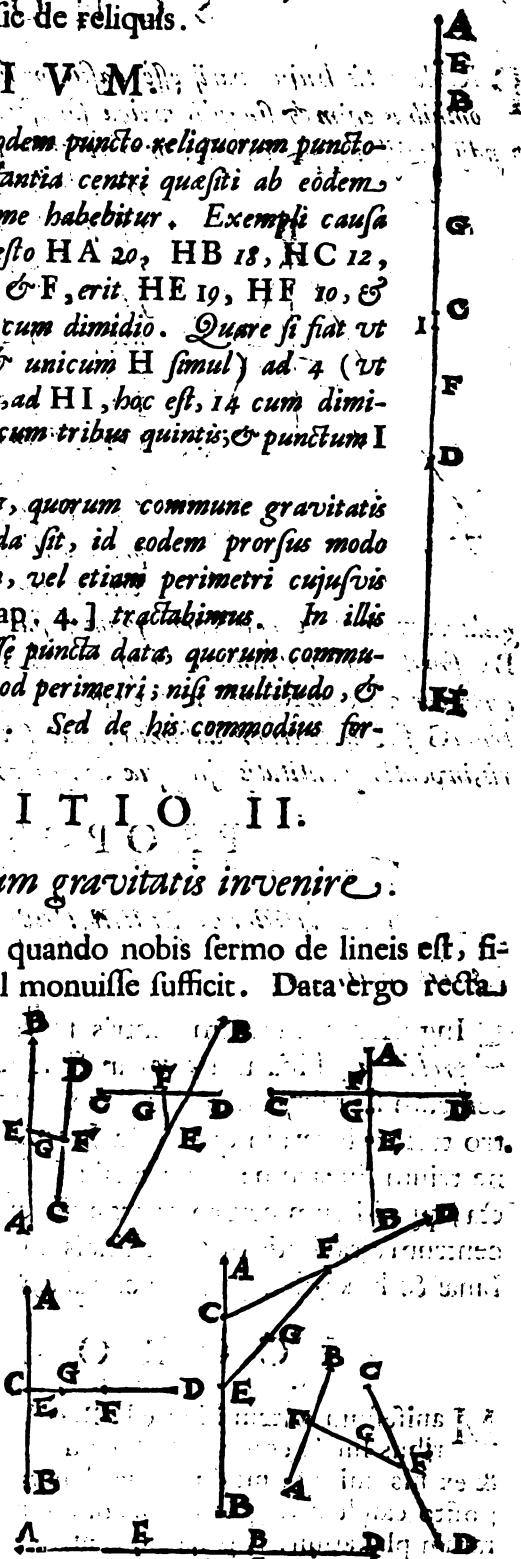
Date rectæ lineæ centrum gravitatis invenire.

In hoc & sequentibus Problematis, quando nobis sermo de lineis est, finitas semper intelligimus, quod semel monuisse sufficit. Data ergo recta ex propos. 10. libi 1. Elementorum]. Se- vetur bifariam, eritque punctum sectionis centrum quæsitum [ex corol. 3. propositione 4. capituli precedentis]. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO III.

Binarum rectarum communne centrum gravitatis reperi.

Sint datæ rectæ AB, CD quomodo cunq; ad invicem sitæ, oportet communne illarum centrum gravitatis invenire. Inveniantur ex praecedenti illarum centra seorsim, quæ sint E & F, junganturque per rectam EF, quæ [ex problemate & scholij Claviani propositionis 10. lib. 6. Elementorum] secetur in G, ita ut EG, sic ad GF, vt contra CD ad AB, erigatur punctum G centrum quæsitum [ex propos. 6. vel 7. cap. praecedentis]. Quod erat faciendum.



Problematis hujus varijs esse casus possunt, quos recensere operæ precium non est, omnibus enim & singulis unica satis facit Regula. Expedit tamen aliquando compendij facilitatisque causa, præstidum in praxi, pro singularibus casibus, singulares adhibere regulas; qualis fortassis exempli gratia, effe posset, si data rectæ angulum constituerent, ut hic rectæ AB, BC, quarum centra DE, per rectam DE juncta; diviso enim angulo DBE bisariam per rectam BF, accipiatur EG æqualis ipsi DF, erit punctum G centrum questum. Est enim [per 3. sexti] DF ad FE, ut BD ad BE, hoc est, ut BA ad BC. Ergo translatu DF ex E in G, proportio est permutata, atque adeo G centrum commune rectarum AB, BC. Atq. tales aliae particulares Regule afferri possent. Verum quia totus hic primus liber in ordine ad aliud institutus est, ubi res etiam numeris applicari commodiissime potest, rectius regula utemur universali; per quam si fiat in proximo exemplo, ut data rectæ AB, BC simul ad alterutram, verbi gratia ad AB, ita DE ad aliam, erit ea segmentum EG; quod per unicam Regule aureæ operationem consequemur, ac proinde questum centrum G facilissime etiam dabimus. Facebit vero aliquando negotium operanti in numeris, inventio quantitatis ejus qua centra conjungit; qua de re hic non est dicendi locus.

PROPOSITIO IV.

Plurium rectarum linearum commune centrum gravitatis invenire:

Singularium linearum centris seorsim inventis, assignetur [per precedens & problema] binarum quarumque centrum gravitatis commune: Hoc centrum sit tandem unius linea centrum, & copuletur per rectam cum centro tertie linearis; in qua recta [per idem Problema] habebitur centrum commune trium linearum: Hoc cursus instar unius linearis centrum acceptum, in recta, quæ id cum centro quartæ linearis conjungit, [per idem problema] habebitur centrum gravitatis quatuor linearis commune. & sic deinceps. Vel copulentur binæ & binæ, deinde binæ copulæ, &c.

COROLLARIUM.

Manifestum autem hinc est, Regulam hanc inveniendi centrum gravitatis pluribus linearis commune, locum habere non solum in rectis, sed & in curvis, & ex his mixtis; modo prius dentur Centra particularia linearum. Immo hoc posito eandem Regulam esse communem omnibus perimetris, quarumlibet figuratum planarum, ut per eam centrum investigetur gravitatis, ut patet.

SCHOOLIVM.

Plures multo ad magis diversos, quam precedens, hoc problema casus suscipit, quorum

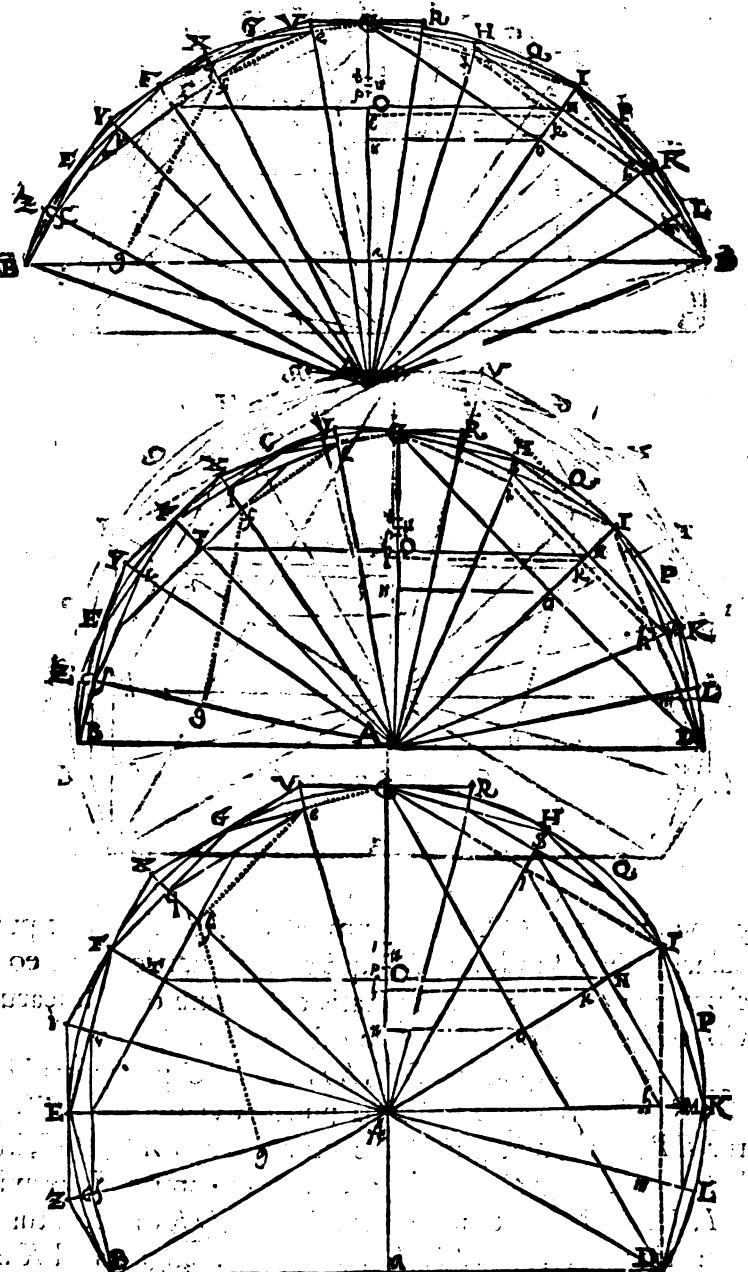
quorum multi sunt qui, longe elegantiorem admissunt constructionem, quam sit tradita; nos unam duximus, dignam tamen que inter propositiones locum suum obtineat.

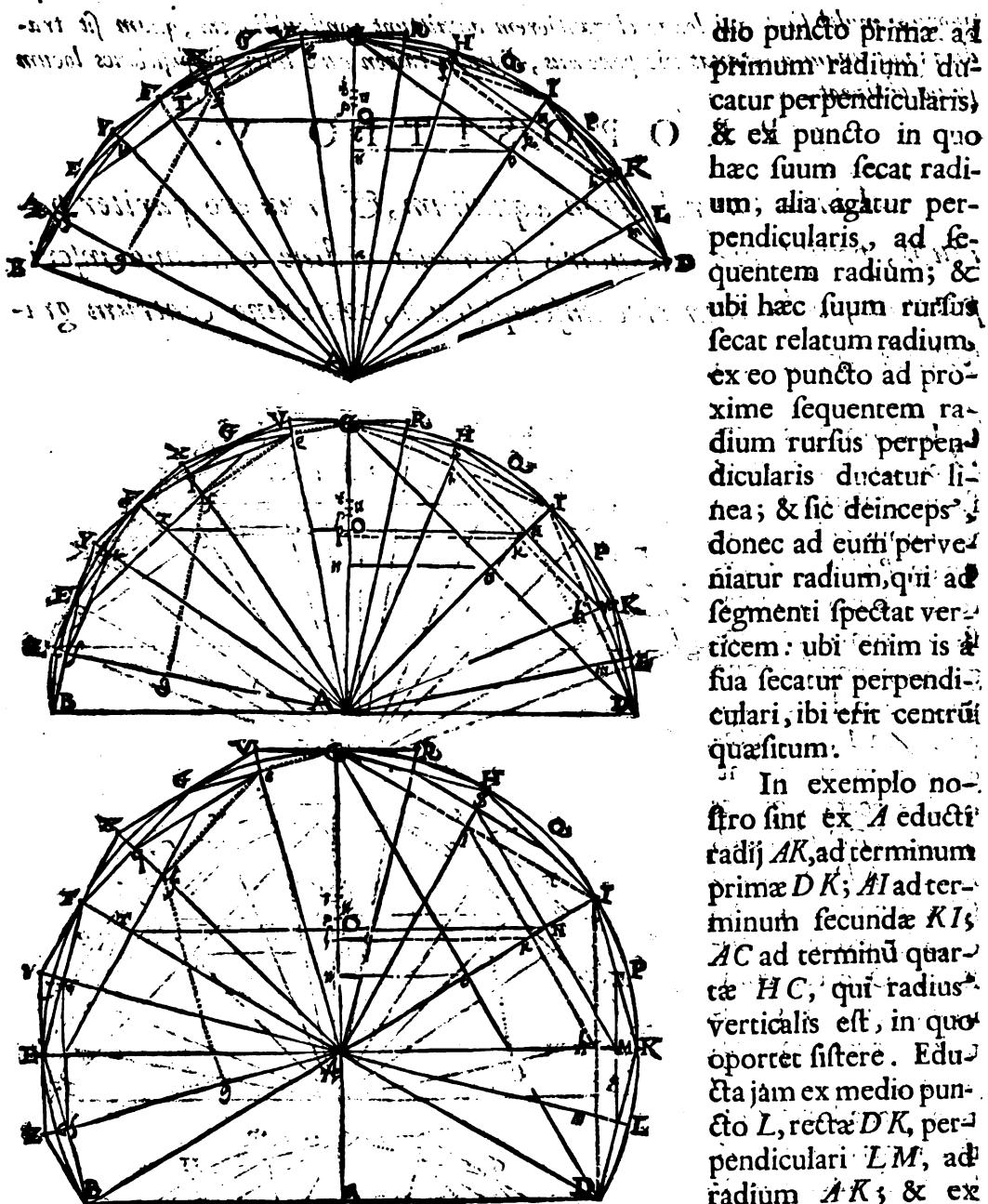
P R O P O S I T I O V.

Linearum rectarum aequalium, & numero pariter pariū, peripheria circularis segmenti ordine continuo inscriptarum, vel etiam circumscriptarum, communū centrum gravitatis invenire.

Sic segmentum circularis, peripheria serpicirculari vel majori, vel minus, veletiam aequale BCD , cujus vertex C , subtenSA, sive basis extrema conjugēs, BC . Centrū ex quo peripheria descripta, punctum A . Huic segmento inscriptasint ordine rectæ aequales $BE, EF, FG, GC, CH, HI, IK, KD$, numero scilicet pariter pares, octo in exemplo nostro. Oportet communū centrum gravitatis illarum reperire.

Bisecta primo altera, quæ ad extremitatem peripheria, sive basim segmenti consistit, quam primam, vocabimus, educantur ex centro circuli radij ad terminos primæ, secundæ, quartæ, octavæ, & si plures essent, decimæ sexæ, trigesimalæ secundæ, & sic deinceps in progressionē dupla, usq; ad segmenti verticem. Deinde à me-





perpendiculare MN ad radium AI ; & denique ex puncto N alia perpendiculari NO , ad radium AC ; qui cum sit verticalis in eo sicutur, eritque punctum eius O , centrum gravitatis commune octo linearum $DK, KI, IH, HC, CG, GF, FE, EB$. Quod sic ostenditur.

Rectis quatuor DK, KI, IH, HC propositis bisectis in punctis L, P, Q, R , bina quaque proxima puncta, ut puta $L & P, Q & R$, rectis nectantur LP, QR , quae cum biscentur a radiis AK, AH , in punctis $M & S$, erunt hæc puncta [ex secunda hujus,] centra communia gravitatis rectarum DK , & KI, IH & HC . Quod autem LP & QR , biscentur a radiis AK, AH patet: triangula enim PMK, LMK , cum angulis ad K æquales habeant, (sunt enim ad bases æqualium triangulorum isoscelium ADK, AIK) habeantque & latera

& latera PK, KL , ex constructione æqualia, sitque KM commune, erunt [per 4. primi Elementorum] & PM, ML æqualia. Quod idem eodem modo ostendetur in triangulis RSH, QSH , de latribus RS, SQ . Punctum demique M hic inventum, idem est cum puncto M supra inventum; hoc est, perpendicularē LM , productam incidere in punctum P , ex iisdem colligitur triangulis PMK, LMK , in quibus cursus, ut ante, anguli ad K æquales sunt; sicuti & anguli ad M , quippe rectus vtrorū; & latus MK commune; erit [ex 26. primi] latus PK æquale lateri KL ; sed KL supra accepta, medietas ipsius KD , ergo KP , etiam medietas est ipsius IK ; cum IK, KD æquales sint ex hypothesi.

Jungantur jam puncta S & M , per rectam SM , erit N punctum ipsius medium, centrum commune gravitatis quatuor rectarum DK, KI, IH, HC [ex præcedenti]. Esse autem N punctum medium ipsius SM , patet ex triangulis SAN, MAN , in quibus latera SA, MA æqualia sunt [ex æqualibus enim radiis AH, AR æquales HS, KM , deinceps sunt] & latus AN commune, anguli etiam contingui ad A similes æquales, erunt [ex 4. primi] SN, NM æquales. Punctum vero N hic inventum, esse idem cum puncto N superius habito, constat ex angulis ANM, ANS , sunt enim æquales, & sibi deinceps, atq; adeo recti; sed & superius MN ducta est perpendicularis ad AI . Ergo &c.

Eodem proposito modo ex altera parte inveniatur punctum T , centrum gravitatis commune quatuor rectarum BE, EF, FG, GC . Observare iunctis centrī T & N per rectam TN , erit ex præcedentibus O , punctum medium ipsius TN , quartum commune gravitatis octo rectarum ratio propositarum $DK, KI, IH, HC, GG, GF, FE, EB$. Esse autem punctum O & medium ipsius TN , & idem dum eo quod per perpendicularē NO supra inventum est, eodem modo ex triangulis ATO, ANO ostendi potest, prout ante de puncto N ostensum est, in triangulis SAN, MAN . Constat ergo punctum O centrum gravitatis, esse linearum ratio propositarum. Quid erat demonstrandum.

Ad inveniendum porro Centrum gravitatis commune linearum rectarum circulo circumscriptarum, eodem modo procedendum erit. Sit exempli gratia semilängmentum RXZ , cuius vertex Z , linea circumscripta line RV, VY, YX, XZ . Ex Chedio punto prima VR , ducatur C perpendicularis ad AV , & ex e alia perpendicularis ef ad AX , & demic fg perpendicularis ad AZ , erit punctum O centrum octo linearum, quarum medietas hic proposita. Nec aliter demonstratur, cum præsertim hilce iplis lineis, circularis linea circumscripta possit, & illa ipsa proposita recte lineæ inscriptarum linearum nomine veniant, eandemque proris demonstrationem suscipiantur.

C O R O L L A R I V M.

Ex constructione ac demonstratione hujus Problematis sequitur, si plures multitudines linearum rectarum æqualium sint, eo modo ut vidimus, communiarum, quæ multitudines inæquales sint, ac prorsus alia aliam necessario includat, multitudo videlicet major multitudinem, includet, ut in centro gravitatis omnia, tam particularia quam communia, magis à centro circuli distare, quam centra gravitatis inclusarum, si centra prout fibi mutuo respondent suntantur.

Sit enim multitudo quatuor rectarum DI, IC [ad confusione utrandam infra gura

The image contains three separate geometric diagrams, each showing a spherical surface with various points labeled and connected by lines to form triangles and other geometric figures.

- Top Diagram:** Shows a spherical surface with a central point labeled 'O'. Numerous points are marked on the sphere's surface, including 'A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F', 'G', 'H', 'I', 'K', 'L', 'M', 'P', 'Q', 'R', 'S', and 'T'. Lines connect many of these points to form a complex network of triangles and other geometric shapes.
- Middle Diagram:** Shows a spherical surface with a central point labeled 'O'. Points 'A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F', 'G', 'H', 'I', 'K', 'L', 'M', 'P', 'Q', 'R', 'S', and 'T' are marked and connected by lines to form a spherical triangle.
- Bottom Diagram:** Shows a spherical surface with a central point labeled 'O'. Points 'A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F', 'G', 'H', 'I', 'K', 'L', 'M', 'P', 'Q', 'R', 'S', and 'T' are marked and connected by lines to form a spherical triangle.

2. Dicitur Tertius Conservans secundo, centra gravitatis communia binarum rectarum multitudo includentis, longius distare a centro circuli, quam centra singularium multitudinis inclusar, id quod manifestum est in recta AM ; major enim est AM tota, parte Ah ; & sic de reliquis.

3. DICQ; tertio, quarumvis linearum aequalium, sive rectangularium, sive curvarum mixtarumve; sive includant alias, sive ab alijs includantur, modo ipsarum centra particularia, in ijsdem, vel in aequalibus aequaliter inter se remotis, consistant radijs, in quibus alias; que prioribus in multitudine, inter se autem etiam in quantitate aequales sint, suaq; habeant centra particularia minus distantia à centro circuli, quam priorum centra; etiam centrum commune priorum omnium, longius abesse a centro circuli, quam aliarum itidem commune centrum. Sint enim priorum centra

centra $M, S \&c.$ posteriorum vero $b, i \&c.$ in ijsdem radijs $AK, AH, \&c.$ patet non solum N longius abesse quam k . sed etiam O centrum commune priorum magis removeri à centro A , quam l centrum commune posteriorum. Eodem modo cum centra C, G, H, E circumscriptarum RV, VY, YI, TZ , existentia in ipsa segmenti peripheria, in radijs AC, AG, AF, AE , diversis quidem à radijs AV, AX, AT, AZ in quibus centra e, g, r, s , rectarum inscriptarum CG, GF, FE, EB , consistunt; remotiora sunt a centro A quam hæc; etiam centrum commune illatum f , remotius est ab A , quam centrum commune harum T , sicut & g , remotius est quam O . Quod statim apparet ex triangulo ATf , rectangulo ad T , in quo hypotenusa Af , major est perpendiculari AT ; sicut & in triangulis equiangulis Agf, AOT (propter rectos ad g & O , & æquales ad A , qui æqualibus insistunt peripheriis) cum, ut jam dictum est, Af major sit quam AT , etiam Ag major erit quam AO . Quæ omnia erant ostendenda.

S C H O L I V M.

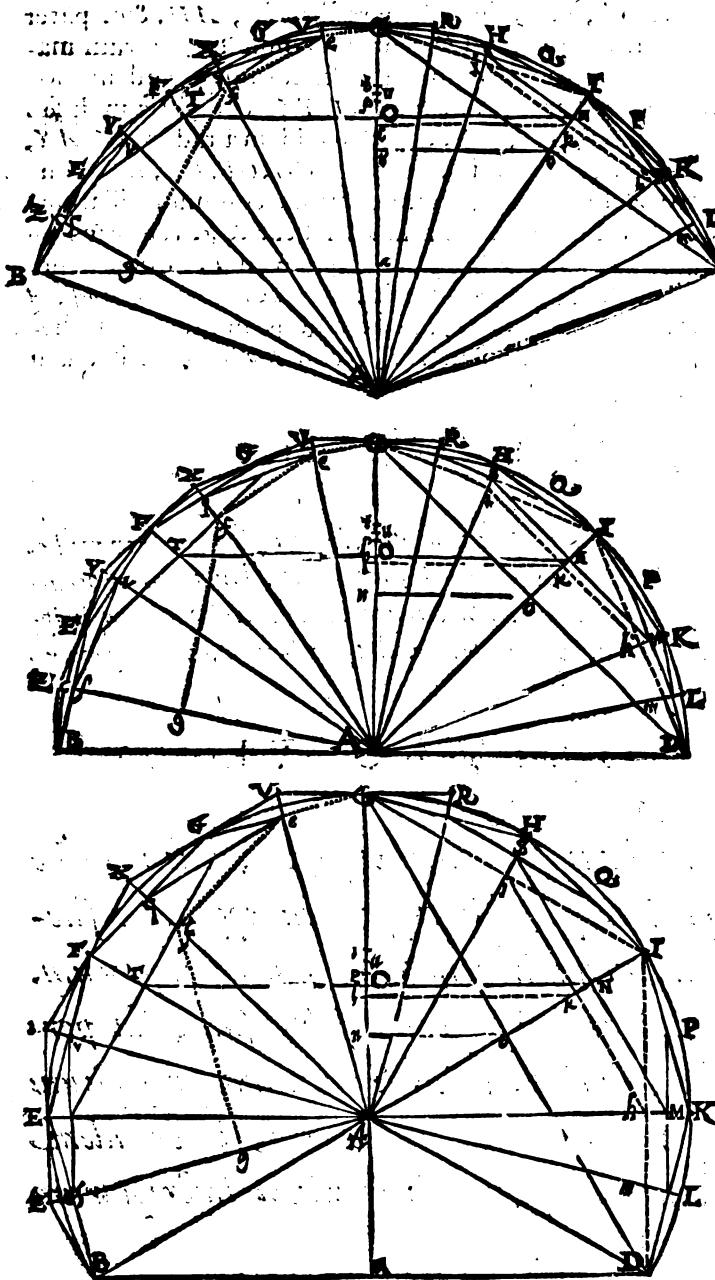
Geometrica præcedentis Problematis constructio etiæ elegans satius, ac commoda sit, commodior tamen ad propositum nostrum ea est, que mox ad numeros revocari potest: talem cum adinvenerimus, merito cum amplecti, accurate demonstrare, atq. in ipsum Propositionum numerum referre, atque per modum Theorematis proponere, voluiimus.

P R O P O S I T I O VI.

Si peripheria circularis segmenti cuiusvis, linea recta æquales, & numero pariter pares inscriptæ seu applicatae fuerint, erit ut medietas linearum inscriptarum simul sumptarum, ad semibasim, seu dimidiā toti segmento subtensam; ita perpendicularis è centro circuli ejus, cuius segmentum propositum est, in unam inscriptarum ducta, ad rectam, inter idem centrum circuli, & centrum gravitatis omnium inscriptarum simul sumptarum, interjectam.

Ergo si fiat, ut medietas summa rectarum datarum, quærum centrum gravitatis commune quæritur, ad semissem ejus quæ segmento circularis peripheria subtenditur, extremaque ejus necit, quam basim vocamus; ita perpendicularis è centro, ex quo peripheria descripta est, in unam rectarum propositarum ducta, ad aliam; habebimus rectam quæ inter idem centrum, & centrum gravitatis quod quæritur, interjectur; ac proinde ipsum omnium rectarum simul sumptarum gravitatis centrum.

i. Ut demonstratio clarius evadat, aliquot exempla sive casus placet pro-



ducere. Sit ergo primum de binis tantum lineis DC, CB [in eadem figura praecedentis Problematis, in qua tamen, ad nimiam cuitandam confusionem, rettam CB , non duximus] quarum centrum gravitatis commune ex praecedentibus est punctum n . Ostendendum est medietatem datarum, hoc est, rectam CD ad semibasim Da esse, ut est perpendicularis Ao , ad An rectam inter centrum peripheriae A , & centrum gravitatis n rectangularum DC, CB positam; quod facile fiet. Ducta enim no , quae ex praecedentibus perpendicularis est ad C , triangula CaD , onA , sunt similia, ob æquales angulos ad D & A (angulus enim aDC ; hoc est BDC ad peripheriam, duplæ insistit peripheriae BC , & nA angulus ad centrum, hoc est CAI , insistit simplæ,

quare [per ea que deducuntur ex 20. sexti] æquales sunt) & rectos ad n & a : Quare [per 4. sexti] est, ut CD ad Da , ita Ao ad An . Quod erat. *ethont strandum.*

2. Secundus casus esto de 4 rectis DI, IC, CF, FB , quarum centrum gravitatis commune, ex praecedentibus est punctum l ; Ostendendum est medietatem datarum, hoc est, rectam DI bis sumptam, ad Da esse, ut est Ah (perpendicularis ad DI) ad Al : quod sic fiet. Ducta enim HK perpendiculari ad AI , junctaque kl , ex praecedentibus perpendiculari ad AC ; triangula $D o I$, Akh sunt similia; propter rectos ad o & k , & æquales ad D & A (ille enim ad peripheriam insistit duplæ, & hic ad centrum simplæ) Ergo ut DI ad Do , hoc est [per 15 quinti] DI bis ad Do bis, hoc est, ad DC , ita Ah ad Ak . Rursum

fus in triangulis similibus $C \propto D$, $A \propto A'$ (quæ ostenduntur esse similia quemadmodum in primo casu triangula $C \propto D$, $o \propto A$) est ut eadem DC , ad $D \alpha$, ita eadem Ak , ad A' . Cum igitur sit ut bis sumpta DI prima, ad DG secundam; ita in alijs Ab prima ad Ak secundam: Et ut DC secunda, ad $D\alpha$ tertiam; ita in alijs Ab secunda, ad A' tertiam. Erit ex æqualitate rationis [per 22. quinti] ut DI bis primæ, ad $D\alpha$ ultimam; ita Ab prima, ad A' ultimam. Quod erat demonstrandum.

3. Tertius casus esto de octo rectis DK , KI , IH , HC , CG , FE , EB , quarum centrum gravitatis commune, ex præcedentibus, est punctum O : Ostendendum est medietatem datarum, hoc est, rectam DK quater sumptam, ad $D\alpha$ esse, ut AL (perpendicularem ad DK) ad AO : quod sic fieri. Ductis enim perpendiculariis, LM quidem ad AK , & MN ad AI ; juncta que NO , ex præcedentibus perpendiculari ad AC ; Triangula Dhk , AML sunt similia; propter rectos ad b & M , & æquales ad D & A (ille enim ad peripheriam insicit duplae, & hic ad centrum simplæ.) Ergo ut DK ad $D\beta$, hoc est, DK quater ad $D\beta$ quater, hoc est, ad DI bis, ita AL ad AM . Rursus in triangulis similibus $D \propto I$, ANM (ostenduntur similia quemadmodum in secundo casu triangula $D \propto J$, Akh) est, ut eadem DI bis, ad $D\alpha$ bis, hoc est, ad DC , ita eadem AM ad AN . Rursus in triangulis similibus $C \propto D$, $N \propto A$ (ostenduntur similia quemadmodum in primo casu triangula $C \propto D$, $o \propto A$) est, ut eadem DC ad $D\alpha$, ita eadem AN ad AO . Cum igitur sit in his, ut quater sumpta DK prima, ad bis DI secundam; ita in illis, AL prima, ad AM secundam: Et ut in his, DC tertia, ad $D\alpha$ ultimam; ita in illis, AM AN tertia, ad AO ultimam. Ergo ex æquo est; ut in his quater sumpta DK prima, ad ultimam $D\alpha$, ita in illis AL prima, ad AO ultimam. Quod erat demonstrandum.

4. Et sic de reliquis. Nam semper duo accedunt triangula similia, & una proportio, & ultima pet subductionem mediarij, a primis ad ultimas fit argumentatio.

5. Eadem etiam omnino ratio demonstrandi est, quoad lineas circulari peripherie circumscriptas; in quibus ipsamet circuli diameter vicem subit perpendicularis, ad unam propositarum ductæ, & basis est ea, quæ extremitates non circularis peripheriae, sed primæ ac ultimæ datarum rectangularium connectit. Itimo cum circumscribi queat hisce rectis lineis, ZT , TN , NV &c., peripherie BOD circumscriptis, alia peripheria prædictas omnes (in punctis Z , T , N , V &c.) tangens, ac proinde illæ rectæ, respectu hujus alterius lineæ circularis, eidem inscriptæ sint, ac vocari possint; vbi prorsus eadem omnino, quæ supra demonstratio locum habet, non judicamus hoc loco quicquam addendum esse.

C O R O L L A R I V M

Præbet enim superioti analogismo, eandem quartam proportionalem nos habere posse, si faciamus ut una datarum rectangularium, ad tales partem basis, qualis est ipsa recta datarum omnium, sita perpendicularis supradicta ad quartam quæsitam. Exempli gratia, in tertio casu, si hæc ut DK (quæ est octava pars omnium) ad octavam partem basis $B\beta$, ita perpendicularis AL ad aliam, habebitur eadem recta AO [per 15. quin.] Quæ res compendium sape calculatori affere potest.

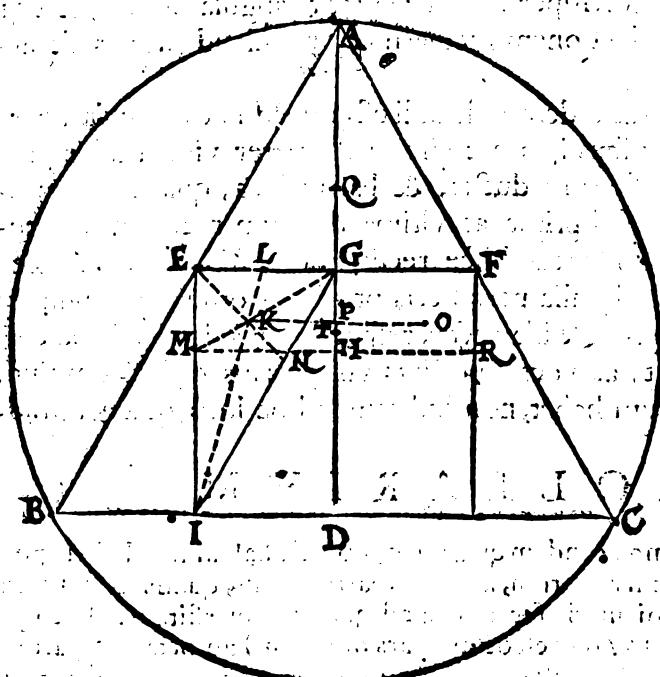
DE CENTRO GRAVITA-

tis Perimetri figurarum superficialium re-
ctilinearum.

UM terminus seu perimeter figurarum rectilinearum superficialium nihil aliud est, quam plures rectae linea, suis ubiq; connexa punctis; patet perimetrum hujuscemodi figurae & centrum gravitatis habere particulae, (quod quidem aliquando idem erit cum centro gravitatis figura propria), si aream seu superficiem ejus spectemus, aliquando diversum) & dari posse ex doctrina Propositionis 4. Capitis praecedentis, quemadmodum in Corollario ibidem annotavimus. Quia vero figura quedam particulares, particulares etiam fortius tunc proprietates, eis quibus nonnunquam compendiosores, quam communis est, elicuntur Regula, ordique doctrine sic exposcit; opera precium duximus aliquas preferre in medium, ab ipsis incipiendo triangulis, primitendoque, per exempla saltem, Regulam communem, ut ex comparatione illius, cum Regulis particularibus, manifestentur barum Compendia.

PROPOSITIONE I.

Centrum gravitatis Perimetri Triangulorum, via univerali sive communi indagare.



I. Exemplum Primum, Esto propositum. Triangulum æquilaterum, ABC. Oportet perimetrum ipsius centrum gravitatis invenire. Bisectis trianguli lateribus in punctis, D, E, que [per propos. 3. cap. praecedens] ipso- rum latera centra sunt; quare junctis binis, verbi gratia, E, & F, & bisectis E, & G, erit G punctum, [per propos. 3. cap. prece- dentis,] centrum com- mune duorum laterum AB, AC. Ergo si juncta GD ita secentur in H, ve GH sic ad HD, ut con- tra

tra BC , ad BA, AC simul sumpcas, hoc est, ut 1 ad 2 , erit. [ex propos. 3. Cap. precedentis] punctum H centrum gravitatis perimetri ABC . Quod faciendum erat.

Exemplum 2. Esto in eadem figura propositum triangulum Scalenum ABD . Oportet permetiri illius centrum gravitatis invenire: Inventis [ex Capite precedenti] laterum, oppositis E, I, G , biaurorumque quorundam hexorum, verbi gratia E, G , centro communis I ; & tandem in recta LL per supra dicta centro communis trium laterum punto K . Factum erit quod fuit propositum.

3. Placet hic alia ratione problema secundi hujus exempli construere, jungendo prius centra I & G , per rectam IG , eamque dividere in N , ut GN sic ad NI , ut contra BD ad DA , ita ut N punctum centrum sit commune ipsorum BD, DA ; atque demonstrare junctam NE , secari ab IL ante inventa, in eodem puncto K , centro Perimetri ante invento. Quod sic fieri: Juncta I & E , triangulum IEG simile est tori ADB , [per s. sexti,] cum latéra illius, sint medietates laterum hujus. Quare est ut AB ad DA , ita IG ad IE : sed ut AB ad AD , ita ex constructione est GL ad LE . Ergo etiam ut IG ad IE , ita GL ad LE . Quare [per secundam partem tertie sexti] angulus EIG per rectam IL bisectus est; ac propterea [per primam partem eiusdem 3. sexti] in triangulo EIN est, ut IE ad IN , ita EK ad KN . Rursus ex constructione est, ut BD ad DA , hoc est, GE ad EI , ita GN ad NI , & componendo GE plus EI ad EI , ita GN plus NI ad NI ; & permutando ut GE plus EI , ad GN plus NI , hoc est, ad GI , ita EI ad NI . Sed ut EI ad NI , ita EK ad KN . Ergo etiam ut GE , plus EI ad GI , hoc est, DB plus DA ad AB , ita EK ad KN . Ergo punctum K hac ratione inventum, centrum est gravitatis perimetri, & idem cum K ante invento. Quod erat demonstrandum.

4. Eadem protinus ratione demonstrabitur ductam rectam GI , & productam in M , & secare ipsam rectam IE in M , in proportionem EG ad GI , hoc est, BD ad BA ; & secari à reliquis EN, IL in punto K , in proportionem EG plus GI ad EI , hoc est, DB plus BA ad AD , atque adeo hac tertia ratione idem centrum K reperi.

Ex his secundi exempli constructionibus, & demonstrationibus sequitur.

COROLLARIVM I.

IN quovis triangulo si singuli anguli biscentur, lineas secantes sece in uno eodemque punto intersecare. Patet ex triangulo EIG .

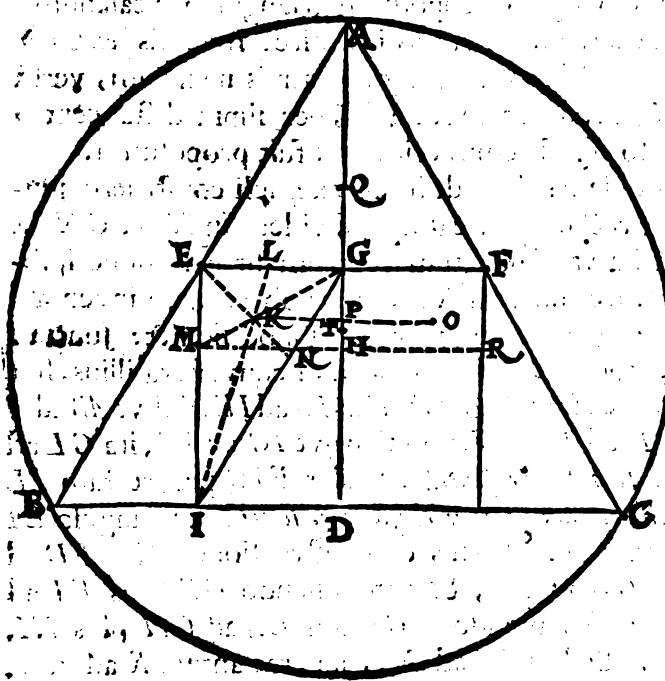
COROLLARIVM II.

Segmenta lineæ angulum biscantis, facta à dicto communis sectionis punto, eam servare proportionem, majoris scilicet ad minus, quam duo latera simul sumpta angulum bisectum comprehendentia habent, ad basim, in quam ipsa secans cadit. Ostensum enim est esse ut GE plus EI ad GI , ita EK ad KN .

COROLLARIVM III.

Quævis latera simul sumpta ad basim esse, ut alterutrum latus ad segmentum basis sibi adiacens. Ostensum enim est esse ut GE , EI simul sumptæ ad GI , ita EI ad IN .

COROLLARIVM. IV.



Si trianguli coiusvis latera biscentur, & angulis, qui continentur à binis rectis puncta secio- nom jungentibus, bisce- tur, in secante esse centrum perimetri propositi trian- guli. Recta verbi gratia GM , bissecans angulum contentum sub EG , GT , in se continet punctum K , centrum perimetri trian- guli ABD . Idem dicen- dum de rectis EN , & IL .

PROPOS. II.

Perimetri dati trianguli Aequilate- ris centrum gravitatis invenire.

Sit datum triangulum aequilaterum ABC . Oportet perimetri ipsius cen- trum gravitatis invenire. Ducta perpendicularis AD ex angulo quo- vis A , ad latus oppositum BC , dividatur per puncta Q , & H in tres partes æqua- les; punctum divisionis H , laceri BC proximum, est centrum gravitatis que- situm.

Ex constructione enim primi exempli præcedentis qualium partium GD , (quæ est altera ipsius AD) est trium, talium DH est duarum. Er- go accedente altera medietate GA , qualium tota AD est 6, talium DH est 3, quæ est ipsius AD tertia pars. Quod erat demonstrandum.

2. ALITER. Habeatur *vel ex s. quarti, vel aliunde*] centrum cir- culi, triangulo dato circumscriptibilis, erit id centrum gravitatis perimetri dati.

Est enim triangulum aequilaterum una ex regularibus figuris circulo inscriptis, quarum centrum gravitatis spectans perimetrum, est idem cum cir- culi centro, *[ut ostendamus infra, propof. 6.]* Quod erat ostendendum.

3. ALITER. Ducantur ex binis angulis ad latera opposita binæ per- pendiculares, hæc se se in centro quæsito intersecabunt.

Cum enim in utraq; perpendiculari centrum consistat, & præter unum secundum sectionis punctum nihil commune habeant, erit illud necessario centrum quæsatum. Quod faciendum erat.

Plures sunt modi, quos consulto omittimus.

PROPOSITIO L.I.

Perimetri dati trianguli Isoscelis centrum gravitatis exhibere!

I. Esto.

I. E Sto triangulum isoscelis ABC , cuius perimetri centrum quæritur. Bisectis tribus lateribus in punctis E, F, D , ductaque perpendiculari AD , accipiatur FI (producto etiam latere AC , si

opus fuerit) æqualis ipsi DC , secabit juncta IE , perpendicularem AD in punto H , quod dico centrum esse gravitatis quæsitum.

Junctis enim EF, ED, DF erit $EFCD$ parallelogrammum [*ex secunda sexti*,] quare [*ex 29. primi*] anguli EIF, DEI æquales sunt, sed eidem angulo EIF æqualis est etiam angulus IEF , ad basim EI , trianguli isoscelis EFI , [*per s. primi*] ergo etiam anguli DEI, IEF æquales sunt, atq; adeo totus DEF per rectam EI bisectus est; sed & angulus EDF per rectam DA bisectus est, ergo punctum sectionis commune H , est perimetri ABC centrum gravitatis [*ex coroll. 4 propos. 1. hujus*]. Quod erat demonstrandum.

2. A L I T E R. Ducta ad basim BC perpendiculari AD , fiat ut duo latera æqualia, vñà cum basi, ad ipsa duo latera, ita semiperpendicularis ad aliud, habebitur in AD recta segmentum DH , determinans punctum H , centrum videlicet gravitatis, quod quæritur.

In eadem eniin figura est, vt BA, AC simul sumptæ ad BC , hoc est, ED plus DF ad FF , ita, [*ex Coroll. 2. Propos. prime hujus*,] DH ad HG ; & convertendo vt BC ad BA plus AC , ita GH ad HD ; & componendo vt BC, BA, AC simul sumptæ, ad BA plus AC , ita GH plus HD , hoc est, DG semiperpendicularis ad HD . Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO IV.

Perimetri trianguli Scaleni centrum gravitatis invenire.

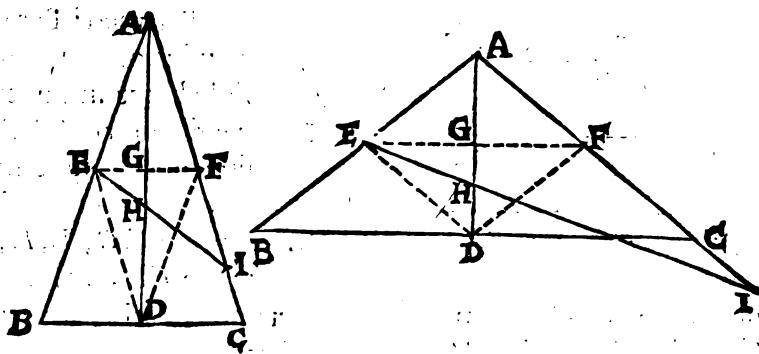
E Sto [*in figura pag. 50*] triangulum datum ABD , ductis ad bisectiones laterum rectis EG, GI, IE , bini quivis anguli, ex tribus hisce ductis orti, biscentur; lineæ enim bisecantes, secabunt se in centro quæsito, [*ex coroll. 4. propos. 1. hujus*.] Quod erat faciendum.

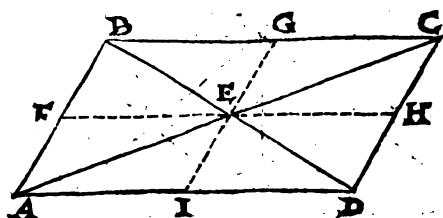
PROPOSITIO V.

Perimetri figurarum Quadrilaterarum centrum gravitatis invenire.

F Iguræ quadrilateræ, quantum ad rem præsentem facit, in Parallelograma & Trapezia recte subdividuntur,

Peri-





Perimetri Parallelogrammi $ABCD$ cuiusvis, centrum gravitatis compendiose habetur in punto sectionis E , quo binæ diametri AC, BD ad angulos oppositos ductæ, se se mutuo intersecant.

Divisis euim singulis lateribus bifariam in F, G, H, I , jungantur puncta opposita FH, GI , erit E commune sectio-

m̄ punctum, Centrum gravitatis perimetri dati. [per propos. 3. cap. præcedentis:] Binarum enim BC, AD , gravitatis centrum est punctum medium E , similiter medium punctum in FH , est Centrum binorum AB, DC ; quod cum vñum idemq; sit in E , erit id Centru ipsarum quatuor AB, BC, CD, DA ; Esse vero idem, hoc est, rectas GI, FH , se se biseçare mutuo in eodem punto E , ostenditur ex quatuor parallelogrammis EB, EC, ED, EA , [per 34. primi,] Quadrilatera enim BH, HA, GA, GD , sunt parallelogramma; [ex 33. primi] ergo etiam illa.

Hoc vero centrum E , idem esse cum illo quod per diametros inventum est, hoc est, ductas EA, EC , item EB, ED esse sibi in directum positas, sic demonstratur: In triangulis FEB, HED , [per 4. primi] anguli ad E æquales sunt, propter æqualia latera FB, HD & FE, EH , & angulos alternos ad F & H ; addito igitur communi BEH , duo anguli FEB, BEH , æquales sunt duobus BEH, HED : sed illi [ex 13. primi] sunt æquales duobus rectis; ergo & hi. Ergo [per 14. primi] BE, ED , sunt sibi in directum positæ. Eodem modo demonstratur AE, EC esse sibi in directum positas. Ergo punctum E est idem, atq; adeo Centrum gravitatis quæsitus. Quod erat demonstrandum.

Plures modos inveniendi hoc centrum, vide infra capite octavo in Corollario propositionis septime.

2. Pro Trapezijs sufficiat Regula communis, de qua propositione 4. cap. præcedentis, & initio hujus diximus, sicuti & pro Multilateris figuris irregularibus. Quamvis enim aliquæ sint, in quibus singulari aliquo compendio centrum gravitatis pro perimetro assignari posset; non judico tamē operæ precium esse ea hoc loco prosequi. Quare ad ordinatas circulo inscriptas nos conferamus.

C O R O L L A R I V M.

Ex demonstratis colligitur in quovis parallelogrammo, & lineas quæ oppositorum laterum bisectiones jungunt, & diametros, se se mutuo bifariam secare; & insuper omnes in uno eodemque punto.

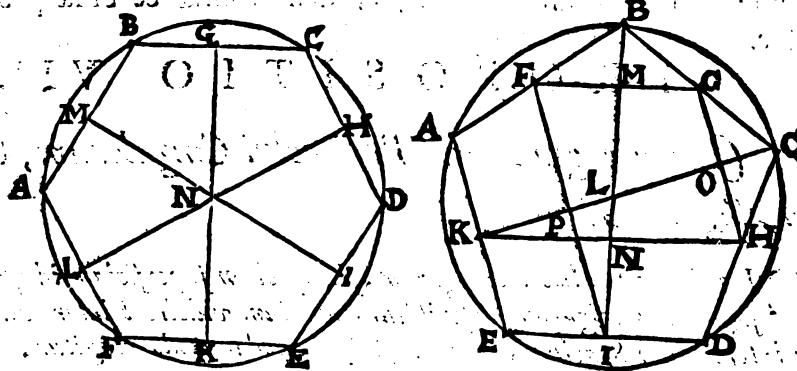
P R O P O S I T I O . VI.

Centrum gravitatis Perimetri Polygonorum regularium reperire.

INVENTO

centro circuli

Polygono circumscripti, ipsum erit id quod quaeritur gravitatis centrum. Sit Polygono regolare quodcumque $ABCDE$, bisecentur singula latera, ut



habeantur [ex 2. cap. preced.] illarum centra F, G, H, I, K , quae cum & ipsa, & lineis quibus insunt, aequaliter undique circumstent circuli centrum L , in aequali etiam inter se remotione (quod facile ostenditur per lineas perpendicularares LF, LG, LH, LI, LK aequales, & ab invicem aequaliter remotas) atque adeo circa illud undique partes aequalium momentorum consistunt. Erit, ex ipsa centri gravitatis definitione, punctum L centrum gravitatis Perimetri propositi. Quod ostendendum erat.

2. Demonstratur tamen aliter quoque. Primo quidem in figuris latera habentibus numero paria, exempli gratia in hexagono $ABCDEF$: Bisectis enim singulis lateribus, bina opposita sectionum puncta jungantur rectis GK, HL, IM , quae omnes sese interfecant in punto N circulicentro [ex corollario prima sexti] Est autem idem punctum [per propos 3. cap. precedentis] centrum communem binarum AB, DE , binarum etiam BC, EF , nec non binarum FA, CD ; ergo omnium; ergo totius perimetri. Binarum enim, verbi gratia, AB, DE communem centrum, copulatur cum centro communi linearum binarum, in ipso centro circuli, nulla media quae dividi possit intercedente. Quare illud ipsum punctum est gravitatis centrum, cum extra copulam nullo modo esse possit. Et sic de ceteris. Quod erat demonstrandum.

3. Demonstratur secundo in figuris latera habentibus numero imparia, exempli gratia, in pentagono $ABCDE$, in quo bisectis singulis lateribus in punctis F, G, H, I, K puncta duo, verbi gratia, I & K jungantur cum angulis oppositis B & C , per rectas IB, KC , quae sese interfecant in eodem punto L , quod centrum circuli est [ex paulo ante dicto Corollario prima sexti]: Jungantur etiam puncta F & G , nec non K & H , per rectas FG, KH , quas recta BI , biseccat in M & N , punctis (quod ne longior sim ostendere omitto) quae [ex 3. cap. preced.] sunt centra gravitatis communia, M quidem linearum AB, BC, CN vero ipsarum AE, CD : Quare centrum commune ipsarum quatuor linearum AB, BC, AE, CD , consistit in recta MN , sive MI [per 6. vel 7. propos. cap. 2. hujus] in qua etiam existit centrum communem dictarum quatuor linearum, & rectarum ED : hoc est Centrum gravitatis totius perimetri, existit in recta BI . Eodem modo junctis GH, FI , ex eo quod centra, O quidem ipsarum BC, CD ; P vero ipsarum AB, ED , & ipsius AB , in eadem recta KO consistunt; ostenditur centrum gravitatis totius Perimetri existere in recta CK . Ergo cum rectarum BI, CK præter unicum punctum, quod centrum circuli est, nihil commune habeant, erit illud ip-

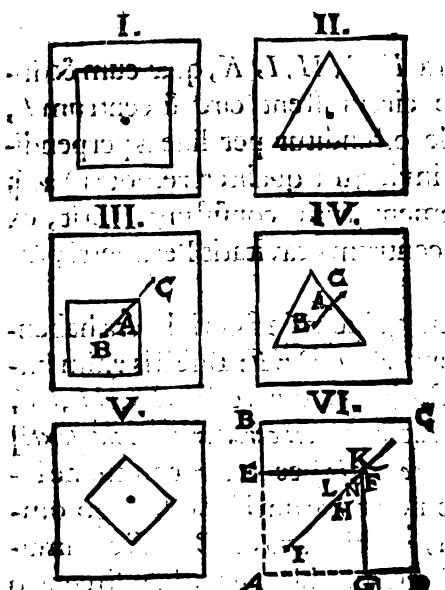
suum centrum gravitatis totius Perimetri. Quod erat demonstrandum.

In ceteris enim polygonis plurium laterum, junguntur semper binæ proximæ bisectiones laterum, ut hic P, G , deinde binæ & binæ proximæ sequentes, &c.

PROPOSITIO VII.

Centrum gravitatis Perimetri Cingulorum, & Gnomonum assignare.

1. **C**ingulum vero hoc loco figuram, seu spaciū superficiale id quod oritur, cum figura intra figuram describitur, medium videlicet inter utriusque perimetrum interceptum Spacium, nō quo inscripta quodammodo cingitur.



2. Sunt autem duplia generis: primum est quando figura sunt similes, ut adjectarum figurarum Prima, Tertia & Quinta. Secundum quando sunt dissimiles quales, sunt Secunda & Quarta. Utrumque porro genus in alias subdividitur species, quarum Prima constituitur ex figuris concentricis, ut figura Prima, Secunda & Quinta. Secunda ex non concentricis ut Tertia & Quarta. Quae species proprie ad rem nostram faciunt. Alias enim distinctiones consulto omittimus; qualis esset qua desumeretur ex positione juxta similitudinem, & dissimilitudinem &c.

3. Perimeter ergo Cinguli illius cuiusfiguræ (a quibus constituitur) suffit quoad perimetros concentricæ, illud idem punctum habet etiam pro centro suo gravitatis.

4. In illis vero quibus centra diversa sunt, recta centra connectens dividenda est, in proportionem perimetrorum utriusque figuræ, [secundam conditionem propositionis 6. vel 7. cap. 2.] Eritque punctum divisionis centrum gravitatis perimetri Cinguli propositi.

Demonstrationem autem dictorum à nobis nemo petet, qui præcedentia intellexit: nec frustra idem saepius inculcandum, quod semel iterumque dictum, sat esse potest.

5. Sit deinde Gnomon $EBCDGFE$, ejusque perimetri sit investigandum centrum suæ gravitatis. Inventis prius centris perimetri, H quidem figuræ majoris AC , I vero linearum EAG ; & fiat ut rectæ EB, BC, CD, DG sint, ad rectas EA, AG ; ita IH nectens centra, ad quartam. Huic igitur quartæ in producta IH versus C , æqualis absindatur HK ; erit punctum K centrum gravitatis linearum $EBCDG$. [per propos. 8. cap. 2.] Invento deinde centro L , linearum EFG , juncta LK ita dividatur in N , ut sit LN ad NK , sicut quatuor linearum $EBCDG$, ad duas EFG : erit punctum N centrum, quæsictum, [per propos. 6. vel 7. cap. 2.]. Quod erat faciendum.

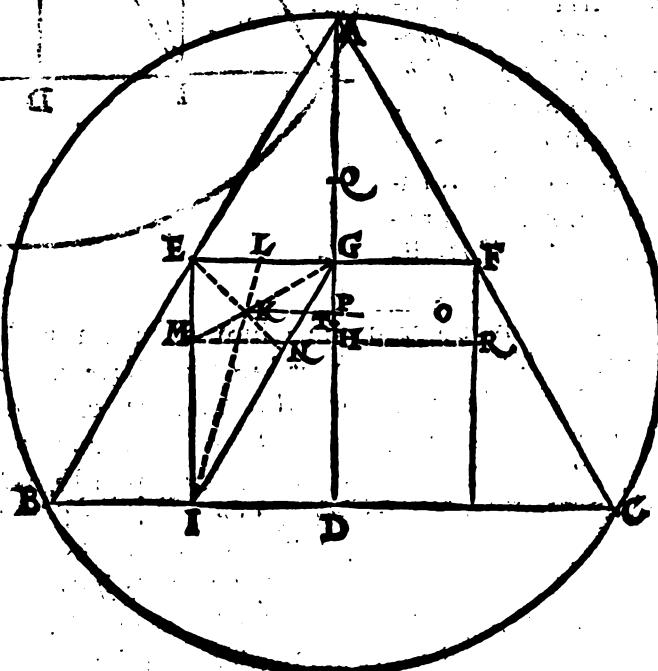
PRO.

PROPOSITIO VIII.

Plurium Perimeterum figurarum rectilinearum, centrum gravitatis commune assignare.

Essi constructio Problematis ex precedentibus constet, unicum tamen ob casum, quo penetratio quantitatis seu superimpositio, de qua supra [capite secundo, ad Postulatum 3.] locutus sumus, hoc modo multiplicatio seu augmentatio quadam linearum, quoad gravitatem sine ulteriori extensione ostenditur, unico exemplo, ex quo de ceteris judicium fiat, Problema hoc & proponere, & breviter solvere voluimus.

1. Refutatur triangulum scalenum ABD ; [de quo propos. 1 & 4 hujus] cui æquale adiacet ACD , habens communem priore latus AD . Oportet commune perimetrorum utriusq; trianguli centrum gravitatis invenire. Inventis [vel ex propos. 1 vel ex 4] centrī K & O spectantibus ad perimetros ABD , ACD , jungantur ea per rectam KO , secantem AD in punto P ; quod dico esse centrum gravitatis utriusque perimetri, & ABD , & ACD . Puncta enī K & O in triangulis similibus & æqualibus similiter sita, æqualiter distant à latere AD .



Ergo KO in punto P bisariam secta est, ac proinde, [ex propos. 4. cap. 2.] idem punctum centrum gravitatis est, perimetrorum propositorum.

2. Notandum ergo punctum P , necessario diversum esse à puncto H , quod centrum est perimetri trianguli ABC , ex duobus scalenis compositi. Illud enim est centrum sex, vel quinque linearum harum AB , BD , DC (quæ duæ BD , DC , faciunt unam BC) CA , & AD bis sumptæ; hoc vero trium tantum linearum AB , BC & CA . Quare ea diversa esse necesse est.

3. Quod si quis contendere velleret, cum linea AD una eademq; sit, etiamsi sœpius sumatur, centrum tamen commune, verbi gratia, quinque dictarum linearum, non fore diversum à centro communi ipsarum quartuor AB , BC , CA & AD , in quibus AD semel tantum sumitur. Huic mox satis fiet ex constructione, in qua etsi AD aliquo modo eadem sit, gravitas tamen ipsius, ubi bis adhibetur, aliud necessario commune requirit centrum, quam ubi semel tantum in censem venit. Quod sic fiet.

Inventis ex [propof. tercia capituli precedentis] gravitatis centris, M quidem centrum binarum AB, BC ; R vero binarum AC, CD ; duæque MR , ſecabitor per eam recta DX ; & ipsa MR bifecabitur in H puncto, centro communione trium linearum AB, BC, CD ; hoc est, perimetri trianguli æquilateris ABC , [per propof. 4. capituli secundi hujus] Centrum porro linea AD , est punctum G : Ergo si volo centrum habere quatuor rectarum AB, BC, CA & AD , dividenda est HG , conneclens centrum H , commone trium dictarum rectarum, & G centrum unius rectæ AD [ex sexta & septima propositione cap. 2.] in proportionie trium AB, BC, CA simul sumptarum, ad unam AD , eritque hoc centrum necessario in aliquo puncto T , ſupra centrum H ſit: Si vero volo centrum quinque rectarum AB, BC, CA & AD bisumptæ, cum punctum G medium linea AD , ipſius etiam centrum gravitatis sit, ſive ipsa linea ſeriel, ſive bis, ſive ſepius ſumatur; ergo eadem recta HG dividenda venit in aliquo puncto P , in proportionem earundem trium AB, BC, CA , ad bis AD . Cum ergo proportio trium dictarum linearum AB, AC, BC , ad AD ſemel ſumptam, major sit proportione earundem trium, ad AD ſepicatam seu bis ſumptam; erit etiam recta GT major, quam sit GP : ergo punctum P , cadet ſupra T , ac proinde diverſum erit centrum gravitatis quatuor rectarum, à centro quinque rectarum; & hujus diuerſitatis nulla alia cauſa eſt, quam quod gravitas linea AD (quam ſive una dicatur, ſive duæ non curamus) bis accepta ſit. Quod etat ostendendum.

C A P U T V.

DE C E N T R O G R A V I
tatis Linearum curuarum.

Oft quam ea qua ad centra punctorum ac linearum rectarum, tam prout ipſe per ſe, quam ut termini figurarum ſuperficialium, in conſiderationem veniunt, commoda brevitate expeditivimus: Ordo ille doctrina quem hactenus obſervavimus, à facilioribus ad difficultiora conducens, requiri videtur, ut de linearum curvarum mixtarumque Centris gravitatis aliqua pro-

preferendas in medium. Quoniam multe variae & pend infunde sint, de pars
civ tamen iisque magis ordinatis, magis obuijs, ac notioribus, tractare constitutus
hoc quidem Capite, prope pot se sumuntur; non autem in ordine ad figuram quid ter-
minant, & ut perimetri illarum sumuntur.

PROPOSITIO. I.

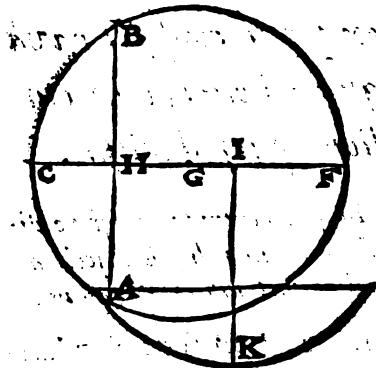
*Centrum gravitatis linea curva, ex parte consistit cava
intra subsensam, atque in recta linea, quae ad eam, qua cur-
vam in bisectionis punto tangit, perpendiculariter ducitur.*

In hac Propositione præcipue loquimur, quod rectam in qua centrum consistere diximus, de lineis circularibus, quamvis reque manifestum sit in reliquis sectionibus Coni ortis, si pro recta illa universaliter vel aciem, vel diametrum intelligamus.

Existet ergo Centrum ex parte cava linearum curvarum, si de circularibus & ellipticis loquamur, satis constare posse ex Corollario propositionis Octavae cap. 2. judicamus. Placet tamen illud universalius hoc loco ostendentes si prius postremam propositionis partem manifestam fecerimus. Enimvero, si centrum in ipsa linea curva esset, alibi esse non posset quam in medio ipsius puncto; cum linea præter suam longitudinem momenta alia non habeant; ergo, sive in ipsa curva, sive extra fuerit, ita situm esse debet, ut circum se habeat partes æqualium momentorum; quod alibi fieri non potest, quam in illa recta perpendiculari, quam diximus. Ostenditur autem sic.

2. Esto peripheria ACB bisecta in C , atque ad ductam tangentem DE , acta perpendicularis CF , transiens per centrum circuli G [ex 19. tertij]. Dico centrum gravitatis propositæ peripherie esse in recta FC . Assumpto enim in ea quovis punto H , pro centro illo, sumptisque peripherijs æqualibus CI, CK : erunt tam illæ quam reliquæ æquales IA, KB , æqualiter à punto H remota: hoc est, rectæ AH, HB , nec non HI, HK inter se æquales erunt. Nam ductis semidiametris GA, GB , erunt triangula AGH, BGH æqualia, [per 4. primi,] propter æqualia latera AG, GB , & commune GH , angulosq; ab ipsis comprehensos AGC, BGC æquales. [per 27. tertij.] Ergo & rectæ AH, HB æquales sunt. Eodem modo æquales ostenduntur IH, HK , si jungantur semidiametri IG, GK . Quod si assumatur aliquod punctum L , extra circulum in producta FC , pro centro gravitatis, nihilominus ductæ LA, LB , nec non LI, LK æquales ostenduntur, verbi gratia LA, LB , propter triangula æqualia LAG, LBG , &c. Et sie si assumantur quavis alia circa puncta in peripheria CA, CB , æqualiter hinc inde à punto C remota, ostenduntur, æqualiter distare à punto H , vel L . Quod erat demonstrandum.

Nec est quod quispiam obiiciat extra rectam FC , punctum esse posse, aliquid M , à quo ductæ, verbi gratia, MI , MK æquales sint; hoc enim fieri non posse, facilium ostenderetur ex triangulis (ducta prius MH) IMH , KMH ; latera videlicet MI , & MK inæqualia esse. Quod brevitatis causa, omitto.



4. Centrum porrò gravitatis curvæ existere ex parte cava, intrâ subtensam $B\mathcal{A}$, sic habetur. Ponatur eadem peripheria ACB ita, ut prædicta recta FC horizonti sit parallela, ut hic in adjecta figura, juncta que AB ad ipsam FC sit perpendicularis. Dico centrum gravitatis non posse consistere extra cavitatem, neq; ad partes H , puncto sectionis CF cum $B\mathcal{A}$, neque ad partes C . Esto enim, si fieri potest, quodvis punctum I , in recta HF , centrum gravitatis ipsius lineæ circularis seu curvæ ACB , quæ si cogiteur, hoc modo ut nunc est, ita ut $B\mathcal{A}$ sit perpendicularis ad CF , suspensa ex punto I ; ipsa nullo modo maneret, eo quod totum pondus esset ex parte H , & ex parte F nihil, quod contra ponderaret; feretur ergo deorsum ita, ut IC , eam situm obtineret quem IK : contra definitiōnem centri gravitatis, quæ vult ut grave suspensum ex suo centro, in quovis situ maneat. Eadem de causa centrum non potest esse ad partes C , in prædicta FC . neq; in ipsa AB . Ergo erit intra ambitum $ACBA$. Quod erat ostendendum.

L E M M A.

Si sint quatuor magnitudines proportionales, & alia ipsis pares numero, in quavis alia proportione proportionales quoque; si que secunda magnitudo ex illis, æqualis secunda magnitudini ex his. Si proportio primæ illarum, ad primam harum, æqualis fuerit proportioni tertia illarum, ad tertiam harum; etiam quarta magnitudo illarum, æqualis erit quartæ magnitudini harum. Si vero proportio prima ad primam major fuerit, quam tertia ad tertiam, erit contra quartæ magnitudo illarum, minor quartæ harum. Si denique proportio prima ad primam minor fuerit, quam tertia ad tertiam; erit contra quartæ magnitudo illarum, major quartæ harum.

Sint

Sunt 4 magnitudines A, B, C, D , ut quidem prima A ad B secundam; ita C tertiam ad D quartam. Sint deinde aliæ quatuor E, B, F, G , hoc modo proportionales, ut sit prima E , ad B secundam; ita F tertia, ad G , quartam, sive in eadem cum prioribus proportiones, sive in diversis: & sunt secundæ B & B æquales. Sit autem primo proporcio A ad E , æquales proportioni C ad F ; dico D æqualem esse ipsi G . Etenim vero cum sit A ad E , ita C ad F ; & vt eadem E ad B , ita eadem F ad G : erit ex æquo, vt A ad B , ita C ad G ; & permutando, vt A ad C , ita B ad G . Est autem vt eadem C ad D , ita eadem A ad B , ex hypothesi; ergo ex æqualitate perturbata, vt A ad D , ita eadem C ad G . Ergo [per 9. quinti] D & G sunt æquales. Quod erat primitio demonstrandum.

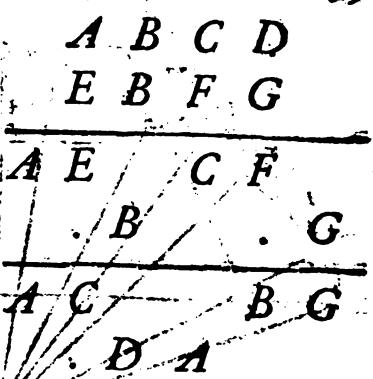
2. Sit secundo proporcio A ad E , major quam C ad F . Dico D contra minorem esse ipsa G . Nam cum major sit proporcio A ad E , quam C ad F ; proporcio vero ejusdem E ad B , sit eadem que ejusdem F ad G ; erit ex æqualitate proporcio A ad B major, quam proporcio C ad G ; & permutando, A ad C majorem, quoque proportionem habebit, quam B ad G . Verum vt eadem C ad D , ita eadem A ad B : ergo ex æqualitate perturbata, A ad D majorem proportionem habebit, quam eadem C ad G . Ergo [per 10. quinti] D minor est quam G . Quod erat secundò demonstrandum.

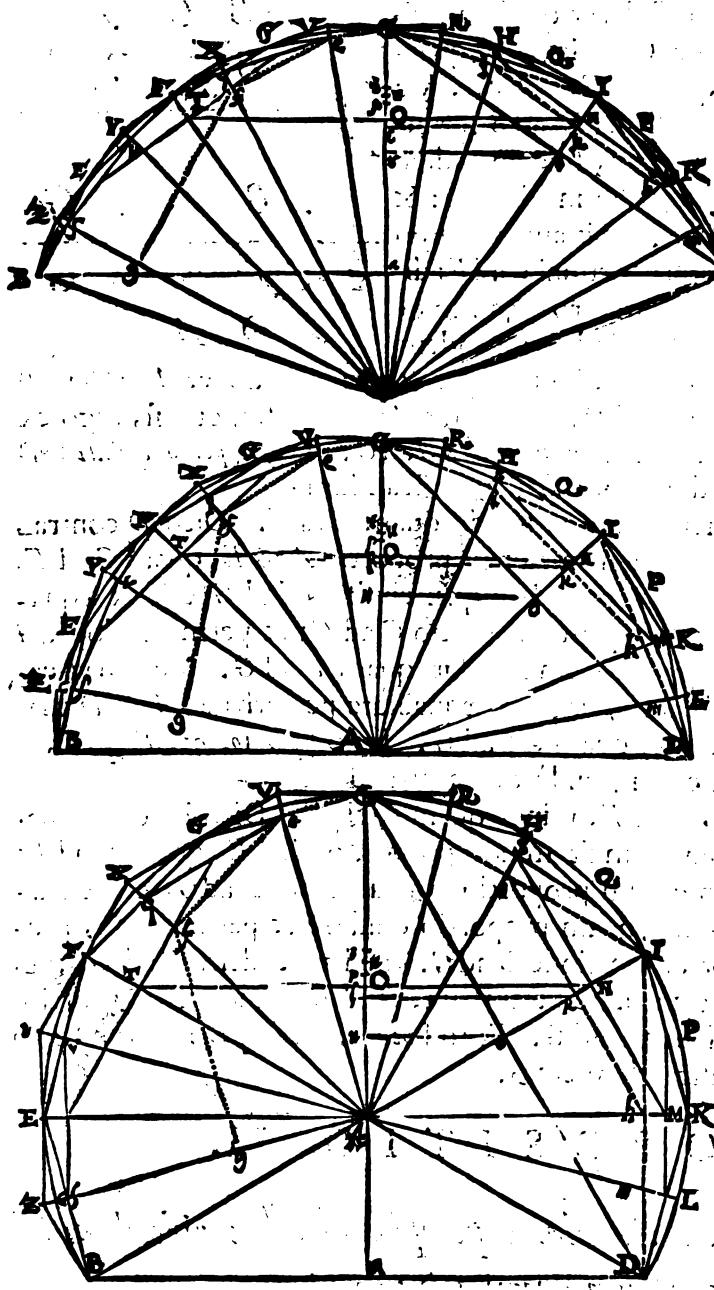
3. Sit tertio proporcio A ad E , minor quam C ad F . Dico D contra maiorem esse ipsa G . Etenim cum sit minor proporcio A ad E , quam C ad F ; eadem vero E ad B , sit in eadentia proporcione qua eadem F ad G ; erit ex æquo proporcio A ad B minor, quam proporcio C ad G ; & permutando, proporcio A ad C erit minor proporcione B ad G . Sed vt eadem C ad D , ita eadem A ad B : ergo ex æqualitate perturbata, A ad D minorem proportionem habebit, quam eadem C ad G . Ergo [per 10. quinti] D major est ipsa G . Quod tertio demonstrandum erat.

P R O P O S I T I O . II.

Dat e cujusvis circularis peripherie, quæ circulum totum non ambiat, centrum gravitatis reperire.

Sit peripheria quævis semicirculari sive major, sive minor, vel etiam æqualis, $B C D$. Oportet centrum gravitatis ipsius invenire. Invento in primis [ex tertio elementorum] centro circuli A , junctisque peripheriae extremis punctis B & D ; per rectam $B D$; per medium eius punctum a , ex centro A ducatur recta $A C$, secabit illa [ex scholio 27. tertii] peripheriam $B C$ D , bifariam in C (in semicirculo vbi A & a in unum coalescent, ex A educatur ad $B D$ perpendicularis $A C$) Fiat igitur ut semiperipheria $D I C$, ad semisubtensam $a D$, ita semidiameter $A C$, ad aliam quampiam, cui æqualis accipiatur $A p$, in semidiametro $A C$. Dico punctum p , centrum esse quod queritur.





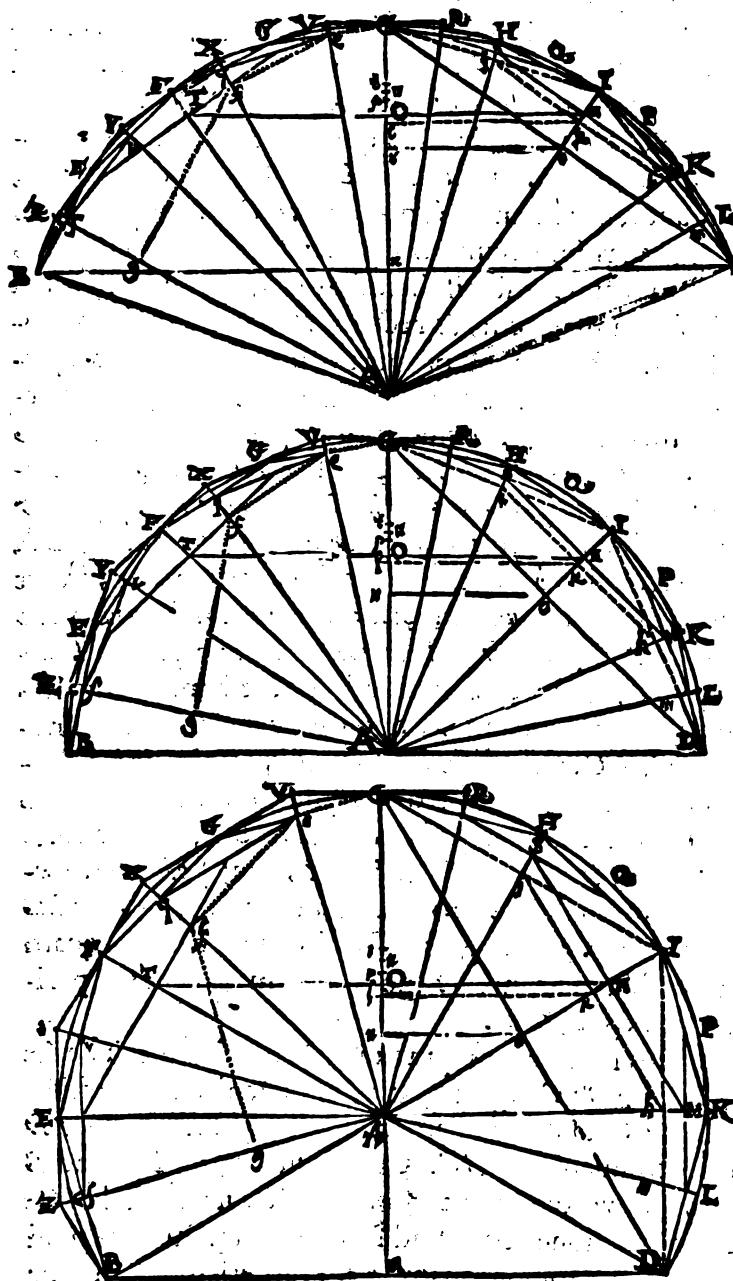
I, ex hypotesi; ergo [per 14. quinti] etiam $\angle AC$ major est ipsa Bb .

Bisecta deinde peripheria DIC in I , & arcu DI denio in K , & haec bisectio tam diu continuetur donec recta aliqua AE , ex centro in subtensum nomi arcus perpendiculariter ducta, æqualis sit ipsi Bb ; vel ipsa major; multum tamen quam semidiameter AC . Quod fieri potest, cum peripheria in infinitum bisecari possit, & perpendicularis, quacunque data differentia, proprius ad semidiametrum (qua, ut dictum, Bb minor est) accedere. Reperita igitur illa AL , æquali ipsi Bb , vel ipsa majori, tota peripheria BCD , dividatur in partes æquales ipsi DK , arcui videlicet ultimo (qui cum ex continua bisectione ortus sit, tota peripheria in partes secabitur numero pariter pares) $DK, KI, IH, HC, CG, GF, FE, EB$ & ducantur totidem subtensæ, quæ omnes ipsi DK , ob

DK, ob æqualitatem arcuum, æquales erunt. Harum linearum commune centrum gravitatis habebitur, si [per propos. 6. cap. 3. hujus] fiat, ut medietas summa linearum inscripearum, ad semisubtensam *Da*; ita perpendicularis *AL*, ad aliam: habebitur enim recta, cui si æqualem in semidiametro *AC* sumamus *AO*, erit ipsa major quam *AL*. Habemus etenim quatuor magnitudines proportionales, numerum semiperipheriam propositam *DIC*, semisubtensam *Da*, quartam illam *Bb*, de qua ante, & rectam *AL*; quia est ut *DIC*, ad *Da*; ita *Bb*, ad *AL*. Habemus etiam alias ipsis numero æquales sive pares, videlicet, semisumma inscriptarum, eandem semisubtensam *Da*, perpendicularem *AL*, ipsi *Bb*, æqualem, vel eadem majorem, & rectam *AO*; & est ut dicta medietas, ad *Da*; ita *AL*, ad *AO*. Est autem proportio primæ illarum ad primam harum major, quam tertia illarum ad tertiam harum. Cum proportio *DIC* semiperipheriae, ad medietatem inscriptarum, (quæ sunt primæ) sit majoris ad minus; [quilibet enim arcus sua subtensa est major, ut vel ab ipso Archimede supponitur, & assumpto illius principio, quod initio librorum de Sphera & Cylindro, tertio loco ponitur, facillime demonstratur] & tertia illarum quæ est *Bb*, ad tertiam harum quæ est *AL*, ipsi *Bb* vel æqualis, vel eadem major; ita ut proportio tertiarum sit, vel æqualitatis, vel minoris ad maius: secundæ vero sunt æquales, vel potius eadem; Ergo [per primam vel secundam partem Lemmatis precedenti] quarta magnitudo illarum, quæ est *AL*, est minor quam quarta harum, quæ est *AO*; ita ut punctum *O*, quod est centrum rectarum subtensarum *DK*, *KI*, *IH*, *HC*, *TG*, *GF*, *FE*, *EB*, magis removeatur à centro circuli *A*, quam punctum *I*, quod pro centro peripheriae *DCB* positum est. Quod est absurdum. Cum centra particularia arcuum *DK*, *KI*, &c, sint intra arcus & subtensas, *DK*, *KI*, &c, in radijs *AL*, *AP*, &c; [per precedenter] ac proinde centrum commune illorum arcuum omnium, [ex tertia parte Corollarii propositionis quinta cap. 3.] longius distat à centro circuli, quam centrum commune omnium subtensarum. Ergo centrum gravitatis peripheriae *BCD*, non potest esse intra p, & A.

Sit secundo, si fieri potest, centrum gravitatis propositione peripheriae ultra punctum *p*; hoc est, intra p & C, verbi gratia, in t; & fiat ut semisubtensa *Ba*, ad semiperipheriam *BFC*, ita *At* ad aliam quartam, quam dicamus *Dd*; quæ necessario major erit semidiametro *AC*. Cum enim sit, ut *BFC* ad *Ba*, ita *AC* ad *Ap*; erit etiam convertendo, ut *Ba* ad *BFC*, ita *Ap* ad *AC*: sed ut *Ba* ad *BFC*, ita, ex constructione, est *At* ad *Dd*: ergo etiam ut *Ap* ad *AC*, ita *At* ad *Dd*. Sed *Ap* est minor quam *At*, ergo etiam *AC* minor est quam *Dd*.

Bisecta deinde rursus peripheria *BFC* in *F*, & arcu *BF* denuo in *E*, & hoc tam diu, donec ducta aliqua *BZ*, perpendicularis ad semidiametrum *AB*, productam semidiametrum *Ac* (ad ultimum bisectionis punctum c educta) ita absindat in *Z*, ut *AZ* æqualis sit, vel minor ipsa *Dd* ante inventa; major tamen ipsa semidiametro *Ac*. Quod fieri potest, cum *AZ* in infinitum ad *AB* accedere, per bisectiones arcuum, possit, ac proinde differentia c Z, quacunque magnitudine data, minor exhiberi. Reperta igitur illa *AZ*, ipsi *BZ* æquales rectæ lineæ circumscribantur peripheriae *BFCID*, rectæ nimisrum *ZE*, *ET*, *IF*, *FX*, *XG*, *GV*, *VU*, &c. Harum circumscriptarum gravitatis centrum commune u, habebitur si [per propos. 6. capitis tertij] fiat ut medietas linearum circum-



arcus sua circumscripta est minor, ut demonstratur ab Archimede propos. 1. lib. 1. de Sphaera & Cylindro] & proportio tertiae priori, quæ est Dd , ad tertiam posteriorū, scilicet ad Ac , est ex constructione vel æquidistantis, vel majoris ad minus: secundæ vero sunt eædem. Ergo [per tertiam partem Lemmatis precedentis,] quarta magnitudo priorum, quæ est Az , major est quam Au , quarta posteriorum; ita ut punctum z , quod est centrum gravitatis circumscriptarum, proprius accedat ad centrum circuli A , quam punctum z , quod pro centro gravitatis peripherie BCD positum est. Quod est absurdum. Cum centra particularia circumscriptarum rectarum sint in ipsis arcibus: rectæ enim ZT centrum est E , punctum scilicet contactus; & sic de reliquis: arcuum vero centra, intra versus habentes, [per præcedentem]; ac proinde centrum communem omni-

omnium arcum, [ex stricta parte Corollary propositiones s. capitulo 3.] minus distat à centro circuli A, quam centrum commune omnium circumscriptarum. Ergo centrum gravitatis peripherie BCD proposita, non potest esse inter p & C. Ergo necessario in primum, QVOD ERAT DEMONSTRANDVM.

COROLLARIVM.

Habito peripherie zlicujus auf arcus, centrum gravitatis, habebitur etiam alterius arcus, qui priori similis sit, centrum, si hat ut semidiameter illius ad semidiagramem, hujus; ita recta determinans centrum gravitatis illius ad aliam, erit enim ex alterius centro distans.

Subdiagrama etiam hoc hypotaxis similes, atque adeo & ipsi, & radij, & subtense proportionales, ut demonstratur à Clavio lib. 3. Geometria practica propos. 2. & 3. & per consequens etiam recte centrali determinantes, qua per illos, ut vidimus, proportionales inveniuntur.

Quare Tabula condit posset finitam finium, ex qua pro quovis arcu, quodvis

graduum & minutorum, ex corporis yrnumeris correspondentes rectis dentra gravitatis,

determinantibus, ab uno scilicet minuto, usque ad semicirculum. Struetura tabu-

la realius acquirebitur, scilicet si hypotaxis quadrantis in duas partes plures in-

telligeretur divisa, quot semidiameter: tunc enim non solum pro uno Quadrante

tantum opus esset centra inquirere, eo quod pro reliquo usque ad semicirculum

centra per additionem subtractionem haberentur; sed & alia sece offerrent cal-

culi compendia: efficiunt ut peripheria minor Quadrante, ad peripheriam maj-

orem semicirculum completem, ita determinans centrum minoris, ad determi-

nantem centrum majoris. & huius

PROPOSITIO III.

DEMARITER EFFICERE.

Supponit praecedens operatio cognitionem circularis lineæ, hoc est, propor-

tionem ejus ad rectam, qua data, & operatio & demonstratio suam obti-

nent in Geometricis dignitatem. Subiungam hanc etiam constructionem e-

amque Geometricam quidem, atque à cognitione lineæ circularis indepen-

dentem; qua tamē ad eum, quem sibi præfixit, scopum pertingere Geome-

trice non possit; in praxi vero mechanica vix aberrare.

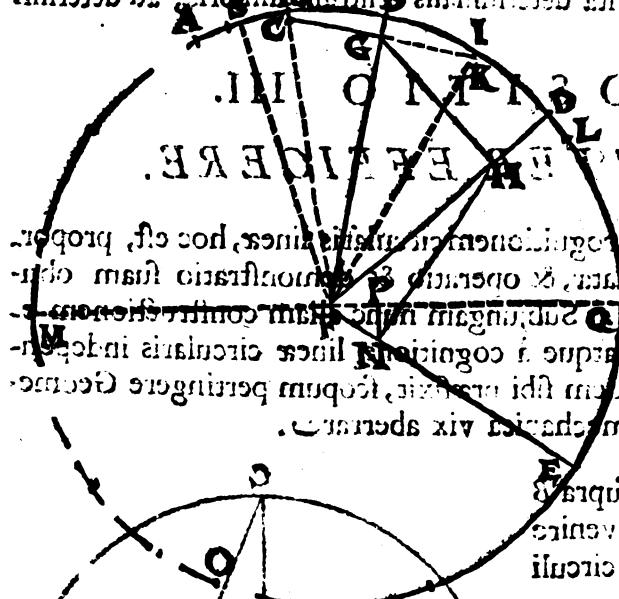
Sit peripheria eadem quæ supra B
CD, cuius opotest centrum invenire
gravitatis. Invenio, ut supra, circuli
centro A, in diametro AC, datam pe-
ripheriam in C bisecante; jungatur re-
cta CD, & in E puncto bisectetur. Ita
vallo deinde HE, in recta AC equalis
accipiat recta HF, & jungatur FG, ut
qua ifidem bisectetur in G. Nam si
intervallo AG, in eadem recta AC, linea & qualis absindatur AH, jungatur
HG, eaque etiam bisectetur, & reliqua
fiant ut ante; invenientur allud punctum
inter A & H, qua operatio si aliquod repetatur habebit in tandem plus
sile

Etum quod à proximè inveniendo sensibiliter nequaquam differet, atq; adeo pro centro, quod quadratur practice tuto assumi poterit. Quod erat facien-
dum.

Demonstratio ex sequenti constabit Capite. Quod vero hic de figura, in qua peripheria semicirculo majoris propoluta est, dictum est; hoc idem intellige de semicirculari eaque minore, eas enim, cum ubique eadem sit ratio, consulto omisimus.

PROPOSITION

Dato **concentrico** **quadratis** **enipusbat** **arcus** **circulis** **intervallis**,
rc concentrico **gravitatis** **arcus** **duplici**, **quadruplici** &c. **item** **sub-**
duplici, **subquadruplici** &c **sic** **deinceps**; **et hoc in infinitum**: **in**
proprietate **duplicia** **quadrata**, **usque ad** **complementum** **et** **igitur** **multa**
triplicandum **circulum**, **in** **subduplici** **vero per** **continuas** **modiper**
potius **disjunctas** **est**



Vice versa sit datum centrum H , & angulus ADE , Oporiet invenire centrum subduplicis ABD , & subquaduplicis ABC . Duciis ut ante radiis FB , FC , ex H erigatur perpendicularis ad ED , secans radium FB in G ; & ex G mutis

ad perpendicularis ad FB, secata FR in C; erunt puncta G & H, centra gravitatis, que sita. Orid fr arcus AR bisecatur in S, & ad radium FS ex C ducatur perpendicularis, ostenderat via FS, centrum gravitatis, arcus AR, & sic in infinitum. Demonstratur autem eodem modo omnia ut supra.

S C H O L I V M.

Diximus in propositione hac posse nos dedicando pervenire ad comprehensionem, et varie multiplicandum circulum: patet autem completio proxime [lequenti capite propositione 6.] ubi ex gravitatis centro dato, dati arcus, totius circularis peripherie centrum invicem inveniuntur. Quia ad multiplicationem spectat, si tota peripheria multiplicanda sit, bis, quater, octies, &c. Erit igitur Centrum simplicis peripherie, centrum etiam huiusmodi bisequatur. Similiter. Si vero loquamur de partibus que circulum precise non compleant, et pergere velimus per continuam duplicationem, centrum poterit esse semper aliud atque aliud, ut in superiori figura invento centro H, ipsius arcus ADE, ex dato centro C, si alterius pergamus duplicando, erit arcus ADEM duplus ipsius arcus ADE: Quare si ad ductum Radium FE, ex Hyperbolicula dimitatur HN, erit punctum N centrum gravitatis arcus ADEM. Quod si hoc arcus radios duplicitate pergerendo, scilicet ab M versus A per B, D, E, seruacabitur dupla mensura id est ut arcus QMA sit simplex, arcus vero ABDEO duplicatus, sicut hic sumptus. Quare ducto radio MF, ex producta reliqua est Q, si ad ipsam ex N ducatur perpendicularis NP, erit punctum P centrum gravitatis arcus ADEOMADEO, quod necessaria exigit ultra centrum F, etens modum arcus duplicati, nonquam gravitatis. Et sic de reliquis: Quae omnia, quoad multiplicationem arcuum intelligenda sunt iuxta ea que diximus. Capitulo secundo ad Postulatum tertium, tunc invenimus quod postulatum non nisi

Primeras y segundas órdenes de

Locus hic Doctrinæque ordo omnino requirere videtur, ut aliarum etiam curuarum linearum Centra daremus gravitatis, maxime autem partium lineæ Ellipticæ, reliqua- rumq; sectionum Conicarum. Quæ res, cum sit hominis si non perspicacis in Geometricis, certe quietoris ab occu- pationibus, quam ego nunc sum; neque desint alij qui hu- ius Geometricæ Scientia naturam ac indolem perspectam habeant, in eisq; adyta poterent. & ab universalibus instructi preceptis, qui- bus Theorematia & Problematia innumera exquirandi eademque demon- strandi facilitas comparatur, hisce merito hæc & similia inveni- enda, ac demonstranda relinquimus. Talia projecto & hæc ipsa a viro Archimedeo JOANNE DELLA FAILLE Societatis no- stræ Sacerdote, suo merito exspecto; qui in Opusculo de Cen- tro gravitatis partium Circuli & Ellipsis, in Praefatione ad Lecto- rem sic scribit: Plurimum ad hoc magnitudinem, de quibus nemo ha- bens, centra gravitatis determinari sensim edenda &c.

Hac autem Ceteri gravitatis indagatio hōc & Propositionibus hodiernis factis
speculationem habuit non infinitam, primitaque certam, sic Corollarie post ipsa veras
hōc est Scholae, digna proposita que proprium sibi affirmant Caput, immo et ea ipsa
ut aliud repetatur per se moretur. Id quodcumque facere desipimus. In statu in cuius

M V I L O U S 2

DIGRESSIO DE QUADRATURA GIR culi Lineaque Quadratice.

C A P Y T U M VI.



I. Tympanique inscribitur **Quadratura circuli**.
sine possumus arduitate efficerit, ut nō facile dixerit, ut certe
michi persimile habebo vix Geometram, qui aliquo saltē loco ha-
bitus sit, unquam existisse que non plusculas horas, nec dicere die
mensisse aut annos, contemplationis hinc trahiderit. Immo, nō aliquem ex Tyrannis
sufficere, qui, postquam saltē quid nominis resque esset **Quadratura circulivaria**
que cognovisset, sibi certo certus non promiserit, nobilissimi illius Laurentii se fort
Auctorem. Quia quidem, de Philomathematicis incipientibus maxime, siisque
mirantibus, mira nemini videri debent, sciendi neque instrumentis precios
cupido. Hoc mirandum magis existisse, que non solum hoc Inventum sibi tribuerint,
typis per totum mundum evulgaverint, minio cinnabariq; depinxerint; sed etiam se
omnīs patē putēt. Geometricē demonstrassent, contra quosvis typquam pro grātia fō
cus certaturi, mordicus contendent, dum interim nō nisi proprios errores, immo al-
quando etiam alienos, jucundisque quosdam paralogismos, orbi universo vendiderint.
Hinc nata varia variorum Cyclometrica, Cyclometrica, Circuli dimensiones, Tetra-
gonis, Circulique Quadraturæ. Non deficiunt certe inter illorum tractatus, quid
ne errore vides possint, vel ipsum Archimedem sexorum argumenta non sunt veriti, cum
que Tyrannidis accusare, Arithmeticam Geometriamque ipsam in jus vocare. Et
ne quid Philautia non tribueretur inventi sunt, qui quod ipsi invenire se posse de-
sperarant, nullum alium posse, atque adeo Terragonismum absolute impossibilem, cura-
que ad rectum nullam proportionem esse proclamarunt. Ita fallimur, & fallimur.

2. Ab aliis cum Philosophorum Principe, & ceterisque non parvi, namvis Georges
tris, secessantes afferint, Quadraturam circuli esse scibilem, etiam si nondum da-
re sit illius scientia. Num audimus Eutocium Alcalonitanum, Archimedis De Circu-
li dimensione Commentatorem, qui quinto Christi saeculo claruit. Circuli circuitū feten-
tam, shavit, magnitudinem esse omnibus perspicuum est; atque ut arbitror, ex
earum humero quid ad unum duncaxat divisibilis sunt; est autem & recta li-
nea illius ejusdem speciei, Ea quamquam nondum appearat fieri posse, ut
circumferentia circuli aqualem rectam lineam inveniamus: esse tamen natu-
ra rectam quandam ipsi aqualem, à nullo unquam est dubitatum. Missis
ergo pluribus, que aliunde ad hanc stabilendam sententiam litteret adducere, in reno
presen-

præsentem veniamus. Quis enim, qui Geometriam saltem à limine salutaverit, non una cum illius Principe superficiebus sua concesserit gravitatis centra: & eodem prorsus jure pro lineis, talia centra quis non admittere debet, ut nos jam primò facimus? Quia projectò centra magnitudinibus illis re ipsa convenient, atque suo loco sine loco singulis quibusvis insunt, ut pote in inderibili, nemine etiam cogitante. Dato igitur vel semiperipheria, vel ipsiusmet plani semicirculi gravitatis centro, Quadraturam etiam dari circuli necesse est; & alterutro supposito, alterum sua sponte sequi. Quod ipsum sane non ultimum est nec minimum ex ijs, que plurima Geometricis insunt, mysterium. Quid enim Quadratura circuli cum centro gravitatis sive linea sive plani? Reconda hæc sunt quodammodo, & tamen manifesta: ac proinde jure merito Paradoxa dicenda.

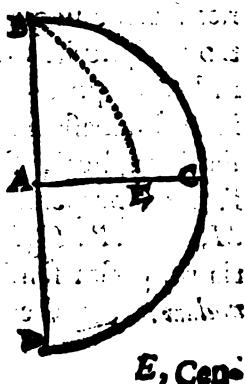
3. Archimedem projecto, et si is in Scriptis suis qua extant, plurima dissimulet, plurimum tamen circa circulum quadraturam ipsum fuisse occupatum, multumque in eo laborasse nullus ambigo: neque omnino incassum; fructum enim laboris illius non exiguum fuisse astimandum est. Ab illo enim primo habemus propinquam & proximam, peripheria circularis ad diametrum rationem: Triangulum item rectangulum illud aquale esse circulo, cuius alterum circa rectum latus aquale sit ei recta, que peripheriam adaequet, alterum vero sit ipsa Circuli semidiameter. Et tandem in Spiralibus ipsam Circuli Quadraturam, licet eam nondum omnibus numeris absolutam, nobis reliquerit. Sudassc circa hoc negotium, ut supra diximus, plures ex antiquis aliis; plura id comprobant & iudicia & testimonia. Quorum non postremum locum obtinet illa, quam teste Pappo Alexandrino [lib. 4. Collect. Mathematicarum] Nicomedes & Dinostratus assumpserunt, Linea segregaviossa, Quadratrix, vel Quadrataria dicta, cuius genesis, proprietatesq; excellentes, quamvis non omnes, fuse explicat Clavius noster [in fine tam lib. 6, Elementorum, quam lib. 7. Geometriae practicæ.] ut & ipsem quem dixi Pappus.

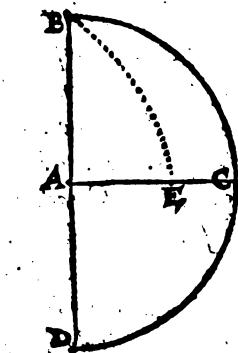
Vltimum ergo Mirabile illius linea punctum, in quo nimis vno omnis, omneque momentum ac pondus circa Quadraturam Circuli confluit, quodque neque antiqui, neque moderni, (interque illos nec nos ipsi) omnino geometricè determinant, ipsum tamen Centrum esse Gravitatis semiperipherie circuli, nos primum rurido manifestamus. Invenio ergo hoc centro, quounque tandem modo, inventare esse, tam diu desideratam Circuli Quadraturam, clarum est. Neque unam tantum, earumque Quadrantis circuli, prout hactenus creditum est; sed infinitas alias ejusmodi, infinitarum aliarum circuli partium, dari Lineas Quadratrices, iisdem donatas, quibus illa privilegijs, mox ostendere aggredimur.

PROPOSITIO I.

*Centrum gravitatis semiperipherie circuli,
Vltimum esse lineæ Quadratricis punctum.*

E Sto semicirculus $ABCD$ bisectus à radio AC , atque in ejus Quadrante ABC inscripta Quadratrix BE , cuius vltimum punctum sit E . Dico hoc punctum E , esse idem cum centro gravitatis peripherie semicircularis BCD . Est enim [ex propos. 2. cap. præcedentis] ut peripheria BC , ad semisubtensam AB ; ita radius AC , ad rectam A





E, Centrum gravitatis quod diximus assignantem; ex qua proportione ostensum est, punctum *E*, esse centrum gravitatis peripheriae *BCD*. Sed etiam præcipua proprietas Lineæ *Quadratricis*, est eadem proportio [ex propos. 26. lib. 4. Collect. Mathem. Pappi, & Clavio locis citatis ante]. Nimurum ut eadem peripheria *BC*, ad eandem *AB*; ita eadem *AC*, ad eandem *AE*, ultimum punctum *Quadratricis* determinantem, Minimamque illarum quæ ex centro ad lineam ducuntur. Ergo punctum *E*, quod est positum centrum gravitatis peripheriae semicirculi, est etiam ultimum punctum *Quadratricis*. Quod erat demonstrandum.

C O R O L L A R I V M .

Ergo dato quoctunque tandem modo (dummodo is geometricus sit) centro gravitatis peripheriae semicirculi, dabatur *Circuli Quadratura*. Cum enim, ut habet illa, de qua diximus, præcipua proprietas, *AE*, *AB*, *BC* sint continuè proportionales; si fiat ut *AE*, ad *AB*; ita *AB*, ad aliam rectam, erit ea bis sumpta peripheria *BCD* æqualis, ac proinde ex inventis Archimedis, Quadratum cuius latus media proportionalis existit, inter illam & radium *AB*, æquale erit circulo proposito.

Supposita autem *Quadratura circuli*, hoc est, proportione peripheriae ad diametrum, seu partis illius ad partem hujus, verè & geometricè dabatur Centrum Gravitatis cuiusvis peripheriae, seu arcus circuli: ut constat ex cap. præcedente.

P R O P O S I T I O I I .

Qua ratione infinite dentur Quadratrices, seu Quadratricis Aemulæ.

Circularis enim peripheria in infinitos secari potest arcus, quorum singulorum [ex capite præcedenti] centra dantur gravitatis, quod vniuersusque Lineæ *Quadratricis Aemula* ultimum erit punctum. Vocamus enim, ad distinguendam *Quadratricem antiquam*, à novis nostris, eas *Quadratricis Aemulas*.

Eundem autem prorsus hæ Lineæ *Aemula* quam *Quadratrix* ortum habent & genesis. Esto enim proposita circularis peripheria; semicirculo sive major sive minor, quæ sit *BCD*: Medietas ergo ipsius per continuas bisectiones secetur in quatuor partes æquales; in exemplo nostro sint octo, & ex centro peripheriae *A*, prius invento vel dato, ad puncta sectionum educantur radij, ut pote *AD*, *AE*, *AF*, *AG*, *AH*, *AI*, *AK*, *AL*, *AC*. Deinde semibasis *AD*, in totidem etiam tribuatur partes æquales in quot data semiperipheria secta est; eductæ enim ex divisionum punctis rectæ, ad ipsam *AD* perpendicularares, secabunt correspondentes suos radios in punctis *D*, *N*, *O*, *P*, *Q*, *R*, *S*, quæ convenienter juncta, Lineam dabunt (si peripheria proposita semicirculo æqualis fuerit) *Quadratricem*, aut *Quadratricis Aemulam*. Quod erat faciendum.

S C H O .

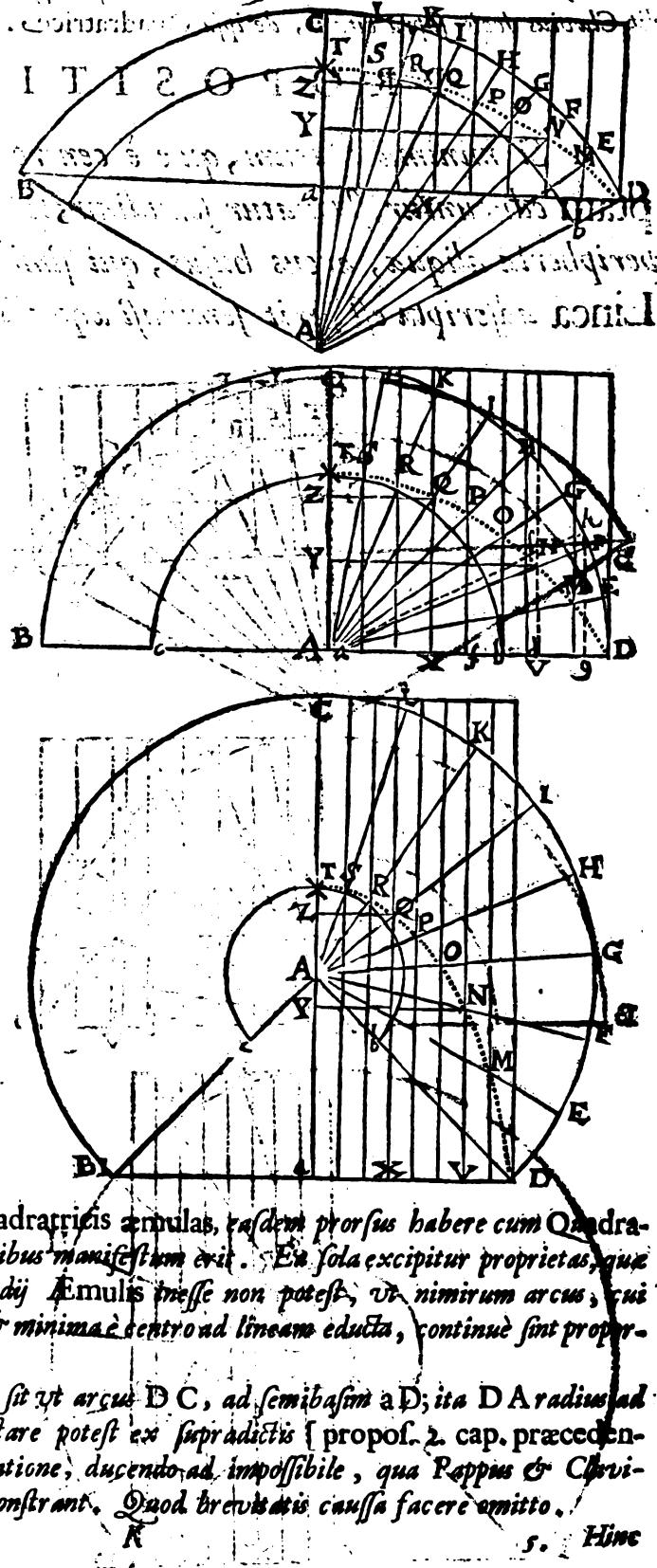
S C H O L I V M

1. **P**unctum ergo D linea Quadratricis vocatur Principium, T vero Finis seu Ultimum. Ipsa vero Quadratrix; seu **A**emula D O T, dicius adscripta peripherie circulari D G C. Ita ut comitant nomine **V**am Quadratrix, quam ipsius a mula ADSCRIPTA dicuntur, passit. Rectarum arcucentrum A, ad lineam descriptam, minima est A T, in qua Finis differt propter A D, vero, in qua principium maxima, que quicunque semper est radius. Quod autem radio propinquior, si remotior, semper major excedit; ut et facile demonstrari posset. Rebus deinde A D, cum Clavis vocare patet, minus etiam Quadratricis latus, A T vero etiam Basim.

2. Postulant uitem in de scriptione illius, puncta illa per qua ipsa describenda, & propter obliquas inter facies in dighoferi sequitur, easdem arte inventari, quia supra [propos. 3. cap. præcedentis] puncta E, G, &c. inventa sunt. vido Clavis um locis superius citata.

3. Has denique lineas Quadratricis annulas, tandem prorsus habere cum Quadratrici proprietates, ex sequentibus manifestum erit. Ea sola excipitur proprietas, que ob inaequalitatem basis & radij Aemulis messe non potest, ut nimirum arcus, qui Aemula adscripta est, tanta, & minima e centro ad lineam educta, continuè sint proportionales.

4. Quod vero in omnibus sit ut arcus D C, ad semibasim a D; ita D A radius ad AT minima eductam, constare potest ex supradictis [propos. 2. cap. præcedentis] & demonstrari exenti Patione, ducendo ad impossibile, qua Pappus & Clavius idem de Quadratrice demonstrant. Quod brevitas causâ facere emitto.

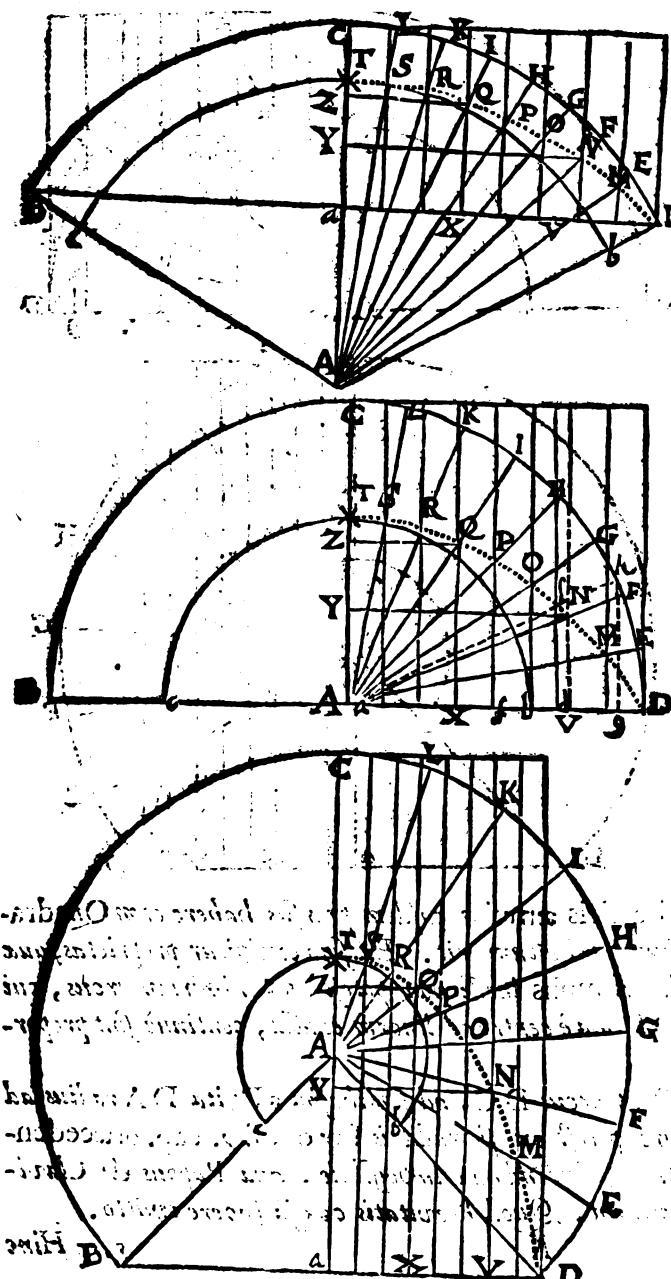


5. Hinc

5. Hinc etiam, atque ex propositione proxime precedenti, constat demonstratio propositionis tertie cap. precedenti, ea enim ratione qua' ibi centrum gravitatis invenitur, habetur etiam ultimum Quadratricis, seu ipsius Aemula punctum, ut ostendit Clavis locis supra citatis, de ipsa Quadratrice.

P R O P O S I T I O N I

Si minima illarum, quae e centro ad Lineam adscriptam educuntur, statuatur semidiameter ad quam describarunt peripheria aliqua, arcus hujus, qui similis sit illi arcui, cuius Linea adscripta est, erit semibasi aequalis.



In eisdem figuris concentrica intervallo $\hat{A}T$ descripti pars sit arcus Tb , qui quidem similis est arcui CD , inservientibus quippe iuxta terceptus AC et AD radicibus. Dico ipsum arcum Tb , semibasi AD aequalem esse. Constat enim ex superiori tribus esse, ut arcus CD ad DA , ita DA recta A , ad Tb ; ex permutando, ut CD ad DA , ita DA ad A . Tunc & dividendo, ut CD ad arcum CD , ita A ad Tb , sed ut CA semidiameter ad suum arcum CD , ita eadem AT semidiameter ad suum arcum Tb [sunt enim, ut demonstratur a Pappo & Clvio, peripheria & radii proportionales] ergo [per g. quinti] recta DA , & arcus Tb inter se sunt aequales. Quod erat demonstrandum.

COROLLA RIVM.

Ex his sequitur cuicunque arcui dato, dari posse ea qualis rectam, sic enim datum quisvis arcus CD , cui intelligatur adscripta Aemula DA , aut

T. aut latrem in radio AC , ultimum illius punctum T . Fiat ergo ut A ad D , ita AC ad aliam, erit illa dato arcui *æqualis*. Constat ex demonstratis.

P. R. O. H. O. S. I. T. I. O. IV.

Si ex centro circularis peripheria, cui adscripta sit Quadratrix vel ejus *Æmula*, cibancur radij lineam Adscriptam secantes in punctis, ex quibus ad basim ducantur et perpendicularares, et parallelae; erunt arcus peripheriae inter radios interjecti, paralleli, vel segmentis basis, inter perpendicularares positis proportionales.

Resumantur eadem figuræ, in quibus ex centro A radij ejeci sunt AF, AI , secantes Adscriptam in punctis N & Q , ex quibus ad basim ductæ sint perpendicularares NV, QX , & eidem bâni parallelae NT, QZ . Dico ut est totus arcus DT ad arcum FC , ita esse basim Da ad parallelam NV , vel ad segmentum Va . Item ut arcus DF ad arcum FI , ita DV ad VX ; et ut FI ad IC , ita VX ad Xa . Et denique ut DF ad IC , ita DV ad Xa . Quæ omnia clara sunt ex ortu *Adscriptæ*, qualis enim pars est arcus DF , ipsius arcus DC , talis DF , ipsius Da , &c.

C O R O L L A R I V M . I.

Habetus primo ex his ratio, quo quibus arcus dividî possit in qualibet proportione. Arcui enim GD dividendo, adscribatur vel *Quadratrix* vel ejus *Æmula*, & basis Da segetur, *per ea que docet Clavius ad propositum lib. 6. Euclidis*, in quoquo V in proportionem datam. Nam si ex hoc punto ad basim D erigatur perpendicularis, secans adscriptam in aliquo puncto N ex centro A , per punctum N educatur radius, dividet is arcum datum in punto F , in proportionem datam.

C O R O L L A R I V M . II.

Habetur secundo modus dividendi datam totius circuli peripheriam in quodcumque partes æquales, ac proinde ipsa **POLYГОNAGRAPHIA seu Inscriptio omnium Multangularorum regulatrum in circulo**. Dividenda enim est diametrum circuli in proportionem datam, hoc est multitudinis laterum, unus nonnullum ad reliqua [*per eadem que docet Clavius loco proxime citato*] ut pro triangulo, unus ad 2. pro pentagono, unus ad 4. &c. & ex punto divisionis erienda perpendicularis, quæ Quadratricem socet: Nam si per sectionis punctum eiiciatur radius, secabit is peripheriam in punto, ex quo si ad dictam diametrum ducatur perpendicularis, & producatur usque ad peripheriam circuli; habebitur latus polygoni proportionis. Exempli gratia in iisdem figuris sit media, quæ semicirculum fecerit, medietas circuli proportionis, cui inscribendum sit heptagonum; diameter BAD dividatur in 7. partes æquales & si D una, ad AB reliquias, ut 1 ad 6, & ducta perpendicularis ah secet Quadratricem in punto I , per quod radius Ab ductus signat in peripheria punctum b , ex quo deducta perpendicularis bg ad diametrum BAD , erit ea semilatus heptagoni dato circulo inscribendi: Sic quia punctum f diametrum DB ita dividit, ut sit Df ad fb , quam ad medium 1. ad 3. et huiusque AH transversa per, ubi perpendicularis dicu-

dichilatis fP Quadratricem secat, erit perpendicularis AD , que ex H ad BfD ducitur, semilatus quadrati circulo proposito inscribendi. Et sic de reliquis.

PIRQHOSIΩE VI.

Si peripheria circula feceris ut cunq[ue] in duo segmenta, quibus adscripta intelligatur, unicunque seorsim. Aemula vel ultimum saltem ejus punctum erit rectangulum sub semiperipheria unius segmenti, & ea quae ex centro circuli ad ultimum punctum sibi Adscriptar; equale rectangulo sub semiperipheria alterius segmenti, & ea quae ex centro circuli ad ultimum punctum sibi Adscriptar; pertinet.



Esso peripheria circuli BCD , cuius centrum A , secat per rectam BaD , ut cunq[ue] in duo segmenta BCD , & BcD , que ipsa bisecta sint per rectam CAc , & sic T ultimum punctum eAd scripta majori segmento, & vero ultimum punctum eAd scripta minori. Dico rectangulum sub arcu CD & recta AT , & equale esse rectangulo sub arcu cD & AT recta. Est enim [ex Num. 4, scholij propos. 2. hujus cap.] ut CD ad Da , ita AC ad AT , atque adeo, [per 16. septi,] rectangulum sub CD & AT , & equale rectangulo sub Da & AC : sed [per eandem] eidem rectangulo sub Da & Ac seu Ac (sunt enim Ac & Ac radij, ac proinde aequales) atque est rectangulum sub cD & AT ; cum sit ut cD ad Da , ita Ac ad AT . Ergo rectangulum sub CD & AT , & equale est rectangulo sub cD & AT . Quid erat demonstrandum.

COROLLARIUM I.

Ergo dato ultimo punto Adscripto alterutri segmento, sive recta, verbi gratia, AT , cum radio & semibasi, dabitur etiam ultimum punctum alterius segmenti, seu recta Ac . Nam si fiat ut AT ad Ac ita Da ad aliud, habebitur AT . Sice, diam si fiat, ut Ac ad Ac , ita Da ad aliam, erit ea Ac . Idem habebitur si loco vel radij vel semibasis, vel utriusque defetur, vel hoc, vel illa semiperipheria, vel utraq[ue]. Exempli gratia, si fiat ut CD ad cD , ita Ac ad aliam, erit illa AT . Et similiter ex aliis datis, alia haberi posse quæsita, ex supra positis proportionibus manifestum est.

COROLLARIUM II.

Plurimum potro ultimum Adscriptum T vel c , cum sit centrum gravitatis suæ peripherie, dato scilicet alterutro hoc gravitatis centro, & circuli centro, alterum haberi etiam ex alio fundamento potest. [ex propositione quidam Octava capitulo 2.] Ex illo, namque habetur esse: ut CD ad cD , ita Ac ad AT .

COROLLARIUM III.

Quod ipsum potendum, atque tanquam Corollarium, utriusque ex hujus & illius Propo-

L I T B R A I D C H A P T E R E VI.

Propositionis habendum; nimurum in quavis Circuli totius peripheria, in duas partes utcunque seca esse, ut arcus major ad minorem; ita permutauntur minimae carum, quæ ex centro Circuli, & ad *Emulam* minori adscriptam, & ad ipsius centrum gravitatis ducitur; ad minimam quæ ex eodem circuli centro, & ad *Emulam* majori arcui adscriptam, & ad ejusdem arcus centrum gravitatis pertinet.

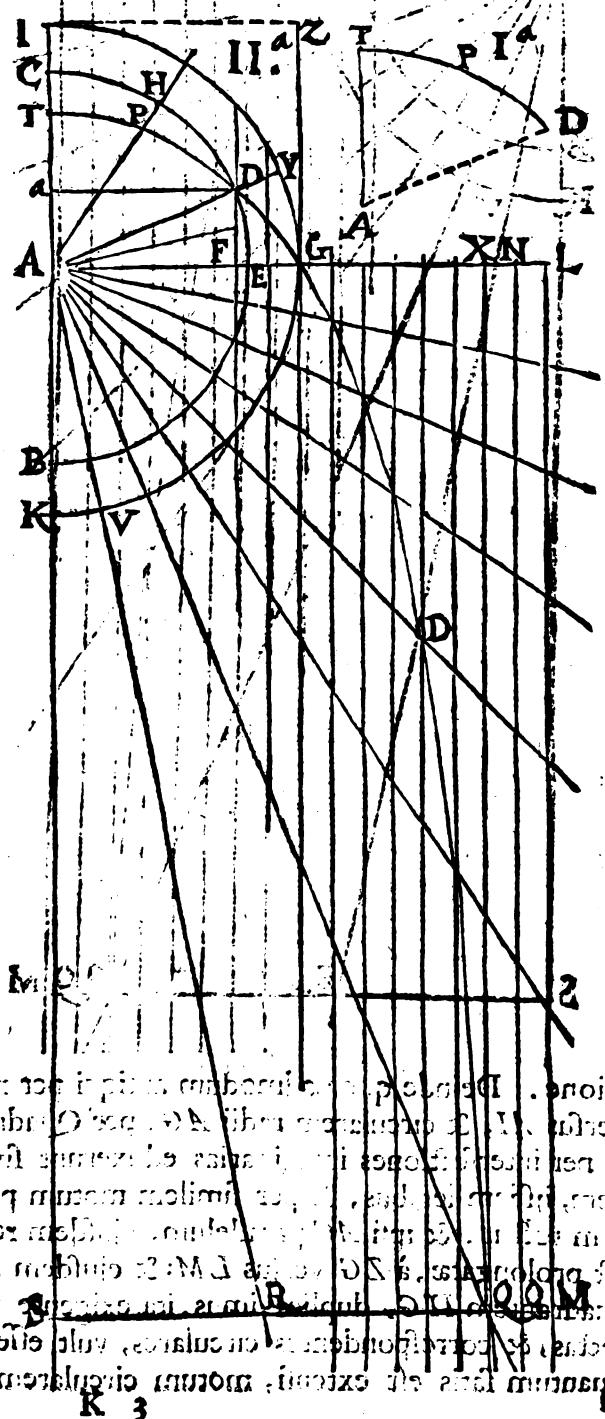
C O R O L L A R I V M . IV.

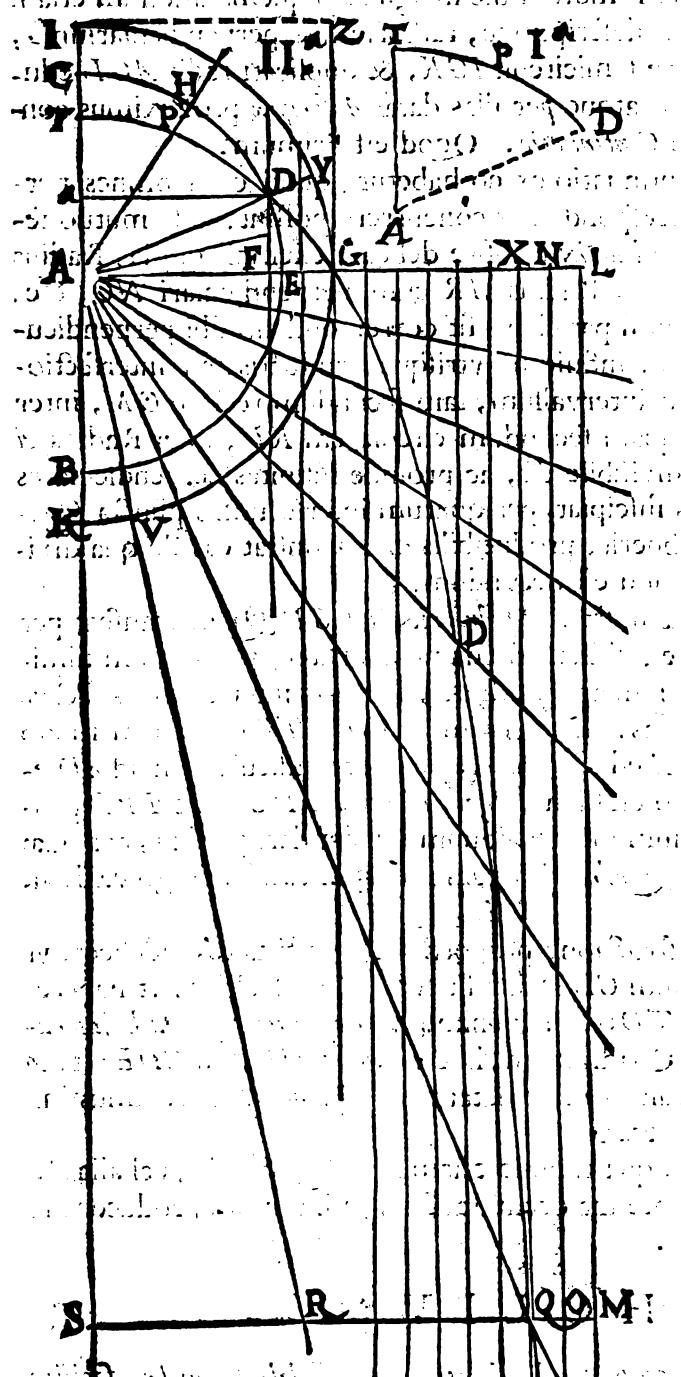
P Atene ex predictis compendia minime spernenda, pro structura Tabule, de qua super Capite precedenti, post Corollariū Propositionis secundæ Lectorem monuimus.

P R O P O S . VI.

ADSCRIPTAM
quancunque, cum sua
ex centro minima da-
tam, continuare, ac pro-
ducere in infinitum.

I. Sit data, in prigna hujus appositi Schenatis figura, *Emula*, seu *Adscripta* *T*. *P* *D*, cum sua minima ex centro *A* *T*, eaque sit, exempli gratia, adscripta arcui Quadrante minori [quod constare posse ex dista *AD*, faciens cum data *AT* angulum acutum, propositione proxime sequente docemus]. Oportet eam in infinitum secundum partem suam producere. Ex centro *A*, secundæ figurae (in qua translatus *Adscriptam* datum *T* *P* *D*), ad intervallum *AD*, describatur arcus *CDE*, se-
cans productam *AVB* in finitam rectam *AE*, perpendiculariter actam ad *AC*, in *E* fiat deinde ut arcus *GHD*, ad Quadrantem *CDE*, ita, recta *AF* (quæ per *F*, ex *D* punto, ipsi *CA* parallelam, ex eadem *AE* absindetur) ad aliam, quæ sit *AG*. Centro igitur *A*, interyallo *GG*, describatur semicirculus *GK*, &





Ex his manifestum est primum, Quadratricem continuata unam ex illis lineis esse, quae cum recta in eodem plane designata, nunquam invicem coincident, etiam si utrque in infinitum protrahantur, & quanto longius producantur, tanto sibi invicem propiores evadant. *Adscripta* enim TD GQ , perpetuo ad rectam A M accedit, cum eodem tamen convenire non posset; eo quod per intersectionem ejusdem cum Radio AS , quae nulla est, cum AS & LM parallela sint, transire debet.

COROLLAS RIVM II.

PAtet secundò, cum superius hujusmodi lineæ terminum seu Punctum T , unum cum Clavio *Vlum* vocaverimus, & alterum terminum ejusdem *Principium*. Hic nos cogi ad mutandam sententiam, aseverandumque nobis esse lineæ huic nec principium nec finem dari posse; cum Radix AT , AS suas correspondentes perpendiculares fecare nequeant. Patebit tamen infra, nos extra punctum T in *Adscripta* quodvis assumere posse punctum, quod ipsius dicatur *Principium*.

PROPOSITIO VII.

Data Ad scripta quavis, una cum sua ex centro minima, Verane ipsa antiquorum Quadratrix sit, an ejus Æmula, & qualis, dignoscere; & insuper ipsius Radium, atque arcum circuli, cui ea adscripta fuit, ipsovenire.

Sic

Sit data Adscripta TPD , cuius principium sit D , & Ultimum ipsius punctum T , vha cum recta TA , minima nimis ad ipsam ex centro erecta. Oporteret invenire ea² duas diximus. Ducta ex centro A ad punctum D , recta AD , ex A ut centro ad intervallum AD , usque ad productam AT , versus T usque in C , describatur arcus circuli DHC , qui erit is ipse cui Quadratrix si-
ve $Amalia$ adscripta dicitur, & Recta AD ipsius Radius.

Qui si ad rectam TY perpendicularis sit, erit data curva linea antequorum **Quadrantum**, & recta AD ipsius latus, arcusque ductus **Quadrans** circuli.

Quod si angulus $\angle A$ obliquus fuerit, erit Adscripta data Quadrantis A adscripta quidem arcui Quadrante minori, si angulus dictus acutus fuerit, majori vero $\angle B$ obtusus.

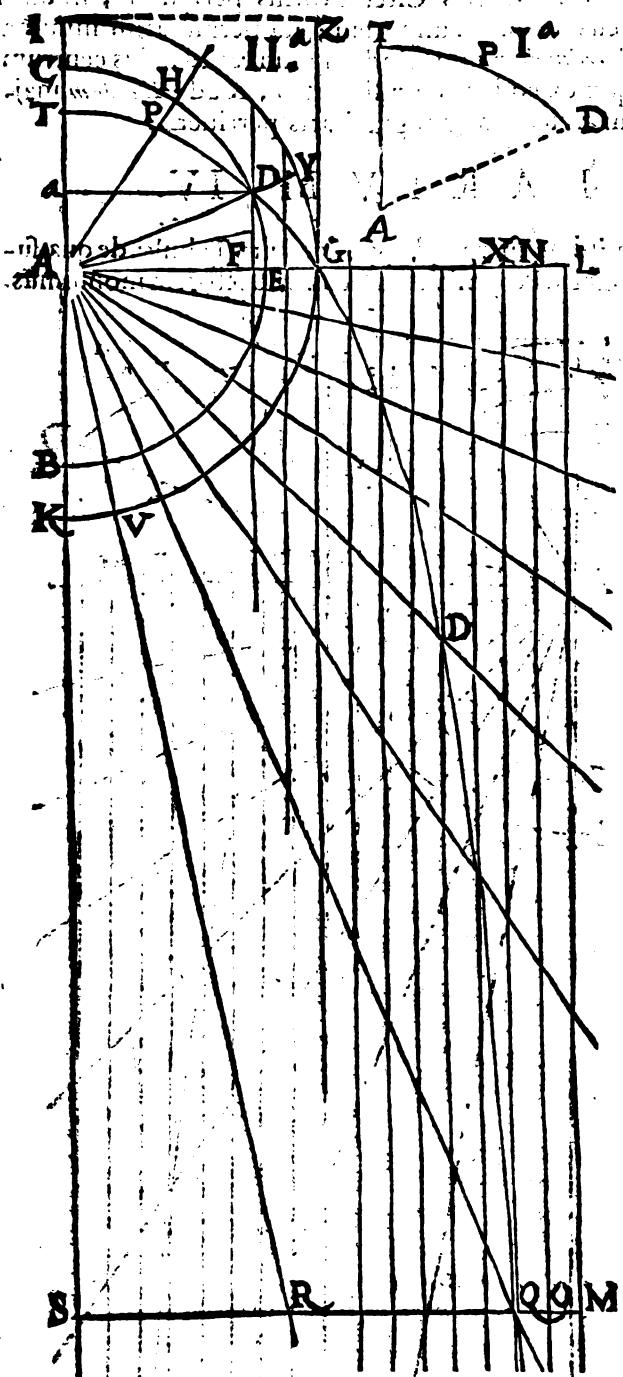
Dicta denique ex D'ad T A perpendiculari Dz, et in ea semichorda arcus illius cuius invenies data est, quam alibi Basim etiam vocavimus. Ergo factum est quod propositum fuit.

Sunt hanc omnia ex superioribus [maxime ex propositione secunda hujus] tum etiam ex figura, atque ex ipso *Adscriptorum* ortu ita clara, ut vix hac transductione, ne dubii demonstratione aliqua, opus fuerit.

PROPOSAL VIII.

Data Ad scripta
quavis, una cum sed ex
centro minima, supalent
ei, sive majorēm sive
minorem, descubere.
Similes autem vocō eas,
quae ad similes. & circulo-
rum arcus spectant.

Data sit *Adscripta TFPD*,
cum minima ex centro *T*
A; & arcu suo *CTHD*. [per
precedentem descripto]. Opor-
tet ei similem sive majorēm,
sive minorēm exhibere. Du-
ctis & productis *AD* & *AT*,
describatur ex centro *A*, ad in-
tervallum *AB*, (majus quidem
quam sit *AD*, si *Adscripta* de-
lineanda similis, major esse
debet data; minus vero si mi-
nor) arcus, ad quem deline-
anda *Adscripta* spectet, qui sit



etiam de motu circulare, & rectæ ZG , parallelum versus AI , & circularem radij AG , per Quadrantem GIP , à puncto G versus I , per intersectiones imaginarias eduxerunt suam Quadratricem; ita nos easdem, ijsdem legibus, & per similem motum produximus; per motum nimirum rectum & ipsi AC parallelum, ejusdem rectæ linea ZG , quantum satis est prolongata, à ZG versus LM ; & ejusdem radij AG duplicati (nam etiam quadrantem IGC , duplicavimus, ita exigente natura Adscriptarum quæ lineas rectas, & correspondentes circulares, vult esse perpetuo proportionales) & quantum satis est extensi, motum circularem, per quadrantem GVK , à G versus

sit in producta AG recta GL ,
 aequalis ipsi AG . Divisis ergo
 tam semiperipheria IGK ,
 quam recta AL , in quotuis
 partes aquales, singulis pares
 numero, & per divisionum
 puncta, peripheria quidem;
 ex A educantur radij; per pan-
 eta vero rectae AL , linea perpendiculares agantur ad eam-
 dem AL ; & sint harum ter-
 næ ultimæ, rectæ LM , NO ,
 XQ ; illorum autem, Radiorum
 scilicet, AQ , AR , AS ;
 nos in exemplo facilitatis cau-
 sa 16 partibus contenti fu-
 mus, & ad evitandam confusio-
 nem non omnes lineas duximus.
 Quare si harum perpendicularium, & Radiorum sibi mu-
 tuo correspondentium, inter-
 sectiones dextrè jungantur, ut
 in precedencibus diximus
 erit descripta $\text{Æmula } TPDG$
 Q : Quam dico primitò secun-
 dum naturam suam continua-
 tam esse usque in Q . Secun-
 do, si spatium detur sufficiens
 ea ratione nos continuare
 eandem posse in infinitum.
 Tertiò eandem transire per
 omnia puncta ab initio datæ
 Adscripta DPD .

*Adscriptam enim TPD
Gesle Quadraricem antiquo-
rum, ad Quadrantem IG spe-
ctantem, constat ex constru-*

versus K . Substituimus autem motui huic imaginario, quemadmodum etiam fecit Clavius, in Quadratricis descriptione, radiorum & perpendicularium, per partes aequales peripheriae semicirculi IGK , & duplicati radii AGL educatarum, intersectiones reales, atque per illas datæ Adscriptæ produximus continuationem: Constat ergo Continuatio. Quod est Primum.

2. Infinita autem ejus continuatio ex eo habetur, quod cum omnes perpendicularares & Radii sibi correspondentes concurrere possint, ac se mutuo secare, in punctis per quæ Quadratrix transire debeat; exempli gratia, Radius AQ cum perpendiculari XQ , Radius AR cum perpendiculari NO , &c. Ultimus namen Radius AS , cum parallelus sit correspondenti sibi perpendiculari LM , nunquam, etiam in infinitum virisque productis, ad intersectionem convenientem. Quia vero intervallum, tam secundum rectam QM , inter perpendicularares NO, LM , quam secundum circularem KV , inter Radios AVR , & AKS , in infinitum divisibile est, ac proinde infinitas perpendicularares & Radios sece intersecantes suscipiat, per quarum intersectionis puncta Quadratrix vicerius, qualiterlibet libuerit, producibilis est. Constat ea, de qua diximus, Infinita Continuatio. Quod est Secundum.

3. Quod tandem descriptæ nostræ Quadratrica $TPGD$ pars, transeat per omnia puncta dæcæ TPD , ex iisdem fundamentis patet, per motum simili-
rū autem prædictum imaginarium, apt per subdivisiones & intersectiones factas,
& per propositiones præmissas. Data enim Adscripta TPD , eodem modo
nata est & per radioru[m] ex A educitorum, & per perpendicularium ad AD eductarum intet sectiones, quo ejusdem Quadratrica $TPDG$, pars TPD pro-
ducta est; neque illa alia talium intersectionum puncta dari possunt, per quæ
vtraque tamen Adscriptæ, quam Quadratrica pars non transeat, sunt ergo eadem.
Et sic constat Tertium.

4. Jussimus autem in constructione proportionem instituere, videlicet, ut
est arcus CHD ad Quadrantem CDE , ita sit recta AF ad aliam, ut habere-
mus AG , latus Quadratrica TDG . Est enim [ex propositione quarta hujus ca-
pituli] ut arcus IT , ad ITG Quadrantem, hoc est, ut CHD , ad CDE ; ita AF , ad AG ; Constat ergo totum. Et sic datam Adscriptam continuavimus in-
infinitu[m]. Quod faciendum erat.

5. Ex his denique constat, qua ratione etiam ipsa Quadratrix, vel alia Ad-
scriptæ, quæ ad arcum Quadrante majorem spectat, in infinitum producenda
sunt: quare plura non addimus.

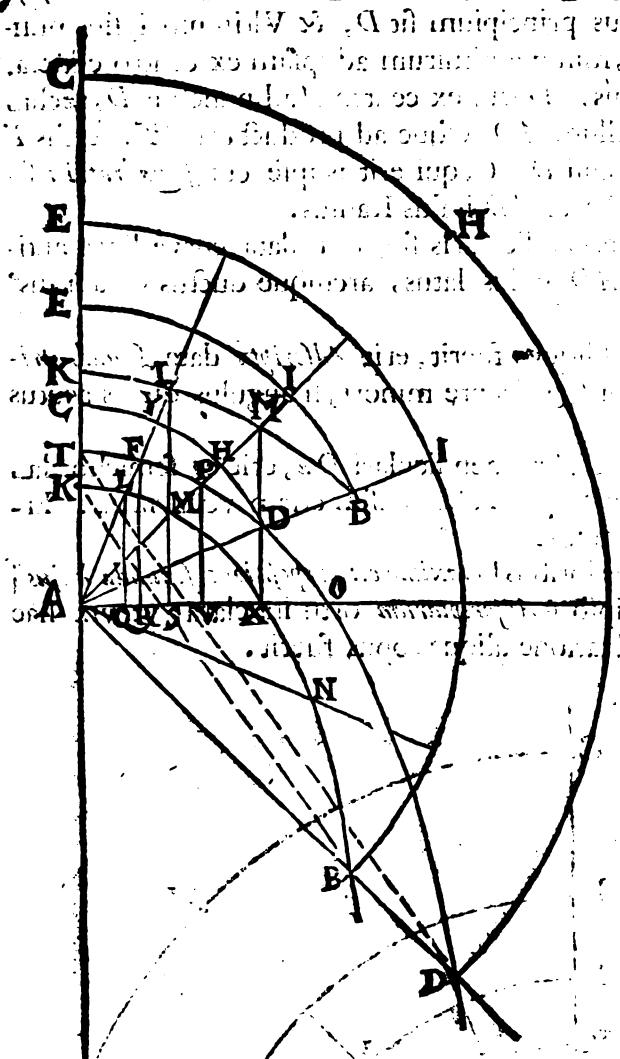
S C H O L I V M .

V Tero rectæ ex centro A , & perpendicularares sive parallelae predictæ, filiius
& certus ducantur, pro illis Iex A centro majoriem descripta semicirculum, in tot
partes dividendum, in quot semicirculus IGK divisus est; sic enim habebuntur pro quo-
libet radio ex A educendo, alia duo puncta; Pro parallelis vero, si sub recta AL ,
ipsi alia remota parallela sive ducatur, inter perpendicularares AS & LM contenta,
eaque in totidem partes aequales sectetur, quot ipsa AL secta est, consurgent pro quovis
perpendiculari agendæ, bina puncta ad propositionem optabuntur.

C O R O L L E A R I V M . I .

Ex

DE CENTO GIRAVIT.



BIE, qui quidē erit similis ipsi **CHD**, cum sit inter eosdem, ex **A**eductos radios **AC**, **D**. Possimus ergo duobus modis *Adscriptam* delineare, quersiram, ordinario nimirum per intersectiones radiorum, & perpendicularium, jam supra descripto; vel peculiari datis jam aliquibus radijs, per quos data *Adscripta* delineata fuit. De priori modo non est quod ultra verba faciamus.

Alter delineandi modus institū potest per proportionales radios, maxime si ipsi, ut diximus, ex descriptione datae *Adscripta* jam ducti habentur. Sint enim radij dati ad *Adscriptam* educti & producti (æquales arcii **IB** intercipientes arcus) **AE**, **AL**, **AK**, **AN**, **AB**, &c. Ergo si fiat in prīmis vt **AC** ad **AT**, ita **AE** ad aliam, habebitur **A**, **K**, determinans ultimum punctum *Adscripta* delineandæ.

Deinde vt **AT** ad **AK**, ita **A**,

F ad **AL**, habebitur in radio **AF** sequens punctum **L**, per quod *Adscripta* transire debet. Et rursus vt eadem **AT** ad eandem **AK**, ita **AP** ad **AM**, dabitur in radio **AP**, punctum **M**, per quod *Adscripta* ducenda est. Et sic de reliquis. Puncta deinde inventa dextrè juncta dabunt *Adscriptam* **KLMNB**, vel **KLMXNB**, illam nimirum similem datae **TFPD**, hanc vero similem datae **TFPDQD**. Quod erat faciendum.

Quod autem radij omnes per *Adscriptas* **KMN**, **TOD**, **KMB** in eisdem secentur proportiones, sic demonstratur. Ductis ad **AO** ex punctis inventis in *Adscripta* data, & alijs jam delineatis **L**, **F**, **L**, **M**, **P**, **M**, perpendicularibus **LQ**, **FR**, **LS**; **MS**, **PV**, **MX**, erunt in triangulis **ALS**, & **AMX**, ductæ rectæ **AL**, **AQ**; **AF**, **AR**; **AL**, **AS**. Item **AM**, **AS**; **AP**, **AV**; **AM**, **AX** proportionales [ex secunda sexti Euclidis]. Sed vt **AQ**, ad **AR**, ita est **AS** ad **AV**: & ita etiam **AS** ad **AX**; sunt enim hæ duplæ illarum, ex constructione *Adscriptarum* per intersectiones, [& ex propositione 4. hujus capitii]. Nam quoniammodum arcus **CTH**, duplus est arcus **CT**, ita etiam recta **AV**, dupla est recta **AR**. Cum ergo latus **AS** trianguli **ASL**, & latus **AX** trianguli **AXM**, in eisdem proportiones secta sint, etiam latera **AL** & **AM** eorundem triangulorum, hoc est radij, **AL**, **AM**, in eisdem proportiones distincti sunt. Et sic de reliquis. Quod erat ostendendum. CO-

COROLLARIVM I.

Ex demonstratione sequitur si plures sint similes Adscripte ex eodem centro delin-
cti, ut sunt illae in figura hujus Problematis propositæ, subtensas Adscriptarunt
inter eosdem Radios omnes esse parallelas. Vt si ducerentur rectæ $L M, F P, L M$, et
essent inter se parallelae [ax secunda sexti] propter latera $A L, A M$, trianguli $A L M$,
in eadem, ut ostendimus, proportiones factæ: sic parallelae sunt ductæ subtense
 $T D, K D$. Ex quo sequitur.

COROLLARIVM II.

Ad coroll. o

Ad coroll. o

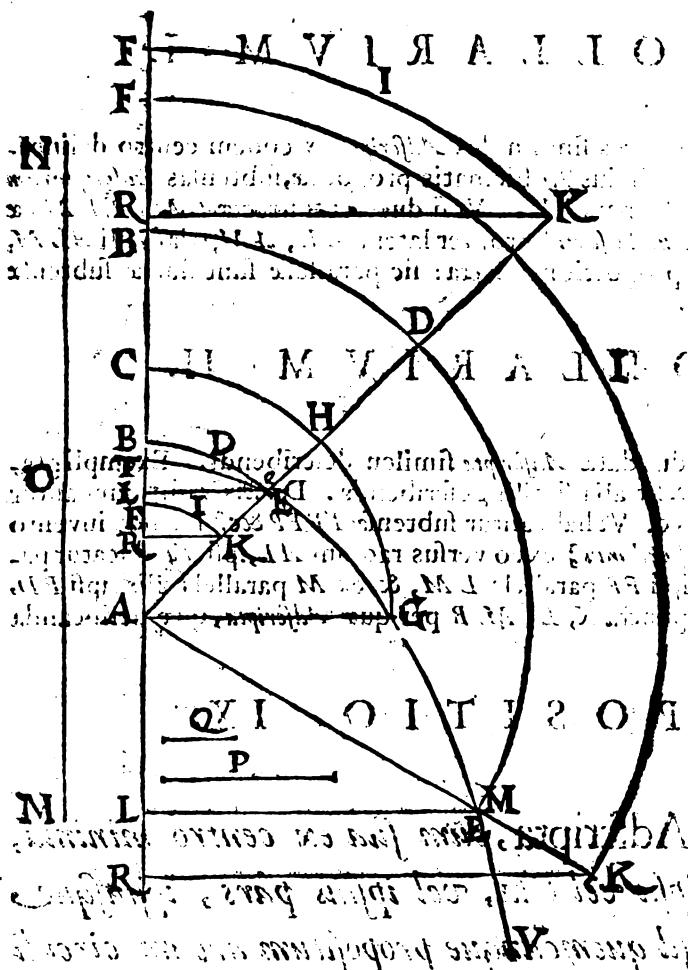
Ad coroll. o

Alius ex his deducitur modus datae Adscriptæ similem describendi. Exempligra-
zia: data Adscripta $T P P D$, scilicet alia similis describenda. Ductis radijs jungantur
in primis puncta $F P, P P, P D$ &c. Ut habeantur subtensa $T F, F P$ &c. Deinde invento
puncto K [ut supra in Proposito ostendimus] ex eo versus radium $A L$, ipsi $T F$ ducatur pa-
rallela $K L$, & ex L ducatur ipsi $F P$ parallela $L M$, & ex M parallela alia, ipsi $P D$,
nimisimum $M B$, habebuntur puncta K, L, M, B priusque Adscripta, quæ delineanda
est, transire debet.

PROPOSITIO IX.

Data, quævis Adscripta, cum sua ex centro minima,
affendere quo modo ipsa vel tota, vel ipsius pars, ipsiusque
ultimum punctum, ad quemcunque propositum arcum circuli
spectet, ex quo punctum ipsa describatur, ipsi minima vel
qualem, vel similem modo idem propositus arcus major non exi-
stet, quam ut simul sit in arcu, sibi. Data adscripta intelligi-
gitur; aut certe, si major fuerit, Adscripta data præter, quan-
tum sufficerat, prolongata se.

Esto in sequenti figura data Adscripta quævis, cuius ultimum punctum esto T , &
minima ex centro $A T$, & si arcus datus ad quem ultimum punctum T , & con-
sequenter, vel tota vel pars daret curva linea, tangquam ei adscripta pertineat,
qui sit primò Quadrans sui circuli. Ex punto A ad rectam $A T$ ducatur
perpendicularis AG necans $A T$, datus nam in Quarto (V) atque centro A ,
intervallo autem AG , describatur Quadrans circuli GHC ; si ergo semidiame-
ter arcus datis æquals fuerit rectæ AG , habentis quod volumen; Adscripta e-
nim TEG , est ea quæ pro Quadrante daret quadraturam. Si autem data semi-
diameter ipsa AG maior, vel minor fuerit, habentus ei similem, eundem sci-
licet Quadrantem CHG , ad quem eadem Quadratrix TEG , ejusque ultimum
punctum T spectat, non inservientem arcu, quæ datur, nisi in rectâ AG sit. Sit
autem AG



*N*on habet enim arcus datus adscriptam, nisi sit secundum datus arcus BDE , major vel minor Quadrante, minor tamen semicirculo. (Si maior esset, sumenda est ipsius medietas, cum de medietatibus hic solum sit sermo) incipiendo a linea AT , si opus fuerit producatur a punto scilicet B , cuius si alter terminus E praeceps attigerit *Adscriptam* datam, factum tenet, Enrique *Adscripta TE*, vel TEE , ea quae spectat ad arcum propositum BDE .

Quod si descriptus ille arcus, qui sit jam FIK , obiectus esset vel minor quam ut ejus terminus seu finis K , *Adscriptam* datam attingere posset, describendus est ei similis qui in *Adscripta* terminatur: quod fit si educatur ex centro radius ad punctum

K , terminum arcus descripti, qui vocet *Adscriptam* in aliquo punto F . Nam si ex centro, ad intervallum AE describarus arcus BDE , erit ipse & priori similis, & talis ad quem datae *Adscripta* pars, ejusque ultimum punctum T pertinet. Descripimus ergo. *Adscriptam* TE . Quod faciendum.

De Quadrante circuli res constat. De minori vel majori similiter claram eis. Nam si arcus BDE , in quoquis partes aequales dividetur, atque in toidem etiam partes aequales separetur recta illius subtensa, & per divisionum puncta, ipsius arcus quidem eiscentur Radix, per puncta vero subtensa LE , ad ipsam perpendicularares educerentur, haberentur, per correspondentes eorumdem radiorum & perpendicularium intersectiones, alia puncta, per quae eadē datae *Adscripta* TE transiret, ut patet ex propositione secunda huius capitulo. Constat ergo totum *propositum*.

C O R O L L A R Y M Inclusumque est ibi, quod illico arcus Q minor, & Q major, & Q semicirculus, per hoc Problemata, cuicunque arcui dato exhiberi posse, per *Adscriptam* sufficienter continhatam, suum gravitatis Centrum: cum enim ultimum *Adscripta* punctum, sit centrum gravitatis illius arcus, cuius medietati eadem *Adscripta* dicitur, possit autem ex hac propositione cuicunque dato arcui *Adscripta* dici, modo explicato, patet ergo *propositum*.

Quod si ipse arcus datus *Adscripta* accommodari non possit, sed aliud, ipse si similis describendus sit; tunc si fiat ut radius illius similis arcus, ad suam ex centro

etro minimam, ita radia dati arcus ad aliud, habebitur ea quae ex centro arcus, in linea ex eodem centro ad medium punctum totius arcus dati ducta, centrum gravitatis quantum determinat.

COROLLARIVM II.

Considetur etiam si *Adscripta* aliqua datur, in Gradus vel decades Graduum divisas, quod sit per Gradus vel eorum decades illius arcus, ex quo *Adscripta* ortum duxit, ex centro & radij ejiciantur nos posse per hoc Problema arcu cuius datorum graduum centrum gravitatis assignare. Exempli gratia, sit arcus proprius 240 graduum, medietas est 120 graduum: Et sit radius AM eductus per terminum rot graduum, a T versus M numerorum: oportet artui dato centrum gravitatis attribuere. Descripto ex A , ad intervalum AM , ubi radius *Adscriptum* secans arcum MDB , est AT determinans centrum gravitatis propositionis arcus 240 graduum. *Eosic de reliquis.*

COROLLARIVM III.

Introrsum sola Quadratrix in 90 gradus divisa sit, habebimur per hanc propositionem, & per Corollaria propositionis quintae hujus capitii, centrum gravitatis omnium arcuum a duobus gradibus incipiendo, & per augmentum binorum graduum progrediendo, usque ad 360 gradus, seu integrum circulum hoc modo. Sic exempli gratia arcui 90 Gradum assignandum centrum gravitatis, sitque radius AH per punctum $\angle 45$ Gradus determinatus (meditatis scilicet numeri graduum datorum) educus: dupli ergo arcus $\angle DR$ ad intervallum AE ad partes B continuati, Centrum gravitatis est idem T punctum: Ex quo habebimus etiam centrum gravitatis arcus 270 Gradum, qui nimirum cum Gradibus 90 datis, circulum complevit, si nimirum sit ut 270 Gradus ad 90, ita AT para ad aliam, habebitur ea que centrum gravitatis arcus 270 Gradum determinat. Quod si arcus hic descriptus similis tantum sit arcui proposti, habebimus per ea, huc Corollario primo hujus docuimus, centrum gravitatis etiam ipsiusmet arcus proposti.

POROPOSITIO X

Recta linea Chordae instar proportionis, adscribere arcum ita, ut hic ad illam datam habeat proportionem.

Hec Propositio *Eadem* vestrum cum ea, quam Pappus Alexandrinus alijs verbis afferit libro quarto Collectionum Mathematicarum Propositione 40, quam quidem absque determinatione ipsius proportionis, neque perduca saliter problema quavis proportione solvere; sed constructio ipsius conglobata debet sacer timore Quadratrici ab antiquis posso, que sunt ut arcus ad subtensum proprium maiorem proportionem non habeat, quam Quadratricis arcus habet ad suam Basim, seu Radius ad Minimam ex centro. Nos pro qualunque proportione data Problema sic brevissime construimus.

Sit data recta MN , & proportio arcus ad subtensum ea, quae est rectae P , ad rectam Q , itaque si *Adscripta* suffcienter continuata $TEGV$, cum minima ex centro TA . Oportet facere id quod jubet Propositio. Fiat vs. Q minima terminus datae proportionis, ad P maiorem, ita AT minima ad quartam, huic quatuor aequalis adspiciatur AE , *Adscriptum* attingens in puncto E : intervalllo deinde AE , ex centro A describatur arcus BDB , & ex E , ad TA productam, perpendiculariter EL . Quod si hanc EL , aequalis fuerit, ipsi

~~proposita MN, Problema
ti latisfactum est; arcus e-
st medietas illius qui quæri-
tur. Nam ex superiori
axioma [maxime ex Número 4.
Scholi Propositionis secunda
Inclusus] est ut TA
ad AE, ita LE ad arcum
EDB; sed TA ad AE
est ex constructione ut
cuiuslibet chordæ ad P. dirigo &c. Quod ei-
rat faciendum.~~

N

II

M

V

I

A

L

O

N

I

D

E

B

F

G

H

I

J

O

T

R

K

M

V

I

A

L

O

N

I

D

E

B

F

G

H

I

J

Si autem LE major vel minor fuerit quam ~~N~~ medietas data recta, fiat ut semisubtensa JE ad AE radium, ita QN ad aliam, cui si in AE producta si opus fuerit, æqualis accipiatur AK, atque ad intervallum AK ex aliis arcis. XI Fide scriptus, & perpendicularis KX ad AV acta fuerit, erit KR, ipsi ON, æqualis, & arcus KLE medietas illius qui quæritur. Est eam ut Chorda aliquis arcus ad suum arcum, ita alia Chorda alterius arcus priori similis, ad suum arcum [ut demonstratur à Clario Propositione 3. Libro 3. Geometria Practica]. Universaliter ergo Problema & construximus, & demonstruimus. Quod fuit propositum.

C O R O L L A R I U M

P. Attestandum ex his, & precedentibus propositionibus, Quod si in circulo per continuata in Tabella aliqua magna descripta, tamen Constructione qua suscitare inventione centri gravitatis omnium Circuli arcuum, sic pro aliis, & scilicet milia alii pro diversis suis intentionibus, ac usibus. Exempligratia, *Vulnus* noster pro biniis medijs proportionalibus inter datas extremas determinatus, Lineras quasdam Instrumentales delineavit &c.

S C H O L I U M. *Propositio haec est* ad hoc quod si arcus datus haberet ira magnam ad datam rectam proportionem, ut nec que, Adscripta data, neque spatium in quo ipsa delinqua sit, pro eius continuo sufficiens, admitteret constructionem Problematis, scilicet exit nobis dicti arcus ad suam subtensam assumere proportionem, sed ipsius complimento ad semicirculum, ad eandem

It. V. C.

candem subtensam; & secundum predicta in constructione progredi. Habito enim arcu minore data subtensa adscripto, habetur etiam nullo negotio ipsius complementum, ac proinde arcus peritus. Quod ipsum si voluisse, Pappus monere debuisse.

R O P O S I T I O X I .

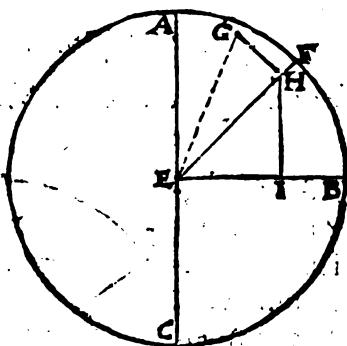
Dari ex centro gravitatis alicuius arcus circuli, centrum gravitatis totius peripheriae eiusdem circuli; sed non contra.

Propositione ultima capitulo precedentis demonstravimus quidem, dato quovis arcu, ejusque gravitatis centro haberi posse geometricè centrum gravitatis arcus dupli, quadrupli, &c. Et contra, dato quovis arcu circulari, cum suo centro gravitato, haberi posse centrum subdupli, subquadrupli, &c. Ex quo sequi videtur, data integrâ præcise circuli peripheria, ejusque gravitatis centro, geometricè dari centrâ gravitatis semiperipherie, quadrantis, octantis &c. atque adeo dari geometricè ut supra ostendimus Circuli Quadraturam, verum circulus nimis rotundus, pulcherrimo sane ac rotunde huic legi, tanquam ipsi minime subjectus, sine ullius offensione sese subducit. Possimus enim ex dato centro peripherie sive majoris sive minoris integrâ circulari, invenire centrum sive dupla sive subdupla: Sola præcise integrâ circuli peripheria (quasi nimis facile daretur ipsius, & gravitatis centrum, & Quadratura) demonstrationis vi coactâ excludi quidem sese permittit, at relinquens sicas omnes intactas, nullis fractis repagulis, per portam quasi clausam, manente obducto pessulo evadit, deforisque expectantem ipsum Quadraturam egregie eludit.

Esto enim integrâ circuli peripheria ABC, assignatoque ib ea ipsius octante AFB, cum suo centro gravitatis G, [ex propositione ultima capitulo s.] per perpendicularē GH, ad EF, radius, habetur centrum gravitatis H, Quadrantis AFB; & ducta perpendiculari HI ad radius EB, habetur centrum Nemicircularis peripheriae ABC, & tandem ex perpendiculari IE ad radius AE, vel EC, habetur centrum E totius peripheriae AB CD &c, quod esti ex suis radiis suppositum sit esse figuræ seu magnitudinis, hinc tamen arguitur esse & gravitatis.

Attamen viam qua ipsum inventum est, nobis negat ad regressum. Nam ut ex centro E totius peripheriae ADC dato, inveniamus centrum semiperipheriae ABC, ducendus est primo radius ad medium ipsius arcus AB C, radius scilicet EB: deinde, si velimus uti artificio retrogrado, ex E ad radius EB, ducenda esset perpendicularis, quæ nobis in ipso punctum pro centro determinaret; sed hoc fieri non potest; ea enim quæ dueitur ex E versus B, cum ipsa EB coincidit, & sit eadem linea, ostendens quidem in ipsa esse centrum, at certum punctum non signat. Si duxeris ex E versus A, ut sit ipsa EA, erit ea quidem perpendicularis ad EB, sed centrum nullum nobis in ea monstrat: Cum nihil cum ipsa commune habeat, quam ipsum punctum E. Constat ergo assertum.

Atque



ATque hæc per modum Digressionis de Quadratrice circulique. Quadratriga dicta sunt satis. Qui plura de ipsa Quadratrice cupit, videat Clavium locu supra dictis: nos ad nostrum redimus propositum.

IX. O I T I C O T O S.

C A P U T VII.

DE CENTRO GRAVITATIS PERIMETRI FIGURARUM CURVILINEARUM mixtarumque.

Dplenam centrorum gravitatis, ad lineas tam curvas quam mixtas spectantium, tractationem, superest ut tradamus ea que linea dicta concernunt; non ut per se ipsa considerantur, sed prout sunt termini seu perimetri earum, quas terminant, figurarum. Et primo quadem loco occurrit circulus, verum de eo propriam instituere propositionem, non est opera precium, cum manifestum per se sit, ipsummet magnitudinis seu figura centrum, ex quo nimirum ipse circulus descriptus est, centrum etiam esse gravitatis perimetri, a quo undique aequaliter abest, atque idcirco per omnia definitiones centri gravitatis satisfaciat. Idem suo modo de ellipsi dici potest, tractandum ergo primum erit de ipsis circuli partibus.

P R O P O S I T I O I.

Centrum gravitatis perimetri semicirculati vel alteriusque circuli segmentorum inquirere.

ESTO segmentum semicirculo majoris minusve, vel etiam eidem aequale $B C D$. Oportet centrum ipsius perimetri $B C D \neq B$ invenire. Habitis ex praecedentibus centris particularibus, peripherie nimirum $B C D$, puncto T , basis autem $B D$ punctum, centroque circuli A ; fiat ut dux $A C$ & AT , simul summa perpendicularia T , ita $A T$ ad aliam; habebitur recta TE , determinans punctum E , centri communis gravitatis perimetri $B C D \neq B$ quartili.
Est enim ut arcus CD ad D , ita AC ad AT , [ex propos. 2. cap. 2.] sed ut CD ad D , (quæ sunt medietates ipsius arcus $B C D$, & basis $B D$), ad proximam inter se, ut ipse arcus & basis) ita, ad habendum centrum communum E , dividenda est $A T$, in E , [per propos. 6. vel 7. capit. 2.] ut eodem modo sit $A E$ ad ET : Ergo erit etiam compendio, ut AC plus AT ad AT ; ita $A E$ plus ET , hoc est, $A T$ ad TE . Quod erat demonstrandum.

COROL.

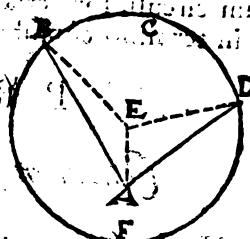
COROLLARIVM.

Ex his constat quidcum in semicirculo ducat $AT \& AT'$, sit una eademque recta, opus non esse ad calculum, T rectam seorsim inquirere, quod tamen pro reliquis segmentis necesse est.

PROPOSITIO II.

Perimetrum reliquatum circuli partium centrum gravitatis invenire.

1. **R**eliquae circuiti partes, que per sectionem linearum regularum oriuntur, magis obvia sunt vel sectores, vel segmentorum axillii (quodlibet minimum recta secante binem ex centro, sed ex alio intra vel extra peripheriam assumpto puncto egrediuntur, qualis est figura ABCDA, vel ABEDA,) vel tales que nascuntur cum Circulus binis truncatur segmentis, ita ut perimeter constet duabus rectis, & uno, vel duabus arcibus; uno quidem quando segmentorum subtendentes ad unum punctum in peripheria convenient, ut in figura proxima ABCD, que Sector ad peripheriam non incongrue dici posset; duobus vero quando non convenient, ut in Schemate proxime sequenti, [pag. 86.] quā figurā ad imitationem Archimedis Frustū Circuli appellare poterimus. Aut certe quando à circulo auferuntur plura sine certo ordine segmenta, figura ex pluribus rectis & arcibus constans, velicta.

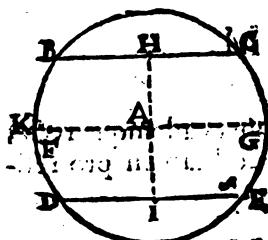


Quibus omnibus vñica, vs centrum assignetur gravitatis sufficiat Regula generalis supra [cap. 3. propos. 4. pro lineis rectis] tradita. Eam hic exempli causa Sectoribus applicabimus.

2. Resumantur figuræ propositionis precedentis, in quibus ductæ sint etiam semiadiametri AB , AD , ita ut Sectores circuli sint $ABCDA$. Horum ergo ratione perimeter, oporteat centrum gravitatis inquirere. Habetis ex precedentibus centris particularibus puncto scilicet T , pro arcu BCD ; & punctis F & G , pro radiis AB , AD , quorum centrum commune sit punctum H . Est ergo HT recta ita dividenda in I , ut sic HI ad IT , ut arcus BCD , ad rectas BA , AD simul sumptas, etique I centrum quæsitus, [ex propos. 6. vel 7. cap. 2.] Quid erat faciendum.

3. Idem habebitur si HT dividatur in proportionem Da ad AT , cum sit [ex propos. 2. cap. 5.] ut CD ad Da , ita AD ad AT ; & permutando ut CD ad AD , hoc est, BCD ad BA plus AD . (sunt enim hæ duplæ illarum) ita Da ad AT .

4. Quod si à circulo ablata fuerint duo segmenta æqualia, quorum subtendentes parallelæ sint, perimetru Frusti illius seu figuræ velictæ, qualis hic



est $BCED$, centrum gravitatis erit ipsum centrum circuli A . Centra enim particularia $F \& G$, arcum aequalium BKD, CLE , consistentia in diametro KL , centrum gravitatis commune habent dictum punctum A ; quod ipsum etiam est centrum gravitatis commune rectarum aequalium $B-C, D-E$, quarum centra particularia sive puncta $H \& I$ quare illud idem commune centrum gravitatis erit omnium, atque adeo totius perimetri $BCED$.

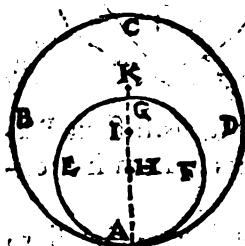
C O R Q U L L A R I V M.

EX dictis Numero 3. colligitur, si fuerit in aliquo Sectore, semicirculo majori [in figura Numeri 2.] ut HA , ad AT , ita Da ad DC , punctum A , quod est centrum circuli, fore etiam centrum gravitatis perimetri sectoris $BCDAB$, ac proinde in termino consistere figura.

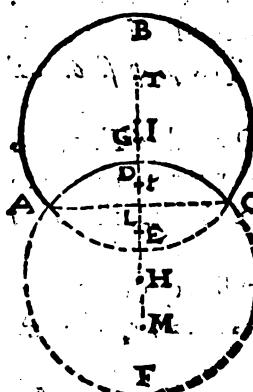
P R O P O S I T I O III.

Centrum gravitatis perimetri Lunularum invenire.

Lunula est figura plana, binis circuli peripherijs seu arcibus, altera cava, altera convexa, comprehensa, sunt autem Lunulae in triplici potissimum differentia. Prima est qua integris comprehenditur peripherijs, cornibus ad unum punctum coenitibus, in quo eis peripherie se mutuo tangant. Secunda & tertia differentia Lunulae arcibus constant se, mutuo secantibus (si producantur), & secunda quidem arcus, circulorum sunt aequalium; inaequalium vero tertiae.



2. Lunula primae differentiae sui perimetri Centrum gravitatis nullo ferè negotio exhibet. Esto enim talis Lunula figura $ABCDVAEGFA$, in qua centra peripheriarum singularia, majoris quidem punctum G , minoris vero H : Fiat ergo ut semidiametri AG, AH simul ad alterutram, verbi gratia, AH , ita recta GH centra connectens ad aliam. Habebitur recta GI , centrum gravitatis quæsicum I determinans. Adhibita ad operationem loco secundæ AH , sum in diametro AG , etis quarta inventa HI . Demonstratio ex superioribz patet: sunt enim peripheræ inter se ut earū diametri, atque ad eam ut semidiametri.

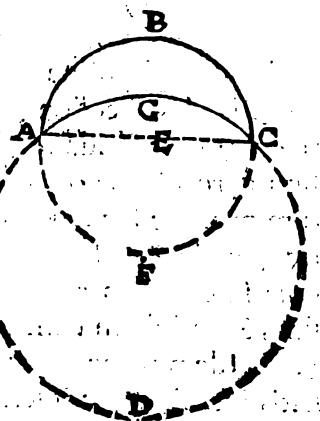


3. Secundi generis Lunula hanc habet imprimis notandam proprietatem, quod illius arcus integrum præcise componant circuli peripheriam; quantum enim integræ circulari peripheræ convexæ demittur, tantum per cavam restituitur; ut patet in Lunula adscripta $ABCD A$. Ducta namque subtensa AC , auffert illa ex circulis aequalibus $ABCE, AFCD$, (quorum centra $G \& H$) peripherias aequales ADC, AEC , item ABC, AFC [per 28. tertij.] Quare ut perimetri datæ Lunulæ centrum investigetur, habito alterutrius arcus centro gravitatis T , vel t,

[per]

[per Coroll. propos. 5. capituli precedentis] inquirendum est primum centrum alterius arcus, deinde recta \cdot T centra conjungens dividenda in proportionem arcuum, seu etiam rectangularium Ht , GT , (quæ [ex dicto Corollario] eandem inter se, quam ipsi arcus, habent proportionem) ita ut sit tI ad IT , sicut est Ht ad GT : critque punctum I centrum commune perimetri Lunulae ABC DA . perimetri vero utriusque Lunulae, prout hic conjunctæ sunt, centrum gravitatis est punctum L , quod in medio rectæ AC consistit, ut patet.

4. Tertij denique generis Lunulae, quæ nimurum arcibus comprehenduntur circulorum inæqualium, quales sunt hæ $ABCGA$ & $ADGFA$, sicuti nec proprietatem aliquam insignem nobis offerunt, ita neque compendio aliquo centrum gravitatis perimetri illarum investigabitur \cdot & hac de causa jure merito ad Regulam communem supra [cap. 3. propos. 4. pro lineis] traditam reiicitur. Nisi fortassis proportio aliqua, peripheriarum convexæ ad cavam, aliud fuerat.



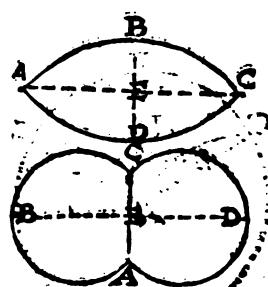
PROPOSITO IV.

Centrum gravitatis Perimetri Arcuatarum figurarum, Securiculorum, Coronarumque reperiere.

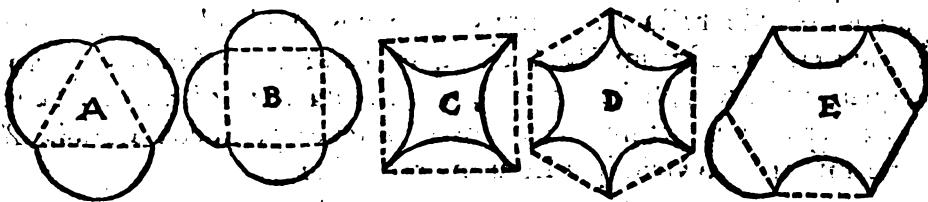
Figura de quibus hoc loco breviter tractare constitutum, triplici sunt genera arcubus nimurum constant, aut mere convexis, aut mere cavitatis, aut ex his mixtis. Diversa autem à diversis autoribus fortuntur nomina, maxime ab eo qui sibi in diversis complacent vocabulo & eruditio, nos etsi que tribus tunc comprehenduntur arcubus, antiquæ in diversis linguis usitato vocabulo, Securiculas aut Securiclas; que pluribus arcubus constant, Figuras arcuatas dicimus.

2. Potissimum sane omnes hujuscemodi figurae, sicuti & de alijs jam monuimus, pro suo ad perimetrum spectante centro gravitatis, ad communem alibi traditam Regulam, ablegari, nisi essent que tandem sua centra compendiosori nobis rara offerent; quales sunt omnes que æqualibus æqualium circulorum comprehenduntur arcubus, de quibus, & ijs solis quidem, jam dicemus.

3. Primo autem loco ex arcuatis prætereunda minime quidem est illa, quam Proclus in primum Elementorum vocat utrinque convexam, præcæsis co-dotataam privilegio, ut sola ipsa e multangulis, binis tantum sit lateribus contenta; arcubus nimurum duobus, & ex nostra nunc hypothesi æqualibus; qualis est figura adiacens $ABCD$. Cujus perimetri centrum gravitatis dico esse E , punctum scilicet medium subtensiæ AC . Ratio est, quod centra singulæ arcuum ABC , ADC in eadem recta BD , in qua E , constituta, æqualiter omni modo ab eodem punto E absunt, & per consequens, [ex premisis] punctum E centrum commune existit gravitatis.



4. Hisec jure suo succedunt illæ, quæ figuris rectilineis, planis, & ordi-



natis intelligi possunt circumscriptæ, arcubus constantes mere convexis, ut adjectis A & B colligere licet: quarum quidem, si perimetrum sp̄ctes, centrum gravitatis idem est quam eo, quod est centrum gravitatis perimetri ejus figuræ rectilineæ ordinatae, cui intelliguntur circumscriptæ; de quibus, quantum præ hoc loco fatis est, diximus alibi. [cap. 4. propos. 6.] Ratio autem (non longior sim) eadem est, quam supra adduximus, quod centro gravitatis singula singulorum arcuum, ab eo quod diximus figura centro, & æqualiter absunt, & in ijsdem cum eodem sint rectis sita.

5. Idem plane dicendum de ijs peripheriatis figuris, quæ rectilineis ordinatis intelliguntur inscriptæ, quod aliter non sit quam per peripherias causæ circuli, quales sunt in eadem figura C & D,

6. Ab his vero degenerant illæ, quæ licet & æqualibus constant arcubus, & ordinatis figuris adscriptæ intelligantur, illarum tamen arcus non sunt omnes convexi, aut omnes concavi; ideoque quia eodem cum perimetro figuræ ordinatae centro gravitatis gaudere non possunt, ad communem regulam jure remittuntur. Excipiuntur illæ, quæ arcubus constant numero paribus & æqualibus, à quibus semper bini oppositi sunt, vel utriusque convexi, vel utriusque concavi, vel etiam lineæ rectæ, & æquales, ut est figura E. Harum etenim figurarum perimetri, eo, quod diximus, coniuncti fruuntur gravitatis centro, cum opposita bina latera quilibet, idem habeant commune centrum, cum centro aliorum binorum opositorum lacerum.

7. Huc etiam spectant plana deangula, quorum perimenter quatuor constat arcubus conyexis, quorum bini oppositi æquales, figuram constituant quam Qualem scu Ellipsi similiæ vocant, quamque Clavius describere docet [propositione ultima lib. 8. Geometrica Prætice]. Centrum enim gravitatis perimetri illius, est idem cum centro perimetri rectanguli inscripti, vel punctum illud, in quo bini axes sese mutuo intersecant.



8. Pro Securiculis, quæ convexo uno, & bini cavis clauduntur arcubus, vix aliud se offert compendium, quam id quod proportio arcus conyexi ad concavos sed cum affert. Ut cum in adjectis CDEF ABC arcus conyexus CDE æquatur cavis, ABC, HFE, recta GH, centra gravitatis, communè quidem horum H, G vero illius, connectens, recta videlicet HG, bisecta in I, centrum gravitatis perimetri securiculae propositæ exhibet.

9. De Coronis seorsim nihil dicendum puto, cum omnia, quæ de Cingulis [propos. 7. cap. 4.] præmissimus, Coronis, & figuris Coronam imitantibus, applicare facillimum sit. Est autem Corona, cum circulus minor in-

tra-

tra majorem ex eodem centro describitur, ab utraque peripheria, cava altera, altera convexa, comprehensum spatiuus.

Quae omnia cum clara sint referre potius, quam demonstrare operae precium fuit.

CAPUT VIII.

DE CENTRO GRAVITATIS planorum Rectilineorum.

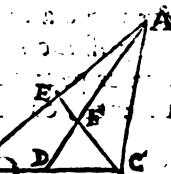
Ex PÆDITIS quæ ad Linearum gravitatis centra spectare visa sunt, ad Superficies, secundam videlicet quantitatis speciem, Stylum convertimus; & primo quidem ad Planas lineis rectis terminatas: De quibus ipse imprimis Archimedes, de Triangulis nimirum & Quadrilateris, in Aequi ponderantibus tractat, & de omni Rectilineo ipsius Archimedes Commentatores Federicus Commandinus, & Guido Baldius, & post illos etiam, Lucas Valerius & Simon Stevinus, de centro gravitatis solidorum scribentes. Quare ne in hisce actum agamus, nudas tantum Propositiones ad rem nostram facientes, ex dictis Auctoribus desumptas, huc transferamus. Lectorem pro demonstrationibus ad illos remittentes. Interim tamen si quid occurrerit, quod demonstratione nostra indiguerit, id uniuersitate nostris Propositionibus (quarum principiae undecima & duodecima) ceteris supra addere non gravabitur.

PROPOSITIO I.

Omnis Trianguli Centrum gravitatis est in recta Linea, ab angulo ad dimidiam basim ducta.

VT in triangulo ABC, sit latus quodvis BC, bisectum in D, centrum gravitatis ipsius trianguli erit in ducta recta AD.

Demonstratur ab Archimedie lib. i. Aequi pond. propos. 13. A Stevinio libro de inveniendo centro gravitatis, propos. 2.



PROPOSITIO II.

Omnis Trianguli Centrum gravitatis est punctum, in quo recta linea ab angulis trianguli ad dimidia latera ducta, concurrunt.

VT in triangulo ABC concurrent ductæ AD, CF in puncto F, quod centrum est gravitatis trianguli proppositi.

Demonstratur ab Archimedie propos. 14. Stevinio propos. 3:

PROPOSITIO III.

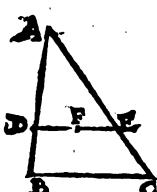
Omnis Trianguli Centrum gravitatis est punctum in re-
cta linea, ab angulo ad bisectionem basis ducta, existens, quod
lineam sic dividit, ut segmentum ad angulum, reliqui ad ba-
sim, sit duplum.

VT in eodem triangulo ABC , segmentum AF duplum est segmenti FD :
& CF , duplum ipsius FE .

Demonstrat Federicus Command. ad propos. 14. Equeponderant Archimedes.
Stevinius propos. 4.

PROPOSITIO IV.

Omnis Trianguli centrum gravitatis est in medio recta
linea, basi aequidistantis, que bina latera ita dividit, ut seg-
menta ad angulum, reliquis dupla sint.



VT in triangulo ABC , si AD duplum ipsius DB , & AE
ipsius EC , erit DE parallela ipsi BC [per 2. sexti,] & pun-
ctum F , quod rectam DE bisecat, centrum gravitatis trianguli
propositi.

Ut demonstrat Federicus Command. loco proxime citato.

COROLLARIUM I.

EX supradictis tres habemus diversos modos inveniendi centrū gravitatis trianguli cuiusvis. Primum quidem ex propos. 2. per quem bina latera bisecando, du-
cta ad bisectionem puncta, in centro quæsito sese intersecant. Secundus ex
propos. 3. constat, si enim ducta illa ab angulo ad medium basis in tres secetur æ-
quales partes, habebitur propositum. Tertius ex propos. 4. eodem modo, velme
tacente, cuivis obujus est.

COROLLARIUM II.

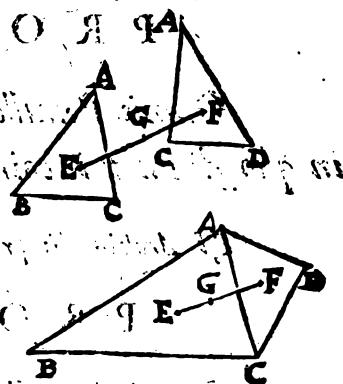
Paret etiam in triangulo æquilatero centrum gravitatis perimetri, esse etiam cen-
trum gravitatis trianguli: reliqua vero Isoscelis videlicet, & Scalena centra ha-
bere diversa, perimetri & plani. Ut ex ijs constat, que capite quarto de triangulis
proposuimus.

PROPOSITIO V.

Binorum Triangulorum commune centrum gravitatis
invenire.

Sinc

Sint data dabo triangula $A B C$, $E C B$, quōmodo cuncte ad invicem sita. Oportet communne ipsius centrum gravitatis reperiatur inventumque primo proxime precedente Corollario] triangulorum, centra seorsim, quae sint puncta E & F , junctaque $E F$ secetur in G ita, ut $E G$ sit ad $G F$, ut contra triangulum $A D C$, ad triangulum $A B C$; erit punctum G centrum communne utriusque trianguli. [per 6. vel 7. propos: cap. 2.] Quod erat faciendum.



S C H O L I V M .

1. **C**um ergo figura omnis rectilinea resolvi possit in triangula, patet hinc Regula universalis, ad inveniendum Centrum gravitatis, cuiusvis figurae plane et rectilinea. Singulorum enim triangulorum centris seorsim inventis, assignetur binarum quorumcunque triangulorum centrum commune: Hoc si tanquam unius trianguli centrum, & copuletur per rectam cum centro tertii trianguli; que recta divisa [juxta propos. 6. vel 7. cap. 2.] in segmenta inter se sunt permutatim, ut tertium illud triangulum ad priora duo, erit divisionis punctum centrum gravitatis commune tribus triangulis. Hoc centrum rursus insofar unius trianguli centrum acceptum in recta, que id cum centro quarti trianguli conjungit, eadem arte habebitur centrum gravitatis quarti triangulis commune; & sic deinceps. Aut certe copulentur bina & bina triangula, tina deinde copule, &c. In quibusdam autem usu veniet proposicio 8. cap. 2. quando minirum loco additionis requiriatur subtractio.

2. Locum etiam habet hec Regula in alijs quibusvis figuris, quoad commune inveniendum centrum, si loco triangulorum accipiuntur partes in quas figura resolvitur.

3. Quomodo autem fiat ut triangulum ad triangulum, ita linea ad lineam, jure merito quis interrogabit, in eo enim labor omnis consistit & praxis. Scrutinio in prioribus propositionibus iubet triangula transmutari in rectangula aequalia, [per 4. primi Elementorum;] erit enim tunc ut horum rectangulorum basis ad basim, ita triangulum ad triangulum. Est autem hec ipsa via regia & secuta, sed longa; Breviores ergo aliquas & compendiosiores, tam ex ipsis, quos initia hujus capitii nominavimus Auctoribus, quam ex nostra Inventione desumptas, afferemus. Primo quidem pro quibusdam figuris nostra accommodatis methodo: Univerales deinde pro quibusvis rectilineis propositione ultima hujus capitii proponemus.

P R O P O S I T I O VI.

Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis est in recta linea, quae opposita latera bisecta conjungit.

Demonstrat Archimedes propos. 9. primo Equeponderantem.

PRO-

P R O P O S I T I O V I I I .

Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis est punctum, in quo diametri coincidunt.

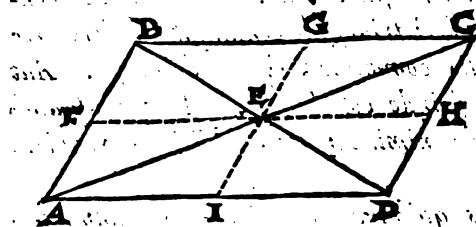
Est Archimedis proposicio decima.

P R O P O S I T I O V I I I .

Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis, & diameter, & bisectricem oppositorum laterum bisecat.

Prior pars demonstratur à Luca Valerio lib. 1. de centro gravitatis solidorum, propos. 14. Vtraque autem patet ex binis proxime precedentibus, atque Corollario propositionis quinta capituli quarti.

C O R O L L A R I V M .



*E*X his premissis quatuor habemus modos inveniendi centrum gravitatis cuiusvis Parallelogrammi. Esto enim Parallelogrammum $ABCD$, & biscentur primo latera opposita AD, BC , & AB, DC in punctis $I, G, & F, H$, ductæ enim rectæ GI, FH , secabunt se in punto E , centro qualitero. [ex propos. 6.]

Secundo si ducantur diametri AC, BD ,

D , habebitur idem punctum E . [ex propos. septima]

Tertio si ducta alterutra bisectrix laterum GI , vel FH , bisecetur, habebitur idem centrum E . [ex propos. 8.]

Quarto si alterutra diameter bisecetur. [ex eadem propos.]

Pater etiam ex his, quæ hic & propositione quinta capituli quarti de Parallelogrammis proposuimus, cuiusvis Parallelogrammi centrum gravitatis idem esse cum centro gravitatis perimetri ejusdem.

P R O P O S I T I O I X .

Omnis Trapezij duo latera invicem habentis aequaliter distantia, centrum gravitatis est in recta linea, que latera aequaliter distantia bifariam secta conjungit; ita divisa, ut ipsius portio terminum habens minorem parallelam bifariam divisam, ad reliquam portionem eandem habeat proportionem, quam haberet traque simul, que sit aequalis duplae majoris parallelarum cum minore, ad duplam minoris cum majore.

Est

LIBRI D. CAPUT VIII.

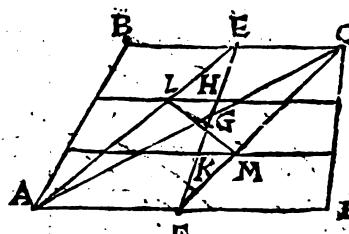
63

Ergo decima quinta ex Archimedis & demonstratis etiante à Stevinio proposata, atque à Luca Valerio lib. 1. propos. 2o, qui insuper aliam afferit proprietatem, hic non omittendam, ex ea enim quam facilime centrum gravitatis hujuscemodi Trapezij elicetur, hoc modus.

Esto Trapezium ABCD, cujus latera parallela CD, BC bisecta sunt in E & F; ductaque recta EF, in tres partes æquales EH, HK, FK divisa; si media illarum HK, ita dividatur in G, ut pars HG sic ad GK, vt AD ad BC, erit punctum G centrum Trapezij quæsitus.

*Ducta enim per punctum H, ipsis eAD, B
C parallela NO, jungantur EA, ED. Quoni-
am igitur NO ipsi eAD parallela secundum
ipsis eAD, BC interceptas in easdem rationes,
EH vero sit ipsis EF pars tertia; erit & EN
ipsius EA, & EQ ipsius ED, pars tertia; in ip-
sa igitur NO vtrique producta, erunt centra gravitatis duorum triangulorum
ABE, DCE [ex 4. his: ergo & compositi ex utroque in linea NO, erit
centrum gravitatis [ex propos. 4. cap. 2.].] Quoniam igitur K centrum gravita-
tis trianguli ECD est in EF, [per 3. his:], & totius Trapezij ABCD cen-
trum gravitatis in eadem EF (perficiatur enim triangulum AED, erit ipsis
centrum gravitatis in eadem recta EF & in eadem etiam centrum trianguli EFC; ergo & partis ipsis ABCD in eademia EF, erit [per 8. cap. 2.]) & reli-
quæ partis duorum scilicet triangulorum ABE, ECD simul centrum gravita-
tis in eadem EF, [per eundem 8. cap. 2.] sed & in linea NO; in punto igitur H. Rursus quoniam triangula AED, ABE, ECD, inter easdem sunt
parallelas, erit [per primam sexti] vt eAD ad BC, ita triangulum AED, ad
duo triangula ABE, ECD simul; sed ut AD ad BC, ita est HG ad GK, ex
constructione; vt igitur triangulum AED, ad duo triangula ABE, ECD si-
mul, ita erit HG ad GK; sed K est centrum gravitatis trianguli AED, & H
duorum triangulorum ABE, ECD simul; totius igitur Trapezij ABCD cen-
trum gravitatis erit punctum G, [ex 6. vel 7. cap. 2.] Quod erat demon-
strandum.*

*Facilius adhuc habebitur centrum G, si du-
cis binis alijs parallelis per H & K, jungantur
AE, CF secantes dictas parallelas in punctis L
& M, (quaꝝ sunt centra triangulorum ABC, C
AD) hæc enim juncta per rectam LM, secat
rectam EF in G centro quæsito. Est enim [ex
propos. 5.] centrum trapezij in LM, sed [ex pro-
xime dictis] est etiam in EF; ergo in communione G.*



P R O P O S I T I O X.

*Omnis Polygoni regularis idem est centrum gravitatis,
figurae seu circuli circumscripti.*

N.

Debitorum

Demonstratur à Federico Commandi lib. de centro gravitatis solidorum propos. 1. & à Luca Valerio libro primo, propos. 21.

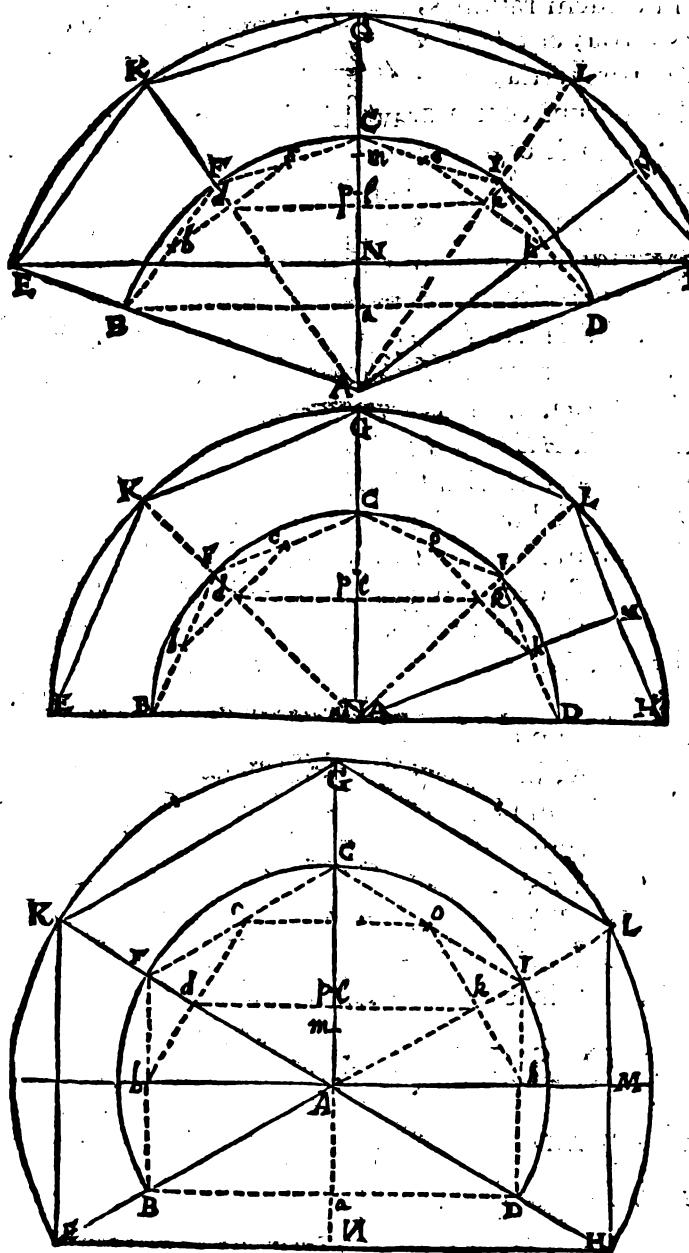
COROLLARIVM.

MAnifestum ergo primo est, quomodo polygonorum regularium centrum gravitatis inveniendum sit.

Secundo perimetrum & planum ipsorum, eodem gaudere gravitatis centro. [vide propos. 6. cap. 4.]

PROPOSITIO XI.

Multanguli cuius binā latera, circuli sint radij, reliqua vero inter se æqualia, numero pariter paria, & ejusdem circuli peripherie inscripta, centrum gravitatis invenire.



Sit Multangulum $AEGH$, cuius duo lacera AE, AH sint circuli radij, in ejus centro A coentes, reliqua vero EK, KGL, LH æqualia, peripherie circuli continuæ inscripta, numero pariter paria, figuram constitutientia quam Multangulum Sectari circuli planè inscriptum, cum Geometris vocare possumus. Oportet hujuscemodi figuræ centrum gravitatis invenire. Ducantur imprimis subtensa EH , quæ alibi basim vocavimus; radius AG , ad verticem G circularis peripherie EGH ; & AM perpendicularis ad unum æquilibrium laterum LH . Fiat deinde ut tertia pars laterum æquilibrium circulo inscriptorum, ad tertiam partem basis EH ; ita duæ tertiae perpendicularis

LIBER I. CAPUT VIII. 93

laris AM , ad aliam; cui si aequalis abscindatur Al , ex radio AG , erit punctum l , centrum gravitatis quæsitum.

Resolvatur enim datum multangulum per radios eAK, AL in sua triangula, utpote in exemplo nostro in AEK, AKG, AGL, ALH , quæ propter latera æqualia, æqualia erunt: secundis deinde radijs in punctis D, I, C, F, B ita, ut pars versus centrum A , sit dupla reliqua; ducantur rectæ DI, IC, CF, FB , quæ erunt ipsis lateribus HL, LG, GK, KE parallelæ. [ex secunda sexti;] ac proinde dictorum triangulorum centra gravitatis in medio istarum linearum consistent, [ex propos. 4. hujus,] utpote in punctis b, o, c, b . Quare junctis b, o, bc , erit binorum triangulorum AHL, ALG , centrum commune in medio rectæ bo , punctum k , & reliquorum binorum triangulorum AEK, AKG centrum gravitatis commune in puncto d : & tandem ducta dk ; erit centrum commune quatuor triangulorum, hoc est, totius multanguli propositi in puncto medio, lineæ dk , sed hoc nihil aliud est, quam si [ex propos. 5. cap. 3.] inveni semper centrum gravitatis commune linearum DI, IC, CF, FB circulari segmento DCB adscriptarum (cum enim AD, AI, AC, AF, AB inter se æquales sint, eo quod singulæ sint duæ tertiæ singularium æqualium AH, AL, AG, AK, AE , peripheria ex A ad intervallum unius, puta AD descripta, per reliqua puncta I, C, F, B , transibit); ita ut idem punctum l , sit centrum gravitatis & multanguli propositi, & linearum DI, IC, CF, FB . Quare si [per propos. 6. ejusdem capituli 3.] fiat ut DI, IC simul ad Da (ducta scilicet prius B a D) ita Ab ad aliam: habebitur recta Al prædictum gravitatis centrum in puncto l determinans. At DI, IC simul sunt duæ tertiæ laterum HL, LG (quæ est medietas omnium laterum æqualium) ac proinde una tertia omnium, videficit HL, LG, GK, KE . Eadem ratione Da est una tertia ipsius HE ; & Ab duæ tertiæ totius perpendicularis AM . Ergo si fiat, ut tertia pars laterum æqualium circulo inscriptorum, ad tertiam partem basis EH , ita duæ tertiæ perpendicularis AM , ad aliam, habebitur recta Al , centrum gravitatis quæsitum, ut ante in puncto l determinans. Quod demonstrandum erat.

COROLLARIVM I.

Manifestum ex his est, si hujuscemodi figuræ circulo inscriptæ, ut plana superficies est, centrum quæratur gravitatis, satis esse si centrum inquiratur linearum, quæ eodem modo inscriptæ sunt ei peripheriæ, quæ & priori similis sit, & ad duas tertias radij ejusdem prioris descripta.

COROLLARIVM II.

AC proinde dupli via pervenire ad id centrum nos posse, vel [ex propos. 5. vel ex 6. ejusdem Corollario capituli tertii,] quoctunque tandem laterum figura sit modo sint, ut proponitur numero paritet paria, &c.

COROLLARIVM III.

ITem habeat recta ex centro circuli determinante centrum gravitatis linearum inscriptarum, si minuatur ea tercia sui parte, manere determinantem centrum gravitatis multanguli inscripti: & contra, si determinans centrum gravitatis multanguli, augeatur sua medietate, fieri determinantem centrum gravitatis linearum inscriptarum.

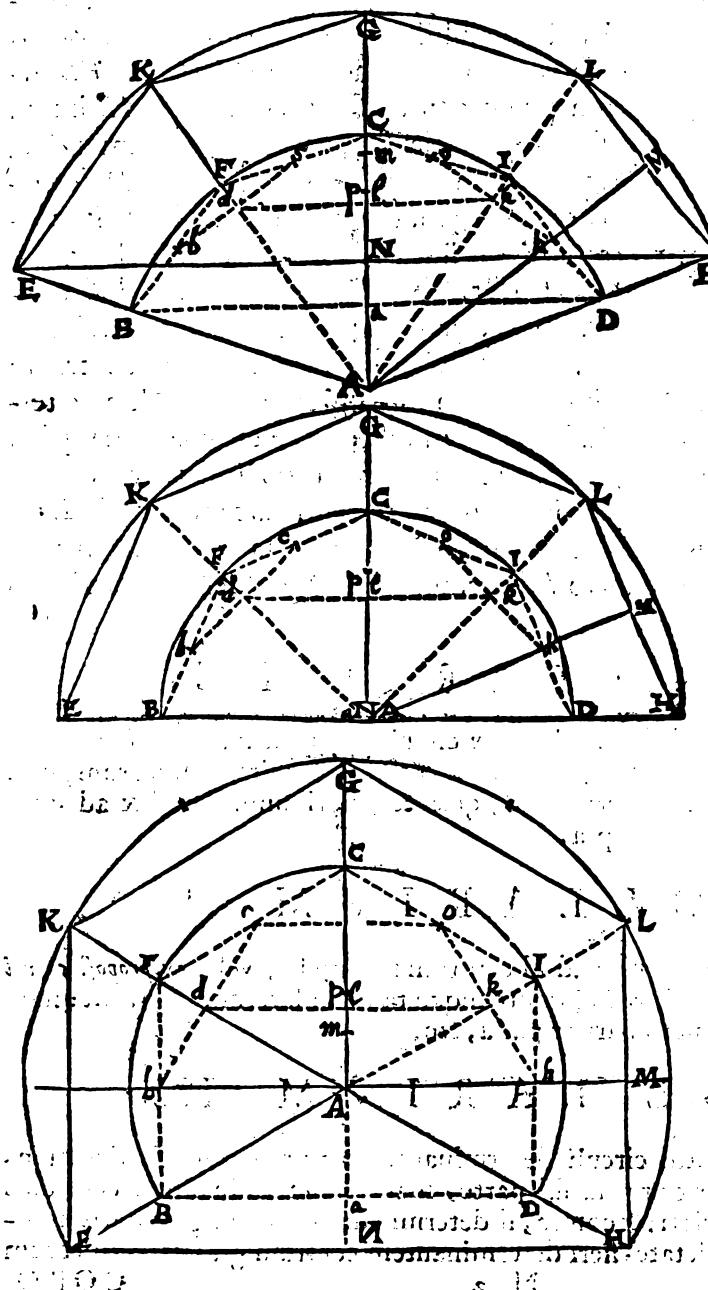
COROLLARIVM IV.

EX his etiam, & ijsdem tertij capitilis propositionibus habetur, quomodo cuius-
cunque figuræ circulo, secundum datas in hac propositione conditiones, cir-
cumscribendæ, centrum reperiatur gravitatis.

COROLLARIVM V.

ET tandem quicquid in dictis quinta & sexta capitulis tertij propositionibus, et rursumque Corollarijs prescriptum est, applicare huic loco commodissime posse.

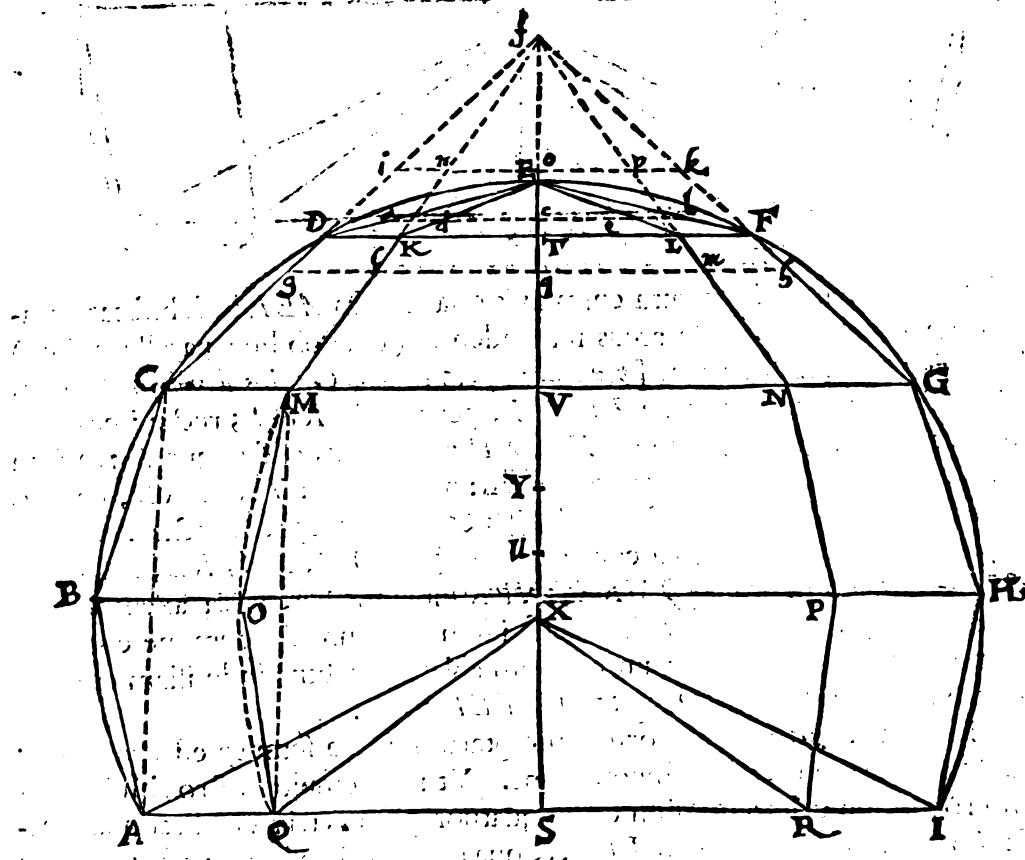
S C H O L I V M.



Quod si quis desiderat centrum gravitatis figurae cujus latera, ut dictum, circulari peripheria inscripta, vel etiam circumscripta sint, & ex altera parte terminetur non duobus circuli radijs, sed unica illa linea, quæ peripheria subtenditur, quam supra basin vocavimus, qualis est figura EKLHE, quam Multangulum segmento circuli plane inscriptum, non ineptæ vocare possumus; is impræmis inquirat centrum ejus figurae, de qua supra in hac propositione, deinde centrum trianguli AEH, & in primo quidem casu, in quo peripheria minor est semicirculari, centrum figurae proposita habetur, ex propos. 8. cap. 2. In tertio vero per propos. 6. vel 7. ejusdem capitii. In secundo casu, in quo est semicirculus, disparque triangulum, habetur id ex bac proposatio-

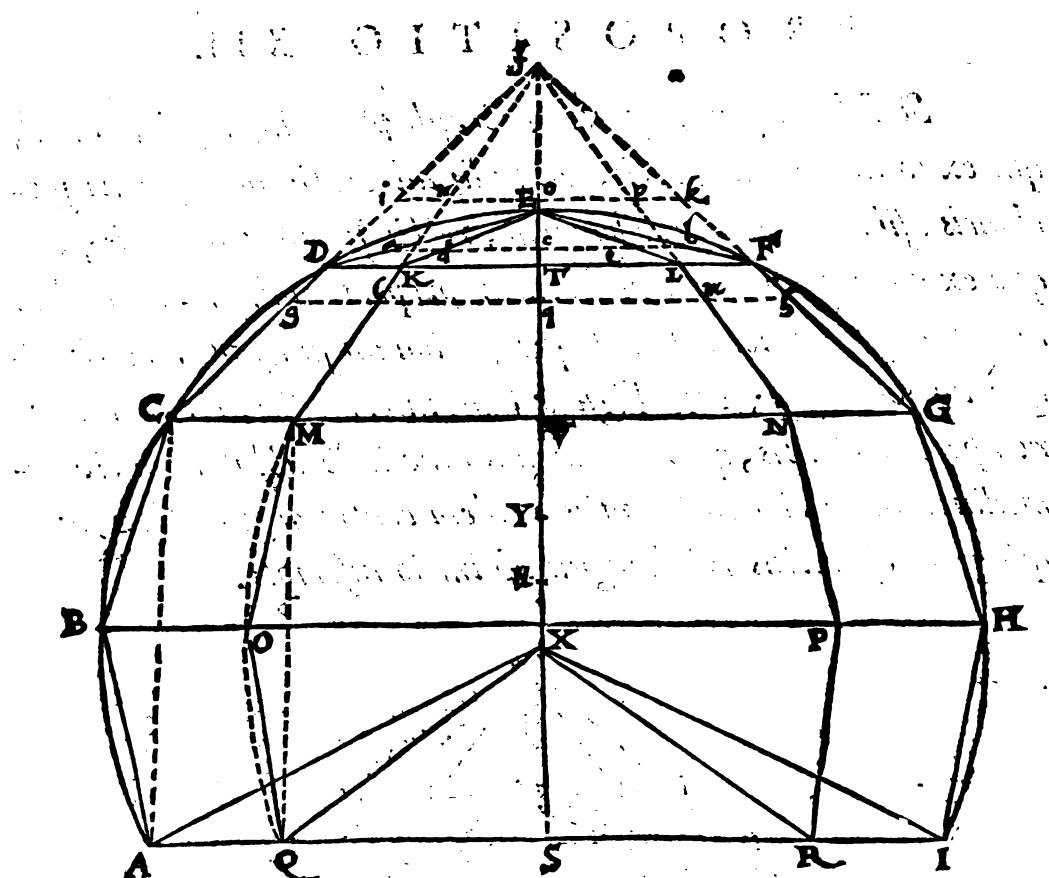
PROPOSITIO XII.

Si Multanguli, segmento circuli planè inscripti, anguli qui ex utraque parte axis, seu radij ad verticem segmenti spectant, sibi mutuo correspondent, rectis jungantur lineis; ex que ex utraque parte axis secantur proportionaliter, in eadem numerum proportione, punctaque sectionum jungantur rectis usque ad verticem; erit Figure tam intermedia circa axem nempe consistentis, quam binarum hinc inde ablatarum, intermediarumque circumstantium, idem centrum gravitatis, quod ipsiusmet est totius Multanguli ab initio inscripti.



- i. Sto segmentum circuli quodvis AEI , ejusque axis, radius, seu pars diametri ES , ad verticem E spectans, basis vero seu subtendens ASI ; Segmento huic plane inscriptum sit multangulum $ABCDEFGHI$, habens centrum gravitatis punctum T ; [per precedentem inventum] sint autem anguli, sibi ex utraque parte axis oppositi, juncti rectis DF , CG , BH , AI , ab axe ES , in punctis T , K , X , S bisectis; quæ inter se sunt parallelæ, & perpendiculari.

N 3



diculares ad axem. Ex natura enim axis quæ arcum AEI , in E bisecat, omnes rectæ æquales hinc inde arcus subtendentes (quæ ob hoc parallelæ sunt) ad angulos rectos bisecantur, [per 2. tertij, & ea que Clavius demonstrat ad 27. tertij.] Rectæ porro sint rectæ TD , TF , per puncta K & L ; rectæ item VC , VG , per puncta M & N ; nec non XB , XH per O & P , & denique SA , SI , in Q & R , in eandem singulæ proportionem: nimirum ut TK ad KD , ita TL ad LF ; & ita VM ad MC ; VN ad NG ; & sic deinceps. Ductæ denique sint per puncta sectionum, ea connectentes QO , OM , MK , KE , EL , LN , NP , PR . Dico figuræ $QOMKELNPR$ inter mediæ, circa axem proxime consistentis, centrum gravitatis esse idem punctum T ; idemque etiam esse commune centrum figurarum binarum ablatarum, hinc inde illam circumstantium $ABCDEKMOQ$, & $IHGFELNPR$.

2. Partium enim apte & seorsim sumptarum idem semper est centrum: ergo & figurarum ex illis compositarum. Ut in exemplo nostro, Multangulum propositum primo divisum est in quatuor partes, tria videlicet quadrangula AH , HC , CF & triangulum FED , & qualibet haec partium proprio suo & unico gaudet centro; & simul sumpta habeat communem & unicum, quod ex praecedentibus inventari potest, centrum gravitatis punctum T . Sunt autem haec quatuor partes subdivise: qualibet in alias, quadrangulu videlicet AH , in tria alia quadrangula, uno scilicet intermedio, QP , & duo æqualia circumstantia AQ , IP : si tota BG dividitur in unum intermedium ON , & duo circumstantia BM , HN : eodem modo CF , in ML , GL , KL : Et triangulum denique similiter subdivisum est

est in intermedium KEL , & duo adiacentia DEK & FEL . Quodlibet autem intermedium quadrangulum, ut ML , idem habet centrum gravitatis cum toto quadrangulo CF ; & quælibet bina opposita medium circumstantia, ut CK & GL , idem prorsus habens communem centrum. Idem dico de triangulo intermedio KEL , & binis circumstantibus; quibus idem cum toto est centrum. Ergo omnes partes intermediae simul sumptæ, hoc est figuræ $QOMKELNPR$; & omnes partes circumstantes simul & debitè acceptæ, hoc est figuræ $CABCD E K M Q$, & $I H G F E L N P R$, eodem & unico contentæ sunt centro puncto nimirum. Quid erat demonstrandum.

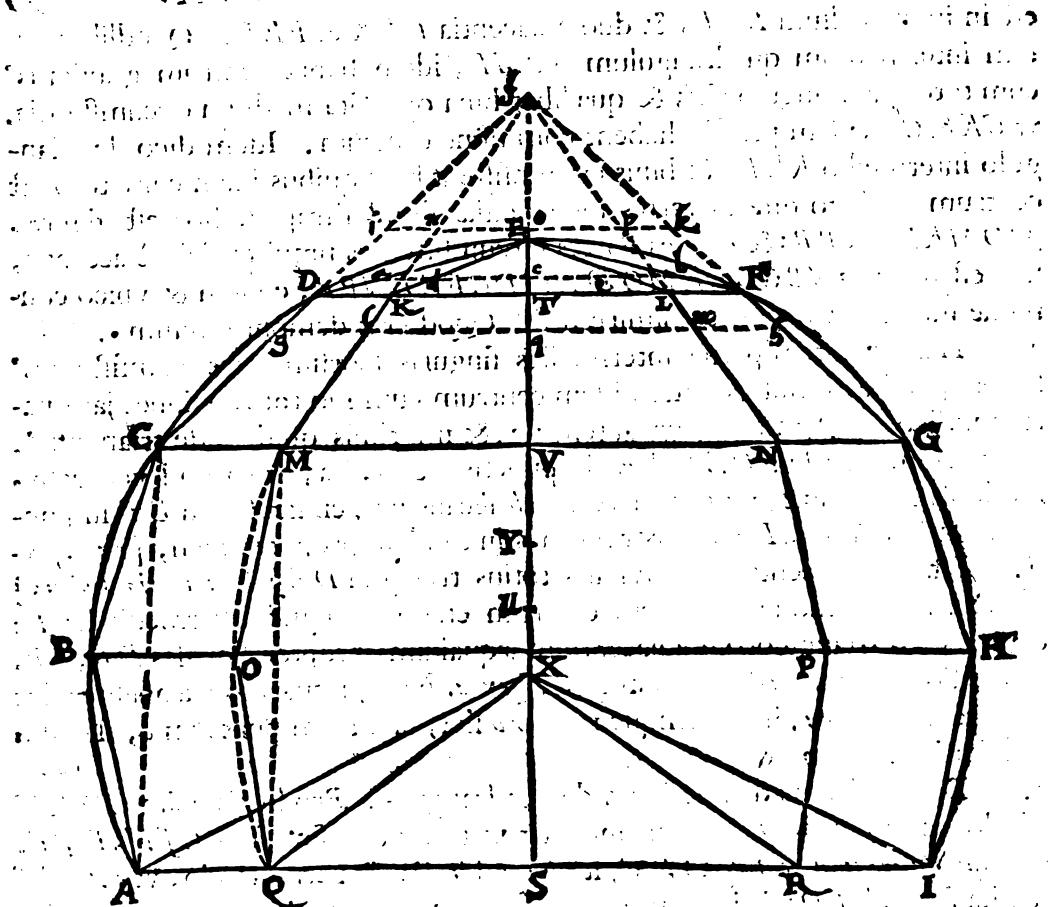
3. Habere autem partes intermediae singulas seorsim, & circumstantes binas oppositas simul sumptas, idem centrum cum suo toto, cuilibet jam patere judico. Demonstratur autem sic, & imprimitur quidem de triangulis. Sectis enim lateribus DE & FE , in punctis a & b , ita, ut pars ad verticem E , dupla sit reliqua, jungantur recta ab secans perpendicularē EY in punto c , & latera KE , LE in d & e , omnes in eandem proportionem, [ex 2. sexti.] Et autem centrum gravitatis totius trianguli DEF , [ex tercia hujus,] punctum c , idemque ex eadem centrum etiam trianguli intermedij KEL : centra vero triangulorum adiacentium aequalia, propter aequales DK , LF , in medio linearum ad , eb consistunt, [ex 4. hujus,] quæ cum aequaliter sint remota à punto c , in eademque recta ab sita, erit idem punctum q , illorum gravitatis centrum communem.

4. Demonstratur deinde idem de quadrangulis. Productis enim CD & VT , donec in puncto f concurrant, erit in triangulis similibus CfV , DfT , [ex quarta sexti,] ut fV ad VC ; ita fT ad TD ; & permutando, ut fV ad fT , ita Vc ad TD ; & ita ipsis aequalibus, VG videlicet ad TF ; & ita etiam ipsi proportionales VM ad TK , nec non VN ad TL . Ergo [per ea quæ demonstrat Clavius in prima parte Scholijs, ejusdem quartæ sexti,] producuntur MK , NL , GF omnes in eodem punto f concurrent. In triangulo deinde CfG , secuntur latera Cf , Gf in punctis g & h ita, ut pars ad verticem f sit dupla reliqua: Idem fiat in triangulo DfF per puncta i & k , & jungantur gh , ik : quæ rectæ secabunt fM , in punctis l & n , fV in q & o , & Nf in m & p . His peractis ostenditur, ut supra, punctum q esse centrum gravitatis trianguli, tam totius CfG ; quæcumque intermedij MfN , & commune utriusque circumstantium CfM , & GfN . Eodem modo habetur punctum o esse centrum totius trianguli DfE , & medij KfL , & commune utriusque adiacentium DfK , & FfL . Ergo cum tam totorum triangulorum CfG , MfN , CfM , GfN idem punctum q , quam ablatorum DfF , KfL , DfK , FfL , idem punctum o , sit centrum gravitatis, erit [ex vi propositionis 8. capituli secundi,] etiam reliquorum quadrangulorum, nimirum totius CF , intermedij ML , & circumstantium CK , & GL , idem punctum centrum gravitatis.

5. Idem eodem planè modo demonstrari potest, de reliquis quadrangulis, totis, medijs, & adiacentibus; productis nimirum lineis ad alteram etiam axis partem, si opus fuerit: aut certè, si quadrangula quidem essent parallelogramma, ac proinde latera producta non concurrent, idem propositum demonstrabitur per ostavam hujus.

6. ALITER & facilius demonstraretur idem de quadrangulis, [per propos. 9. hujus capituli,] sine productione laterum.

Cum



Cum ergo ex totis componatur Multangulum inscriptum ab initio propositum $ABCD EFGHI$; & ex intermedia, figura intermedia $QOMKELNPR$; ex adiacentibus vero, adiacentes $ABCDEKMOQ$ & $IHGFELNPR$; erit idem punctum quod est centrum gravitatis totius Multanguli, segmento circuli planè inscripti, centrum etiam figuræ totius intermediae, & commune etiam binis adiacentibus. Quod erat demonstrandum.

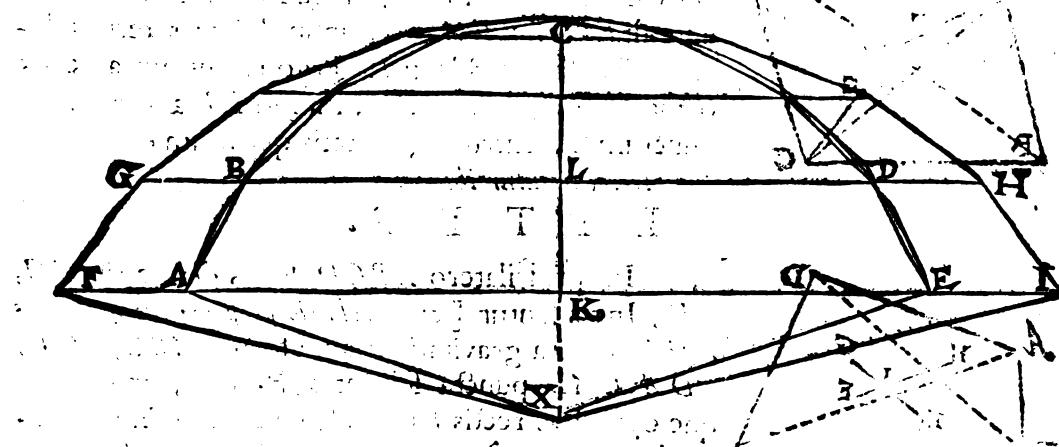
C O R O L L A R I V M.

1. Constat ex his, quod dato unius ex propositionis figuris centro gravitatis, multanguli videlicet inscripti, vel intermediae, vel circumscriptorum, data esse etiam reliquorum centra, cum id unum idemque sit. Rectius autem inquiritur [ex Scholio propositionis precedentis] centrum multanguli totius: quamvis idem ex centris particularibus partium haberi etiam possit, in quem finem earum invicem requiritur cognitio habitudinem, quæ etiam sat manifeste ex dictis haberi possunt.

2. Enim vero tam totius ad partes, quam partium inter se, quam ex his compositorum proportio est, ut medietatis cuiusvis rectæ angulos connectentis ut totius, ad sua segmenta, segmentorumque invicem. Est enim (verbi gratia) ut VC ad VM , ita quadrangulum VD ad quadrangulum VK , & ita SB , ad SO , &c; & ita CF ad ML , & ita $ABCD EFGHI$ ad $QOMKELNPR$. Et ut eadem CV ad CM , ita est CT ad CK ; & ita AX ad AO , &c; & ita CF ad CK , GL simul, & ita $ACEGI$, ad $ACEMQ$, & $IGENR$ simul. Et denique ut CM ad MV , ita CK ad VK , & ita AO ad SO , &c; & ita CK , LG simul, ad ML , & ita $ACEMQ$, & $IGENR$ simul, ad $QMENR$.

SCHOL.

SCHOOLIVM.



Prædicta omnia vera etiam sunt, si lineæ angulos multanguli segmento circuli plane inscripti neccentes, utrinque productæ proportionaliter secantur, sectionesque jungantur. Ut in adjecta figura, in qua segmentum circuli AC E multangulum AB CDE plane inscriptum est, BD & reliqua neccentes utrinque productæ, & proportionaliter secant ita, ut sit KA ad AE, sicut KE ad EI, & EA ad BG, & LD ad DH &c, figuraque fiat segmentum circuli circumscripcta FGCHI. Nam partes seu quadrangula seorsim sumpta, totum videlicet FH, intermedium AD, & jadiacentes FB & ID simul, unum idemque habent centrum gravitatis, habent etiam unum idemque centrum composite ex partibus figura, ut totum multangulum circumscriptum FGCHI, inscriptum scilicet intermedium ABCDE, & adiacentes FGCBA, & IH CDE simul.

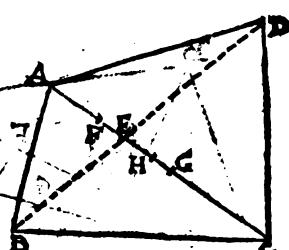
Possunt autem omnia eodem plane modo, quo superiora demonstrari, quare actum non agimus.

PROPOSITIO XIII.

Cujusvis Figurae rectilineæ centrum gravitatis invenire.

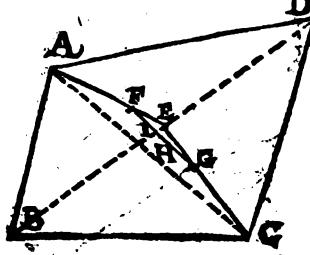
De triangulis, parallelogrammis sat dictum seorsim: nunc de reliquis multangulis.

I. Esto igitur imprimis Quadrilaterum ABCD, cuius altera diagonale verbi gratia AC, alteram tantum BD biseccat in E; sentimus ergo gravitatis quadrilateri compendiose sic habebitur: Recte AE, EC seceatur in tres partes æquales, ita ut EF sit ipsius EA, & EG ipsius EC pars tertia, & ex GE majori absindatur GH, minori EF æqualis, erit punctum H centrum gravitatis qualiterum.



Demonstrat Compend. ad propos. 6. Archimedis De quadratura Parabole.

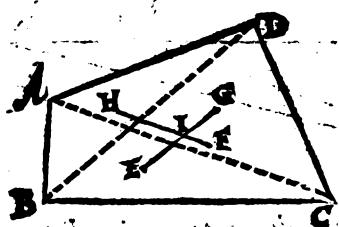
2. Sic



D 2. Sit jam quadrilaterum $ABCD$, de quo constet neutram diametrum alteram bisecare, & sit ducta una BD bisecta in E , jungantur EA, EC , & ut ante sit EF ipsius EA , & EG ipsius EC pars tertia; ducatur FG secans BD in I . Ergo rursus vt ante ex G majori absindatur GH , minori EF aequalis, erit punctum H , centrum gravitatis quæsito.

Demonstratur ibidem.

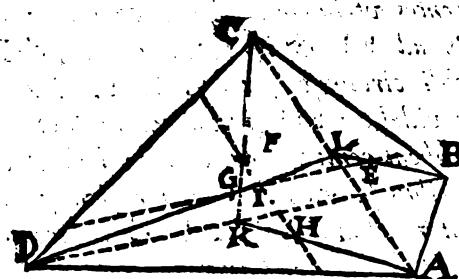
ALITER.



3. In quadrilatero $ABCD$ ductis diametris AC, BD , inveniantur [ex Corollario propositionis 4. hujus capitii] centra gravitatis triangulorum ABC, BCD, CDA, DAB , puncta scilicet E, F, G, H , junganturque opposita, rectis EG, FH , ipsæ enim se se intersecabunt in punto L , centro gravitatis quæsito.

Federicus ibidem.

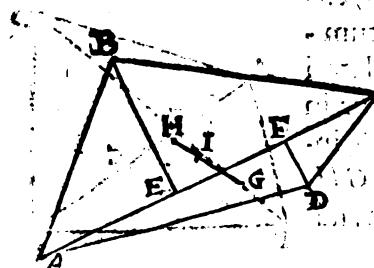
ALITER.



4. Ductis vt ante diametris AC, BD , inveniantur duorum tantum triangulorum proximorum centra, verbi gratia, puncta H & G , centra triangulorum BAD & ADC , & per H centrum trianguli BAD , ducatur parallela basi AC alterius trianguli, & per G centrum trianguli ADC , ducatur parallela basi BD , prioris trianguli; ductæ enim se se secabunt in punto I gravitatis centro quæsito.

Ductis enim ad bisectiones K & L , diametrorum BD & AC , rectis HK, CK, DL, BL , erit centrum H trianguli BAD , in recta AK ita situm, vt AH sit dupla ipsius HK , & centrum F , trianguli BCD rectam CK eodem modo dividit, vt CF dupla sit ipsius FK , [per propos. 3. hujus]. Ergo [per secundam sexti elementorum], in triangulo AKC ducta HF (in qua est centrum totius quadrilateri propositi) est parallela basi AC . Non aliter demonstratur jungentem centra G & E , triangulorum ADC, CBA , parallelam esse basi BD in triangulo BLD : sed & in E, G est centrum gravitatis propositi Quadrilateri; ergo in punto communii I .

ALITER.

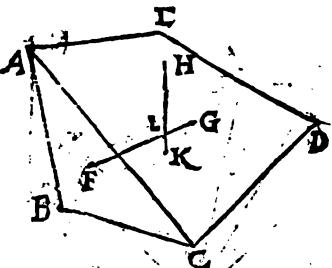


5. In Quadrilatero $ABCD$ ducta interuersa diametro AC , atque in eam ex angulis oppositis perpendicularibus BE, DF , junctisque que centris G, H triangulorum ADC, ABC [per Coroll. propos. 4.] inventis, juncta GH ita dividatur in I , vt sic GI ad IH , sicut est BE ad DF , erit I centrum quæsitorum. Est enim vt triangulum ABC ad triangulum ADC , ita BE ad DF , cum haec sint altitudines, & eadem basis AC .

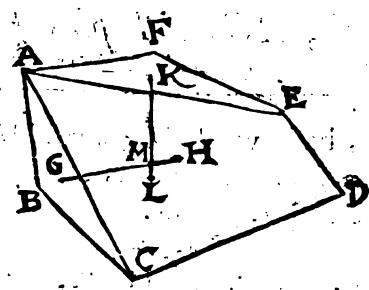
Stevinum propos. 6. exemplo 4.

6. Sic

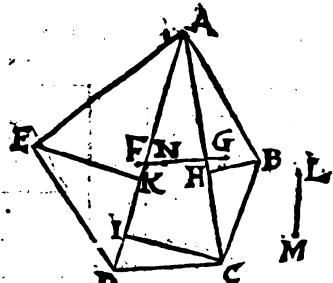
6. Sit deinde pentagonum $ABCDE$, & ducantur rectæ AC, AD , trianguli autem ABC centrum gravitatis sit F , & quadrilateri $ACDE$ sit centrum G per hæcta dicta inventum, & jungantur FG . Rursus trianguli ADE centrum sit H , & Quadrilateri $ABCD$ centrum K , & ducatur HK , secans FG in L . Erit punctum L centrum gravitatis pentagoni propositi. Est enim centrum illud in recta FG ; sed & in recta HK ; ergo in communi sectione L . Quod erat faciendum.



7. Sit Hexagonum $ABCDEF$, & ducantur AC, AE , sitque trianguli ABC centrum gravitatis G , & pentagoni $ACDEF$, centrum sit punctum H , ducaturque GH . Rursus centrum trianguli AEF sit K , & pentagoni $ABCDEF$ sit L ; & ducatur KL , quæ secet ipsam GH in M ; erit eadem ratione punctum M centrum gravitatis rotius hexagoni propositi. Non aliter in heptagono, octogono, & in alijs deinceps, centrum inventetur gravitatis. [Command. ibidem]. Quod faciemus erat.



8. Atque hæc Commandini ratio praxi geometricæ sat bene convenit; quia vero methodus Stevini facilius accommodatur calculo & numeris, eam hic subiçere placuit. Esto igitur pentagonum $ABCDE$ (de quadrilatero enim Num. 5 diximus) in sua resolutum triangula, in quibus ad bases ex angulis oppositis ductæ sint perpendiculares EK & CI , in AD ; & BH , in AC ; & si quadrilateri $ACDE$ centrum F , trianguli vero ABC punctum G , jungaturque FG . Fiat deinde vt AD ad AC , ita BH ad aliam, quæ sit LM . Ergo si F G secetur in N ita, vt GN sit ad ad. NF , sicut est CI , KE simul ad LM , erit punctum N , centrum gravitatis pentagoni.



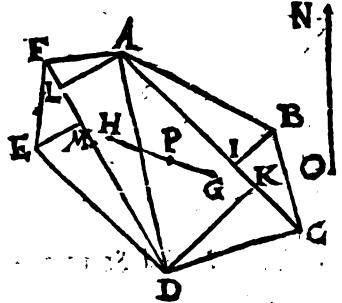
Loco enim triangulorum assumuntur ejusdem altitudinis, & eorumdem basium parallelogramma rectangula, cum eadem sit illorum inter se, quæ horum proportio. Assumpta ergo altitudine AC , & basibus EK, IC simul, erit rectangulum sub AD , & EK plus IC loco duorum triangulorum AED, ADC : quare si habebitur loco trianguli ABC , rectangulum, cuius altitudo sit eadem AD , erit vt basis hujus, ad basim illius, ita FN ad NG , [ex 6. & 7. cap. 2.] sed basis talis est inventa LM , vt constat ex analogismo hic apposito, Et i6. sexti Elementorum. Ergo, &c.

AD, AC, BH, LM

9. Sit denique Hexagonum tribus diagonijs in quatuor divisa triangula;

O 2.

& qua-



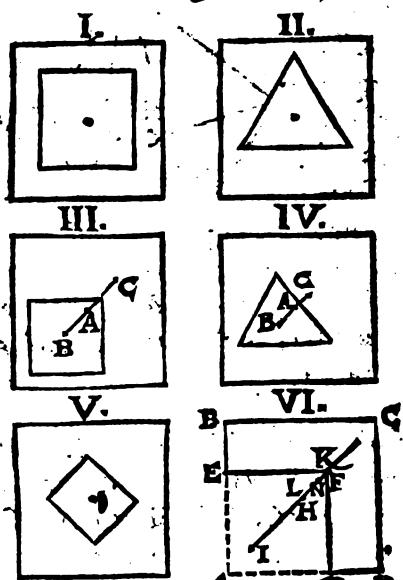
& quadrangulorum $ADCB$, $ADEF$ gravitatis centra G , H juncta per rectam GH , ductæque perpendiculares BI , DK in AC , & AL , EM in FD . His peractis fiat ut FD ad AC , ita BI plus KD ad aliam, quæ sit NQ ; deinde secetur GH in P ita, ut sit GP ad PH , sicuti AL plus EM ad NQ ; erit punctum P centrum Hexagoni propositi. Atque ita deinceps in reliquis figuris multangularibus.

FD , AC , BI plus KD , NQ

Loco enim duorum quadrangulorum assumpta sunt duo rectangula, quorum communis altitudo FD , bases vero AL plus EM , & NQ . De rectangulo enim sub FD & AL plus EM res constat; de altero vero appositus hinc analogismus rationem reddit sufficientem.

10. Neque aliud præcipiendum videtur pro figuris, quarum aliqui anguli extorsum vergunt, cum in tot dispescantur triangula, in quot illæ quorum anguli omnes introrsum vergunt (quales sunt præmissæ), & utræque æqualem numero sint laterum, angulorumve.

11. Pro Cingulis etiam præcis non est difficilior. Reperantur enim figure supra [cap. 4. propos. 7.] propo-



C A P U T IX.

D E C E N T R O G R A V I.

tatis planorum Curvilineorum, mixtorumq;.

HE M A D M O D U M Capite Septimo de Centro gravitatis perimetri circuli, atque ellipsis proponere nihil voluimus, eo quod vnicuique etiam sine demonstratione obviuim, atque notum esse possit centrum figurae, centrum etiam esse gravitatis perimetri, modo quid nam sit centrum gravitatis, non ignoret: ita hoc loco idem de utraque figura dicendum judico; Figurae nemirum centrum, tam in circulo quam in ellipsi, centrum etiam esse gravitatis plani. Qui tamen demonstrationem requisiuerit, inveniet illam apud Federicum Commandinum lib. de centro gravitatis solidorum propos. 4. Nos ad harum figurarum partes, de quibus alijs nihil, gradum facimus.

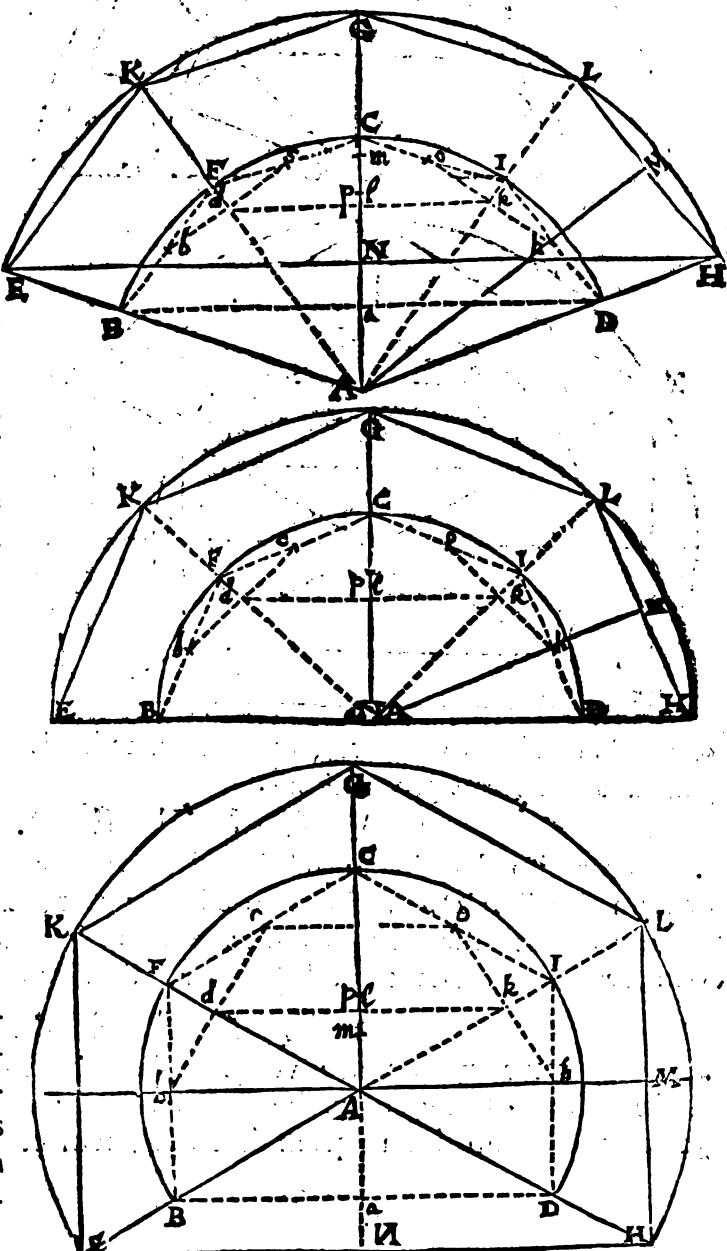
PROPOS. I.

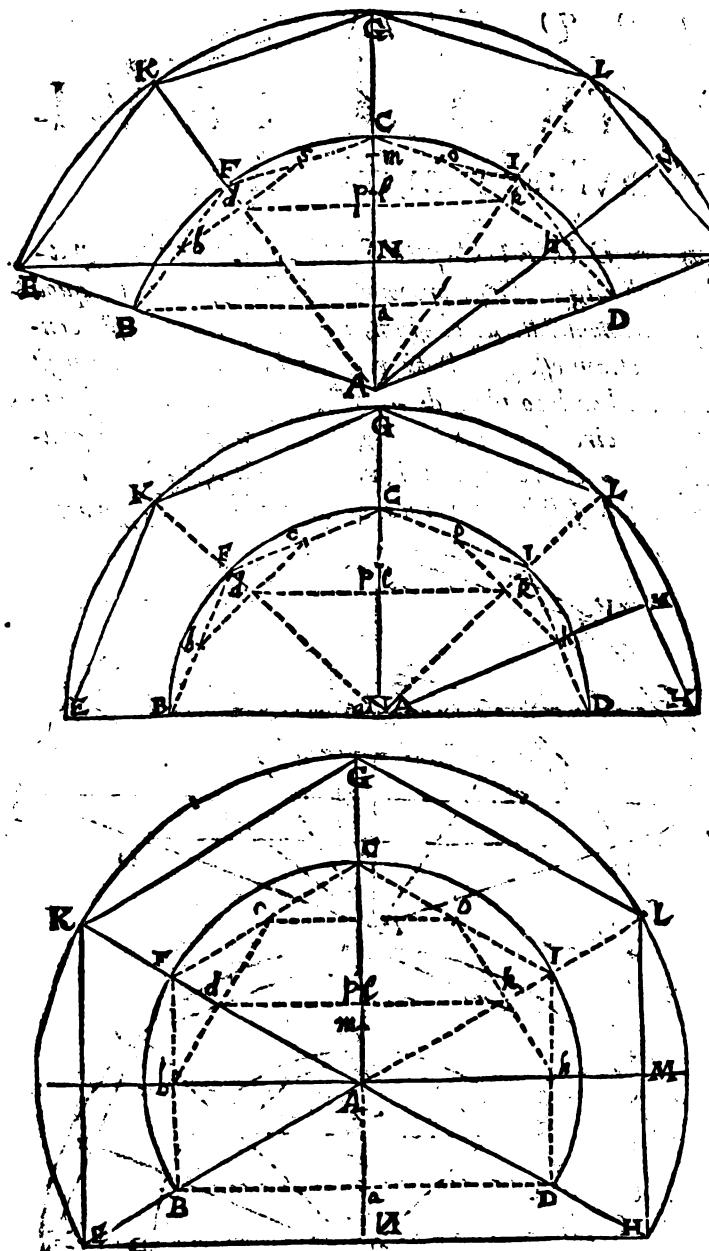
Centrum gravitatis semicirculi, sectorumque circuli invenire.

Esto semicirculus, vel sector quivis semicirculo minor, majorve $AEGH$, cuius centrum A . Oportet centrum gravitatis plani illius inventire. Ductis subtensae EH , & radio ad verticem AG ; Fiat ut tertia pars circularis peripheriae EGH , ad tertiam partem subtensae EH ; ita duæ tertiaræ radij AG , ad rectam Ap . Dico punctum p esse centrum gravitatis quæsitus.

2. Demonstratur plane eodem modo ex propos. II. cap. præcedentis, quo demonstravimus propositionem secundam

O 3 cap-





que recta consistit, ut habetur ex cap. præcedenti.
gravitatis quod èrat propositum.

A L I T E R.

3. Proposito semicirculo vel sectori inscribatur ad duas tertias radij segmentum circuli BCD & B , uti factum est propos. 11. cap. præced. si enim huic segmento inscribatur vel *Quadratrix*, vel ejus *Æmula*, erit ultimum ejus punctum, centrum gravitatis quod quaeritur. Constat ex dictis.

A L I T E R.

4 Inquiratur ex propos. 2. vel 3. capit. quinti centrum gravitatis peripheriæ, sub qua sector comprehenditur, rectaque ex centro circuli, ad illud gravitatis centrum ducta (quam determinantem centrum gravitatis appellavimus)

capitis 5. ex propositione 6. capit. 3. Patet enim ex propos. 11. cap. præced. ejusque Corollarijs, quicquid de plane inscriptis figuris, quoad centrum gravitatis dicatur, hoc dici posse etiam de lineis inscriptis, ei peripheriæ, cuius radius sit duarum tertiarum prioris, eidemque similis. Et contra quicquid de his, posse dici de illis. Quare hysdem argumentis, per inscriptiōnem & circumscriptiōnem planorum multangularium rectilineorum, evincetur centrum semicirculi vel sectoris, non esse posse supra punctum p , neque infra idem; ergo in p . Nam quod in radio AG esse debeat demonstrat Commandinus [propos. 3. & coroll. propos. 4.]. Ostendit enim id de segmentis circuli, atque linea GN : quod idem ostendetur, de linea GA , mediante triangulo EAH , cuius centrum in eadem quo- Deditus ergo centrum

minus) minuantur gressus sui pagi, & habebitur determinans centrum gravitatis sectoris propositi. Constat cum ex dictis, cum ex tertio Corollario propositionis II. cap. praecedentis. Quod erat faciendum.

COROLLARIUM.

Pater ergo quicquid dictum est Capite 6. de centro gravitatis linearum circulum, id omne applicari posse partibus Circuli superficialibus, ratione centri gravitatis illarum. Quare plura non addimus.

PROPOSITIONE II.

Centrum gravitatis segmentorum circuli investigare.

Esco segmentum circuli, semicirculo majus, minusve $BGHN$. Oportet ipsum centrum ad gravitatem spectare invenire. Invento centro sectoris $EGHAE$ per praecedentem, [ex propos. 4. cap. 8. Corollario, centro trianguli EAH , fiat via segmentum, ad triangulum EAH ; ita centra connectens ap, ad pm, erit punctum m centrum quæsumum. Quod erat faciendum.

Demonstratio pro segmento majori, constat ex propos. 6. vel 7. cap. 2. pro minore ex propos. 8. etiam capitulo.

PROPOSITIONE III.

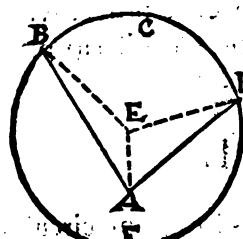
Reliquum circuli partem centrum gravitatis invenire.

Quemam sint hæc circuli partes enumeramus supra [cap. 7. propos. 2. Num. 1.] pro quibus hoc libeo unica dâri potest Regula generalis: eas nimisnam resolvendas esse in sectores circoli, & triangula rectilinea, vel per adscriptionem hæc trianguli, & circularis segmenti, perficiendum ac comprehendendum esse totum segmentum, earumque deinde partium, vel remissu vel simul, prout res requirit, sumptuarum, invenienda ex traditis genera gravitatis particularia; & ex his tandem valet id quod queritur. Ex uno altero vero exemplo patebit vis Regula.

1. Esto sector ad peripheriam $ABDC$, cuius inventum gravitatis centrum. Junctis ergo punctis B , C & A cum centro circuli E , erit figura resoluta in sectorem $BECD$; & bina triangula rectilinea BEA , AE C ; horum centra inventa sint, ex superioribus, sectoris quidem F , [ex prima hujus] triangulorum vero particularia G & H [ex Corollario quarto] & commune I , [ex quinta præcedentis capituli,] & jungatur IF . Quare si fiat vt figura mixta proposita $ABDC$ ad rectilineam $EBAC$; ita IF ad FK , erit punctum K centrum gravitatis quæsumum.

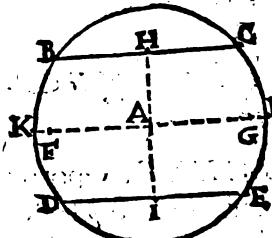


Sit



3. Sit deinde figura $ABCD$ sectoris æmula, & hinc jungantur ut ante tria pondæ cum centro E , habebimus ut ante sectorem $BEDC$, & duo triangula BEA , AED . Invenietur ergo centrum ut ante.

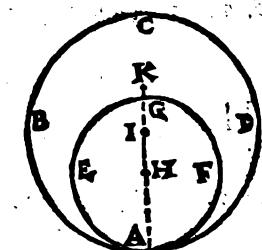
Quod si figuræ $BADFB$ invenientium esset centrum; ductis EB , EA , ED , Sectoris imprimis $BEDFB$ inquirendum esset centrum, deinde commune binorum triangulorum BEA , AED , & ex his binis [per 8. propos. 2. capit. id quod queritur. Et sic de reliquis.



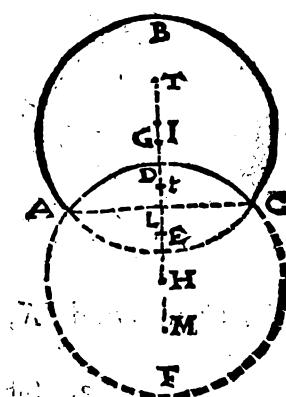
4. Si vero occurrat figura, [quæ supra cap. 7. propos. 2. Numero 5. descripsimus, & hic repetimus, scilicet] $BHCLEIDKB$, opus non erit aliud centrum gravitatis inquirere, cum clarum sit ipsum circuli centrum A , esse etiam centrum gravitatis, & id quod queritur.

PROPOSITIO IV.

Lunularum centrum invenire gravitatis.



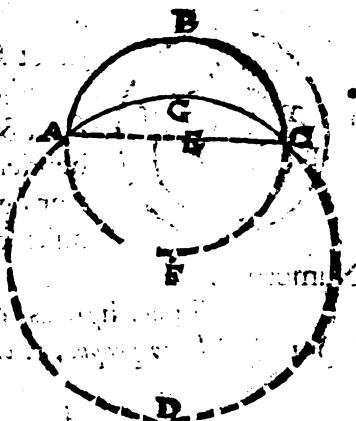
1. Lunulas supra [cap. 7. propos. 3. Num. 7.] descripsimus; in tres species subdivisisimus, & suis figuris delineavimus. Quod igitur ad primam figuram ac speciem attinet, centrum gravitatis Lunulae $ABCDAGEFA$ habetur ex supra allatis. [propos. 8. cap. 2.] Produceta enim HG , centra minoris ac majoris circuli conjungens; ex parte G , fiat ut excessus quo quadratum semidiametri AG , excedit quadratum semidiametri AH , ad quadratum ipsius AH ; ita HG recta, ad aliam habebitur recta GK , Lunula propositæ gravitatis centrum K determinans. Nam in producata AG , properter partes similes, & sequales illam circumsistentes, centrum consistere necesse est. Deinde [ex propos. citata,] fieri debuit pro centro desiderato, ut Lunula ad minorem circulum, ita HG ad GK ; Sed ut Lunula ad minorem circulum, ita est dictus excessus, ad quadratum AH semidiametri minoris circuli: cum sint circuli inter se ut à diametris [utque adeo etiam per 15. quinti, ut à semidiametris], quadrata, [ex 2. duodecimi.] Constat ergo propositum.



2. Sit deinde secundæ speciei lunula $AFCDA$, centrum vero circuli $ADCF$ sit punctum H , figura autem vtrinque convexa $ADCEA$ centrum est L , in medio rectæ AC , [ut propos. sequenti patebit. produceta ergo LH , fiat ut figura vtrinque convexa ad Lunulam, ita LH ad HM ; etit punctum M centrum quartum,] [ex propos. 8. cap. 2.]

3. Lunu-

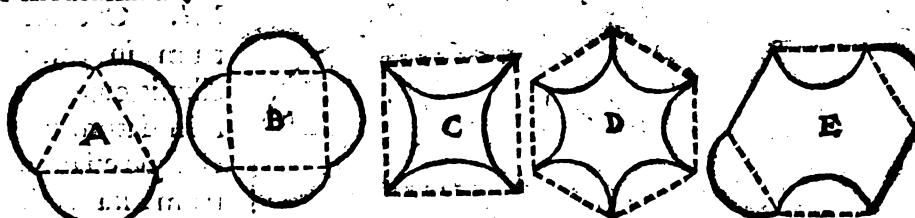
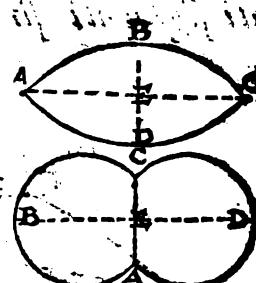
3. Lunulae denique ABC_A tertiae speciei céntrum gravitatis sic invenitur, [per propos. 2. hujus] inquirantur centra segmentorum ABC_A & AGC_A ; producaturque centra connectens versus B , & fiat ut Lunula ABC_A ad segmentum AGC_A , ita centra connectens ad' aliam, cui si æqualis absindatur ex producta versus B , habebitur centrum quæsitum; ex eadem capit. secundi octava propositione?



PROPOSITION V.

Figurarum Arcuatarum, Securicularum, & Coronarum gravitatis centrum reperire.

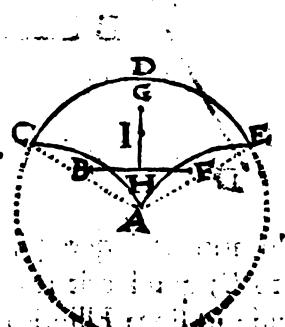
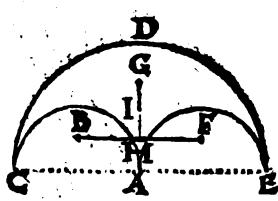
De his figuris diximus cap. 2, propos. 2. Num. 1.
VTrinque autem convexam vocavimus illam, quæ in duo æqualia & similia segmenta circuli resolvī possunt, quales sunt Figurae hic appositaæ. Cum ergo segmentorum cœtra gravitatis particulaaria sint in recta BQ , æqualiter ab AC remota, propter æqualitatem, & similitudinem segmentorum, [ex Postulato five Principiis. cap. 2.] erit communè gravitatis centrum illorum punctum medium E .



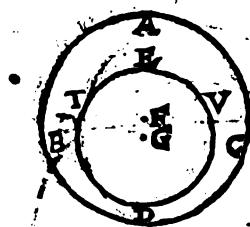
2. Idem propositus dicendum de reliquis figuris *A*, *B*, *C*, *D* & *E*, ob eandem enim rationem (quod nimis
partes opposita similes & æquales sint, intermedia vero
ejusdem centri) centrum figuræ, perimetri & plani
volum idemque est. Eadem ratio est de figuris Ovatis.

De quibus eodam cap. 7. propos. 4. Num. 7.

3. Ad Centrum vero gravitatis habendum Securiculare, vsui erit propos. & cap. 2. Sit enim in adjectis figuris. centrum gravitatis Semicirculi seu Sectoris CD $E A$ punctum I , & puncta B & F partium ablatarum $C B$ A , $A F E$, reducta ad commune centrum H . Producta ergo HI ad partes I , fiat ut Securicula ad partes ablatas, ita HI , ad IG , erit punctum G centrum gravitatis quaslibet.



DE CEN. GRAVIT.



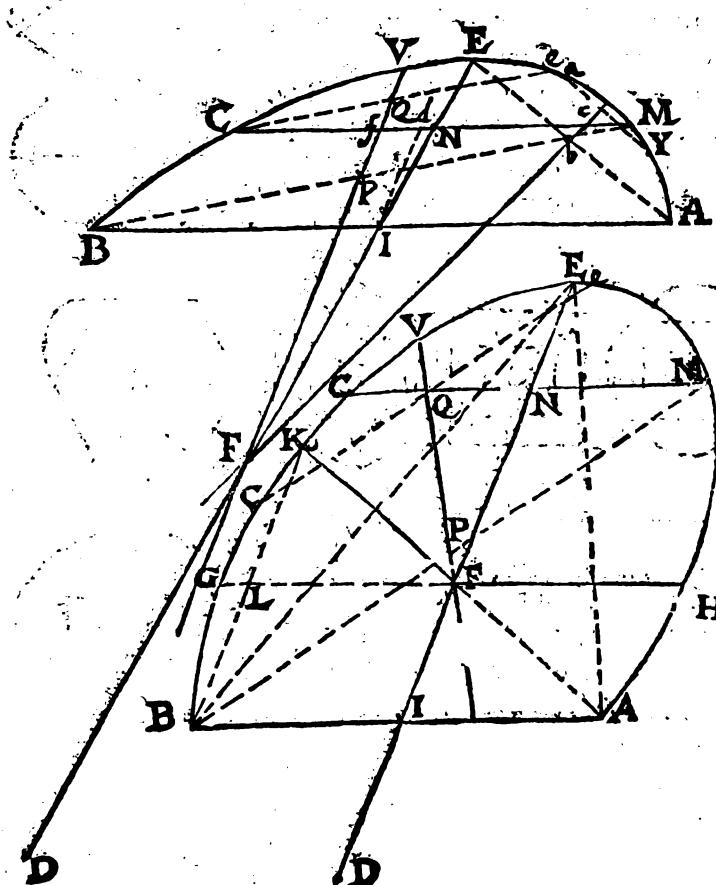
4. Coronarum idem est centrum gravitatis quod Figuræ & Perimetri, Figuræ vero Coronam imitantur, qualis est adiecta comprehensa à peripheria concava majori $A B D C$, & convexa minore $E T D V$, in qua circuli comprehendentes ex diversis centris F & G descripta sunt, centrum gravitatis habetur eodem modo; quo centrum Lunæ primæ speciei. De qua præcedenti propositione,

Numerus 7.

Reliquas figuræ mixtas remittimus omnes ad Regulam Communem supra. [Scholio propos. 5. cap. præcedentis] præscriptam.

L E M M A I.

Dato quovis segmento Elliptico centrum totius figurae invenire, ejusdemque diametrum, ad quam medietates basis dati segmenti, sint ordinatim applicatae.



ducatur utrinque (si opus fuerit) recta NI , secans lineam Ellipticam in punto E ; quod erit segmenti dati vertex, ut postea constabit. Assumantur deinde in linea Elliptica quavis alia duo puncta, (aut unum ex prioribus) B & M , ita tamen, ut ducatur BM , non sit parallela prioribus BA , CM , & ipsi BM agatur

i. Sit datum segmentum Ellipticum, semiellipsi sive majus sive minus, vel etiam æquale $BCEM$ a cuius basis recta BI . Oportet centrum invenire ejus ellipsis, cuius segmentum datum pars est, ejusque etiam diametrum, ita ut IB , IA sint ordinatim ad ipsam applicatae. Ducatur basi BA parallela quavis, intra segmentum cadens CN M , secans lineam Ellipticam in punctis C & M , & biscentur ram basis BA , quam duxa CM , atque per puncta sectionum I & N ducatur, & producatur

igatur quævis parallela Ce , atque per earundem bisectiones Q & P , ducatur & producatur QP , secans priorem NI in puncto F , & ipsi FE æqualis accipiatur FD . Dico rectam ED , esse diameterum totius Ellipsis, [ex 28. secundi Conicorum] eisdemque centrum esse punctum F . [ex prima secundarum definitionum libri primi Conicorum]. Esse autem rectas BI , IA ordinatim applicatas ad diametrum ED , quemadmodum etiam CN , NM , constat [ex duodecima & decima sextæ primarum Definitionum libri primi earundem Conicorum,] & punctum E verticem esse segmenti propositi parer [ex undevima earundem definitionum]. Invénimus ergo dati segmenti Elliptici centrum, verticem, & diametrum. Quod erat faciendum.

2. Quod si datum segmentum párnum fuerit, prout est in nostra figura; id, cuius centrum F extra cadit, in quo producta NP , prolongatam EI valde oblique int̄ersecat, & consequenter punctum sectionis F præcess̄, non nisi cum aliqua difficultate dignosci possit; duci poterunt ex altera. diametralis lineæ parte, aliae binæ rectæ parallelae EI & AT ; ducta namque eb recta per puncta bisectionum c & d , laborem quidem augebit, sed punctum F pro centro accuratus redde.

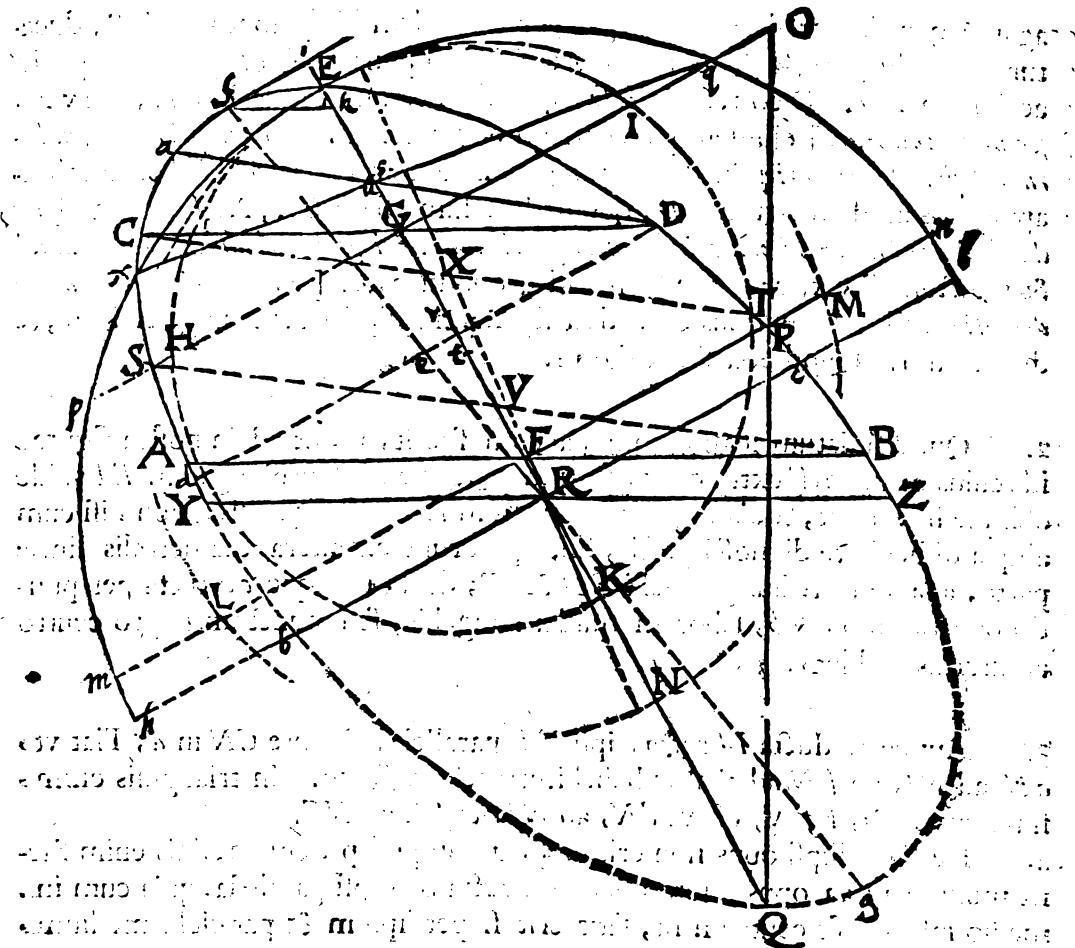
3. Aut certe ducta Id recta, ipsi NP parallela, secante CN in d ; Fiat vdN , ad NI ; ita fN ad aliam; habebitur recta Nf , &c. In triangulis enim similibus IdN , FfN , est ut dN , ad NI ; ita fN ad NF .

4. De semiellipsi op̄is non erit singulare aliiquid præcipere, satis enim fuit motere in ea op̄is solum esse, unica recta basi ipsi parallela, quia cum in medio ipsius basis centrum sit, satis erit si per ipsum & parallela medium ducatur diameter, &c.

5. Pro tota Ellipse, si totassis centrum ejus non daretur; habebitur illud ex prop̄os. 44. libri 2. Apollonij. Duæ namque sunt ductæ quævis rectæ parallelae, lineæ Elliptice utrinque occurrentes; quia ea recta quæ per media parallelogram puncta ducit, est diameter; ac proinde medium ipsius punctum, totius est Ellipse centrum.

I D E M A L I T E R efficere:

1. Esto jam segmentum Ellipticum datum $ACEDB$, cujus basis recta AB . Ductis in primis recta CD , ipsi AB parallela, & per modis illarum puncta F & G ; recta GF utrinque extensa; secabit ea ad partem G , lineam Ellipticam in vertice E segmenti propositi. Deinde ex iisdem punctis



G & F, in rectis *HO* & *LM*, ad protractam *GF* perpendiculariter, per eadem *G* & *F* puncta erectis, abscindantur, ex *G* quidem *GH* & *GI*, ipsis *GC*, *GD*; ex *F* vero, *FL* & *FM*, ipsis *FA*, *FB* aequales. Tunc per tria puncta *H*, *E*, *I*, item per tria *L*, *E*, *M* {per 25. tertij vel 3. quarti elem.} circuli describantur peripheriae, secantes protractam *GF* in punctis *K* & *N*. Ipsi porro *GK* aequalis fannoatur *GO*, & ipsi *FN* aequalis *FP*; ducta namque per *O* & *P* puncta recta *OPQ*, secabit ea eandem protractam *GF* in punto *Q*. Dico *EQ* diametrum esse totius eius Ellipsis, cuius *AEB* segmentum datum pars est, ejusque medium punctum *R*, centrum esse figuræ.

2. Ex constructione namque [per 13. sexti] recta HG , cui æqualis est C , est media proportionalis inter EG , & EK , hoc est GO ; sic LF cui æqualis est AF , est media inter EF & FN , hoc est $F.P.$; quare [per 17. sexti] quadratum CG æquale est rectangulo EGO , & quadratum AF , ipsi EFP rectangulo. Ergo [per ea qua Eutocius deducit ex 21. Conicorum, & nos ex ipso] EQ est diameter ellipsis, punctumque R ipsius centrum. Quod faciendum erat.

3^o. **SIC**, **A** **F** **E** **G**, **B** **F** denuo in numeris, circutorum descriptione, opus non est quadrata omnia **C** **G**, **A** **F** applicantur rectis **E** **G**, **E** **H**, exhibuntque latitudines **G** **O**, & **F** **M**, & ducitur, ut ante, per puncta **O**, **P**, **R**, **S**, **T**, **U**, **V**, **W**, **X**, **Y**, **Z**, obiecta **Q**, diametrum de se, obtius in longitudine minans.

LEM.

LEMMA II.

Dato Frusto Elliptico eadem qua ante, hoc est, totius Ellipsis diametrum, figuraque centrum reperire.

2. Segmentum illud Parabolae, quod per ablationem illius partis, in quo vertex Parabola existit, relinquatur, ab Archimede vocatur Frustum Parabolicum; sic & nos ipsum imitando vocamus Frustum Ellipticum partem illam Ellipsis, qua relinquatur, quando segmentum aliquod minus cum suo vertice, à segmento Elliptico majori per rectam lineam auferitur. Quod quidem, quantum jam ad rem nostram facit, tripliciter fieri potest.

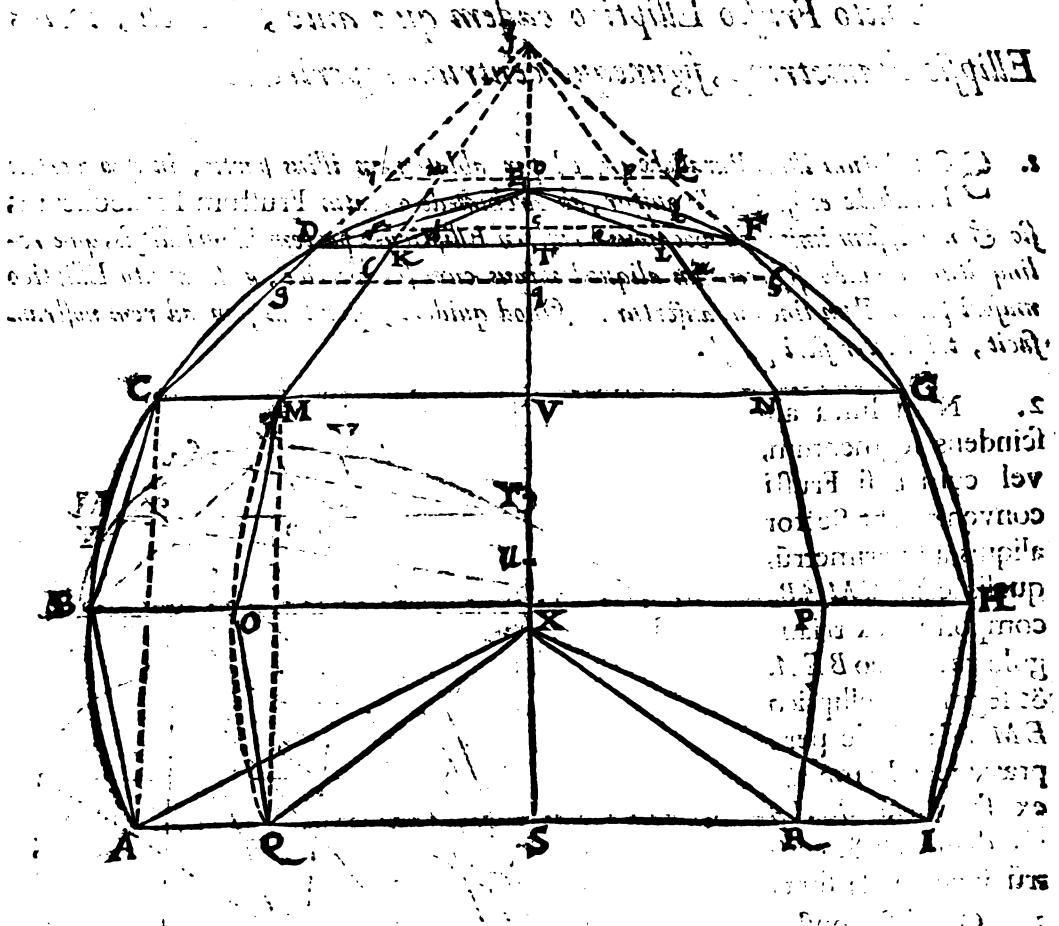
2. Nam linea abscondens segmentum, vel cum basi Frusti convehit, & fit Sector aliquis ad perimetru, qualis est $BEMAB$, compitus ex triangulo rectilineo BEA , & segmento elliptico EMA : Et sic per præcedens Lemma, ex segmento EMA E , diameter & tenetrum invenienda sunt.

3. Quod si constaret alterutrum latpus hujus trianguli granisse per centrum elliptis, ut si Sector propositus, esset (in majori segmento AK CB , ubi AK per centrum E transit; tunc Problema alia constructione non egerer, esset enim KA diameter: nisi quis cuperet habere diametrum transseuntem per verticem segmenti Elliptici BGK : is intentum assiqueratur si ducta recta BK , per medium ipsius punctum L , traiiceret rectam GH , & ipsi GF æqualem acciperet FH , quia habet ratione habet prætercentrum F , & diametrum aliam GH , & verticem G .

4. Vel linea rescidens segmentum cum basi Frusti non convenit, eritque eadem recta abscondens ad eandem basim vel parallela, vel obliqua. Sic primo parallela, & sic duo poterunt esse casus, prior nimirum cum basis frusti

THE DECENT GRAVITY

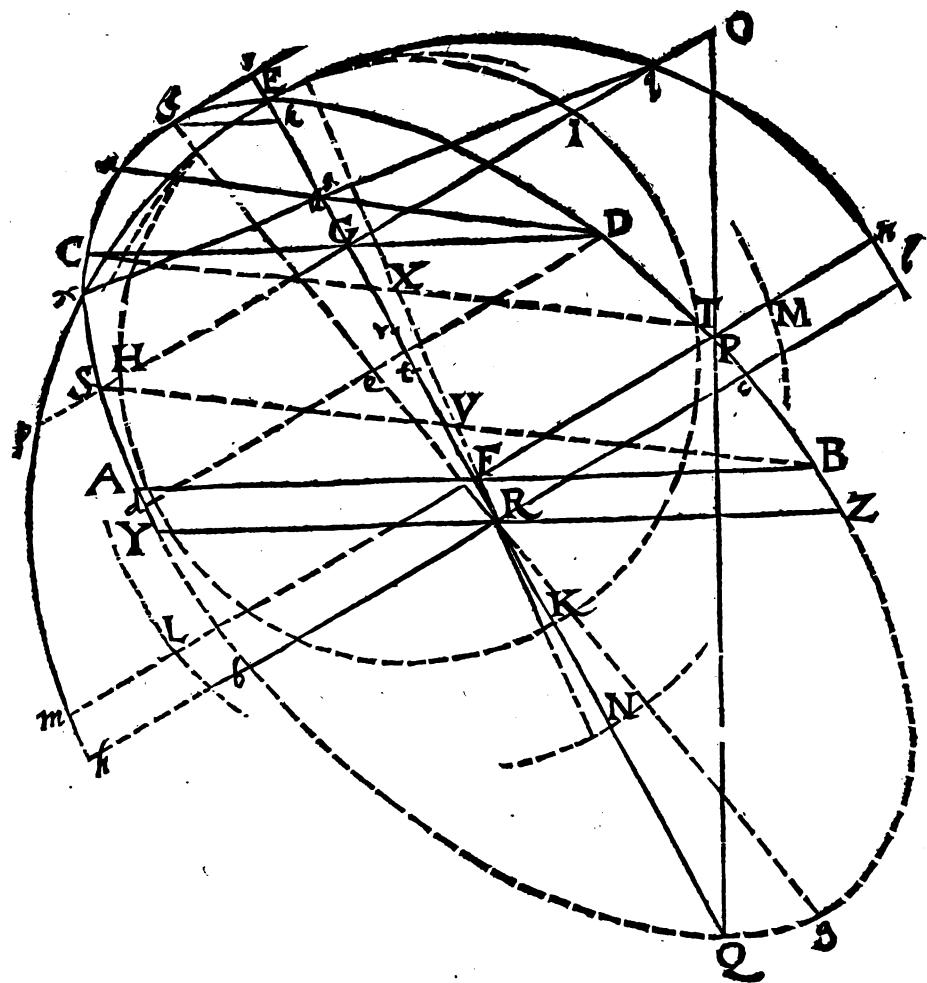
ILLUMINATED



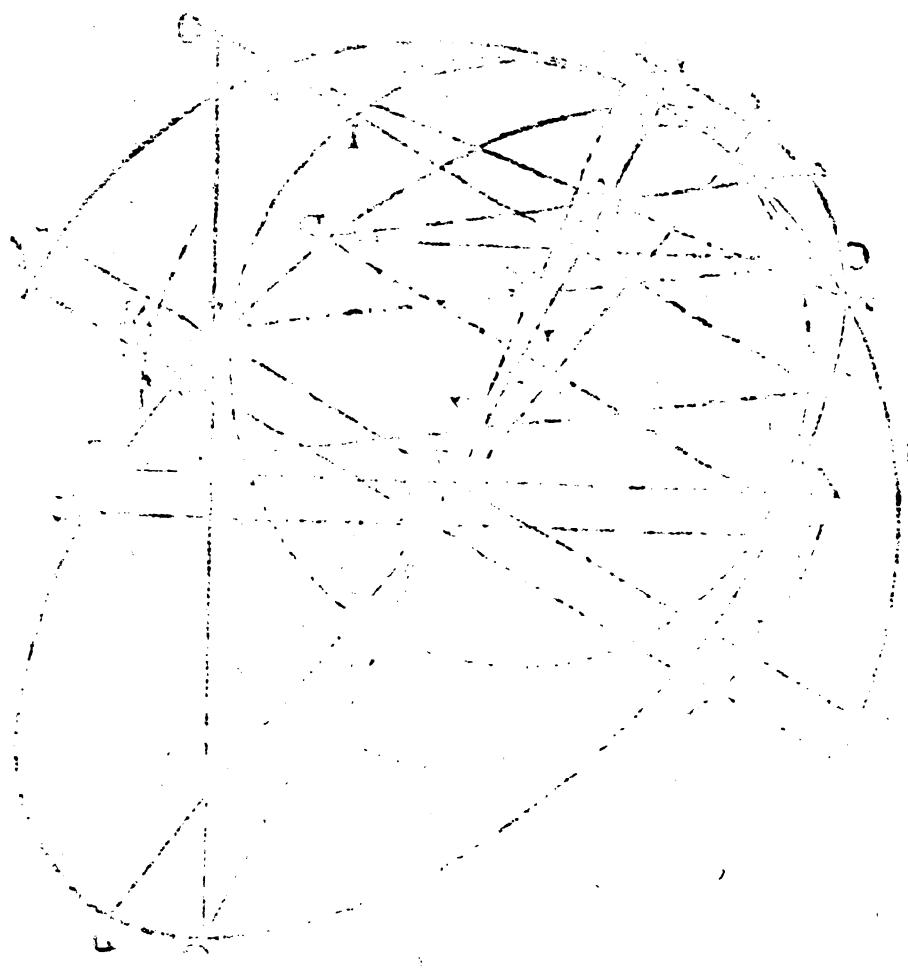
major per centrum figuræ seu Ellipsis transit, qualis est in frusto $TGDE$, basis Z in qua R centrum Ellipsis existit. Ducatur ergo & producatur vtrinque recta GR , per centrum R , & G medium punctum parallelæ CD : & fiat ut differentia quadratorum TR , CG , ad quadratum majus TR , ita quadratum ipsius GR ad aliud; habebitur quadratum ipsius RE ; semidiametri quæsiti, ac proinde accepta RQ , æquali ipsi RE , erit tota diameter EQ .

Quia cum sit [per 21. primi Conicorum] ut quadratum TR ad quadratum CG , ita rectangulum QRE , ad rectangulum QGE ; & dividendo ut differentia quadratorum, ad quadratum majus; ita differentia rectangulorum, ad rectangulum majus, quod est QRE , hoc est, quadratum RE , dimidiæ scilicet ipsius QE . Quod vero RG quadratum sic dictorum rectangulorum differentia patet [ex 5. secundi Elementorum] est enim EQ , diuisa bifariam in R , & non bifariam in G , &c.

Hæc figura ponenda est loco ejus, quæ habetur pagina **114**.



27 Object and its image in a lens



5. Posterior casus est, quando basis Frusti per centrum non transit, sed sit tale Frustum quale est id, quod continetur binis rectis parallelis AB, CD , & binis curvis CA, DB : tunc per alias binas parallelas SB, CT , earumque media puncta X & V , invenitur centrum R , ut in priori parte praecedentis proxime Lemmatis docuimus. Habito hoc centro, & ducta per ipsum recta TZ , ipsi $\angle AB$ parallela, reperitur tota diameter [per ea que hic *Numeri 4. diximus*].

6. Verum quando non constat magnitudo ordinatim applicatae TZ , quod sit quando curva AF, BZ datae non sunt. Tunc ducatur per centrum R alia quævis diameter $b c$ assumpto videlicet aliquo punto c , in linea elliptica inter B & D existente, & in producta $c R$, ipsi $c R$ æqualis absindatur $R b$; sitque hinc $b c$, ducta parallela JD intra Frustum datum, per cuius medium punctum e centrumque R , ducatur & producatur Re . Ex datis ergo $b R$, & $e R$ [per *Numeri 4. hujus Lemmatis*] inveniatur semidiameter Rf , & ex f-ducantur duæ rectæ, si quidem parallela ipsi $d e$ seu, & D ordinatim applicatae ad $f R$, quæ propinde [ex 32. *primi Conicorum*] ellipsem tangent in puncto f ; $f k$ verbi parallela ipsi CD , secantes productam RG in punctis i & k . Quare si inter Ri & Rk inveniatur media proportionalis [ex 13. *sexti*] erit ea semidiameter RE , atque punctum E vertex segmenti elliptici AEB , [per 17. *sexti Elementorum*, & 37. *primi Conicorum*]. Quod faciendum erat.

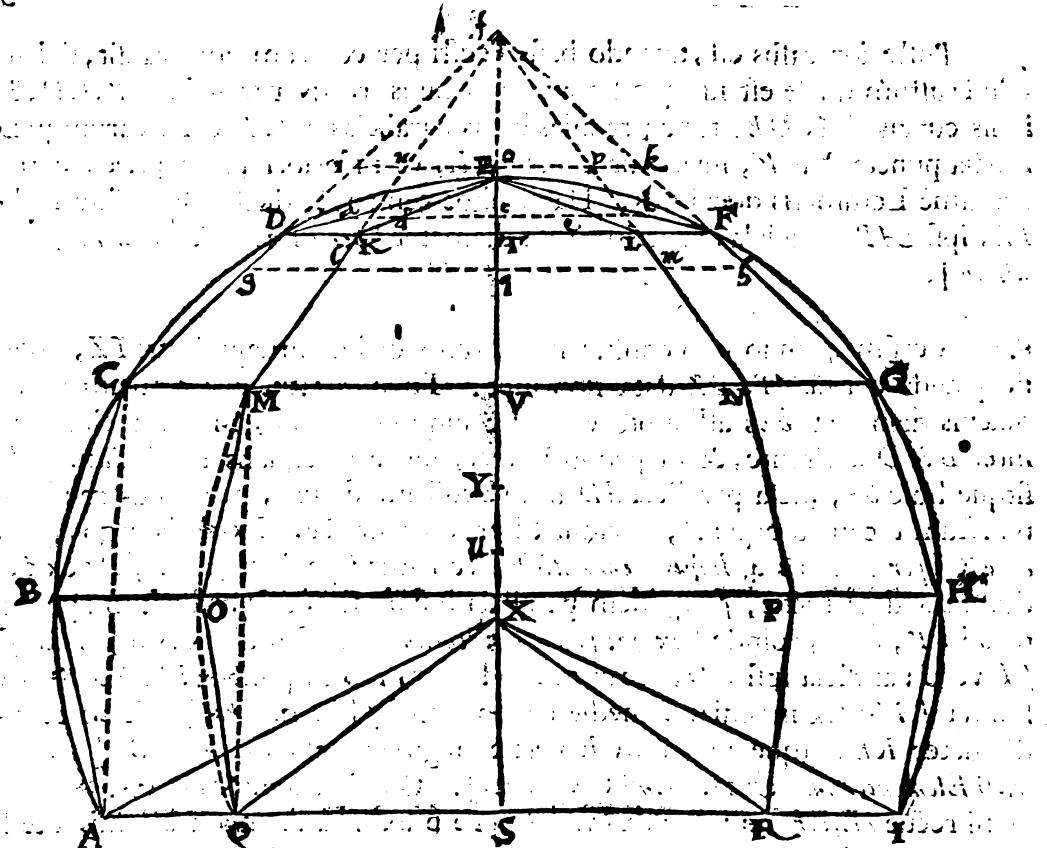
Si rectæ iE, Ek , nimirum parvæ evadant, pro praxi alia diameter assimi potest, quæ ex puncto in curva DB , magis à B remoto, quam est c , per centrum ducatur, &c;

7. Sit deinde recta absindens ad basim Frusti dati non parallela, sed obliqua, qualis est in Frusto $A \angle DB$, vel in $T \angle DZ$, recta $\angle D$. Ducatur recta DC ipsi AB , vel TZ , parallela; & fiant cætera prout [Numeri 4. s. & 6.] hic prescrivimus, & sic assequemur propositum. Quod faciendum erat.

P R O P O S I T I O VI.

Semiellipsi, reliquisque segmentis Ellipticis, illisque correspondentibus sectoribus, centrum gravitatis assignare.

1. Esto primo datum segmentum ellipticum abscessum linea recta ad alterum axem perpendicularem, quale esset in figura adjecta id quod per pun-



etiam $QOMKELNPR$, aut in figura pag. 101. per puncta $FGCHI$ describeretur. Illa enim puncta fore ad ellipsem demonstratur. [à Clavio lib. 1. Astrolobij in Scholio Lemmatis 51.] Invento ergo [ex Lemmate primo præcedenti] diametro seu axe ES , ejusque centro X , ex eo ad intervallum XE , describatur arcus circuli $ACEGI$, quem utrinque producta recta QR secerit in A & I . Quare si hujus circularis segmenti [ex propos. 2. hujus capit.] inveniatur pro centro gravitatis punctum u , erit illud ipsum etiam propositi segmenti Elliptici centrum gravitatis.

2. Sit deinde aliud quodcumque segmentum, semiellipsi vel æquale, tamquam vel majus, vel minus, per rectam AIB utcunque abscissum, & habito [per Lemma 1. proxime præcedens] centro F , parteque diametri EI , ad eam per punctum I agatur perpendicularis $GIKS$ & ad intervallum FE describatur arcus circuli $GLEOK$; hujus denique circularis segmenti GEK , inveniatur [per propos. 2. hujus] gravitatis centrum. Dico illud idem esse etiam dati Elliptici segmenti centrum.

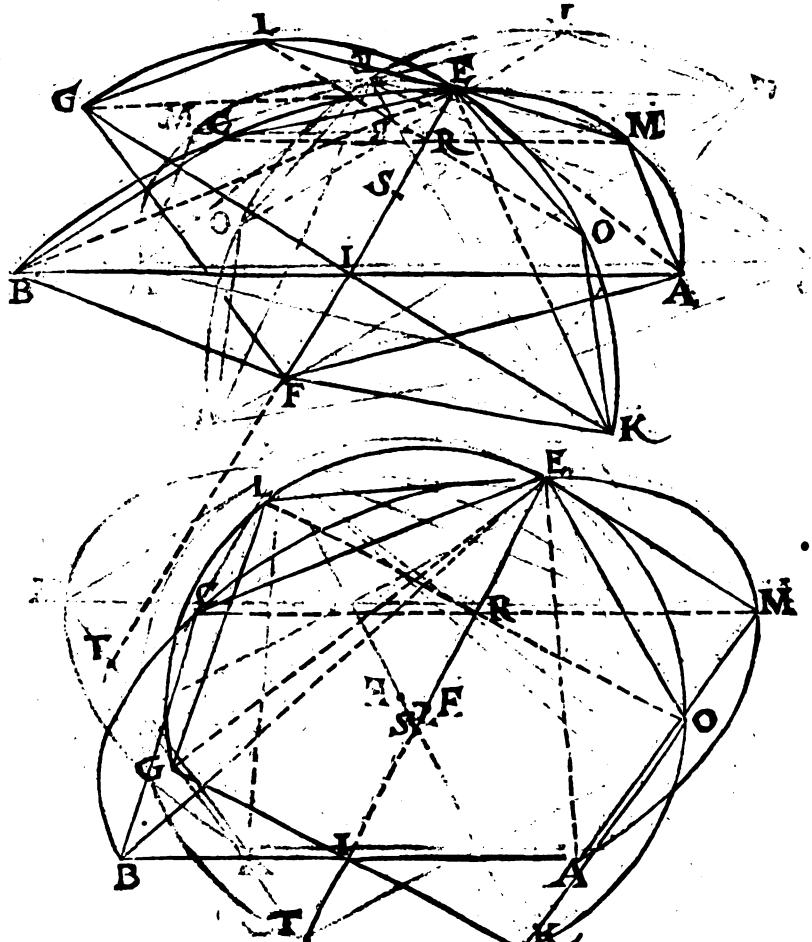
3. Figurarum enim polygonarum segmentis circulari & Elliptico planè inscriptarum, idem esse gravitatis centrum, satis constat ex ijs (præcipue hunc in finem propositis & præmissis) quæ fuse supra demonstravimus [cap. 8. propos. 12.] in ijs videlicet segmentis, quæ per rectas ad axem perpendicularares abscinduntur. Sed idem est in quibusvis alijs segmentis ellipticis: vt si (in appositis figuris segmento, circulari quidem $GLEOK$, inscribatur triangulum GEK , & elliptico $BCEMA$, triangulum BEA , centrum gravitatis utriusque trianguli, est plane idem punctum; id enim, [ex propos. 3. cap. 8.] necessariq; existit in eodem punto rectæ EI , bases GK & BA triangulorum in punto E bisecan-

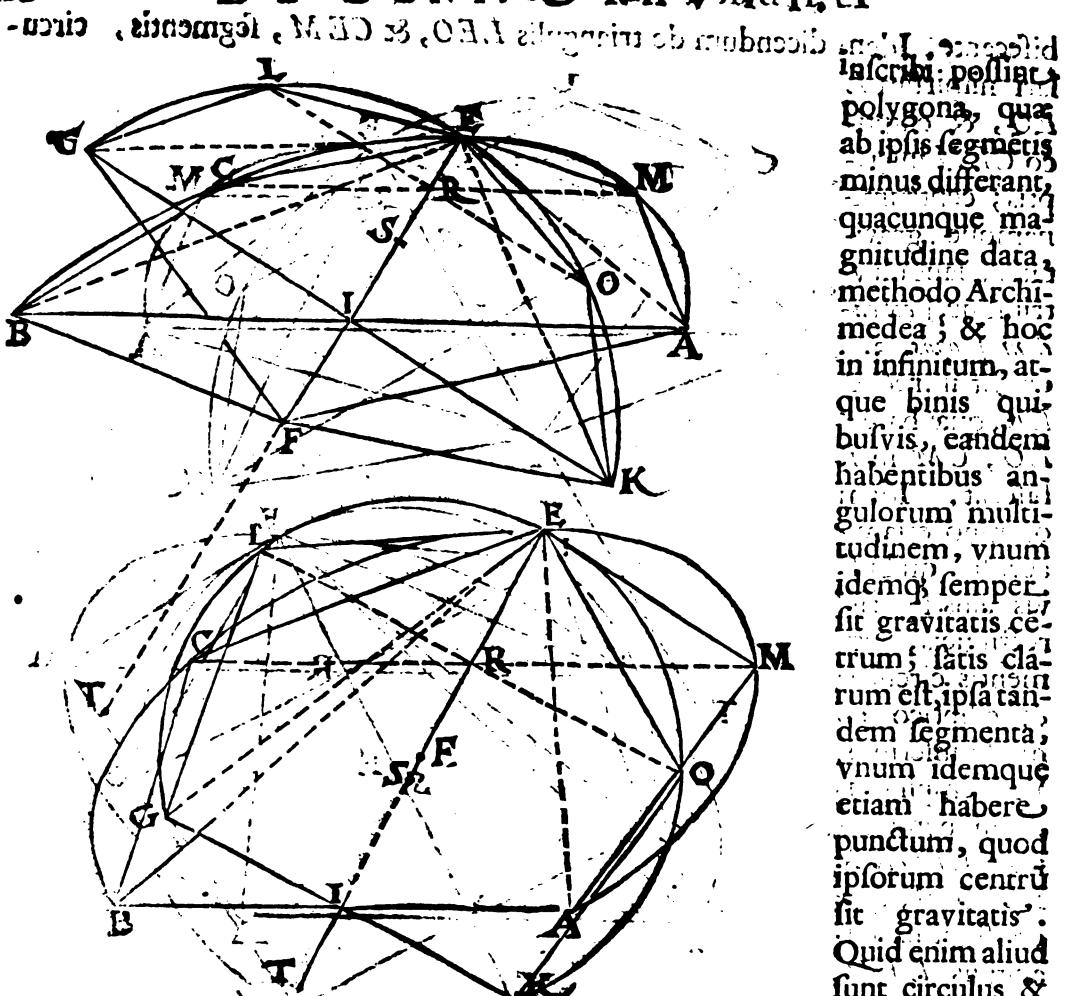
bisecante; Idem dicendum de triangulis LEO , & CEM ; segmentis, circulari nimirum L
 EO , & elliptico CEM inscriptis; centrum namque gravitatis trianguli vtriusque, [ex ea-
dem propos. 3.] existit in recta ER , quæ bases LO , CM in R bisecat. Idem omnino etiam accidit quibusvis alijs figuris rectilineis, segmentis circulari & elliptico eo modo inscriptis. Ut exempli gratia in pentagonis $GLEOK$ & $BCEMA$, quæ constant ex triangulis LEO , CEM , de qui-

bus jam diximus, & ex trapezis $GLOK$, $BCEA$, bina latera LO & GK ; item CM , BA habentibus parallela, & bisecta ab EI , in R & I ; estque præterea BA , ad CM ; ut GK , ad LO . Quare cum RI , sit utriusque trapezio communis, atque in ea, in codemque ejusdem linea puncto existat utriusque trapezij gravitatis centrum, [ut facile ostenditur ex propos. 9. cap. 8. hujus.] ac proinde etiam in eademi linea inter dicta centra idem punctum commune sit gravitatis centrum trianguli scilicet & trapezij correspondentis, ex utraque parte, hoc est, utriusque pentagoni centrum idem. Nam sicut se habet triangulum unum ad suum correspondens Trapezium, ita se habet triangulum alterum ad suum trapezium.

4. Quod vero BA ad CM , sit ut GK ad LO ; [ex 21. primi Conicorum] facile ostenditur. Suppona enim in producta EF , ipsi EP æquali PF : est ut quadratum BI , ad quadratum CR ; ita rectangulum TIE , ad rectangulum TER : & ut rectang. TIE , ad rectangulum TER , ita est quadratum GI ad quad. LR . Ergo [per 11. quinti Elementorum] est ut quad. BI , ad quad. CR ; ita quad. GI , ad quad. LR ; ergo etiam ipsa latera seu rectæ, earundemque duplæ, proportionales sunt, hoc est, BA ad CM , sicut GK ad LO . Satis ergo constat polygonorum predicto modo segmentis circulari & elliptico inscriptorum, idem esse gravitatis centrum.

5. Cum ergo utriusque segmentis, circulari nimirum & elliptico ea ratione in-





ellipsis quam figura, ut sic dicam, infinitorum angulorum, atque etiam si modo eorum segmenta? Accedit quod circulus & ellipsis, inter se sunt si-
cuius polygona ipsis plane inscripta, [ut habetur Lemmate primo quod a Riualdo
praecepit ac propos. Archimedis de Conoidibus & Sphaeroidibus.] Concludere
ergo possumus nos semiellipsi, reliisque segmentis, suum assignasse gravita-
tis centrum. Quod erat faciendum.

6. Ut habeatur centrum gravitatis Sectorum Ellipticorum, nihil aliud hoc
debet prescribendum esse iudico, praeter ea quae jam tradidimus. Sit enim
datus Sector Ellipticus in eadem figura ad centrum, $FBEAF$ (duximus au-
tem lineas FB , FA , item FG , FK , ad confusionem vitandam, in segmento
minori raptum.) ducatur subtendens recta BA , & per supradicta [Numero 2.]
describatur segmentum circulare GEK , ita ut ductis FG , FK sector circularis
 $FGEKF$ correspondeat sectori Elliptico, illius enim centrum [per propos. 1.
hujus inventum] est etiam centrum hujus, vt constat ex supradictis nam &
triangulorum rectilineorum FGK , & $FB\bar{A}$, propter adductas rationes idem
est centrum gravitatis.

7. Idem omnino intelligatur, & accommodetur sectobus ad peripheriam.
Et sic constat eorum propositiones.

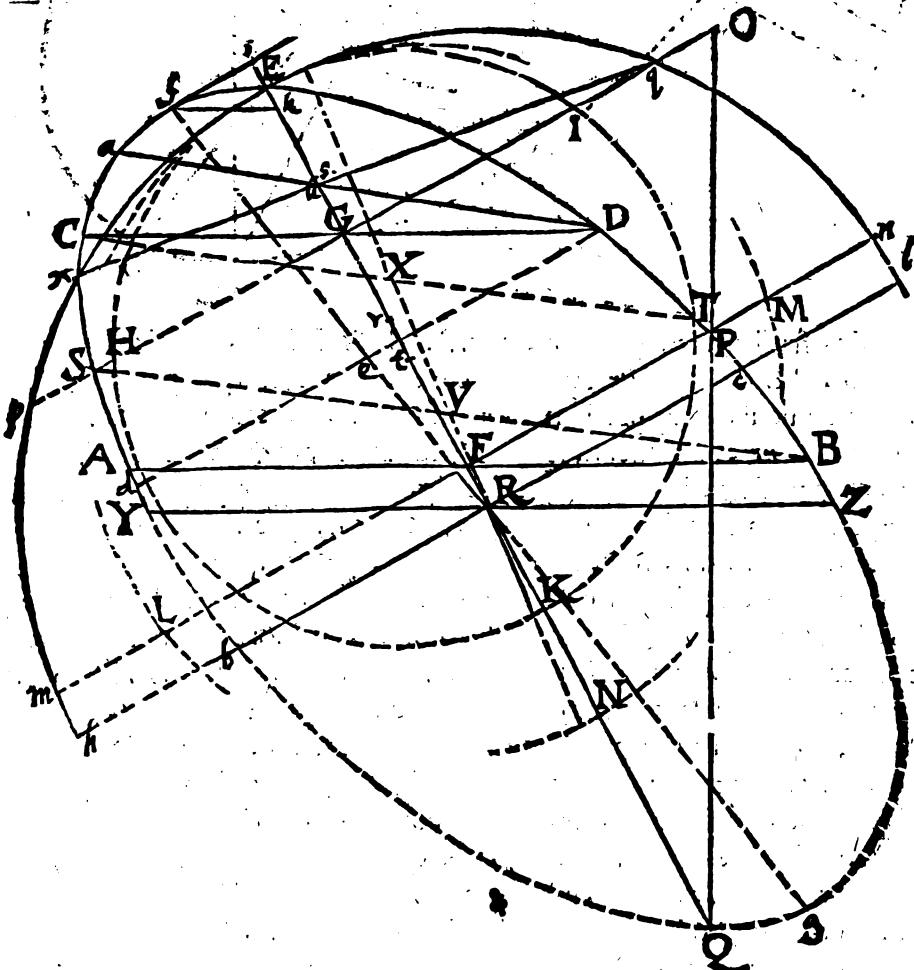
AD.

A D D I T I O.

ET si Propositionis hujus, vel potius constructionis Problematis accuratiorem, sed longiorem habuimus demonstrationem, plura scilicet prærequisita habentem, & ad impossibile seu absurdum adversarium dœducentem: quia tamen vidi hoc suo modo jam præstitum & publicatum esse, & non valde absimili à mea methodo, per nostrum Joannem della Faille; ne fastidio Lectori essem, aut videret ad futurum vel molem faciendum laborare, ambages illas declinandas censui, nimiosque scrupulos negligendos.

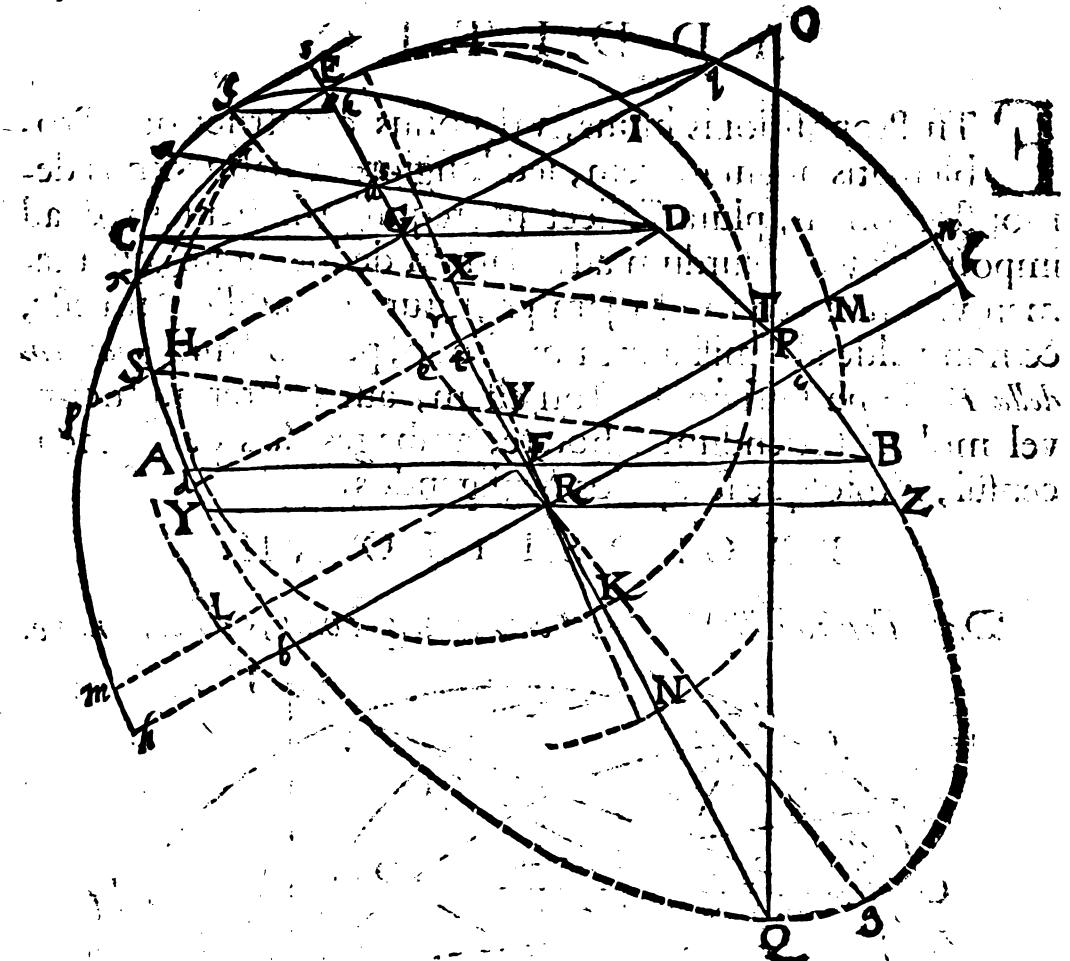
P R O P O S I T I O VII.

Dato Frusto Elliptico, in eo centrum gravitatis determinare.



Esto frustum præpositum id quod continetur lineis duabus rectis & parallelis AB, CD , & binis ellipticis CA, DB . Oportet ejus centrum gravitatis definire. Invento prius [ex 2. Lemmate proxime præmisso] centro Ellipsis

Q. 2.



sis ejus, cuius frustum proponitur, puncto R , & E ipsius vertice; ex puncto R ad radium RE describatur circuli arcus, secans utrinque prolongatam, & ad RE perpendiculariter, per F medium ipsius AB punctum eductam, rectam LM , in punctis m & n ; ductaque per G , medium punctum ipsius CD , rectam pq ipsi $m n$ parallela, inveniantur centra gravitatis [per propos. 2. hujus capituli] segmentorum circularium $mpEqn$, & pEq , quae sint verbi gratia, majoris quidem punctum r , minoris autem punctum s ; quae erunt etiam centra segmentorum ellipticorum $ACEDB$ & CED . [ut probavimus propos. precedente.] Fiat ergo ut relictum frustum ablato minore segmento, (frustum scilicet circuli ablato circulari segmento, vel frustum ellipsis ablato elliptico segmento) ad suum ablatum segmentum; ita recta centra inventa coniungens $s r$, ad aliam: sumpta etenim in producta $s r$, huic alijs aequali t , erit punctum t , centrum gravitatis propositi frusti elliptici quæsumum. Sunt enim segmenta circularia & elliptica sibi correspondentia proportionalia, ut [propos. precedenti Num. 5.] diximus; & quia cætera constant [tum ex supra dictis, tum ex propos. 8, cap. 2. hujus, patet propositum].

2. Idem facienda erit cum alijs quibusvis Ellipticis frustis, eodem enim modo centrum gravitatis illius dabitur. Exempli gratia si frusti $ACeD$ $BFeA$ inveniendum sit centrum; ducta namque per xq recta xq , inquirantur primorum segmentorum circularium $xEqx$ & $mpEqn$ centra, reliquaque deinde

deinde fiant [ex doctrina propos. 8; capitis 2. hujus] ut dictum est, & consequatur propositionem.

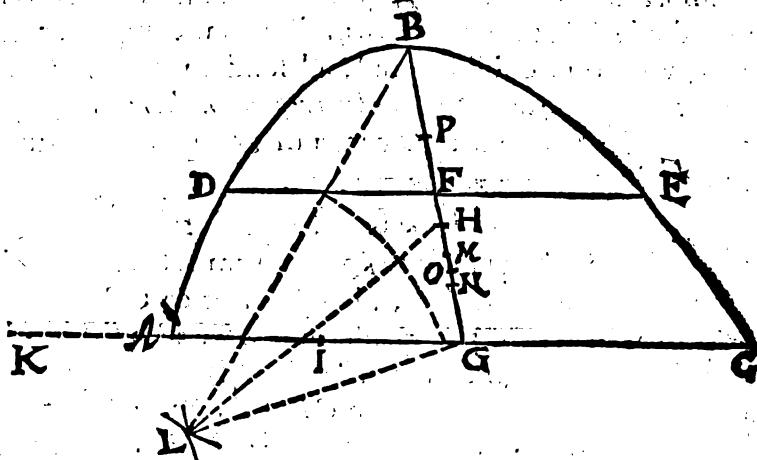
S C H O L I V M.

Quia de Lemulis, securiculis, &c., ellipticis, hoc afferrè possent aut deberent, consuli omittimus. Figure enim illæ claudentur vel meritis lineis ellipticis, vel adhibebuntur etiam circulares, quodcundam autem horum fiat, cum tam de segmentis & frustis ellipticis, quam de circularibus dictam sit satis, ea, ad initiationem eorum, que propositionibus 3. 4. & quinta Capitis hujus docuimus, unicuique talium figurarum accommodare poterit, centraque illis assignare gravitatis. Quod facendum erat.

P R O P O S I T I O VIII.

Dare Parabolæ centrum gravitatis attribuere.

Parabolæ da-
ta sit ABC ,
linea curva ABC ,
& recta AC com-
præhensa. O-
portet centrum
gravitatis ipsius
investigare. Du-
cta quævis recta
 DE intra figu-
ram ipsi AC pa-
rallela bisectetur
in F , & AC in
 G , ut habeatur



Demonstratur ab Archimedœ libro 2. Aequiponderantium propos. 8.

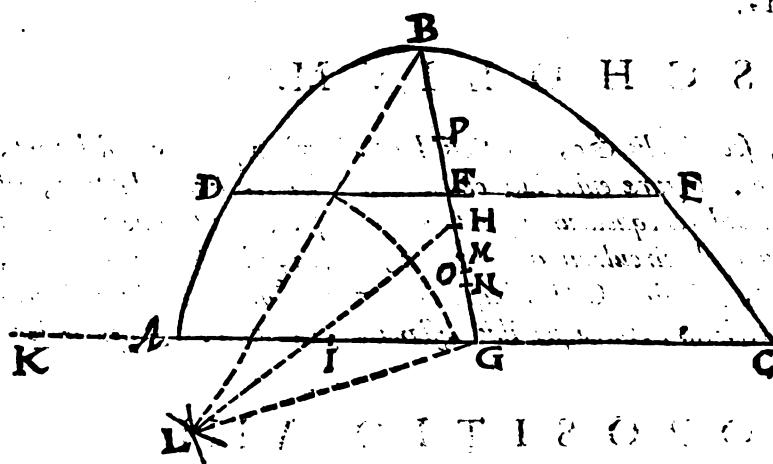
Vt vero BH fiat ad HG , vt 3. ad 2, si nolimus rectam BG , in par-
tes quinque dividere, bisectetur AG in I , & ipsi GI vel IA , fiat æqualis AK ,
& ipsi GA æqualis GL , & BL ipsi GK : recta enim LH , secans angulum GL ,
 B bifarium, scibabit etiam [ex 3. sexti Elementorum.] BG in H , in proporcio-
nem dictam, & consequenter in punto quæsito.

P R O P O S I T I O IX.

Centrum gravitatis Frusti Parabolici investigare.

Frustum Parabolicum cujus centrum inquiritur sit $ADFECC'A$, binis pa-
rallelis rectis AC quidem majore, DE vero minore, & binis curvis lineis

AD, EC clausum. Oportet ejus centrum notum facere. Dacta imprimis



pta, prius videlicet contentum sub quadrato ipsis AG , tanquam base, & altitudine ea quæ ex dupla DE , & simpla AC in rectum componitur; & posteriorius comprehensum sub base, quæ sit quadratum rectæ DF , & altitudine ea, quæ ex dupla AC & simpla DE , in directum compositarum extenditur; Fiat inquam, ut duo hæc solida simul, ad solidum prius; ita recta MN ad aliarn: habebitut [ex ijs que Archimedes propos. 10. libri 2. aequa ponderantium demon- strat] recta MO , in puncto O centrum gravitatis quæsิตum definiens. Quod erat faciendum.

A L I T E R.

Fiat ut differentia quadratorum rectarum AG & DF , ad quadratum rectæ AG ; ita pars diametri GF , ad aliam, erit ea GB , diameter tota. Est enim [ex. 22. primi Conicorum] ut quadratum AG , ad quadratum DF ; ita recta GB , ad FB : dividendo ergo est, ut differentia dictorum quadratorum, ad quadratum DF ; ita differentia rectarum GB , FB , quæ est recta FG , ad rectam FB . Hac habita diametro GB , [ex propos. precedenti] inquirantur centra gravitatis, punctum H quidem parabolæ totius ABC , punctum vero P , Parabolæ partialis DBE : Et fiat ut differentia cuborum rectarum AG , & DF ad diametrum ordinatum applicatarum, ad cubum ipsius DF ; ita recta PH , centra inventa conjungens, ad aliam; invenietur [ex propos. 8. cap. 2. hujus] recta HO , in punto O centrum gravitatis quæsitum determinans. Est enim ut cubus ordinatum applicatae AG , ad cubum applicatae DF ; ita parabola maior, ad parabolam minorem: [ut demonstratur à Fed. Commandino in ijs que premitit supra adducta decima propositioni Libri secundi Equepond. Archimedis]. Constat ergo nos satis fecisse proposito, etiam hoc alio modo. Quod faciendum erat.

A D D I T I O N

Deest hoc loco hyperbolæ, ejusque partium centri gravitatis investigatio. Patet insuper tam pro lineis, ut alibi monuimus, quam pro superficiebus, gravitatis centri venandi amplissimus adhuc campus, quem jure merito ei percur-
rendum

rendum relinquimus, qui plenum adhuc magnitudinam de quibus nemo hactenus centra gravitatis determinavit sensim edenda. Prosequat ergo ea sequenti capite quæ methodus requirit, & de quibus similiter nemo hactenus: & Lectorem interim ad modum mechanicum ablego, Capite duodecimo afferendum:

CAPUT X.

DE CENTRO GRAVITATIS PERIMETRORUM eorum, qui Corpora circumdant.

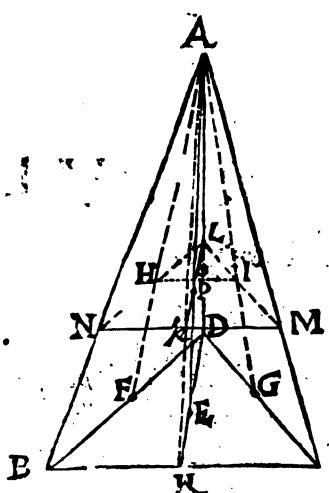
PER tractatio hoc parum ad rem nostram faciet, quippe quæ centrum gravitatis offerat, quorum usus fortassis exiguis aut nullis omnino apud nos futuros sit: quia tamen & methodus hactenus instituta, ordine quoque quam venimus, id est requirere, & ansam alijs ad suppellectionem geometricam inde multiplicandam prabare posse videatur; idcirco sicut eam omnino praterire non possumus, ita relatis quibusdam scrupulositatibus geometricis paucissimis ab ea usq; expediemus. Tripliciter autem accipi potest Perimeter corporum, latè sumpto vocabulo. Circundatidr enim corpus & punctis, & lineis, & superficiebus. Aliqua corpora videlicet ab omnibus: ut Pyramis. Aliqua punctis tantum & unica superficie; quale est corpora quod describitor ex circumactu segmenti circularis, circa suam basim: qualia sunt eti pars que Figura ultima pag. 87. exhibet, & duo puncta A & C denotant. Sunt etiam aliqua corpora que unico punto, unica linea & duabus superficiebus constant, ut est Conus. Aliqua deinde que nullum admittunt punctum, sed linea tantum: ut lineis, & superficiebus constant: ut est hemisphaerium & Cylindrus. Aliqua denique & puncta & lineas excludunt unica superficie, comprehendens: ut Sphera, & Sphaeroides, &c. Nos ergo missa nunc facimus ea que spectant ad puncta & lineas, & de his tantum perimetris qui superficiebus constant brevissime, ut diximus, agemus.

PROPOSITIO I.

Perimetri Pyramidum centrum gravitatis indagare.

Per centrum gravitatis vnius triangulorum, quæ & Pyramidem propositam continent, & in eodem verticis puncto conveniunt, ducatur planum basi Pyramidis parallelum; & Figuræ illius quæ ex communibus sectionibus dictorum triangulorum cum hoc plano nascitur, quæ quidem praedictæ basi similis similiterque posita erit, inquiratur gravitatis centrum, prout supra capite quarto docuimus; ita tamen ut loco linearum seu laterum eorum quæ Figuram terminant, assumentur ea triangula in quibus ipsa latera sunt. Hoc

Hoc estiam centrum, est centrum gravitatis perimetri Pyramidis propositum, basi excepta. Quod si recta quae centrum hoc, cum centro basis, ex doctrina capitis octavi invento, conjungit, ita dividatur, ut pars quae in centro basis terminatur, sit ad reliquam, ut superficies omnes simul sumptae; quae in vertice pyramidis coeunt, ad superficiem basis, erit divisionis punctum centrum gravitatis perimetri totius Pyramidis propositum.



Esto data Pyramis Triangularis, exempli gratia $ABCD$, tribus triangulis ABC , ABD , ADC ; supra basim BDC constitutis, compræhensa. Invento igitur [ex cap. 8. hujus] centro gravitatis H , trianguli alicujus ex predictis, verbi gratia trianguli ABD , ducatur per ipsum ipsi BD parallela recta NL , & in triangulo ABC per punctum commune N , agatur ipsi AC parallela NM ; erit planum ductum per duas rectas LN , NM , parallelum basi BDC [ex 15. undecimi Elementorum] ac proinde etiam ducta recta LM , ipsi DC parallela erit, & [ex 10. undecimi] totum triangulum NLM , toti triangulo seu basi BDC simile erit, similiterque positum. Hujus ergo trianguli NLM , si inveniatur [ex doctrina cap. 4.] centrum perimetri, (hoc est loco lateris NL aspernendo triangulum ABD , & loco lateris LM , triangulum ADC , & deinde loco lateris NM , accipiendo triangulum ABC ,) minimum punctum P erit id centrum gravitatis commune trium triangulorum eorum, quae in vertice A convenient. Quarè si recta PE , quae centrum hoc cum puncto E , centro gravitatis ipsius basis conjungit, dividatur ut diximus, erit punctum divisionis centrum gravitatis totius perimetri Pyramidis datæ. Quod facendum erat.

Nam hoc ultimum constat [ex 6. vel 7. propos. cap. 2. hujus,] & reliquæ ostenduntur. Ductæ rectæ AF , AG , AK ad bisectiones basium BD , DC , CB , secant à piano NLM in punctis H , I , L centris gravitatis triangulorum ADB , ADC , ABC ; in H quidem ex constructione, in reliquis vero ex consequenti: cum omnes lineæ ex vertice A , in bases BD , DC , CB demissæ proportionaliter secantur; quia contigua triangula semper unum latus habent commune; ut triangula ABD , ADC , habent commune latus AD . Quare cum sit in triangulo ABD , ut AH ad HF , ita AL ad LD ; & ut AL ad LD , in triangulo ADC , ita AI ad IG ; ergo ex æquo est, ut AH ad HF , ita AI ad IG ; & sic de ceteris. Igitur si bina centra H & I jungantur, & hæc ut triangulum ABD , ad triangulum ADC ; ita recta IO , ad OH , erit punctum O , commune centrum gravitatis utrorumque dictorum triangulorum: Deinde ut hæc duo triangula simul ad tertium, ita kP ad PO ; erit P punctum communæ centrum gravitatis trium triangulorum, &c. Quod erat ostendendum.

C O R O L L A R I V M . I.

EX his manifestum est eodem planè modo & haberi, & ostendi posse inventionem centri gravitatis, perimetri cuiusvis Pyramidis, quorumcunque laterum seu

seu triangulorum, tam quoad multitudinem, quam quoad qualitatem: hoc est, ut sit basis ~~quacunque~~ figura rectis lincis contenta; & axis pyramidis sit ad eam vel rectus, vel obliquus.

COROLLARIVM II.

Deduicitur secundò compendium pro ijs pyramidibus, quarum bases sunt figuræ polygonæ, quas regulares vocant. Nam vt habeatur centrum gravitatis perimetri illarum, basi excepta, alia re opus non est, quam vt axis earundem ita dividatur, vt pars ad verticem sit ad reliquam dupla; punctum quippe divisionis exhibet centrum gravitatis quæsumum. Centrum enim figuræ per quod axis transit, tam basi, quam illius plani paralleli, de quo supra in demonstratione, est centrum etiam gravitatis, tam plani, quam perimetri, vt alibi ostendimus.

COROLLARIVM III.

Ex quo vltius sequitur in ijs pyramidibüs, quibus bases sunt figuræ regulares & laterum numero parium, centrum gravitatis trianguli per axem, esse etiam centrum perimetri pyramidis, basi tamen excepta.

PROPOSITIO II.

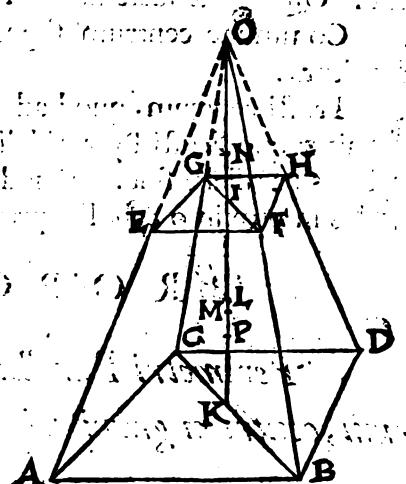
Dato Frusto Pyramidali, centrum gravitatis perimetri ipsius invenire.

Datum sit Frustum Pyramidis inter bases regulares & parallelas $ABCD$, & $EFGH$, & quatuor Trapezia $AEBF$, $BFDH$, DHC , $GCEA$ constitutum. Oportet harum superficerum communem centrum gravitatis invenire. Sic ductum planum quodvis per puncta K & I , centra videlicet basium, vt habeatur ex communibus sectionibus Trapeziorum quoddam, binarum rectarum parallelarum, quale est exempli gratia trapezium $CBFG$. Hujus inquiratur [ex cap. 8. hujus] centrum gravitatis L , eritque id centrum illud, quod hic inquirendum proponitur; quatuor nimis trapeziorum, nisi ausent basium, Est enim primi trapeziorum illud $CBFG$, pars trianguli OGB , per axem OK , si pyramidis perficiatur, in cuius trianguli unico puncto, [ex Coroll. 3. proxima precedentis Propositionis], & ipsius trianguli, & perimetri pyramidis, basibus exceptis, centrum gravitatis consistit. Quare cum sit ut triangulum OGF , ad trapezium $GFBC$, ita perimenter seu quatuor triangula OEF , OFH , OHG , OGE , ad quatuor trapezia, frustum datum circumdantia; erit etiam eadem ratio de centris gravitatis illorum, &c. Quare quantum L , & Trapezij GB , & quatuor circumstantium trapeziorum, hoc est, perimetri dati frusti basibus exceptis, centrum gravitatis est. Quod erat faidendum.

R

Sic-

Cest



Superfluum esset ostendere jam, qua ratione huic perimetro & vni-que basi commune centrum investigetur, cum hoc in similibus sapienter fa-ctum sit.

S C H O L I V M.

Pro frustis quorum bases sunt irregulares, & non parallele, hoc loco nihil singula-re proponendum duxi. Perficienda enim est Pyramis, & veriusque tam majoris quam minoris, inveniendum centrum gravitatis, ut propositione precedente docui-mus, & ex his per propositionem 8. capituli 2. centrum gravitatis perimetri, qui fru-stum circumdat; ut in similibus jam supra prescriptum.

P R O P O S I T I O III.

Perimetri Coni, Conicique Frusti, centrum gravitatis in-dagare.

1. **A**xis Coni dividatur ita, ut pars verticem respiciens sit ad reliquam dupla. Dico punctum divisionis esse centrum gravitatis perimetri seu superficie conicæ, basi videlicet excepta. Cono enim inscribi potest pyra-mis cuius basis sit figura regularis, quæ pyramidis à Cono deficit minori solido, quantacunque magnitudine proposita, cuius perimetri centrum axim-eo modo quo diximus dividit, [ex Corollario 2. propositionis proxime prece-dentis]. Ergo illud centrum etiam est gravitatis perimetri, seu superficie conicæ. Quod erat faciendum.

2. Commune centrum superficie conicæ & basi, ex sepe dictis facile invenitur.

3. Frusti centrum, quod ad perimetrum conicum spectet, eodem modo invenitur quo Frusti Pyramidalis, ut in proxima propositione docuimus: modo bases parallelae sint. Quod si bases parallelae non fuerint, servandus est modus in ptoximo Scholio prescriptus. Ratio constat ex supradictis.

P R O P O S I T I O IV.

Perimetri Parallelipedorum, Prismatum, & Cylindr-orum, centrum gravitatis dare.

Resta quæ centra gravitatis basium consunctorum dividuntur basiam. Dico punctum sectionis hujus, esse centrum gravitatis perimetri totius corporis propositi. Res cum tam ex se, quam ex ijs, quæ ex hactenus dictis deducuntur, clara sit, alia demonstratione opus non habet. Factum ergo quod propositum est.

P R O P O S I T I O V.

Centrum gravitatis perimetri cuiusvis portionis, & fru-sti Sphærae, Sphæroidis, & Conoidis Parabolici, ostendere.

Cen-

Centrum gravitatis totius Sphæræ, & Sphæroidis superficie, cum sit ipsum in Sphæræ, Sphæroidisq; centrum, de portionibus tantum ac frustis dicendum erit.

Per centrum basis & verticem portionis, hoc est, per axem ducatur quodvis planum, eritque figura ex communibus sectionibus nata, in Sphærica portione quidem, segmentum circuli; in Sphæroidico vero segmentum Ellipsis, & in Conoidis Parabolico, Parabola. Hujus ergo segmenti seu parabolæ, inquiratur ex capite præcedente centrum gravitatis. Dico illud idem esse etiam centrum gravitatis perimetri portionis propositæ, basi excepta.

2. Idem dico de perimetro frusti Sphærici seu Sphæroidici, vel Conoidici, planū enim ductū per centra basium parallelarum, seu per axem, generat frustum circulare vel ellipticum, vel conoidicum, cuius centrum gravitatis ex capite proxime præcedenti inventum, est etiam centrum gravitatis propositæ superficie sphæricæ, seu sphæroidicæ, vel conoidicæ dati Frusti, exceptis basibus. Factum ergo quod propositum est.

3. Possent hæc ostendi per inscriptionem & circumscriptionem superficie rum conicarum, &c. nos autem, ut initio hujus capituli mouimus, ab his consulto abstinemus, propter caussas ibidem allatas. Interim tamen donec Libro secundo aliqua huc spectantia afferamus, dubitanti satis faciat similitudo quæ est cum hisce, & conicis superficiebus. Nam sicuti Conicæ superficie centrum gravitatis est idem quod est trianguli, seu (in frusto) trapezij per axem ducti: ita hic eodem modo centrum gravitatis superficie portionis Sphæricæ, Sphæroidicæ, & Conoidicæ, seu Frusti, etiam est centrum gravitatis segmenti seu trapezij per axem ducti, basibus tamen utrobique exceptis.

CAPUT XI.

DE CENTRO GRAVITATIS CORPORUM.

Ed & hæc, quæ hoc loco ex alijs adducemus (nam pauca nova hoc capite comparebunt), magis ad plenitudinem Tractatus, quam ad nostrum institutum, ut Libro sequenti pœnitit, spectant. Nimirum ut Lector omnia simul habeat, quæ ad tractationem de Inventione centri gravitatis pertinent; quantum videlicet in hanc usque diem scire licuit, & res ipsa proponenda pluribus, ut brevitate consulatur, non indiguit. Nam hac de causa exhibebimus primum tantum, & constructionem Problematum; Lectorem speculativum ad ipsos Auctores, quos fideliter citabimus, pro demonstratione ablegantes.

PROPOSITIO I.

Cujusvis Corporis ordinati centrum gravitatis explorare.

Corpora absolute regularia recensentur à Geometris quinque tantum; nos ordinaria & hæc, & alia vocamus, quæ ut cunque Sphæræ inscribuntur, & cum ea idem centrum magnitudinis seu Figuræ obtinent, quorum etiam si non omnia, saltem aliqua, ea nimirum quæ ex prædictis quinque ortum ducunt, *aucta* & *imminuta* dicuntur. Horum autem omnia centrum Figuræ, seu sphæræ, est etiam ceptum gravitatis: ergo illo habito, habebitur & hoc. Quod erat faciendum.

Stevinus propositione 14.

P R O P O S I T I O . II.

Cujuslibet Parallelipedi, Prismatis, & Cylindri, centrum gravitatis monstrare.

Inveniatur axis medium dati corporis; hoc enim est centrum gravitatis ipsius.

Demonstratur à Stevinio de Prismate, & consequenter etiam de Parallelipedo, propos. 15. A Luca Valerio libri 1. propos. 25, 33, 34, 41. A Federico Commandino propos. 8. de centro gravitatis solidorum.

P R O P O S I T I O . III.

Dati cuiusvis Pyramidis, & Coni, centrum gravitatis, palam facere.

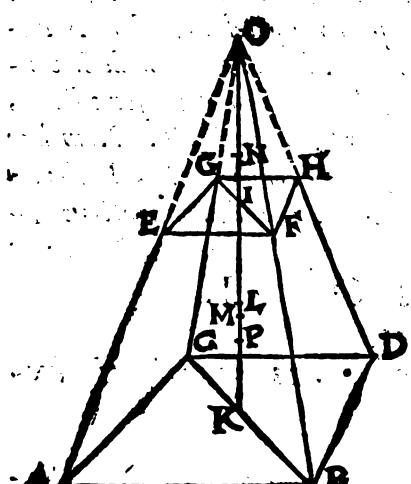
Axis dati hujusmodi corporis dividatur in quatuor partes æquales, terminus primæ, à base incipiendo, est centrum quæsumum.

Demonstratur à Commandino propositione 22. Luca Valerio lib. 1. propos. 31, 32, 39. Stevinus propos. 18.

P R O P O S I T I O . IV.

Dati Frusti Pyramidis, ut & Coni, centrum gravitatis eruere.

Sit datum Frustum Pyramidis $ADEH$. Oportet ejus centrum gravitatis indicare. Absolvatur tota Pyramis, & sic ejus axis recta OK , & ex propositione proximè præcedente, inveniatur viriusque pyramidis, tam majoris $AD\bar{O}$, quam minoris EHO , centrum gravitatis M & N , deinde recta NM producata dividatur, [juxta Propositionem 8 capituli secundi hujus] ita in puncto P : ut sit MP ad MN , sicut



etoti est Pyramis minor ad Frustum propositum. Dico parvatum P; esse centrum gravitatis Frusti propositi.

De Frusto coni, nihil aliud præscribendum est: Perficiendus enim est conus, & reliqua facienda, sicuti de pyramide diximus.

Alius modus haberi potest ex Fed. Commandino propos. 26. Et Luca Vaserio Lib. 1. propos. 35, 36. & 40. & Lib. 3. propos. 25. qua studio omittimus.

PROPOSITIO V.

Centrum gravitatis cuiuscunque corporis, planis superficiebus contenti explorare.

OMNIA FIARIT AD Imitationem, propositionis 13. capituli octavi hujus. Nam acuti ibi figura plana rectilinea resolvitur in sua triangula: ita hic solidum in suas pyramides distinguendum est, accepto commodo aliquo puncto pro communi vertice, aut pluribus etiam punctis; Deinde duarum, pluriumque inveniatur centrum gravitatis commune, donec corpus propositum exhauiatur totum, &c.

Constat ex dictis tam hic et alibi, quam ex iis que habet Stevinus propos. 21.

PROPOSITION VI.

Conoidis Parabolici centrum gravitatis determinare.

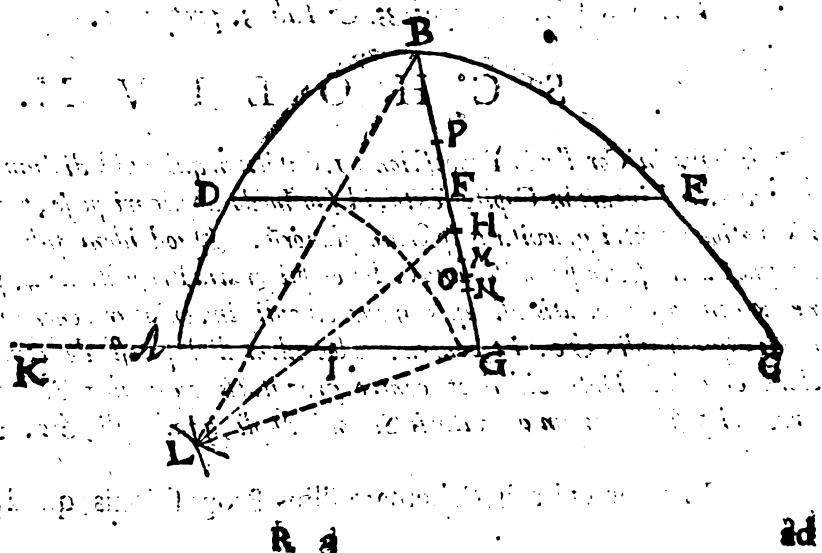
Dati Conoidis axis divisus in tres partes æquales, relinquat duas versus verticem, & unam ad basim, punctum hujus divisionis quasitum centrum gravitatis determinat. Quod erat faciendum.

Demonstratur à Commandino propos. 29. Et à Valerio Libri 2. propos. 41.

PROPOSITIO VII.

Frusti Conoidis Parabolici centrum gravitatis invenire.

Esto Frustum conoidis parabolici $ADEC$, cuius axis FG , diameter basi majoris AC , minoris DE . Oportet centrum gravitatis ipsius assignare. Fiat ut triplu circuli diametri AC , una cum triplo circuli diametri DE ,



adduplum circuli DE , vna cum circulo AC , ita recta FG , ad aliam, quæ sit GN . Dico punctum N esse centrum gravitatis Frusti propositi. Quod erat faciendum.

Constat ex propos. 42. Libri secundi de centro gravitatis solidorum Lucas Valerij.

S C H O L I V M .

Ingeniosè hac Lucas Valerius nam ex ijs que habet Fed. Commandinus propositione 31, quæ est ultima Tractatus ipsius de centro gravitatis solidorum, difficilior eruitur modus. Superaddit autem idem Valerius aliquot Theorematæ, quæ ad inventionem centri gravitatis & Conoidis Hyperbolici, & ejus Frusti spectant: sed quia paucis ad praxin reduci non possunt, satis nobis erit indicasse, unde & praxis & Theorie doctrina accipienda sit. Sunt autem Libri secundi propositiones 43 & 45, Libri tertij proposilio 39, & in Appendice proposilio 7. Non possum autem non adiungere particulam faltam eorum, quæ primus adinvenit idem Valerius, de centro gravitatis portionum Sphaerae, ad perpetuam viri hujus, mihi de facie olim noti, memoriam, à tota posteritate cum laude celebrandam: Et est determinatio centri gravitatis Hemisphærii. De reliquis portionibus tam majoribus & minoribus, quam frustis diversis, videat Lector ipsos Valerij liberos. videlicet Libri secundi propositiones 34, 35, 36, 38, 39, 40, & libri tertij propositiones 32, 33, 34, 35, 36.

P R O P O S I T I O VIII.

Centrum gravitatis Hemisphærii indicare.

AXIS dividatur in 8 partes æquales, punctum quod partes quinque deorsum à vertice, vel tres à base sursum determinat, est centrum gravitatis quæsitus.

Valerius Lib. 2, propos. 33. & Lib. 3. propos. 31.

S C H O L I V M .

Diximus in Corollario Propositionis 1. Capiti 9. quicquid dictum sit de Centro gravitatis Linearum Capite sexto, id suo modo applicari posse, partibus circuli plani, ratione centri gravitatis ipsorum planorū. Quod idem subintelligendū fuit de ijs, quæ Capite sexto premiseramus. Exempli gratia Propositione 4. ponitur, qua ratio ex centro gravitatis alicuius arcus circuli, inveniatur centrum gravitatis arcus dupli, quadruplici, &c. Et contra. Hoc idem dici potest de centro gravitatis Sectoris circuli. Dato videlicet centro gravitatis cuiuslibet Sectoris circuli, ex eo inveniri posse centrum gravitatis Sectoris dupli, quadruplici, &c. & contra.

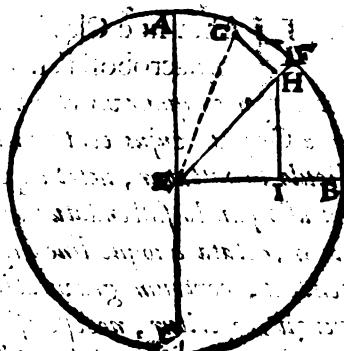
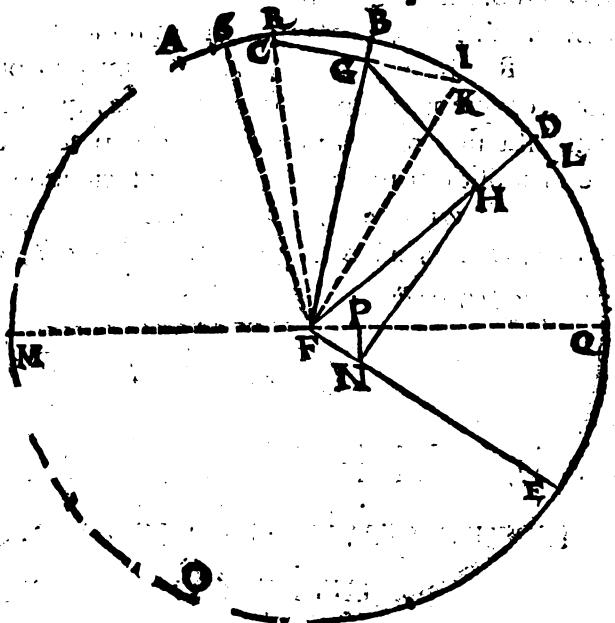
Ponatur enim in Schemate illius Propositionis, quod hic repetimus,
pon-

PROPOSITION IX.

Dato Centro gravitatis Sectoris Sphaerici, invenire Centrum gravitatis Sectoris dupli, quadrupli, octupli, &c. Item subdupli, subquadrupli, &c sic deinceps in proportione subduplici; &c hoc in infinitum: in proportione dupla quidem, usque ad complendam &c varie multiplicandam Sphaeram; in subduplici vero per continuas bisectiones.

Sectorem Sphærae vocamus Solidum, quod continetur binis semicircularibus planis diametris suis, in axe Sphærae coniunctis, eaque superficie Sphærica, que à peripherijs semicircularum intercipitur. Sic si hemisphaerium sectetur piano per axis, fiant duo Sectores Sphærici.

Esto exempli gratia in adiecta figura hemisphaerium $AFBCEA$, hoc est, semicirculus ABC , sit sectio plani per axem EB , & communis hujus plani, & basis hemisphaerij sectio, sit recta AEC : & sit iam punctum I , centrum gravitatis hemisphaerij. Dico perpendiculararem ad EB , ex puncto I versus EF ductam, eandem E F , ad medium punctum arcus AFB , ex centro E protractam, secare in puncto H , centro gravitatis Sectoris Sphaericci, qui est medietas totius hemisphaerij. Et contra, Dato centro gravitatis H , huiuscmodi Sectoris Spha-



rici, seu Sphæræ Quadrantis, si ex *H*, ducatur perpendicularis ad *E.B.*, erit punctum *I.* centrum gravitatis hemisphaerij.

Res hæc ut demonstretur, cum pluribus indiget verbis, quam rationib[us], eaque tales sint quæ vnicuique, qui præcedentia intellexit, obviæ ac manifestæ sint; plura in confirmationem addere polamimus. Et sic satisfactum esse Propositioni judicamus. Quod faciendum erat.

Occurrunt plura hoc loco ponenda, sed quia per alias occupationes jam non licet ea promere; aliud tempus expectandum erit, aliquæ occasio arripienda. Quare ad alia properamus.

C A P V T XII.

D E M E C H A N I C A C E N-

trorum gravitatis inventione, eorundemque positus inter se comparatione.



Ua hoc Capite proposituri sumus, videntur hunc tanquam proprii sibi debitum & assertum locum exposcere. Tam commode namque alibi tractari non poterant; certè cum alijs commisceri non debuerant. Comparatio autem centrorum gravitatis ultimam omnino secundum sibi vindicat: inter se enim comparari non possunt, nisi prius existant. Eam vero indigamus potius quam trahamus: eo quod multa multarum magnitudinum gravitatis centra nobis adhuc desint; qua quando, ut bene speramus, ab ipsis qui ea promiserant, recti fuerimus; tunc demum dicta comparatio perfectionem suam assequi poterit. Subiectus denique coronidis loco Dissertationem quandam, de mutatione centri gravitatis Globi Terreni, ejusdemque inde consequentis motu: rem videlicet à premissa materia minime abhorrentem.

P R O P O S I T I O I.

Cujuscunque Corporis centrum gravitatis mechanice in-
dagare.

I. **H**abet hoc Clavius noster in Commentarij; in primum Caput Sphæræ Sacrobosci, his verbis: *Cognoscitur autem centrum gravitatis cuiuslibet corporis, quamvis etiam irregularis & difformis, hac ratione. Suspendatur si liberè Corpus, cuius centrum investigatur, & à suspensionis signo, filum cùm perpendiculari demittatur, noteturque linea, quam filum in corpore designat: deinde rursus ex alio punto suspendatur idem corpus, à quo rursus filum cum perpendiculari demittatur, notata quoque linea ipsius filii in corpore. Quoniam igitur ut cunque corpus pendeat, centrum gravitatis in linea illa perpendiculari, qua ad centrum mundi vergit reperitur, necesse est, utramque perpendiculari per gravitatis centrum transire. Punctum igitur illud corporis, in quo se intersectant due illa linea perpendicularis, centrum gravitatis indicabit.* Haec ille. Ad quæ recte practicanda & intelligenda aliqua notanda sunt.

2. Et

Ecce primo quidem ut punctum illud accuratius & certius indagetur, operatio saepius repeti debet, & dictæ perpendicularium intersectiones, in diversis propositi solidi partibus notari, ut ex ijs omnibus tandem idem eruantur gravitatis centrum quod quartitur.

Secundo. Aliquod ex his intersectionum punctis potest quidem esse quartum gravitatis centrum, sed non nisi rarissime id accidet. Quando autem id intra ipsam corporis soliditatem existit, deforis certe designari nequit: possunt tamen intersectiones dictæ esse indicia, ubi nam centrum situm sit, ut id venient aliquando per conjecturam; in corporibus videlicet valde irregularibus; aliquando vero certò, cum nimis corpora utcunque ordinata. s. Quando vero centrum gravitatis extra corpus situm est, tunc eadem quidem evenient; sed conjectura fieri debet, aut certitudo haberi, ex concursu, (si quidem sit datur, aut coniici potest) linearum in corpore suspenso signatarum, & ultra id protractarum.

3. Est & alia ratio, & communissima ad inveniendum centrum gravitatis corporum solidorum, quæ instar laminæ latitudinem ac longitudinem notabiliter plus extendunt; minori videlicet existente profunditate. Eo utuntur argentarij quando ex crassiori lamina, figuræ utcunque rotundæ, pocula fabricantur. Nam ut æqualiter, & æqualis ponderis partes ex medio, per mallem vndique protrahant, excessu gravitatis, saltum in superficie, prius inquirunt, hoc modo. Cælum seu instrumentum ferreum ABC, quo supra caput seu partem superiorem A, mallei percussione altero extreto seu acutiore parte C, puncti signum, præ quavis re, imprimere solent, ita erigunt, ut punctum illud C recta sursum tendat, & caput A solido alicui corpori innitatur; huic punto C superimponunt laminam CE, cujus centrum co-nantur investigare, & tentando tam diu hinc inde moveant, donec ipsa ad nullam partem magis inclinet, sed supra punctum illud C quasi quiescat, quam mox supra idem punctum malleo percutiunt, ita ut acuta illa pars cæli, laminæ sursum versus punctum imprimat, quo postea pro centro gravitatis in fabrica operis utantur.

Quod si loco cæli adhibetur culter, & lamina parti acutiori superimponatur, & hinc inde moveatur, donec supra illam utcunque quiescat, habebitur linea in qua punctum quod quartitur necessario existere debet. Quare si alia talis linea, per eundem modum inventa, in lamina notetur, habebitur in communi sectione punctum ipsum quartum.

P R O P O S I T I O II.

Cujuscunque Superficiei planæ centrum gravitatis mechanice venari.

Proponimus hoc loco investigare centrum gravitatis planorum quorūcunq; & cuiuscunq; tandem figuræ ea sint, claudanturq; lineis quibusvis, sive rectis, sive,

sive mixtis. Sumatur ex metallo Lamina bene complanata, et qualis ubique spissitudinis, quales sunt istae, quae non mallo, sed per certas & aequales quantitas ducuntur, eaque induatur figura tali, quamvis desiderat, & cum illa iuxta praescriptum propositionis precedentis mechanicum tuum artificium exercetas: punctum enim quod hisce modis sese offert, centrum gravitatis plani seu figuræ adhibet indicat. Talis namque Lamina est prisma aliquod, cujus bases sunt utraque facies laminæ, & spissitudo illius, est prismatis altitudo. Quare si in utraque facie centrum gravitatis aliquo ex praemissis modis inveniatur, erit linea recta per illa ducta, axis propositi prismatis, de quo alibi demonstratur quod per centra gravitatis basium transset.

2. Sed quid si figura esset talis, quæ in se non contineret centrum, sed id extra figuram situm esset, ita ut modus Propositionis prima Numero 3. praescriptus locum non habeat? Tunc adhibendus solus ille, quem in eadem Propositione proxima Numero 4. indicavimus, aut certe Claviatus inicio eisdem propositionis allatus, in auxilium vocandus, qui quidem accuratus etiam est, modo artificium corpus aut laminam suspendendi difficultatem alicui imperito non afferat. Inventus autem uno aut plurimum dictorum modorum, duabus tribusve lineis in laminam nocatis, ea chartæ aut tabellæ, cera vel alia re, affigatur seu agglutinetur, & lineæ dictæ supra illam chartam vel tabellam ultra laminam producantur, donec concurrant, punctum enim cursus erit id, quod tanquam centrum gravitatis dati plani, vel etiam corporis, suo modo intelligendum, inquirebatur.

3. De centro gravitatis mechanice indagando pro superficiebus non planis, aut mixtis, aut planis pluribus variè dispositis, &c, hæc nihil praescribo, ei qui viterius progredi cupit, satisfacere poterunt ea, quæ hac & proxime precedenti propositione attulimus.

PROPOSITIONE III.

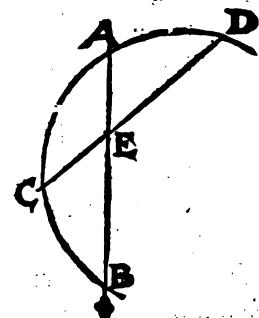
Centrum gravitatis Linearum quarumcunque mechanice coniicere.

1. **D**is centro gravitatis linearum rectarum hoc loco opus non est quicquam distare, cum media illarum quod uniuscuique notum est, contineat predictorum centrum, ut in precedentibus suis tacis ostendimus; nisi plures tales velimius conjungere, evitandemque situm diversimode variare; et tunc complexio illa rectarum est aliunde, ab hac tamen etiam propositione centrum sua gravitatis, & petere possit.

2. Assume ergo ubi filum ex metallo, ferti nimirum, cibro, &c, tenui, quod ad imitationem tuæ lineæ, cujus centrum gravitatis queris, flecte, reflece, inflece, sive recte, sive curvè, sive mixtum, prout ad propositum tuum tibi placitum fuerit; ita tamen ut omnis filii longitudo, quomodounque inflexa aut retorta, in uno eodemque semper jaceat plano: de his enim solum loquor lineis, quippe quæ sola pro secundo Libro nobis usui esse poterunt. Formatum hoc ad libitum tuum metallinum filum suspende ita, ut supra [propositione prima ex Clavio] praescripsimus, & signa duo à filo perpendiculari signata,

gnata, tanquam sibi correspondentia primò nota. Idem facies, mutato loco suspensionis, secundo aut tertio, & tandem correspondentia puncta rectis lineis junge, eo modo quem supra etiam [propos. 2. hujus, Numero 2.] attulimus: harum enim linearum intersectio, quæ situm centrum gravitatis mechanice & proximè exhibet.

3. Exempli gratia sit filum metallinum circulariter intortum $DACB$; quod sit primò ex punto A suspensum, & ex eodem, per filum aliud pendens, duo puncta signata & notata A & B . Deinde suspendatur secundò ex alio punto D , & signentur alia duo puncta, in quibus metallum à filo perpendiculari notam accepit, quæ sint D & C . Juncta tandem correspondentia sibi puncta, per rectas AB & DC , mutua sui intersectione in punto E , centrum gravitatis lineæ seu filii propositi quam proximè indicat.



S C H O L I V M.

1. Inventio hoc centri gravitatis linearum est tam accurata non sit, atque est tamen ratione superficierum propos. 2. attulimus: filum enim metallinum est tense, ut, quemadmodum corpus aliquod requirit pondus ut suspendi & gravitare possit, ita ea ipsa ponderosa qualis qualis soliditas, latitudinem aliquam gignit, que natura linearum non convenit: ea ipsa tamen latitudo cum exilio & stricta valde sit, non multum nobis in hac re facebat negocium; perito enim artifici facile erit judicare de summa rei, eique factis accurate licebit centrum quod querit gravitatis, linea hac ratione non gravitantis, assignare.

2. Posset præterea, is qui præcedentes tres propositiones ad primum aliquoties reducisset, dubio procul plura qua ad facilitatem praxis, ad præcisionem geometricam, ad præcavenda impedimenta, &c, facerent in medium afferre, & ijs qua nos breviter innuimus multa adjungere. Verum nos qui in his ipsis practicis speculative quasi progressi sumus, ut non negamus esse posse alios, si primum spectemus, & accuratiores fortassis centrum gravitatis indagandi modos; ita hisce, quos practicè sine praxi attulimus, officio nostro nos satisfaciisse, eaque indicasse, qua & practicè & speculatorius possint sufficere, existimamus.

P R O P O S I T I O IV.

Situm Centrorum gravitatis Linearum, Superficierum, Corporum, que triangularem ac pyramidalem figuram constituant, inter se comparare.

1. Centrum gravitatis commune duarum linearum, seu crurum cuiusvis trianguli, rectam eam quæ ex vertice per ipsum, ac proinde ad medianam basis dicitur, bifariam seu in duas partes æquales dividit; ut constat ex prima propositione capitinis quarti.

2. Idem facit centrum gravitatis perimetri linearis, cuiusvis pyramidis, exceptis

ceptis basibus: secat enim axem in duas partes æquales, quod facile ex eadem propositione deduci potest.

3.. Trianguli deinde centrum gravitatis, nimurum prout triangulum est superficies, ductam ex vertice per centrum rectam lineam usque ad basim ita secat, ut pars ad verticem sit dupla ad reliquam; quod constat ex propos. 3. cap. octavi.

4.. Idem facit centrum gravitatis perimetri superficialis cuiuscunq[ue] pyramidis, basi excepta; id enim lineam, ex vertice per ipsum demissam in basim, in eandem proportionem dirimit.

5.. Centrum denique gravitatis cuiuslibet Pyramidis, vt & Coni, axem sic notat, ut pars ad verticem, ad reliquam sit tripla; sic habetur propositione tertia, capite praecedenti.

6.. Ergo si axes seu lineæ per centrum gravitatis ductæ, penes quas vel in quibus situm centri consideram⁹, ponantur partium æqualium 12. erit in lineis, [de quibus hic Numero 1. & 2.] pars ad basim talium partium 6. De superficiebus vero loquendo, [ut factum hic Numero 3. & 4.] erit eadem pars axis à base computando earundem partium 4. In corpore vero [ut Numero 5. diximus,] erit eadem pars axis, à base incipiendo atque in centro terminando, distarum partium 3, Partes ergo illæ inter se comparatae sunt 6. 4. 3. quæ est proportionalitas Harmonica: qualis etiam est inter puncta, lineas, & superficies cuiusvis cubi, in qua re tamen mutatur ordo, & punctis praecunt lineæ. Cubus enim quilibet constat 12 lineis, 8. punctis, & 6 superficiebus, qui numeri similiter sunt proportionales in proportione Harmonica.

7.. Quod si considerare, velimus dictorum trium axium proportionem, partium scilicet unius axis seorsim sumptu, verticalis nimurum ad reliquam, easque conferre invicem, inveniemus in axe pro lineis, proportionem æqualitatis; in axe pro superficiebus, proportionem duplam; & in corpore triplam: ita ut denominatores proportionum constituant proportionalitatem Arithmeticam, hoc modo: 1. 2. 3.

P R O P O S I T I O . V.

Positum centrorum gravitatis Lineæ, & Superficiei hemicyclæ, atque Soliditatis hemisphærij inter se conferre.

Hanc si possemus exprimere præcisè numeris, ut proximè fecimus, exprimeremus etiam tam diu desideratam Quadraturam circuli. Sed hic et si Archimedes velit pluta mouere, jubet tamen Plato quiescere. Inveniem⁹ autē aliquid. Ponatur semidiameter, radi⁹, seu semiaxis in quo nimurum centrum gravitatis prædictarum trium magnitudinum existit, partium æqualium 1000000, erit ex allatis à nobis capitibus præcedentibus, pars radij quæ à basi incipit, & in centro gravitatis semiperipheria circuli desinit, talium partium proximè 636618: ea vero quæ ab eadem basi exit, & in centro gravitatis area semicirculī finit, earundem partium 424412 proximè. Et denique simili recta in hemisphærio solido est partium 375000 præcisè. Sed quia priores duo numeri exactè non dantur, nihil de mutua inter se trium ho-

horum numerorum proportionalitate definire licet. Hoc tamen possumus certò asserere, vt quemadmodum in proximè præcedenti propositione, recta quæ cæntrum gravitatis pro lineis rectis determinat, ad rectam quæ cæntrum gravitatis pro superficiebus definiat, se habet ut 6 ad 4, sive ut 3 ad 2: ita etiam hic, & quidem (quantum spectat ad fundamentum ex quo numeri habentur lineas videlicet seu quantitatem continuam) præcise, recta cæntrum gravitatis definiens hemiperiphæriæ, est ad rectam determinantem cæntrum gravitatis hemicycli, (prout tanquam superficies accipitur) ut 3 ad 2. Quod hic obiter notasse superfluum fortassis non fuerit. Sed finitis hisce nostris Læcubrationibus ad Dissertationem, de qua diximus, accedamus.

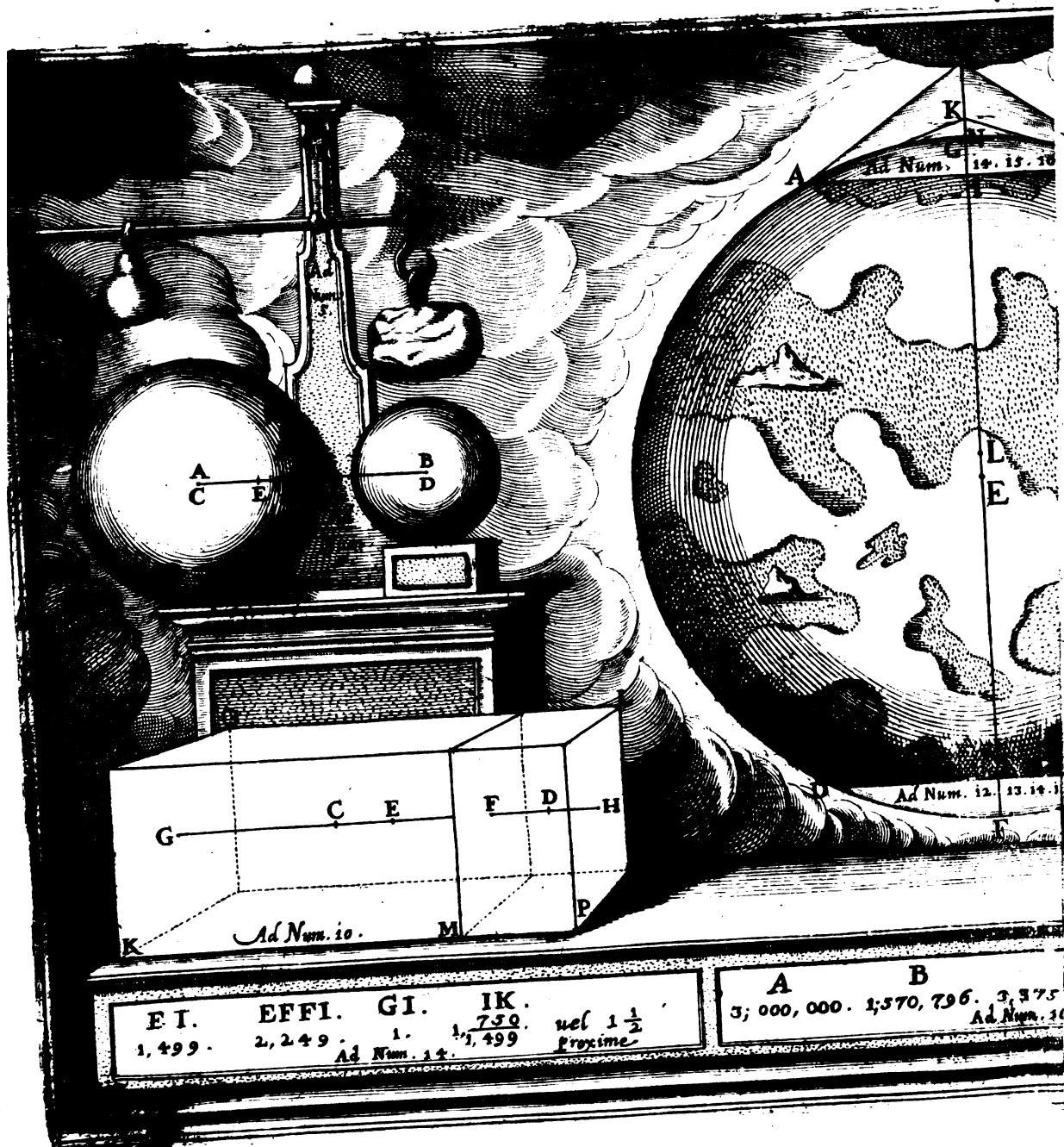
DISSERTATIO PHISICO-MATHEMATICA

DE

MOTU TERRÆ, EX MVTATIONE
Centri gravitatis ipsius, proveniente.

 **R**I A sunt, Auditores, quæ ab antiquis impossibilia factu credebantur: Jovi fulmen, Herculi clavam, Homero carminis palmam eripere: quibus ego quartum addiderim, Terram nimirum, in sese nutibus suis conglobatam, à centro Vniversi dimovere: quod quidem licet quandoque difficilius habitum sit, quam Jovi fulmen, aut Herculi clavam adimere; id enim audax hominum industria, patrum nostrorum ævo, perniciose tormentorum bellicorum invento, conata est: fuit tamen etiam Archimedes Syracusanus, qui tantum sibi, ac scientiæ Geometricæ tribueret, vt ingentem hanc Terræ molem, pondere suo vnde- quaque in sese connitentem, dimovere loco, sponderet, si modo alibi locus esset, in quo pedem figere, aut consistere posset. Arduum profecto negotium! Audax sponsio ingeniosissimi senis! Cujus vestigijs insistentes nonnulli ex posteris, Problema hoc posuerunt: *Quavis potentia, quodvis pondus mouere.* hoc est, Datâ quavis, etiam minima virtute, datum quodvis pondus, etiam maximum agitare. Et quamvis adhuc lateat, quo id Archimedes instrumento fieri posse, demonstraret; sunt enim qui velint vecte, sunt qui trochlea, sunt etiam qui certa rotarum sese mordentium compositione, sunt denique qui alijs machinis: opnes sane in eo convenient, etiamsi daretur Archimedi citra Terram consistendi locus, fore ut nunquam id ad exitum perduceret; tantum materiæ, tantum operis, tantum temporis, ea machina- rum extructio, ususque esset absumptura.

2. Ego igitur, cui hoedicta lucis aliquid è Mathematica dicere constitutum est, neque oedem aliorum efferam, neque illas & factu & vsu difficiles ma-



... corpora gravia non impedita, nisi centrum
sux

late gravitatis centro Universi conjunxerint; tamdiu moveri, donec idem sic centrum moti corporis, quod Universi.

4. Docet nos dñm & ratio, & experientia, quod etiam Geometriae paulo post demonstrabo, cujuscunque corporis gravis centrum gravitatis loco suo in figura dimoveri posse, si grave aliquid ei vel addatur, vel subtrahatur; aut si partes alia ratione constituantur. Cum igitur ex antiquorum monumentis exploratum sit, non exiguae Terræ partes, quæ olim habitabantur, multo nunc mari obregi: Vrbium ruinas exterrisse in montes: late patentes campos partium Terræ motu, ac concussione absorptos in yalles: excavatos montes, divisos, translatos: exiguae gentium colonias: coactissimis in impenitus civitates: exædificatas vrbes maximarum ædium coadervatione: avariciam hominum seruratam esse ipsa Terra viscera; ad eruendam humana convictui preciosam calamitatem: constat sane etiam Terram, si undeque in æquilibrio debeat consistere, ut ipso nos docuit Aristoteles, nonnunquam commutasse centrum, & ad ponderis æqualitatem sèpius motam esse.

5. Etsi negari vix possit res omnium oculis exposita; idem enim appendiculum in scapo statere hinc inde decurrens, prout magis aut minus a trutina sistitur, eo minori aut majori ponderi æquipoñderare conspicimus: sunt tamen quibus hoc ipsum dubium moveret. Esto bilanx, inquit, utrinque onerata corporibus maximis, gravibus, & æqualis ponderis: non continuo trutinam è linea directionis movebis, si alteri lancium sive ponderum minimi quipiam addideris: at æquum est idem de Terra sentire, quæ quamvis in æquilibrio ex centro pendeat, montis tamen onus cum tanta mole comparatum, minimum est: Non igitur aut centrum mutabile, aut Terram dimovet loco.

6. Sed licet id liberaliter eis concedam, Ne esse quæ minimæ habendas sint, quales sunt atomi, pulviseuli & similia; quæ cum levitatis sint aërea; earum accessione nulla sit variatio, atque ponderibus, non ob propriam fui gravitatem, quæ nulla est, sed alijs de caassis adhærent. Aliud tamen statuendum est eum ijs, quibus revera pondus, gravitandique vis inest: nec enim quia libra una jungitur centrum libris, vel etiam toti Terrarum moli, ideo pondus suum arbitritur, aut minus gravis est, quam si sejungatur; cum inde solum conficiatur, non mutari sensibiliter centrum gravitatis, ob minimam sui ad Terram proportionem.

7. Quid si & hoc illis ulro concederem; libram unam centum vel mille libris in altera bilanciam existentibus additam, non inclinate trutinam; an ideo caussa cecidisse? Minime gentium. Dispar est ratio bilancis & Terræ. Nam bilanx nec suspensa est, nec suspendi potest; ex centro sua gravitatis; indivisibile enim illud est: sed suspenditur ex alio corpore, clavo nimirum, qui brachium bilancis non tangit in puncto, sed insuperficie. Hinc sit quo majora sunt pondera appensa, hoc tenacius superficiem brachij, superficie clavi adhærescoere; ita ut non nisi majori vi ac pondere divelli inde possit. In globo autem Terræ hulsa prorsus est ejusmodi resistencia; rotum enim ejus pondus ex unico, eoque indivisibili puncto, quod & medium totius mundi

est

est, penderit: ac propterea quicquid tandem est, quod illi aliqua ex parte vel adiicitur, vel aufertur, modo in se se aliud habeat, centrum variat,

8. Sunt qui dicunt Terram non descensuram, ut centrum sua gravitatis in novatum, contra Vniverfi conjugat, eo quod ob amplissimam sui superficiem ab aere, cui velut aqua latum ferrum supernatur, praepediatur. Sed interrogandi sunt iij, num pilam aliquam terream, diametri pedalis vel etiam bipedalis, ex lacunari hujus aulae, loci nimirum in quo consistimus, demissam, descensuram ad pavimentum; an vero aeri inclusa supernaturam existimant. Terræ globus profecto ad totam sibi circumfusam sublunare spaciem, proportionem adhuc minorem habet, (cum diameter spacij illius sphæricè circumfusi, diametrum Terræ, secundum Tychonem summum Astronomum, quibus quagies & sapientius complectatur) quam pila illa ad aula hujus spaciū aëream ac propterea facilior Terræ quam pilæ descensus erit. Omitto quod ea in comparatione Terræ pondus, quæ virtus motiva est, crescat in triplicata; superficies vero aëris, quam impedimento motui esse volunt, solum duplicatas sequatur rationem diametrorum Terræ & pilæ. Prætereo denique exiguisimam partem illius sublunaris intervalli, secundum plerosque Philosophos, immo & multos Mathematicos, constare ex aere, totumque reliquam vel igneum vel æthereum, atque adeo ob innatam subtilem raritatem, vel raram subtilitatem, ad resistendum gravium motui ineptissimum esse.

Negabunt fortassis hanc pilæ cum Terra similitudinem, & pilam totam extra centrum Vniverfi moveri, non item Terram, cuius solum quendam excessum ponderare dicent. Ingeniosè, fateor. Sed & nobis liberum erit negare rationis similitudinem. Liceat enim ipsis nunc per me asserere, latum ferrum aquis supernaturare; grave nimurum super grave: an ideo grave supra leve? Terra aëri supernaturabit? ibi figura plana; hic Sphærica? Præpediri posse velocitatem motus; an ideo ipsum motum? Terram prope abesse à suo loco; ergo in suo loco? Non sensibilem esse ipsius motum; ideo nullum omnino motum? Minime omnium. Sciens & lubens cæteras objectiones, quæ minus scilicet ponderis habent, omitto.

Sar ergo superque Physico-Mathematica ratiocinatione transacta res est; ad puram Geometricam accedamus; & supposita ipsa natura rerum gravium, adhuc explicata, quantum augmentatione vel decremento partium, aut transmutatione, centrum gravitatis mutari, Terraque moveri possit, ostendemus.

9. Dico igitur, Duo quæcunque corpora gravia applicata ad lineam rectam, centra gravitatis eorum conjungentem, æquiponderare; si suspendantur ex punto, quod illam rectam sic dividit, ut partes mutuam servent proportionem corporum: hoc est, punctum illud centrum esse gravitatis utriusque corporis simul.

Sint duo corpora gravia *A*, & *B*, centra gravitatis eorum puncta *A*, *B*, secundum quæ applicata intelligantur lineæ rectæ *CD*, ita ut centrum *A* punto *C*, & centrum *B* punto *D* congruat, si autem recta *CD* divisa per punctum *E* ita, ut pars *DE* ad partem *EC* eam proportionem habeat, quam permutation habet corpus sive solidum *A* ad solidum *B*. Dico solidæ *A*, *B* ex punto *E* suspensa æquiponderare: hoc est, veriusque simul, ceu unius corporis, hoc tamen situ, centrum gravitatis esse punctum *E*. Nam si corpora

A & B

A & B sunt æqualia, manifestum est assertum: Si autem inæqualia, esto manus *A*; & consequenter recta *DE*, major ipsâ *EC*.

10. Accepta ergo hac alia *CD*, priori *CD* æquali, absindatur *DF*, æqualis ipsi *EC*; eruntque *CF*, *DE* æquales. Producta autem vtrinque recta *CD*, ponatur *DH* æqualis ipsi *DF*; & *CG*, ipsi *CF*: tum circa axem & altitudinem *GH*, esto parallelepipedum *KL*, æquale duobus corporibus *A & B*; quod per punctum *F*, piano *MN*, planis *KO*, *PL* parallelo, secedetur in duo parallelepipeda, *KN*, *ML*.

Quoniam igitur est vt *GF*, ad *FH*; ita parallelepipedum *KN*, ad parallelepipedum *ML*, ex Scholio propositionis 14. libri 12. Elementorum: Sed vt eadem *GF*, ad eandem *FH*, ita *CF* ad *FD*; hoc est, ita *DE* ad *EC*; hoc est, solidum *A*, ad solidum *B*: erit etiam per 11. propositionem libri 5. Elementorum, vt parallelepipedum *KN*, ad parallelepipedum *ML*; ita corpus *A*, ad corpus *B*: componendo igitur vt parallelepipa *KN*, *ML* simul, ad parallelepipedum minus *ML*; ita duo solida *A & B* simul, ad solidum minus *B*: & permutoando, vt parallelepipa *KN*, *ML* simul; hoc est, totum *KL*, ad solida *A*, *B* simul; ita parallelepipedum *ML*, ad solidum *B*; & per 19. quinti Elementorum, ita reliquum *KN*, ad reliquum *A*. Sed parallelepipedum *KL* æquale est ex constructione duobus solidis *A & B* simul, ergo parallelepipedum *KN*, solido *A*; & *ML*, ipsi *B*; æquale erit. Quod memoria tenendum est.

Rursus quoniam est vt recta *GF*, ad *FH*; ita *DE*, ad *EC*; & ita parallelepipedum *KN*, ad *ML*, vt demonstratum est: erit per eandem 11. quinti, vt *DE*, ad *EC*, ita permutatim parallelepipedum *KN*, ad *ML*. Sed punctum *C*, est parallelepipedi *KN*, & punctum *D* parallelepipedi *ML*, centrum gravitatis, ex proposi: 8. Federici Commandini de centro gravitatis solidorum; cum sint in medio axium *GF*, *FH*: & per eandem propositionem, punctum *E*, in medio axis *GH*, positum, centrum gravitatis totius parallelepipedi *KL*.

Solidum igitur *A*, quod est æquale parallelepipedo *KN*, secundum centrum gravitatis *A*, applicatum ad punctum *C*; & solidum *B*, quod est æquale parallelepipedo *ML*, secundum centrum gravitatis *B*, applicatum ad punctum *D*; simul suspensa ex punto *E*, æquiponderabunt: hoc est, composi ex utroque solido *A & B*, centrum gravitatis est punctum *E*, quod rectam *CD*, centra conjugentem dividit in mutuam proportionem corporum applicatorum. Quod erat demonstrandum.

11. Ex hac autem demonstratione, in qua ad vnguern secutus sum Lucam Valerium de centro gravitatis solidorum, facile deducitur id, quod supra demonstrandum suscepimus: nimirum cujuscunque corporis gravis centrum gravitatis loco suo in figura dimoveri, addito gravi aliquo, vel sublatu, vel partibus alia ratione constitutis. Centrum enim gravitatis *C*, parallelepipedi *KN*, ex additione parallelepipedi *ML*, ex *C* transit in *E*: Et ipsum *E*, quod est centrum totius *KL*, ex ablatione partis *ML*, mutatur ex *E* in *C*: Transposita vero parte *ML*, à dextris ipsius *KN*, ad sinistras ejusdem, vel ei æqualis *KN*, in hac altera figura, etiam centrum *E*, quod in priori compagno *KL*, dextras ipsius *C* cecubat, in compagno posteriori *MN*, sinistras ipsius *C* cibinet.

12. His hunc in modum præmissis, ea quæ de centri gravitatis innovatio-
ne, mediantibus parallelepipedis, in omnibus corporibus generatim demon-
stravimus, ad ipsum Terræ globum, quod factu difficile non est, applicemus.

Esto globus terrestris $ABCD$, in æquilibrio ex centro suo E , in me-
dio mundi pendens, cuius diameter GF , ex recentiorum accurata p[er]vestigati-
one, extenditur ad mille quingenta millaria Germanica, qui sunt sex mil-
liones passuum Geometricorum. Supponatur autem partes hujus globi ejus-
dem esse rationis sive gravitatis; quæ et si revera sint heterogeneæ, demon-
strationem tamen nostram, & calculum; si eas ex aliqua suppositione adhibe-
remus, prolongarent, non infirmarent. Translata deinceps fingatur portio
Sphærica $DFCHD$ (cujus axis FH , sit unius tantum millaris Germanici) à
parte F , in sibi oppositam G ; quæ portio una cum sibi æquali & respondente
 $AGBIA$, transformata intelligatur (quod quomodo fiat paulo post ostendam)
in conum sive rotundam pyramidem AMB , basis diametrum haben-
tem rectam AB ; ita ut totum compositum ex utraque portione, speciem ma-
gni alicujus montis præseferat.

13. Dico centrum gravitatis Terræ, translati ponderis accessione, variari
ex E in L ; eodemque onere propellente, totam moveri Terræ molem secun-
dum rectam LE , pedibus Geometricis 40, qui à Viennensisibus nostris parum
differunt, ut centrum suum sive medium L , cum medio mundi E , in quod
omnes circumquaque partes, ponderis quodam æquilibrio connittuntur, con-
jugat. Quod sic demonstro.

14. Quoniam est ut axis FI , portionis Sphærae majoris $AIBCFDA$ ad
compositam ex eadem FI , & semidiametro FE ; ita axis GI , portionis minoris
 $AGBIA$, ad IK altitudinem sive axem coni AKB , qui eidem portioni
minori æqualis est, & eandem cum ipsa basi obtinet; per propositionem
2. lib. 2. Archimedis de Sphæra & Cylindro.

Si ergo fiat ut FI , milliarium 1499, ad EF & FI simul milliarium
2249; ita GI unius millarij, ad aliud, habebitur IK sesquimillarij proxime. Duplicata autem IK , usque in M , erit conus AMB , cuius altitudo IM , & ba-
sis eadem AB , duplus coni AKB , ex proposit. 14. libri 12. Elementorum;
atque adeò duabus portionibus Sphærae æqualibus $DHCF$, & $AGBI$, æqua-
lis. Hujus coni centrum gravitatis est in puncto N , quod axem IM sic divi-
dit, ut pars ejus MN , ad reliquam NI sit tripla; ut demonstratur à Comman-
dino propos. 22. de centro gravitatis solidorum.

15. Perducta igitur res eo est, ut data sint nobis duo corpora, applicata
ad lineam centra gravitatis eorum conjungentem; conus scilicet AMB , & id
quod ablatis portionibus ex Sphæra relinquitur, corpus nempe $AIBCHD A$
sint etiam data eorundem centra gravitatis, coni quidem punctum N ; Sphæ-
ra autem utrinque æqualiter truncata punctum E , idem videlicet quod ante
totius Sphærae: queratur autem centrum gravitatis compositi ex utroque.
Ergo divisa recta NE centra conjungens, in mutuam proportionem corpo-
rum; punctum divisionis, ex demonstratis, erit id quod queritur.

16. Sed ecce ex alia in aliam questionem delabor: corporum enim illo-
rum proportio prius mihi inquirenda est: quam rectam NE dividam. Faciam
id

id compendio. Quoniam est ut triplum diametri cujusvis circuli, ad semisem circumferentia; ita Cubus diametri Sphæræ, ad ipsam Sphærā; ut demonstratur à Villalpando in Opere de Templo Hierosolomitano lib. 1. demonstrationum Mathemat. cap. 5. Fiat ut numerus *A* tripla aliqua diameter, ad numerum *B*, mediae circumferentiam; ita cubus diametri *GF*, numerus scilicet *C*, ad aliud; reperiatur numerus *D*, magnitudinis totius Terræ milliarium videlicet cubicorū 1,767; 145, 500. Coni autem magnitudo est 4,709 & quadrantis milliarium cubicorū; quam magnitudinē Clavius lib. 5. cap. 2. Geometriæ practicæ, ex ductu areæ basis *AB*, in trientem altitudinis *M*, invenire docet; quæ hic reperitur milliarium cubicorum 4,709 cum quarta parte.

17. Nihil ergo nos moratur quin ad nostrum propositum, hoc est, ad rematam *NE*, juxta inventarum magnitudinum proportionem dividendam, accedamus. Fiat ergo ut numerus *D*, magnitudinis totius Terræ, id est, Sphæræ truncatae & coni *AMB* simul, ad numerum *AMB*, magnitudinis minoris, nimirum coni *AMB*; ita tota recta *NE*, ad aliud, habebitur, ex ijs quæ supra in parallelepipedis demonstravimus, segmentum minus *LE*, tot, taliumque partium viii milliarum, quoc, qualesque fractio iisdem litteris *LE* notata, indicat: quæ reducta ad minorem, facit proxime vnam partem quingentesimam viii milliarum Germanici, hoc est, passus Geometricos octo, qui sunt pedes Geometrici quadraginta. Et tantundem centrum Terræ variabitur sursum, & ipse Terrarum Orbis movebitur deorsum. Quod demonstrandum erat.

18. Demonstravi, ut opinor, centrum mutari, & consequenter Terram moveri posse: id nimirum quod doctissimus Gabriel Vasquez noster, disputatione 81. cap. 3. in Primum Secundæ & affirmat, & demonstratione Mathematica evidenter ostendi posse, vltro fatetur: nec arbitror esse inter vos, qui solita animositate Globum hunc non nunquam motum esse, inficiatur. Mirarer equidem si tot tantisque aggrestis in uno Terræ loco corporibus onerosis, suppositæ partes adhuc gernerent sub onere; nec nutibus suis ferrentur, vterius, ad tortius æquabilitatem; aut sane cur non à ventis, in montes certasque partes extuberantes, impingentibus, Terra circumageretur in gyrum: facilius enim, proportionaliter loquendo, à ventis impelleretur ipsa, vndeque in æquilibrio ex punto indivisibili pendens, quam molæ vento versatiles axi corporeo adharentes circum volvuntur; nisi à perpetuo suo ad centrum Universi descensu impediretur; quod Peripateticæ Philosophiæ etiam magis consentaneum est, quam vi magnetica Terram immobilem contineri, gratis quasi asserere.

19. Bene est, dicet aliquis, at nemo adhuc inventus est, qui tantam terræ molem, quanta est portio illa *DHCF*, humeris exceptam, ab Antipodibus ad nos usque transferre potuerit! Egregiam profecto objectionem! Nonne Mathematicorum more, ut palpabilis evaderet demonstratio, exempli causa motus aliquis maxime sensibilis adducendus fuit? Æquè facile enim mutationem viii digitii, semiunciarum, drachmarum aut scrupuli, exemplo scilicet quotidiano demonstrassem. Quantum enim cum aqua ponderis, testus ille maris, quem fluxum & refluxum appellant, secum auferat, defraterque neminet?

latet; ut vel unica hæc partium gravium transmutatio, ad variationem centri, indequæ natum Terræ motum, denonstrandum, fuisset satis. Nisi forte aliquis fluxus illius & refluxus caussam esse velit, perennem hunc Terræ ad centrum Vtiversi deflexum, sive à calore Solis partes Terræ certis horis exsiccante, & gravitatem auferente; sive aliunde provenientem: mihi vero de re altius discutienda, fusius disputare non vacat.

20. Vnum super est, quod & me ultro spopondisse scio, & vos avidissime exspectare autumo: Terræ nimirum molem ut ipse moveam. Faciam id sane auxilio vestro, sine machina, sine veste, sine rotis, sine vestro incommodo. Demonstravimus supra totum aliquod, partium accessione aut diminutione, mutare centrum suæ gravitatis; atque adeò si totum illud sit Terræ globus, Terræ globum moveri. Vos igitur quos sola agnatæ benignitatis aura inconditè de Mathematicis differenti huc advexit, eadem abducat sine fastidio. Si fui onerosus non pergo molestior esse. Quotquot hic sumus pondus conflagamus non exiguum: pondo sumus non unius, sed aliquot millium: habemus abunde quo hodie omnes Archimedes simus. Descendamus in imam hujus domus partem; præcedet nos libenter, & nobiscum descendet Terræ centrum: imò nolit velit gratissimum Geometriæ imperium sequatur necesse est: erit profecto aliud, & erit à centro mundi proprius ad Antipodes; ubi gravissima hæc Terræ moles suspendi non potest; sed redeunte centro, ipsa Terra descendantibus nobis, nec sentientibus, veniet obviam incessu gravi; & vel ipso hoc suo benignissimo occursu demonstrabit, demonstratione nostra nequaquam se offensam esse; sed beneficia sese accepisse, & pro beneficijs gratias agere voluisse.

ANNOTATIO AD Dissertationem.

Dodecimus jam agitur annus, ex quo Viennæ exercitijs Mathematici caufsa, ut fieri afolet, Dissertation hæc publice habita est. Ea nimirum quam longe ante Roma, qnorundam cobortatione impulsus, totidem fere, quibus, huc recensetur verbis, conscripsoram; que etiam publicè ibidem eo tempore proposita fuit. Habuit omnino tunc res hæc sive Inventores, sive Sectatores homines non mediocris ingenij; nec inferiores cerebri etiam plures contradictores: prout videlicet quilibet suo tunc abundaverat sensu.

2. *Vi ut sit, cum ea, quæ Numero 18, contra virtutem magneticam, qua Terram volunt imbutam esse, obiter & quasi per transennam dicuntur, mecum ipse aliquoties animo revolverem, post lectionem maximè Capitis 18, Libri primi Philosophiae Magneticæ, à nostro Nicolao Cabeo doctissime & conscriptæ & editæ, non potui non mutare aliquo modo*

do propriam sententiam. Neque enim ex ijs sum, qui mordicus quod semel apprehenderunt, quicquid contradicatur, retinente, nullisque argumentis ab eo divetti quenam: Nam cum humanum sit sapere cum tempore, semper esse prudentia existimari, nosse mutare sententiam; id vero erubescere arrogantis. Muto ergo inquam sententiam, sed non totam: quod utique ficerem, si recte me facturum putarem.

Cum Cabeo igitur hec in primis sentio, Terram nequaquam Physicè moveri, ad motum aviculae, neque quod, quoties movetur vel minimum corpus in superficie Terræ, tota Terra moveatur & nutet. Sed neque hoc ipsum absolute Dissertatio afferit: quamvis enim ex minima mutatione gravium corporum vicunque parorum Terræ inherentibus, vere & geometrice inferatur: licet etiam minima, centri gravitatis Terræ variatio; & ex hac, si rigorem sequi velenus geometricum, aliquis motus: id tamen, siquid hac in re alicui, quod ad illationem motus attinet, plus aequo factū à nobis videri possit, magis exercitij causa, & dictum & factū esse, facile agnoscer quivis; quam quod physica aliqua ratione, physicum motum inferre, aut tale assertum mordicus tueri volverimus. Hoc enim esset, ut cum Cabeo loquar, de Terræ fluctuatione monstrum, portentosumque demonstrare velle Terræ motum; quia quam plurima sunt, esseque possunt sensibilia, quæ hunc aliquo modo impedian insensibilem motum.

3. Scio non deesse in Physicis, aequo ac in Mathematicis viros bene doctos, qui & muscam, modo gravitatem re ipsa habeat, Terram moveare posse, & vltro afferant, & non spernendis argumentis propugnent, acque confirmant: nullumque dari hunc motum impediens impedimentum. Existimo autem eos mentem à pluribus, si non ab omnibus, abstrahere. Non enim video quomodo hunc motum non impedit, perpetuus ille, de quo ipsa Dissertatio, maris aestus, ipsiusque ad hunc necessario consequens perpetua & incessabilis Terræ fluctuatio. In his & supradictis ergo sententiam propriam non muto, quin etiam eandem, & rectius & liberius declaro.

4. Dico ergo Terrarum orbem ex aliqua, (etiamsi ea in se non si adeo immanis & portentosa) partium gravium mutatione mutare etiam locum, non obstante quovis alio aliunde adducto impedimento naturali: & hoc solum ex solo gravitatis ipsius Terræ principio, infimum locum pertinens; licet mutatio haec, aut ad ipsam consequens motus totius Terræ,

in nullum cadat sensum. Terra enim tunc, cum circumdata sit à corpore leviori se, ac proinde propter illum quem ponimus gravitatis excessum, sub se habeat aliquid levius se, tamen gravitas, etiam secundum Cabeum, qui putat gravia non gravitare, nisi sua sine supra corpus levius se in specie: sic enim habet capite 29 libri tertij: Neque enim puto, inquit, veram vniuersaliter, nec vt veram illam admitto propositionem, quod omnia gravia tendant ad centrum vniuersi, sed dico gravia solum tendere, & conati ad hoc, vt non habeant infra se corpus levius se, data paritate molis, quod ubi fuerint assecuta corpora, quantum spectat ad gravitatem, naturalissime conquescent ibi, nec ullam amplius habent gravitatem actu, seu gravitationem, per quam nitanunt actu deorsum: Ad hoc quid dicturi sint Physici parum sollicitum me tenet. Ac proinde suam sibi hac in re sententiam, ut dixi, intactam relinquo.

5. In hoc autem ad Cabeum accedo, quod ne venti propellant, & circa proprium suum, quod & Vniversi, centrum gravitatis, circumvoluant libratum Terræ pondus, non solum id impedire gravitatis principium; Sed insuper esse vim magneticam, qua Terra imbuta se ipsam semper in eodem situ, respectu polorum mundi, sistat, & in perpetuum contineat. Sed ex hac ipsa ad Cabeum accessione, nascitur mihi non minima difficultas, ex qua satis me extricare nondum valeo; siquidem ex eo ipso, quo unum dubium solvitur, oritur alterum. Nam si tollatur motus ille rectus Terræ, qui ex mutatione caussatur centri gravitatis, fluctuatio videlicet seu trepidatio illa, quam vt portentosam Cabus negat; nihil obsistit quin Terra, saltem circa axem suum proprium, quem perpetuo in polos mundi directum habet, vi ventorum circumgyretur: gyrationi etenim huic seu motui circulari vis magnetica nequam contraria aut impedimento esse posse videtur, cum Terra tota nihilominus eundem ad polos mundi servaret immutatum situm. Quare vt Terram tunc à circnari motu liberem, accersere debeo jam penè à me derelictum, Ipsius perpetuum ad centrum descensum: aut certe contra Cabeum etiam afferere, realem ac veram partium omnium totius Terræ, versus centrum actualem gravitationem, perennemque eo in situ se conservandi & naturalem conatum.

6. Vis præterea magnetica non est contra eundem motum Terræ retentum, seu descensum ad centrum, si is fieret per axem mundi, tanquam motus

motus sui lineam directionis; ita ut Terra proprius ad alterum polorum mundi recta accederet. Quod enim tanquam à priori evincere vult Cabeus, Terram ideo debere esse in mundi calque medio, ut ab ipsis cœli influentijs actionibusque equaliter afficiatur, cum actio illa sit physica, neque ullam requirat geometricam seu mathematicam præcisionem hujus medij, hic prorsus locum non habet. Nam motus ille rectus seu Terræ trepidatio, eandem ex suo loco proprio ac physico, physicè nunquam ejicit. Eum denique qui contentus hisce esse nolit, ad contemplationem Eccentricitatum orbium celestium ablego; ut nimurum bene consideret, an Terra, & in medio sit mundi orbiumque celestium, & an equaliter ab illorum afficiatur actionibus, & influentijs; tunc demum ad refutanda ista minuta descendat, & de novis proponendis argumentis ac rationibus solitus sit.

7. Sed neque videatur esse multum, (physicè saltē loquendo) contravim Terra magneticam, motus ille seu descensus rectus, qui fieret, etiam extra axem mundi Terræve. Cum enim ille nobis omnino sensibilis non sit, nullum etiam ipse caussaret Terra nobis sensibilem diversum, respectu polarum, positum. Quod ut sensibiliter experiamur, sensibile maxime supponamus exemplum, immo hoc ipsum quod afferit Dissertation, quod quidem nunquam factum, neque unquam futurum prætimendum fortassis est; nimurum ut tanta moles, qualis est mons altitudinis unius milliarij germanici, ab ipsis antipodibus ad nos usque transfigatur; aut certe similis talis partium Terræ fieri posse transmutatio. Supponamus etiam motum illum rectum fore directe & perpendiculariter contra axem mundi seu Terræ: que quidem maxima est, que induci aue afferri potest, respectu polarum Terræ matatio. Motus enim alij, quorum linea directionis ad prædictum axem obliqua est, quo obliquior est, eo minus etiam axem Terrenum à suo situ expellunt. Est ergo quantitas motus illius in Dissertatione allatus octo passuum sive 40. pedum geometricorum; quare videamus quantam ipse inferret, respectu polarum mundi, axis Terræ diversitatem. Diametrum Terra posuimus 6; 000, 000 passuum, hoc est, pedum geometricorum 30; 600, 000, quorum medietas est 15; 000, 000, semidiameter videlicet Terra. Fiat igitur ut 15; 000, 000, ad sinum totum 10, 000; 000, 000; ita 20 pedes geometrici (qua est medietas quantitatis motus directi Terræ) ad aliud; invenietur sinus partium 13, 333, cuius arcus est 16 minutorum tertiorum, & paulo amplius; ita ut duplum ipsius, qui est arcus motus seu variationis axis Terræ, accedat

cedat ad 33 minutæ tercia. Quare sequitur motum propositum varia-
re axem Terræ ubi axe mundano, vix ultra medium minucum secundum:
qua quantitas difficulter per illum Instrumentum Astronomicum percipi
sensu potest.

Poterunt ergo illi, qui nimis de Terræ fluctuatione solliciti sunt,
in sua sibi innata gravitate securè conquietescere: & Mathematicos illos,
qui quandoque à multis rebus physiciis & mentem, & res ipsas abstra-
hunc, seque ad calculos scrupulosissimos, minutiasque geometricas, ne
à ventis nimirum propellantur, quasi allegant, imperturbatos in sua flu-
ctuatione relinquere. Interim maneat antiquum istud, stetque inconcus-
sum antiqui Poëta dictum,

Terra pilæ similis, nullo fulcimine nixa,
Aëre subjecto tam grave pender onus.

FINIS LIBRI PRIMI.



APPEN-

APPENDIX

TABVLAS CONTINENS NVMERORVM

Q V A D R A T O R V M
E T C V B O R V M
 DECIES MILLIVM,
 V N A

Cum suis Radicibus ab unitate incipientibus, & ordine naturali usque ad 10,000 prae-

gredientibus.

A C C E S S I T

P R A E T E R C O N S T R V C T I O N E M
& Continuationem, earundem Tabularum

V S V S;

Ad fabricandas Virgas Stereometricas,

E T
 Instruendas Militares Acies.

*His præmittitur.***P O T E S T A T V M****GENESIS & ANALYSIS,**

AD EVNDEM REVERENDISSIMVM
A B B A T E M M E L L
 CENSEM.

E O D E M P A V L O G V L D I N O
 Sancto-Gallense è Societate IESV

A V C T O R E.

V I E N N A E A V S T R I A E
 Ex Officina Typographica Matthæi Formicæ.

A N N O M. D C. X X X V.

وَلِكُلِّ أَنْوَاعِ الْمُؤْمِنِينَ

— МИХАИЛ НИКИТИЧ САЛУГАТ

THE ADAMS MUSEUM

C 75 V

**Cum lois Reginis
cives et reges liberi sunt**

1 2 3 4 5) k₂

© Comisión de Estudios de la Evolución del Lenguaje

18 V 2 V

epalintermedius and *V. subfuscus* (A)

三

Fig. A-22. Effect of anisotropy.

卷之三

W. H. WILSON

WINTER HARBOR

卷之三

YANKEE 33-212-37

卷之三

ГЛАВА IV. ВОЗДУХ

— 1 —

卷之三

V D O V A G N

3. [non-pairwise parallel] -

THE BOSTONIAN SOCIETY

24 A C L O X E

I S V A E K M

bioRxiv preprint doi: <https://doi.org/10.1101/2021.05.10.443802>; this version posted May 10, 2021. The copyright holder for this preprint (which was not certified by peer review) is the author/funder, who has granted bioRxiv a license to display the preprint in perpetuity. It is made available under a [CC-BY-ND 4.0 International license](https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/).

• 8 月 29 日 晴 8 时 56 分

• •

V



A M I C E LECTOR.

Superiori Libro Quantitatem Continuam; prout eam tres diffusa species, Centrum suscipit Gravitatis, considerarimus. Lineam duximus ad quam labores nostros exigemus. Nunc circa Discretam versabimur.

Quod praecepsit in Pondere erat; quod sequitur in Numero. est absolutum: utrumque ad Mensuram dirigitur. Videbitur Tibi non esse confinis materia; est ramus ea à nobis frequenter expetita: Viginti & aliquot anni sunt, quando Tabulas Numerorum QUADRATORVM & CUBICORVM, à Radicibus omnibus, primā nimirum, qua unitatis est, usque ad decies millesimam inclusivè ortum ducentium, privatis nostris usibus construximus. Eas, qui viderunt, solliciti rogabant, ut publici juris, & pluribus communes ficeremus. Obsequimur tandem, Commodi Tui, Amice Lector, quantum possantus studiosi. Principiè cum moniti simus nullam hactenus Tabulam prodijisse, qua Numeris Cubicis pro decies millenis Radicibus esset inscripta. Ne autē nuda quodammodo Tabula, & informes comparerent in publico, assumpto ex nostra Arithmetica, à nobis olim conscripta & publicè p̄electa, aliquo cultu, eas utcunq; vestivimus: Capite nimirum ejus, quam diximus, Arithmetica sexto, De Potestatum Genesi & Analyti. Porrò ut non Domi solum, sed Militia etiā professemus

subjecimus Decem Regulas, de Instruendis Aciebus militari bus, eidem Arithmeticæ, Appendix, & adnexas. Quas qui in Hortum suum deduxerit, ne ille Florum colores, Arborum virorem, &c ceteras oscitorum delicias, singulare bene distributi Ordinis eleganter accendet. Postea eodem adminiclo Pavimenta artificiose sternere, Laquearia cum decore distinguere, atq; adeo ipsam Architectorum artem venustare. His Structuram interposuimus, & Coniunctionem parvularum Tabularum addidimus. Usus quem habent, in Viris Regulatis. Stereometrisis sive Altimetris (quibus Doliorum capacitatibus explorandis, utare Quadratis, quam Cubicis ex arias conficiendis, & ita accurate distinguendis, ut uno punto à Pancho uberes. Deinde quid est in re Logarithmi passus, quam multum illi Operi compendium faciens, ostendimus. Hac tanquam Appendicem, magis Amicorum Postulatio, unquamque had Occasio, quam materie cognatio, Libro Primo Operis nostri, De Centro gravitatis Magnitudinum adseruit. Vale Amice Lector, & Laboribus nostris fruere. Vienna Austria, Idibus Decemb.

Anno M. D. C. XXXIV.



APPEN-

APPENDICSI A

CAPUT I.

DE POTES TATUM
Genesi, & Analysis in genere.

HOC primo Capite tractabimus de Genesi & Analyse Potestatum purarum in genere, proponendo videlicet, Precepta universalia pro omnibus Potestatum Gradibus Tabulasque ad fidem præpositum vel necessarias vel utiles. Addemus deinde doctrinam, qua ratione Tabula illa construenda, atque in infinitum continuanda sint. Et ut omnia clara sint, insipremus ab ipsa Terminorum explicacione.

ARTICULUS I.

De Numero Figurato.

EX numeris figuratis eas tantum tractabo, qui ad propositum nostrum, atque ad usum & utilitatem faciunt, quales sunt iij quas Potestates nomen. Est autem *Numerus Figuratus*, cuius unitates certe quodam modo dispositæ, figuram constitutæ Geometricam, sive Planam, sive Solidam; ut in Planis Triangularem, Quadrangularem, Pentagonam &c. In Solidis vero Pyramidem, Parallelepipedum, sive Columnam Quadrangularem, Cubum &c. Quamvis Quadrangularis Euclidi Planus absolute dicatur; humerus nimirum quicunque ex multiplicatione duorum numerorum productus; *Solidus*; verò is qui ex multiplicatione triuum numerorum oritur; qui numeri multiplicantes Planum illius, vel Solidi, Lateralia ab eo vocantur. Quod si haec latera æquales fuerint, Planum numerum Euclides appellat *Quadratum*; Solidum vero *Cubum* vocat.

ARTICULUS II.

Potestas quid sit.

HO Sit igitur numeros, qui ex multiplicatione duorum vel plurius qualium numerorum nascentur, *Potestates* voco; Euclidis quidem vestigijs insistens, qui in definitiobus ad librum decimum, duas luntas rectas potentiam commenstrabilis dicit, eum *Quadrata* earum idem spacio metitur. Ubi *Quadratum*, & *Potestas* sive *Potestas*, idem est. Et absolute loquendo linea alterius, vel numeri potentia vel potestas, quasi per excellētiā ipsius Quadratum est. Ita tamen progradiendo eadem est ratio de ceteris potentijs: ita ut duæ lineæ, vel duo numeri potentia comensurabiles sint in tertio gradu, quorum Cubos eadem magnitudo homogenea metitur; & sic deinceps.

ARTICVLVS III.

Potestatum Series & Ordo.

Potestates enim hæ per certos gradus tanquam per Scalam, vnde & Scalares acutè à Francisco Vieta nominantur, in infinitum ascendunt. Gradus vero primus est ipsum primum Latus, Linea seu Radix; Secundus Quadratus; tertius Cubus; quartus Quadrati Quadratus &c. ut in sequenti patet ordine.

TABVLA I.

Indices Graduum	0	1	2	3	4	5	6	7
Potestatum Characteres	O	L	Q	C	QQ	QC	CC	QQC
Potestates	O	R ₂	S	R ₆	R ₈	R ₁₀	R ₁₂	R ₁₄
	1	3	9	27	81	243	729	2187

Tertii, secunda ipsa radix quadratus sit numerus, dice immodiatae nascuntur. Solent autem hi numeri ab authoribus appellari *Supersolidi*, quasi surdè solidi sint, cum nec Quadratum nec Cubum exaudiant. Vocantur etiam *Surfolidi* quasi solidum superent, cum alias nullum sit solidum quod ultra tres admittat dimensiones. Dignoscuntur autem ex Indice, seu numero sui gradus, qui semper est numerus primus & incompositus; ut in Progressione supra posita Potestas quinti, & septimi gradus. **L**oco Radicis ponit potest quivis numerus, à quo cæteri praerecentur; ei verò solet præmitti unitas, ut habeatur Geometrica progressio ab ipsa unitate ducens originem. Qua constituta demonstrat Euclides lib. 9. propos 8. Tertium numerum ab unitate inclusivè Quadratum esse, & unum semper intermitentes, omnes reliqui, hoc est alterni: Quartum vero Cubum, & duos intermitentes omnes: Septimum autem Cubum simul & Quadratum, & quinque intermitentes omnes. Reliquæ vero Potestates, quæ ab hoc ordine ac numeratione excluduntur, tales sunt, quæ neque Radicem Quadratam, neq; Cubicam habent; sed ex sua propria Radicali cubicus;

Quemadmodum autem ex fluxu puncti nascitur linea, & ex motu transuerso lineæ superficies, & ex hujus elevatione producitur corpus; ita si ponatur Cubus loco puncti, ex ejus fluxu producetur Quarta Potestas, & ex hujus motu transuerso Quinta, & ex Quintæ elevatione Sexta. Quæ Sexta rursus vicem puncti subit, & sic in infinitum aliæ atque aliæ generabuntur Potestates. Harum igitur Potestatum Compositionem ac Resolutionem in numeris puris universaliter tradam, ut data nimis Radice, quævis Potestas; & contra data Potestate, ejus Radix, certis legibus exhiberi possit.

AR-

ARTACUVLEVISTIA

De Portulatum Genesi. p. 203. 1.)

Compositio autem seu **G**enesis **P**otest statuto, & ex dictis constat,
aliud non est, quam calium quos exposuimus numerorum,
cuiusque prima ac propria **R**atio proereando sive ab **A**ritmetico
tice **V**ulgaribus, **M**ultiplicatio in se dicitur, & **V**ulgari **M**ultiplica-
tione perficitur.

Enim uero quando numeros pro: Radice assumptus ponitur
bis, & sic fit multiplicatio , secundi gradus nascitur Potestas, nu-
merus videlicet Quadratus: Quod si post hanc multiplicacionem
Radix ad hanc semel ponatur, & in eam operari factus est divisor, 81
prohibetur ei gradus Potestas, Cubus appellatus qui Cubis sit uer-
sus in primam radicem educatur, quarti gradus Potestas cum genere 245
sic. v Esif deinceps quod videret in apposita Formula: 297
Et quod oblongo in etiam in ev. engnibus oīl illyia. Ammuntionis 2187
et ciborum in aliis casis non diffidat solum quod evanescit, sed etiam quod in
ARTICVLVS V. 2187

ARTICVLVS V.

Potestatum vero Analysis, quam Vulgo Extractionem Radicum vocant, aliud non est quam Resolutio illius quod Genesim compoffit. Illa enim hujus premens Vestigia, retrofato, quā si Ordine, a Potestatibus, per intermedios gradus, ad prisham, unde qualibet orta est Potestas; redit Radiem, eamque in numeris exhibet accuratam.

Quando vero numerus fortuito oblatus tanquam Potestas, cum re ipsa Potestas non sit, resolvendis sit; propterea tanquam tantum, non autem veram; quae nulla est; Radicem reperit. Ex quolibet enim numero instar Radicis accepto, Potestatem licet componere; at non ex quolibet numero instar Potestatis oblate Radicem, quamvis possumus elicere; cum sapissime numerus talis omni omnino Radice carreat.

ARE

ARTICULUS V

Geneseos atque Analyseos Precepta universalia.

PER I M V M P RÆCEPTVM. *Quod est*
Totam expositam Radicem atque Potestatem, in singulari-
ria earundem loca situ Puncta, docet dif-

PRO Genesi igitur in eadem recte, eaque transversa linea expone, pro
 qualibet Radicis datæ figura, tot Cyphras, quæ numerus illius gradus
 àqua Potestat dehominatus distingue; hanc enim situ loca, puncta, sive
 membra Potestatis totius, quæ quidem Potestas in Genesi queritur, in
 Analysi vero datur. Hanc igitur tam fictitiam pro Genesi quam vero
 datam Potestatem in Analysi, sic distingue, ut à dextris incipiendo pri-
 mam Cyphram, figuramve puncto subscripto notes, & sinistrorum de-
 inde perendo, tantas quasque, quantasdem, de quo dixi denominatio-
 nis gradus juber; tertiam scilicet quamque, si gradus sit tertius, quartam,
 si quartus. Nam quot puncta norasti, tot habebit Radix per Analysin
 quærenda figuram, sub ipsis Punctis, vel loco Punctorum ponendas: quæ
 ipso Genesi quidem statim ab initio possunt, cum omnes dentur: in
 Analysi vero non nisi successivè in operis progressu, eruntur. Potestas ve-
 ro per Genesim procreanda tot figuris constabit, quæ Cyphras exposuisti,
 illisq; demptis, quibus prima singularis Potestas quandoque à nu-
 mero gradus deficit.

Notandum deinde figuram Potestatis, quæ subscriptis Punctis earent,
 ad id pertinere punctum, quod illi à dextris proximum est: Ordinem ve-
 ro numeracionis Punctorum, Potestatum, & Radicum singularium, à si-
 nistris incipere.

SECUNDVM PRÆCEPTVM.

Prima singularis Potestatis, ac Radicis inventionem
exhibet.

E Aducentur Tabula, pro hac re infra Articulo 10, proponenda elicetur;
 quomadmodum enim multiplicationi ac divisioni communis, Tabula
 iuxta Pythagorica, ita hoc loco Tabula Potestatum, ac Radicum earum,
 quæ ex digitis oriuntur, famulatur Genesi & Analysi. Pro Genesi igitur
 Tabulam ingredere, cum prima datæ Radicis figura in fronte, eaque sub-
 lila, in proprij gradus linea, Potestatem ejus accipe: pro Analysi vero in
 eadem gradus linea Potestatem quærendam, figuris primi puncti resolvendi,
 vel æqualem vel proximè minorem, & tam illam, quam ejus Radicem
 supra

supra scriptam, exercebis. Potestas excepit sibi primo puncto ita scribe, ut sub eodem incipias, & versus sinistram pergas, lineamque subducas; hac enim ratione secundo Praecepto in Genesi satis factum est: in Analysis vero Potestas subscripta, à sibi supra scripto subtrahenda est, & reliquum infra lineam ductam scribendum; hoc enim portinet ad proxime sequens punctum, sive Potestatem singulariter resolvendam. Radicem denique excerptam, ut primo Praecepto misisti, vel loco primi puncti, vel immediete sub illo, aut certe secundum scripto.

TERTIVM. PRÆCEPTVM.

Multiplicum Radicis singularis iam expedita, ejusque proxime frequentium graduum, usque ad Potestatem exclusive creationem, & subsequenti Potestati singulari seu Puncto collocationem, initat.

AD creationem igitur pro singulis gradibus, singula requiruntur Theorematata, quorum inventionem ex Tabula infra proponenda docebimus. Creatorum vero in gradu minimus, proximum puncto notatum sibi vendicit locum, & reliqui deinde in suo ordine sinistram versus, in sequentibus locis succedant; quod absolute educatur linea, nam præ Genesi ex hoc Praecepto satis est. Pro Analysis vero numeri sic positi, eo quo reperiuntur ordine, in unam suminam collecti, divisorem, sub ducta linea scribendum, constituunt: atque per hunc, punctum secundum dividendum est, ut habeatur in Quotiente, secunda Radix singularis, suo loco, de quo primo & secundo Praecepto dixi, ponenda. Debet autem haec divisione non esse accurata, sed minor potius quotus accipiendus, propter productos ac Potestates, per sequens Praeceptum (per hoc enim nulla sit subtractio) subtrahendas: sub divisorie denique alia ducatur linea.

QUARTIVM. PRÆCEPTVM.

Prescribit quomodo Potestas secunde singularis Radicis ponni; ejusdem Radicis proxime subsequentium graduum Multiplices in reciprocas gradus, per precedens Praeceptum positos, duci; & facti homogenei collocari, debent.

NAm primo ipsiusmet secunda Radicis singularis Potestas, ponitur sub ipso secundo puncto; proxime deinde sinistram versus succedit homogeneum id, quod sit ex ductu Multiplicis gradus proxime minoris, in sibi supra scriptum reciprocum gradum; Et sic deinceps,

QVINTVM PRÆCEPTVM.

De factis homogeneis præcipit.

Numeri quippe omnes, eo ordine, quo intrabinas proxime ductas lineas inveniuntur, inter se adduntur, & summa hæc, in Genesi quidem, Potestati singulari suprascriptæ adjungitur, in Analysis vero ex eadem subtrahitur: ibi enim additio dat Potestatem singularem secundam, hic vero subtractio relinquit illius superfluum ad Potestatem, sive Punctum tertium proxime sequens spectans.

Atque hac ratione per doctrinam secundi, tertij, quarti, & quinti Præceptorum, in infinitum licebit progredi, accipiendo videlicet figuræ Radicis jam inventas aut expeditas, pro prima singulari Radice, & quamlibet præsentem pro secunda.

Ne autem Multiplices & divisores additionem confundant, leviter ductis lineis deleri possunt, seu decussari.

ARTICVLVS VII.

De Fractionibus.

Reducta Fractione proposita ad minimos terminos, utriusque & Numeratoris & Denominatoris fiat, tam Genesim, quam Analysis juxta praemissa Præcepta, Potestates deinde vel radices inventæ per modum fractionis, altera alteri consequenter subscribantur.

ARTICVLVS VIII.

Examen Genesis, & Analysis Potestatum.

Hocquemadmodum in Algorithmis duplex est. Primum est ut *Proba*, ut vocant, ex Radice data in Genesi, vel inventa in Analysti, per ternarium, septenarium, novenarium, &c. elicite singularis Potestas fiat, eiisque, si quod in Analysis remansit, addatur *Proba* residui, hujus enim *Proba* æqualis esse debet *Proba*, Potestatis Generalis inventæ, vel datae.

Secundum Examen est, ut Analysis probet Genesim; & hæc illam, quemadmodum communis Multiplicatio examinatur per Divisionem, & hæc per illam.

ARTICVLVS IX.

Appropinquatio pro Analysis.

Quando peracta Analysis ultimo aliquod manet Residuum (quod si-
cum est numerum propositum non habere radicem, quæ queritur, ratio-

rationalem) ei juxta gradum Potestatis ad dextram præfige Cyphras, binas scilicet in infinitum Quadratis, ternas in infinitum Cubis, quaternas quadrato-quadratis, & sic deinceps; & opus deinde Analy sis, ut caput est, juxa data Praecepta prosequere: figuræ enim Radicis, quæ hac ratione ex Cyphris inveniuntur, constituunt numeratorem fractionis, cuius denominator est unitas, cum sibi præfixis tot Cyphris singulis, quot antea binas, ternas, quaternas &c. Residuo Potestatis resolvendæ præfixisti.

Si placet sine hac appropinquatione mox fractionem constituere, numerator esto ipsum prædictum Residuum, denominat or vero divisores ijdem qui essent, si aliud adhuc punctum superesset resolvendum, in unam summam modo ordinario collecti. In divisoribus enim inest, inquit Vieta, implicite latus (id est Radix) quod alioquin proxime esset elicendum. Qua de re fuisse alibi.

Antequam autem ad horum Praeceptorum applicationem (quod sequenti Capite facere constitumus) descendamus, prius duo Tabula, de quibus in secundo & tertio Praecepto mentionem fecimus, earumque constructio premitende sunt.

ARTICVLVS X.

Potestatum earum quarum Radices digitifunt,

T A B V L A I I.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	Q	1	4	9	16	25	36	49
3	C	1	8	27	64	125	216	343
4	QQ	1	16	81	256	625	1296	2401
5	QC	1	32	243	1024	3125	7776	16807
6	CC	1	64	729	4096	15625	46656	117649
7	QQC	1	128	2187	16384	78125	279936	823543
							2097152	4782969

ARTICVLVS XI.

Constructio Tabula Secunda.

In prima serie transversa novem figuræ significativaæ, quas digitor appellari, suo loco diximus, ordine scribantur: quælibet deinde figura in se ipsam

Si m̄ multiplicetur, & producti subscriptantur; quæ erit secunda Potestat
cum secundi gradus, series: tunc hæc secunda series denuo multiplicetur
in primam, quilibet scilicet numerus in sibi subscriptum, & habebi-
tur tercia, pro Potestatis tertii gradus series; quæ tercia rursus multi-
plicata in primam generabit quartam; & sic de reliquis. Hujus multi-
plicationis Exemplum habes supra Articulo 4, de Radice 3. Ad sinistram
denique cuique seriei transversæ, suum præfigatur proprij gradus ad
Potestatis symbolum. Nos in exemplo proposito ad septimum tan-
tum gradum usque progressi sumus.

ARTICVLVS XII.

Compositionis & Resolutionis Potestatum,

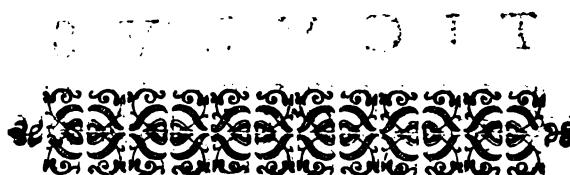
TABVLA TERTIA.

	R ²	A	+ B							
1	R ²	A	+ B							
2	Q	Aq	+ A ₂ in B	+ B ₂ q						
3	C	Ac	+ Aq ₃ in B	+ A ₃ in Bq	+ BC					
4	QQ	Aqq	+ Ac ₄ in B	+ Aq ₆ in Bq	+ A ₄ in BC	+ Bqq				
5	QC	Aqc	+ Aqq ₅ in B	+ AC ₁₀ in Bq	+ Aq ₁₀ in BC	+ A ₅ in Bqq	+ BqC			
6	CC	ACC	+ Aqc ₆ in B	+ Aqq ₁₅ in Bq	+ AC ₂₀ in BC	+ Aq ₁₅ in Bqq	+ A ₆ in BqC	+ BCC		

ARTICVLVS XIII.

Constructio Tabulae Tertiae.

Exponatur Radix aliqua divisa in duas partes, quarum prima esto
A, altera *B*, quæ simul sunt, *A + B*; hoc est, *A plus B*; & fiat ejus
in se multiplicatio, quemadmodum in Constructione præcedentis Ta-
bulæ diximus. Hoc nimirum modo:



—
—
—
—
—

ARTI-

	A + B					
	A + B					
	Aq + A	in B	+ A			
	A	in B	+ Bq			
	Aq + A ²	in B	+ Bq			
	A + B ²	in B	+ Bq			
	AC + Aq ²	in B	+ A	in Bq	+ BC	
	Aq	in B	+ A ²	in Bq	+ BC	
	AC + Aq ³	in B	+ A ³	in Bq	+ BC	
	A + B ³	in B	+ Bq	+ BC		
	Aqq + AC ³	in B	+ Aq ³	in Bq	+ A	in BC
	AC	in B	+ Aq ³	in Bq	+ A	in BC
	Aqq + AC ⁴	in B	+ Aq ⁶	in Bq	+ A	in BC
	A +	in B	+ Aq ⁶	in Bq	+ A	in BC
	Aqc + Aqq +	in B	+ AC ⁶	in Bq	+ Aq	in BC
	Aqq	in B	+ AC ⁴	in Bq	+ Aq ⁶	in BC
	Aqc + Aqq	in B	+ AC ¹⁰	in Bq	+ Aq ¹⁰	in BC
	A + B &c,					

Et sic in infinitum.

ARTICVLVS XIV.

Continuatio Tabulae Tertiae.

CVM sit facilior alia Continuatio; quam vel ipsa sit; quam præmissus, Constructio Tabulae tertie; placet eam hoc loco seorsim tradere: Inspiciatur Tabula ipsa supra Articulo duodecimo proposita; in qua;

Prima series seu ordo perpendicularis habet numeros, seu indices graduum eorum; quorum symbola sive signa adjuncta sunt; ab unitate incipientes, & per ordinem naturalem numerorum progredientes; quæ series perpendicularis continuari in infinitum nullo negotio potest.

Secunda series perpendicularis signa, sive Charakteres Potestatis sive graduum exhibit; à primâ parte Radicis quæ est *A*; continuanda similiter perfacile in infinitum.

Tertiæ ordo perpendicularis componitur ex primo & secundo; præponit signum *+*; hoc est, *plus*; & addit insuper *in B*; ordinet etiam seriem suam; quoad Charakteres graduum, non statim è regione Characterum secundæ seriei; sed immediate post.

Quarta series perpendicularis componitur ex tertia, & addit insuper, *in B q*. Habet enim Charakteres graduum ex tertia, ea ratione qua ipsa tertia series, suos Charakteres accepit ex secunda. Numeros vero adjunctos colligit per continuam additionem; numerorum seri-

ei proximè præcedentis; ita tamen ut semper subintelligatur vnitatem præcessisse reliquos. Numerus enim primus hujus Quarei Ordinis, qui est 3, est summa dictæ vnitatis, & numeri primi, qui est binarius præcedentis seriei. Secundus numerus est 6, factus ex additione ternarij paulo ante collecti, & ejus quem ad latus habet, in antecedente serie, qui etiam est ternarius. Tertius numerus hujus Quarti perpendicularis ordinis est 10, comp̄positus ex additione istius 6, quem jam fecimus, & ejus quem ad latus habet in præcedenti qui est 4. Quartus numerus ejusdem serier̄ oritur ex additione hujus 10, quem fecimus, & ejus quem ad latus habet, qui est 5, ut faciat 15. Et sic de reliquis. Nam non aliter generatur Quintus ordo ex Quarto, quam ipse Quartus ex Tertio. Et sic in infinitum.

	B	A	+ B					
1	B	A	+ A in B					
2	Q	Aq	+ Aq 3 in B	+ B q				
3	C	Ac	+ Aq 3 in B	+ A 3 in B q	+ BC			
4	QQ	Aqq	+ Ac 4 in B	+ Aq 5 in B q	+ A 4 in BC	+ Bqq		
5	QC	Aqc	+ Aqqs in B	+ AC10 in Bq	+ Aq10 in BC	+ A 5 in Bqq	+ BqC	
6	CC	ACC	+ Aqcs in B	+ Aqq15 in Bq	+ AC20 in BC	+ Aq15 in Bqq	+ Aq15 in BqC	+ BCG

Sunt autem numeri Tertiij perpendicularis ordinis, seriei naturalis; illi vero qui sunt in Quarto ordine, sunt triangulares; & numeri in Quinto ordine positi, sunt Quadrangulares; Quæst̄ Ordinis quinquangulares sunt. Et sic de reliquis.

C A P V T II.

D E P O T E S T A T U M

Genesi, & Analyssi in specie.

VT Præcepta Vniversalia ad determinatorum Graduum Genesin, & Analysin Potestatum facilius, & sine errore aut dubitatione applicentur, Exemplis binis Lectori praire constituimus, in secundo ac tertio Potestatis Gradu, Quadratorum videlicet atque Cuborum, maxime quod reliquorum, altiorumque Graduum, extra Algebraam vix vobis aliquis sit. Quod ut rectius exequamur Præceptis particularibus, particularia Theorematâ, ex Tabula tertia vel quarta, Capite precedenti proposita, excerpta, Exemplis pramittere abs re non fore judicavimus: per ea etenim invabitur tam praxis quam speculatio, redditurque ratio & Operationis, & Præceptorum.

A R.

ARTVI CVVOLV. S^H. I.

Theorematum, ex præcedentibus Tabulis desumpta, pro Genesi & Analysis particularium Graduum.

THEOREMA I.

Pro secundo Gradu, qui est Cuborum.

Si Radix aliqua dividatur in duas partes, quarum altera sit *A*, altera *B*; erit Quadratum totius Radicis indivisa æquale, Quadrato ipsius *A*, plus *A* in *B* bis, plus *B* Quadrato.

Et hoc est quod secunda series transversa, Quadratica nimurum, in Tabula secunda capitum præcedentis Articuli 12. ejusque constructio, supra capite primo, Articulo 13. posita, indicat.

THEOREMA II.

Pro Tertio Gradu, qui est Cuborum.

Si Radix secatur in duas partes *A* & *B*, erit Cubus totius Radicis æqualis, Cubo ipsius *A*, plus *A* Quadrato ter in *B*, plus *A* ter in *B* quadratum, plus *B* Cubo.

Paret ex Tertia serie Tabulae supradictæ, ejusque constructione.

THEOREMA III.

Pro Quarto Gradu, Quadrato-Quadratorum.

Radicis cuiusvis in duas partes *A* & *B* sectæ, Quadrato quadratum æ quale est, Quadrato-quadrato ipsius *A*, plus *A* Cubo quater in *B*, plus *A* Quadrato sexies in *B* Quadratum, plus *A* quater in *B* Cubam, plus *B* Quadrato-quadrato.

Constant hæc omnia ex serie Quarta transversa, prædictæ Tabulae secundæ; & rationem Constructio ipsa supra posita ostendit.

Atque hac ratione infinita condere licet Theorematum, pro infinitis Postulatum Gradibus.

ART.

ARTICVLVS. IA.

EXEMPLVM.

*Genesis & Analysis Potestatis Secundi Gradus, qui est
1 A 1 Quadrati.*

Esto data ad Genesis Radix, seu Latus futuri Quadrati 45291037.
Potestas vero per Analysis resolvenda 2142860106535369.

Primo igitur quia Radix data est octo figurarum, & Potestas facienda est secundi gradus, exponatur juxta primum Praeceptum Article Articuli 6. Capitis precedentis, 18 Cyphræ, pro qualibet felice figura binæ, & tam Cyphrarum, quam Potestatis datæ, alteria figure, & dexteris incipiendo, notentur punctis quibus in Potestate fictitia, quæ scilicet ex Cyphris constat, datam Radicem subjice, ut apparet in hac prima formula.

FORMULA PRIMA.

Genesis. *Analysis.*

$$\begin{array}{l} \text{0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 | 2 1 4 2 8 6 0 1 0 6 5 3 5 3 6 9} \\ \text{4 0 6 2 0 9 1 0 0 3 7 |} \end{array}$$

Secundo, ex doctrina secundi Praecepti generalis, pro Genesis, in praecedenti Secunda Tabula pag. 159, quare in fronte primam Radicis figuram, quæ est 4, & sub illa, in linea transversa Potestatis Quadraticæ, excerce Potestatem ejus 16. pro Analysis vero, cum primo punto qui est 21, seriem eandem Quadraticam ingredere, ibi q; cum equalem non invenias, proxime minorem, quæ est 16, accipe, cum superscripta Radice 4. Potestatem igitur hanc primam singularem 16, sub primo punto scribe, ut secunda formula indicat; eamque in Analysis à sibi superscriptis 21, subtrahere, & quinarium reliquum subscribe. Hæc autem operatio denotatur in Tabula Tertia, pagina 160. In serie transversa Quadraticæ per has litteras Ag, hoc est, A Quadratum.

FORMULA SECUNDA,

Genesis. *Analysis.*

$$\begin{array}{r} 8 0 \\ - 4 \\ \hline 1 6 \quad 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 1 \\ 4) 1 6 \\ \hline 5 \end{array}$$

TERTIA.

Tertio, ad sequens punctum progredere: & ut facilior sit operatio, in Genesi Potestati jam facta, hoc est ipsius 16; in Analysis vero relicto quinario, in eadem transversa recta linea, hujus puncti figuram versus dextram præpone. Quia vero inter punctum, & punctum, unus tantum locus est vacuus, ex præscripto Tertiij Generalis Præcepti, unus tantum in eo scribendus erit, primæ singularis Radicis (Quaternarij videlicet) Multiplex, qui debet esse per binarium, ut constat ex Theorematem secundo, supra Articulo 2, proposito. Dices igitur bis 4 sunt 8, quæ 8, ut apparet in Tertia formula, puncto debent esse finistram versus proxima. Et hoc est quod in dicto Theoremate, atque in serie Quadratse' tertiaz Tabula, ponitur A 2, hoc est, A bis. Atque hac ratione ex hoc tertio Præcepto Genesis expedita est. In Analysis vero restat adhuc secundæ Radicis singularis per divisionem inventio, in qua divisorem agit idem octonarius. Dic ergo 8 in 54 continentur sexies, senariumque tanquam Radicem suo loco ponito:

FORMULA TERTIA.

*Genesij**Analysis.*

$$\begin{array}{r}
 0 \ 0 \\
 - 4 \\
 \hline
 1 \ 6 \ 0 \ 0 \quad 4 \ 6 \\
 - 8 \\
 \hline
 5 \ 4 \ 2 \\
 8) \ 8 \ 1 \\
 \hline
 5 \ 4 \ 2
 \end{array}$$

Quarto, cum in secundo gradu unus tantum sit Multiplex, ut dictum est, ex quarto Præcepto secundæ Radicis (senarij scilicet) Potestatem, quæ est 36, sub ipso puncto ita pone, ut senarium scribas, ternarium mente retineas; (facile enim hoc fit, cum talis Potestas duas figuram nunquam excedat) huic Potestati proximus gradus est ipsamet Radix 6, eam igitur in supra scriptum multiplicat, & productis 48 ternarium retentum adjice, & collecta 51 sub ductâ linea propè senarium jam scriptum, adscribito, tam in Genesi, quam in Analysis, aliamque lineam subducito; ut habes in Quarta formula. Operationem hanc docet Tabula in linea Quadratica, & prædictum Theoremæ per, A 2 in B, + Bq. Nam per A semper significatur prima Radix, & per B secunda.

FORMULA QVARTA.

*Genesij**Analysis*

$$\begin{array}{r}
 0 \ 0 \\
 - 4 \\
 \hline
 1 \ 6 \ 0 \ 0 \quad 4 \ 6 \\
 - 8 \\
 \hline
 5 \ 1 \ 6 \\
 + 4) \ 1 \ 6 \\
 \hline
 5 \ 4 \ 2 \\
 6) \ 8 \\
 \hline
 5 \ 4 \ 2 \\
 \text{Quot}
 \end{array}$$

Quintò quia inter proximas ductas 2 lineas, unus tantum est numerus videlicet 516, eum, ex Præcepto quinto, in Genesi quidem Potestati suprascriptæ, quæ est 1600 adde, ut facias 2116. Potestatem nimurum five Quadratum numeri 46, qui ex duabus primis figuris dæcæ Radicis constat. In Analysis vero cundem numerum 516, à superscripto secundo puncto, nempe ex 542 subtrahe, & reliqua 26, subscripte, ut vides factum esse in hac Quinta formula.

F O R M V L A Q V I N T A

Genesis

$$\begin{array}{r} \bullet \bullet \\ \hline 4 \\ \hline 1600 \\ 8 \\ \hline 516 \\ \hline 2116 \end{array}$$

46

Analysis

$$\begin{array}{r} 21 \\ \hline 4) 16 \\ \hline 16 \\ 0 \\ \hline 4 \\ 6) 8 \\ \hline 8 \\ 0 \\ \hline 516 \\ \hline 26 \end{array}$$

Sextò, figuræ Radicis expeditæ, quæ sunt 4 & 6, sint tibi 46, hoc est unus numerus, & instar unicæ primæ Radicis, quæ, ut dixi, per 4 in Theoremate, ac Tabula predicta designatur; cum qua, ut ante, per tertium Præceptum, quare aliam novam & Potestatem & Radicem, inveniesque in Genesi pro Potestate numerum 213444, à Radice singulari 462 progenitam: in Analysis vero Radicem binarium, & residuum 842, ut videre licet in Sexta formula.

F O R M V L A S E X T A.

Genesis

$$\begin{array}{r} \bullet \bullet \\ \hline 4 \\ \hline 1600 \\ 8 \\ \hline 516 \\ \hline 211600 \\ 92 \\ \hline 1844 \\ \hline 213444 \end{array}$$

462

Analysis

$$\begin{array}{r} 21 \\ \hline 4) 16 \\ \hline 16 \\ 0 \\ \hline 4 \\ 6) 8 \\ \hline 8 \\ 0 \\ \hline 516 \\ \hline 26 \\ 8 \\ 6 \\ 8 \\ 6 \\ 2) 92 \\ \hline 92 \\ 844 \\ \hline 842 \end{array}$$

Atque hac ratione per tertium, quartum & quintum Præcepta, vique ad finem opus prosequere, sicut hic factum vides in Septima formula. Ut autem numerorum sibi invicem subscriptorum, absque errore

fore si sit additio & subtractio, ecclis seceris ab his quasque, quadruplices figuræ lincis perpendicularibus incluseris, ut appareat in eadem septima Formulae ordinis qua præter cetera videtur inde singulariter Compositionis & eius locis, et ab eo quod est in primis operis progressum, quod est in eis summae & simulque **S E P T I M A**, **F O R M A V I L A**, quoniam est hanc in excessu deinde in eis per distributum continet, et in multis etiab

Genesi.**Analyt.**

0000	0000	0000	0000	2142	8601	0653	6369
46	29	10	39	416	1064	10653	6369
1600		D		542			
8				6187			
316		4629	1037	516			
		8248	2064				
2116	00	9258	207	26	86		
9	2			2] 9	2		
18	44			18	44		
2134	4400			8	4201		
	924			9]	924		
8	3241			8	3241		
2142	7641	00			960	06	
	925	8		E	0	1] 925	8
2142	8566	8100	00			134	2553
	9	2582	0	G		3] 9	2582
	27	7746	09			27	7746
2142	8594	5846	0900			6	4807
		6258	206			7]	9258
1	6	4807	4469			6	4807
2142	8601	0653	5369	0000	0000	0000	0000

Resolutionis proprietatem, quæ est, ut initium Compositionis sit finis Resolutionis; & quod est ultimum in Compositione, sit primum in Resolutione.

ARTICULUS III.*Annotationes ad Genesim, & Analysis Quadratorum spectantes.*

PRIMA. Ne Duplum primarum, & aliarum præcedentium Radicum, toties scribendum sit, id successivè secundum operis progressum, scorsim sub ipsiusmet Radicibus scribatur; id quod, cum ex majoribus figuris varietur, variatum de quo supponatur, prout apparet in præcedenti septima formula ad litteram D, ubi Radices sunt in primo ordine

trapverso, in secundo primum Duplum, in tertio Secundum, sequente
triatum Duplum, & in quarti etiam triatum, quod est duplo etiam et duplo
Secunda. Quando aliqua Radix singularis restans, non fuerit
de qua Præcepto quarto, multiplicatio; sed loco producti, accipitur
numerus ex tertio Præcepto natus, cum ipsa unitate immediate sub pun-
cto scripta, ut pateat ex sepsim formula ad litteram H, ibi duplum Ra-
dicens, cum ipso Radicis quadrato, quod est 1, hoc est 92581, in Genesi
additur, in Analysis vero subtrahitur, suo suprascripto.

TERTIA. Si vero Radix singularis Cyphra sive nulla fuerit, in Ge-
nesi Potestati præcedenti duæ Cyphre adiicienda sunt, in Analysis au-
tem ipsa hinc Cyphra Radicibus ordinè suo adnumeranda; & mox ad
proxime sequens punctum procedendum est; ut in eadem apparer for-
mula ad litteram O.

QUARTA. Si in Analysis remanserit aliquod Residuum, nec dubitet
uti doctrina quam initio Articuli 9, c. i. deditus, Residuum istud sit tibi
instar numeratoris, & tuncius Radicis inventæ duplum fiat denominator,
& habebis fractionem Radici inventæ adiiciendam, sed vera majorē;
Si unitatem numeratori subtraheris, vel denominatori addideris, fra-
ction erit minor quam vera: ex quibus duabus satis propinquam facies;
Si summe numerorum, tanquam novo numeratori, summam deno-
minatoris, subscripteris.

Exempli gratia in quinta Formula, vbi quadratum resolvendum
est 2142. Residuum est 24, cui si Radicis duplum, quod est 92, sub-
scripteris, habebis fractionem $\frac{24}{92}$ sive $\frac{12}{46}$ majorē verā; minor verā est
 $\frac{12}{46}$, vel $\frac{12}{46}$ sive $\frac{6}{23}$. Additis numeratoribus & denominatoribus, fit fra-
ctio $\frac{12}{46}$ vel $\frac{26}{92}$ vt cunque propinqua; ita ut Radix quadrata ex 2142, dici
possit 46 $\frac{12}{92}$ proximè, vel etiam 46 $\frac{6}{23}$.

QVINTA. Ex hac potro Genesi videre sicut, quod datæ Radicis sin-
gulares Potestates omnes seorsim exprimantur. Primæ enim figure
quæ est 4, Potestas habetur ex secunda Tabula: duarum deinde figura-
rum, quæ sunt 46, Potestas datur per operationem hæcpe 2116. Tri-
um, quæ sunt 462, datur Potestas 213444. Quatuor exinde figura-
rum, quæ sunt 4629, datur Potestas 21427641. Ex sic de reliquis.

Contra vero in Analysis, primi puncti Potestatis datæ, qui est 21,
proxima Radix habetur etiam ex secunda Tabula. Secundi deinde
puncti, qui est 2142, Radix proxima in numeris integris habetur ex o-
pere, videlicet 46. Tertiij puncti, qui est 214286, proxima Radix est
462. Et sic de reliquis.

ARTICULUS IV.

Ratio Genesij & Analysis, Secundi Gradus.

HEC tota ponder & patet ex primo Theoremate Supraposito, que

et propositum quarta libri 2. Euclidis, si ea Numeris accommodetur; quod
sic fieri possitque numeri ex quadrato illius. Quod si etiam ex eorum
in. Si numerus cuiusvis secetur, circunque in duas partes interiarum partitionem
Quadratum huius Potestas est duplo cum duplo productu, quod ex multiplicatione
ex earundem partium mesuratur, simul aquilam sunt quadrata totius numeri
propositum illius secundum hoc, ex quo non dubius est. Ad. 164. et 165.
Cura igitur in. Genesis aliud non fiat, nisi ut numerus datus sive
Radix successiva semper in duas partes dividatur, & harum partium
Quadratum una cum duplice facto ex ipsis partibus oritur, nam in sum-
mam colligantur, posset hinc origi Quadratum totius numeri pro-
positi. In Analysis vero contra, Restas proposita sive Quadratum equi-
tus numeri, in duas illa Quadratas partium ex earundemque duplo
productum resolvitur, & tandem partes laterales ipsa eruuntur.

Exempli gratia. In Formula sexta vel septima, habita per Gene-
sis quadrato 2, 116, à radice 46 progenito, volo illi addere tantum,
ut fiat aliud & majus quadratum, cujus radix sit 462. Hæc ergo ra-
dix est numerus ille, de quo Theorema, in duas partes secundus, quas
pono esse 460 & 2; majoris ergo partis numerus quadratus est 211,
600. (& sic apparet ratio, cur ipsis 2116. hoc est, quadrato prius in-
vento præfixæ sint duæ cyphræ) minoris vere est 4. Earundem autem
partium 460 & 2 multiplicatio mutua facit productum 920, qui dupli-
catus gignit 1,840. Atque hi tres numeri, duæ scilicet potestates seu
numeri quadrati 211, 600 & 4, duplumque productum 920, in unam
collecti summam, ut hic apparet, faciunt Quadratum propositum, radicis 462. Hinc ergo patet
ratio, cur in opere & Genesis & Analysis immedietè
sub puncto scribatur, quadratus minoris partis nu-
meri secuti, & duplum radicis invenientur, ductum in
tandem partem minorem, una sede sinistrum versus promoteatur. Sup-
ponitur enim duplo illi præfixam esse unam cyphram. Idem autem est
sive productum ex partibus duplicitur, sive partes duplicatae invicem
multiplicantur, ut sic in Genesi.

In Analysis, vero, habita per precedens opus radice 46, ex po-
testate 2, 142, que Residuum fecit 26, volo præfixis prius proxime se-
quentibus binis figuris 86, ex toto tanquam reliquo quadrati, seu Po-
testatis jam resolutæ, videlicet ex 2, 686, elicere novam radici inven-
tæ 46 præfigendam figuram. Hanc ergo radicem tanquam integrè in-
ventam, pono esse numerum illum, de quo Theorema, in duas partes se-
cundum quarum partium major sit 460, & minorem sic quaero. Quo-
niam ex prædicto residuo Quadrato 2686, seu rectius, ex toto 214, 286
majoris hujus partis 460 quadratum, quod est 211, 600, per præ-
cedentes operationes, tanquam per summam ex 160, 000 & 51, 600
subtractum jam est (quemadmodum statim ab initio quadratum ex
40, quod est 1, 600 ab 2, 142 sublatum est, facto residuo 542) &
in reliquo, quod est 2, 686, solam remaneat gnomon, sive minoris par-
tis

etis quadratum; una cum duplo rectangulo, sive producendo 480, de nova querenda figura. Quare si rectangulum unum applicetur ad latum maius, oritur latum minus sive nova figura quae sit 920. hoc est. si numeri dati 2,686 medietas, quae est 1,343, in qua est summa illius unius rectanguli, & semiquadrati ejusdem novae figurae querenda, dividatur per 480, habebitur dicta nova figura. Sed idem est si duplus numerus, hoc est, 2,686, dividatur per duplum divisorem, nempe per 920: hoc autem sic in opere Analyseos, ut patet, Cum ergo hoc loco per divisionem binarius inventus sit, vnum rectangulum sub ipso & 480, est 920; ipsiusque duplum 1,840, quadratum vero binarij est 4, & sic totus gnomon 1,844, qui subtractus ex 2,686, relinquit 842, constat ergo tota ratio. Ex hoc autem residuo 842 aucto binis figuris 01, ut sit 84,201, sequens figura radicis, quae est 9, elicetur eadem arte; id patet in septima Formula; Et sic de reliquis.

ARTICVLVS V.

E X E M P L V M

Genesis & Analysis, Potestatis Tertij Gradus.

SIT data ad Genesin Radix seu latus futuri Cubi, idem quod ante, videlicet, 46, 291, 037. Potestas vero seu Cubus per Analysisim insuum Latus resolvendus sit 99, 195, 216, 477, 452, 708, 187, 653.

Primò igitur quia Radix data est 8 figurarum, & Potestas facienda Tertij sit gradus, exponantur juxta primum vniuersale Præceptum 24 Cyphræ pro qualibet scilicet figura ternæ, & tam Cyphrarum quam potestatis datæ, ternæ alternæ figuræ, à dextris incipiendo, notentur punctis, quibus in Potestate fictitia, quæ scilicet ex punctis seu Cyphris constat, datam Radicem subjice, ut appareret in prima formula.

FORMULA PRIMA.

Genesis

Analysis.

9 9 1 9 5 3 1 6 4 7 7 4 5 2 7 0 8 1 8 7 6 5 3

4

Secun-

Secundò. Ex doctrina Secundi Præcepti pro Genesi in Tabula prima, quare in fronte primam Radicis figuram, quæ est 4, & sub illa in serie Potestatis Cubicæ, excerpte Potestatem 64: pro Analysis vero cum primo puncto, qui est 99, lineam eandem Cubicam ingredere; ibique, cum æqualem non invenias, proxime minorem, quæ est 64, accipe, cum sibi suprascripta Radice 4. Potestatem igitur hanc primam singularem 64, sub primo puncto scribe, ut secunda formula indicat; eamque in Analysis à sibi suprascriptis 99 subtrahe, & reliqua 35 subscribe. Hæc autem operatio denotatur in tabula tertia in serie transversa Cubica, per A. Cub.

FORMULA SECUNDA.

Genesis

$$\begin{array}{r} 0 \ 0 \ 0 \\ | \\ 4 \\ \hline 6 \ 4 \end{array}$$

Analysis

$$\begin{array}{r} 9 \ 9 \\ | \\ 4) 6 \ 4 \\ \hline 5 \ 3 \end{array}$$

Tertiò. Ad sequens punctum progredere, & ut facilior sit operatio, puncti hujus tres figuræ, in Genesi quidem, potestari jam possæ, ipsis nimirum 64; In Analysis vero relictis 35, in eadem recta linea adscribe. Quia vero inter punctum & punctum duo loca sunt vacua, ex præscripto Tertiij generalis Præcepti, atque Theorematis secundi supra Articulo 1. positi, bini Multiplices primæ singularis Radicis, quaternarij scilicet scribendi erunt singuli, in singulis suis locis, primus quidem immediate ad sinistram puncti ponendus, ipsiusnet Radicis per ternarium Multiplex esse debet: Dicas ergo ter 4 sunt 12. Secundus vero Quadrati ipsius Radicis quod est 16, per eundem ternarium Multiplex esto; dicas ergo ter 36 sunt 48, eaque scribas in proxime sequenti loco, sinistram versus, ducasque lineam; ut videre est in tertia formula. Et sic ex hoc tertio Præcepto Genesis expedita est; in Analysis vero hi duo numeri, eo quo reperiuntur ordine perpendiculari, in unum collecti, divisorem constituant 492, sub linea scribendum, qui supra se habet dividendum 35, 195, dic ergo 49 in 351 (vel quia 49 sunt quasi 50, dic 5 in 35) haberentur quidem septies; sed quia divisio debet potius esse minoris Quoti, quam accutati, ex tertio Præcepto; ideo tantum senarium pro Quoto accipias, suo loco scribendum: divisorem denique (juxta quem etiam Quotus scribi poterit) alia linea includere, ut habetur in eadem tertia formula. Et hoc est quod in prædicto Theoremate, atque in serie Cubica Tabulae prædictæ ponitur, A. 3d. Aq. 3.

Non est autem opus tripla & radicis, & ipsius quadrati ad constituendum Divisorem, unam in summam colligere: Triplum enim quadrati finistram versus tantum excurrere solet, ut per primas ipsius figuræ

ras (incipiendo à sinistris) bene possit judicium fieri, quænam ex Dividendo figura pro Quoto, sive Radice singulari elicenda sit. Et sic factum videbis infra in septima Formula, pro omnibus sequentibus Radicibus, scilicet pro 2, pro 9, &c.

FORMVLÀ TERTIA.

Genesis

$$\begin{array}{r}
 0\ 0\ 0 \\
 \underline{-} \\
 4 \\
 \hline
 6\ 4\ 0\ 0\ 0 \\
 \hline
 1\ 2 \\
 \hline
 4\ 8
 \end{array}$$

Analysis

$$\begin{array}{r}
 9 \quad 9 \\
 \\
 4) \quad 6 \quad 4 \\
 \hline
 3 \quad 5 \quad 1 \quad 9 \quad 5 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad 1 \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \quad 4 \quad 8 \\
 \hline
 6) \quad 4 \quad 9 \quad 2
 \end{array}$$

Quartò. Ex Præcepto quarto generali Secundæ Radicis , quæ est senarius , Potestatē , quæ est 216 , sub ipso secundo pūncto pone ; deinde ejusdem Radicis quadratum , tanquam proxime minorem gradum , duc in suprascriptum proximum suum reciprocum , 36 scilicet in 12 & factū Potestati homogeneum , quod est 432 , ad latus posite Potestatis scribito : denique ipsam̄ secundam radicem singularem , duc in suum reciprocum , 6 scilicet in 48 , & factū homogeneū 288 , in sequenti loco versus sinistrām ponito ; & tandem lineam subducito , vt habes in quartā formulā . Operationem vero hanc docet secunda Tabula , in serie transversa Cubica , & prædictum secundum Theorema , per Aq3 in B , + A3 in Bq , + B Cubo .

FORMVLÀ QVARTA.

Genesis

0 0 0

4

6 4 0 0 0

I 2

4 8

2 1 6

4 3 2

2 8 8

Analysis

$$\begin{array}{r}
 & & 9 & 9 \\
 & & \cdot & \cdot \\
 4) & 6 & 4 & \\
 \hline
 & 3 & 5 & 1 & 9 & 5 \\
 & - & 4 & 0 & & \\
 & & 1 & 2 & & \\
 & & - & 4 & 8 & \\
 & & & 4 & 8 & \\
 \hline
 6) & 4 & 9 & 2 & \\
 \hline
 & 2 & 1 & 6 & \\
 & - & 4 & 3 & 2 & \\
 & & 2 & 8 & 8 & \\
 \hline
 \end{array}$$

19

Hoc loco notabitur, quando secundæ radicis gradum binis figuris constat, ac proinde multiplicatio illius in reciprocum gradum memoriter fieri vix potest, ne cogaris scorsim hanc multiplicationem facere, p[er]missum, quam dixi radicem, ducas in dictum reciprocum, hoc est, in exemplo nostro in 12, & productum ducas denuo in eandem radicem, videlicet 72 in 6, & hoc secundum producatur eodem modo sub primo scribe, priori enim deleto, posterius omnino aequaliter erit illi, quod factus esset ex quadrato secundæ radicis, in eundem gradum reciprocum: operatio hæc apparet in hac quinta formula, & in septima ad litteras K & M.

F O R M U L AG e n e s i s

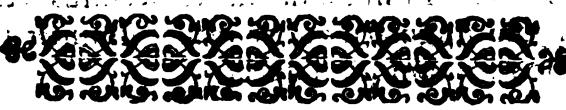
$$\begin{array}{r}
 0\ 0\ \overset{2}{\cancel{2}}\ \overset{4}{\cancel{4}} \\
 \times\ \overset{2}{\cancel{2}}\ \overset{4}{\cancel{4}} \\
 \hline
 6\ 4\ 0\ 0\ 0 \\
 \hline
 4\ 8
 \end{array}$$

Q V I N T AA n a l y t i s

$$\begin{array}{r}
 9\ 9\ \overset{2}{\cancel{2}}\ \overset{4}{\cancel{4}} \\
 \times\ \overset{2}{\cancel{2}}\ \overset{4}{\cancel{4}} \\
 \hline
 3\ 5\ 1\ 9\ 5 \\
 \hline
 4\ 8
 \end{array}$$

Quintæ. Potestati suprascriptæ, quæ in Genesi, juxta Præceptum quintum, 288 scilicet & 432 unam cum potestate 216, eo situ que in duas proxime dactas linea inveniuntur, inter se additi, summam faciunt 33, 336 quæ in Genesi, juxta Præceptum quintum, Potestati suprascriptæ, quæ est 64, 000, adde (quod eadem opera qua homogenea adduntur fieri potest, ita ut numerus 33, 336 per se scribendus non sit) ut facias 97, 336. Potestatem sive Cubum numeri 46, qui ex duabus primis Figuris datae radicis constat. In Analyti vero eundem numerum 33, 336 à suprascripto punto secundo, scilicet à 35, 195, subtrahes, & reliqua 1, 859 subscribe, ut vides factum esse in sequenti sexta formula.

Quinto. Homogenei facti, 288 scilicet & 432 unam cum potestate 216, eo situ que in duas proxime dactas linea inveniuntur, inter se additi, summam faciunt 33, 336 quæ in Genesi, juxta Præceptum quintum, Potestati suprascriptæ, quæ est 64, 000, adde (quod eadem opera qua homogenea adduntur fieri potest, ita ut numerus 33, 336 per se scribendus non sit) ut facias 97, 336. Potestatem sive Cubum numeri 46, qui ex duabus primis Figuris datae radicis constat. In Analyti vero eundem numerum 33, 336 à suprascripto punto secundo, scilicet à 35, 195, subtrahes, & reliqua 1, 859 subscribe, ut vides factum esse in sequenti sexta formula.



FORMULA SEXTA.

Genesia. *Analyticæ*

Acceptis denique 46 pro prima Radice, per Precepta primum, secundum, tertium, quartum & quintum ad sequentes singulares Protestates compenendas, & radices diciendas progredere, ut in precedentibus exemplo docuimus; & sequens Formula septima exhibet: in qua figuræ omnes ad litteras K & M positas, puta esse deletas, siue decussatas.

ARTICVLVS VI.

Annotationes.

PRIMA. Hic dari posset instruacio de triplicatis Radicibus, & Radicis triplicatis quadratis, scorsim scribendis; imo de quadratis Radicis singularium scorsim componentibus: sed hæc Radio potius quam Calamo opus habent. Satis tamén etiam erit Radices scorsim scribere, ut fecimus in Formula septima ad litteram D, hæc enim hac ratione ob oculos positæ, mox triplicari mente possunt, & productus numerus suis locis scribi. In hunc finem subjecimus etiam ad litteram H, quadrata radicum singularium, ut mœste similiter triplicari, & statim in proprijs locis triplum poni queat.

000	000	000	000	000	000	000	000	000	99	195	216	477	452	708	187	653	
4	6	2	9	1	0	3	7	4	64								
64	000			D.					35	195							
12		46	29	10	3	17			12								
48		16							48								
		2116		H					6)492								
216		2134	44						216								
432		2142	7641						432								
288		2142	8566	81					288								
97	336	000	2142	8594	5846	09			33	336							
			2142	8601	0653	536	9		1859	216							
1									1	38							
634	8								2)	634	8						
5	52								5	52							
1	269	6	8						1	269	6	8					
98	611	128	000						1	275	128						
									1584	088	477						
13	86								9)	64	033	2					
64	033	2								13	86						
			729							729							
124	74	K								124	74	K					
122	66									122	66						
576	298	8								576	298	8					
99	188	550	189	000						577	422	189					
										6	666	288	452				
			138	87	E					138	87						
6	428	292	3	1					1)	6	428	292	3	E			
99	194	978	620	171	000	000	G			6	428	431	171				
										0)	237	1857	281	708	187	G	
										3)	64	285	700	430	0		
			13	887	30						124	985	70				
64	285	700	430	0						192	857	101	290	0			
											192	837	226	275	727		
			124	985	70						45	000	055	432	460	653	
			192	857	101	290	0				7)	6	428	578	375	382	7
												M	972	111	63		
99	195	171	477	397	275	727	000					6	804	781	41		
												45	000	048	627	678	9
			138	873	09							45	000	055	432	460	653
			6	428	578	375	382	7				000	000	000	000	000	
99	195	216	477	452	708	187	653										

SECVNDA. Imitatur hæc secundam Annotationem supra Articu-
lo 3 positam; afferens compendium quando radix singularis est unitas.
Summa enim quæ sit ex triplo radicis singularis, ejusque triplicato
quadrato, yna cum Cubo ipsius radicis, qui est 1 (debito modo scrip-
tis & collectis) hoc est, 6, 428, 431, 171, (ut videre est ad litteram E,
in Formula septima) in Genesi additur, in Analysis vero subtrahitur
a suo suprascripto.

TERTIA. Eadem hæc est cum tercia Annotatione Articuli 3
nisi quod hic ratione gradus non binæ, sed ternæ cyphræ adiicienda
sint, &c. apparet operatio in septima formula, ad litteram G, vbi in
Analysis nullum possumus Divisorem; Dividendi enim primæ figurae a
sinistris incipiendo, sunt 23, 785 &c. quibus subscribendus immediato
fuerit divisor 64, 284 &c (quod quilibet statim ex precedentibus vi-
dere potest) ita ut sub 23 scribendi fuissent 64, unde statim constare
potuit Quotum esse o. &c,

QVARTA. Notandum hic, ut supra Annot. 4. factum est
quomodo, quando Cubus resolutus aliquod relinquat residuum, fractio
Radicis inventæ adiicienda, constituenda sit. Fit autem hoc modo:
Residuum ipsum statuit Numerator; Denominator vero conficitur
ex additione, cum tripli radicis inventæ, cum triplicati Quadrati ejus-
dem Radicis: & fit fractio minor vera. Exempli gratia in sexta For-
mula ex Cubo 99, 166 inventa est Radix 46, & residuum mansit 1859.
hoc ergo esto Numerator fractionis quæ queritur. Radicis triplum est
138, & quadratum ipsius, quod est 2, 116 triplicatum facit 6, 348
quod additum ad 138 facit 6, 486: est ergo fractio ista $\frac{1859}{348}$ minor ve-
ra! Ac proinde Radix Cubica propinqua ex 99, 195 est 46, $\frac{1859}{348}$. Pro-
pius accedes si residuo 1859 aliquot cyphrarum ternarios præfixeris
& opus Analyseos prosecutus fueris; invenies enim Numeratorem
cujus Denominator erit unitas cum tot singulis cyphris, quæ ternarios
præfixisti.

QVINTA. Quemadmodum supra Articulo 3. Num. 5. annota-
vimus, dari in Genesi singularium Radicum, singula Quadrata, ita hic
dantur singularium Radicum singuli Cubi. Cubus exempli gratia Radi-
cis 4, est 64. Radicis 46 Cubus est 97, 336. Radicis 462 Cubus est 98,
611, 128. Ut videre est in septima Formula. Et sic de reliquis.

Sic in Analysis primi Cubi 99, Radix proxima in integris est 4;
Secundi Cubi 99, 195, radix proxima est 46. Tertij Cubi 99, 195, 216;
radix proxima in numeris integris est 462. Et sic de cæteris.



000	000	000	000	000	000	000	000	000	199	195	216	417	452	708	187	653	
4	6	2	9	1	0	3	7	4	64	199	195	216	417	452	708	187	653
64 000		D	V						35 495								
12.		4	6	2	9	1	0	3	7	12.							
48		16								48							
		2116				H											
		2134	44							6)492							
		2142	57641							216							
		2142	8566	81							216						
		2142	8568	8100							28 81						
97 336	000	2142	8594	5846	09				33 336								
		2142	8601	06	534	93619			1 859	216							
		138								138							
		634	8							2)634	8						
		5	52								52						
		1	269	6	8					1 269	6	8					
98 61L	128	000								1 275	128						
											584	088	477				
											13 86						
		64	033	2						9) 64	033	2					
			729								729						
			124	74	K						124	74	K				
			122	66							122	66					
			576	298	8						576	298	8				
99 188	550	189	000								577	422	189				
												6 666	288	452			
												1 38	87	E			
		6	428	292	3	I						1 6	428	292	3	I	
99 194	978	620	171	000	000	G						6 428	431	171			G
												0 237	1857	281	708	187	
													1 3	887	30		
			64	285	700	430	0					3 64	285	700	430	0	
																	27
																	124 985 70
																	192 857 101 290 0
																	t92 857 226 275 727
99 195	171	477	397	275	727	000							45 000	055	432	460	653
																	138 873 09
																	7) 6 428 578 375 382 7
																	M 972 111 63
																	6 804 781 41
																	45 000 048 627 678 9
99 195	216	477	452	708	187	653							45 000	055	432	460	653
																	000 000 000 000 000

ARTICVLVS VII.

R A T I O

Genes & Analysis, tertij Gradus.

HÆC ex uno tota pender Theoremate, quod est secundum in ordine supra Articulo 1. proposito; quod ex Cubo solido eodem modo patet, atque quarta secundi Euclidis, ex quadrato plano: pro numeris autem sic concipi patet.

Si numerus quivis seceretur utcunque in duas partes, harum partium Cubi una cum duobus solidis, altero quidem sub triplo prima partis, in quadratum secunda; altero vero sub triplo quadrato prime, in partem secundam; bi numeri, inquam, simul omnes, æquales sunt Cubo totius numeri propositi.

Dixi autem unâ cum duobus solidis, nam etiamsi duo Cubi singulares diametaliter oppositi, ad explendum Cubum totalem, requirant sex solidâ, ut videre est in Cubo materiali; sunt tamen terna solidâ semper æqualia, ac proinde vnum illorum triplicatum, & tanquam vnum acceptum, tribus illis æquivalet. Cætera patent.

Exempli gratia. In Formula sexta & septima, habito per Genesin Cubo 97,336 à radice 46 progenito, volo illi addere tantum, ut fiat aliis & major Cubus, cuius radix sit 462. Hæc ergo radix est numerus ille, de quo Theorema proximum, in duas partes secandus, quas ponio esse 460 & 2. Majoris ergo partis numerus cubicus est 97,336,000, (& sic apparet ratio cur in opere geneseos ipsis 97,336, hoc est cubo prius invento, præfixæ sint ternæ cyphræ) minoris vero est 8. Duorum autem solidorum majus, est quod fit quando majoris partis numerus quadratus, qui est 211,600, dicitur in 6., triplum scilicet minoris partis, & producitur 1,269,600. Minus deinde solidum est quod fit, quando minoris partis numerus quadratus, qui est 4, dicitur in 1,380, triplum videlicet majoris partis, & producitur 5,520. Atque hi quatuor numeri, duæ scilicet potestates seu numeri Cubi 97,336,000 & 8, & prædicta duo solidâ, in vnam collecti summat, ut hic apparet, faciunt 98,611,128 Cubum desideratum, radicis 462. Hinc ergo patet ratio, cur in operatione & Genes & Analysis, immediate sub puncto scribatur Cubus minoris partis numeri secti, & minus solidum vna, majus verò duabus sedibus sinistram versus promovatur. Supponitur enī illi præfixam esse vnam, huic autem duæ præpositas esse cyphras.

In Analysis deinde habita per præcedentes operationes radice 46, ex potestate sive solido 99,195, quod residuum fecit 1,859, volo, præfixis prius proximè sequentibus ternis figuris 216, ex toto tanquam

$$\begin{array}{r}
 9\ 7\ 3\ 3\ 6\ 0\ 0\ 0 \\
 1\ 2\ 6\ 9\ 6\ 0\ 0 \\
 \hline
 5\ 5\ 2\ 0 \\
 8
 \end{array}$$

reliquia Cubi, videlicet ex 1. 2. 5. & 2. 6. elicite novam, radici iuvante, & præfigendam, figuram. Hanc ergo totam radicem tanquam invonatam, pono esse numerum illud unde quo Theorema, in duas partes sucedunt, quarum prædictum maior sit 460, & minorum quatuor hanc modo. Quoniam ex dicto Cubo sive solidi præcedente, & 3. 5. 9. & 2. 6., remanet ex toto solido initio posito, y 9. 2. 6., majoris hujus partis 460 Cubus, qui est 9. 7. 3. 6. 0. e., per præcedentes operationes, tanquam per summam ex 6. 4. 9. 6. 0. 0. & 3. 5. 3. 5. 0. 0. substractus, iam est, (quemadmodum statim ab initio Cubus ex 40 dicitur 6. 4. 0. 0. 0. ab 9. 9. 7. 9. subductus est), facta residua y 3. 4. 5. 0. & in reliquo, quod est 18. 5. 9. 3. 1. 6. remanet gnomon, sic dicatur, solidus; sive minoris partis Cubus, & haec cum duobus solidis de quibus supra majori solidi quod continetur sub base, quæ aequalis est triplo quadrato minoris partis numeri fessi, & sub altitudine aequali triplo spinosis partis minus autem solidus est quod continetur sub basi, aequali triplo quadrato minoris partis numeri sive linea secat, & sub altitudine aequali tunc supradictæ majori parti. Quare si applicetur majoris quod diximus solidum, ad basim, quod est triplo quadrato majoris partis, orientar altitudo ipsius, quæ est minor pars numeri solidi, & ipsa quæ vocatur nova radix figura. Quia vero hoc solidum adhuc ignoratur, sic autem id maxima pars, quæ nota sit, supra dicti gnomoni solidi, ad prædictam basim sive triplo quadrati majoris partis, applicatur ipse metrum, non tamen ita præcisè, quin remaneat tabescere, unde suberhi possit, & alterum sive minus solidum, & Cubus minoris partis. Hoc est, in exemplo nostro reliquum Cubi, sive gnomoni solidus, nimirum 18. 5. 9. 3. 1. 6., dividitur per 6. 3. 4. 8. 0. 0, triplo videlicet quadrato, quod est 2. 1. 1. 6. 0. 0, majoris partis numeri solidi, & invento: Quoto 2., quæ est nota figura quadrata, statim ipsum, tanquam aliquid partis numeri solidi, sic Cubus, nimirum, 8. Minus solidum habetur si quadratum novæ figure quod est 4, ducatur in 13. 8. 0. triplicata in maiorem partem. Majoris denique solidum producitur ex ductu novæ figure 2, in 6. 3. 4. 8. 0. 0, triplo scilicet quadratum, ejusdem majoris partis 4. 6. 0. 0. Quæ etia solidia subtrahita ex 18. 5. 9. 3. 1. 6., solido illo gnomone, reliquum sic solidum 5. 8. 4. 0. 8. 8; cui sequentes tres figure. Potestatis resolvendæ, nimirum 4. 7. 7, præfigendæ sunt, & eadem quæ ante artis methodo alia novæ figura inquirenda, prout exhibetur supra in septima Formula. Et sic de ceteris.

A D D I T I O.

Quod si quis nobis obijciat, præcepisse nos est egisse in opere Analyseos, contra justissima Legis homogeneorum decreta, colligisse nimirum nos summam divisorum, ex partibus non convenientibus, ex triplo nempe lateris prius inventi, atque ex triplicato quadrato ejusdem, ex linea scilicet est superficie, ac proinde ex magnitudinibus heterogeneis. Exempli gratia, in formula quinta pagina 173 addidisse nos 12, quod est triplo radicus seu lateris 4, ad 48, triplo quadratum ejusdem lateris 4, est si nos efficerem summare heterogeneram 492, que nec longitudo nec planum dici queat. Huic

et hinc respicientes ; quantitas non ut tantum Vietae alijque inventio, et multa gratia illa ut tantum ratio ex sero, triplam radicis seu latetis ; ac proinde longe undam tam etiam cum plane incompitibilem ; nihilominus tamen et eundem mas suorum posse, ut superficiem planam, rectangulum nimis sub eodem triple radice, est alio vero latere, quod fieri vult, que omnis etiam in multiplicatione quam in divisione, in genosies analysi tributum, superficiem futurum, fuisse. hujus rei autem monitionem facere et cum primiti operationum idcirco, prolongare. Namque admodum ex vienore, triplo fideliter, triplex que ejusdem radicis quadrato, ex quo virgineo Cubico, cibos et alii affinitate, est, comparitur Cubicus numerus praezime magis. Exempli gratia. Eiusdem Cubus, et 5, ex radice 5, cuius triplum est. 125, quadratum ejusdem 25, cuius triplum est. 75, collego ergo ipsius 175, ut omnem sumam factum 475, qui non minus adjunctum Cubo proposito integrum, addiponit. 25. Cubum proximum cuius radix 16, una unitate major est radice proposita, ne proinde predicta summa, ex differentia est inter proximos duas Cubos, 25 et 16, a radicibus sibi et progenitum. Quemadmodum, duosque hec collectio numerorum per hanc geometriam non convenit, sed tamen ut ipso verbo, est geometricè explicari posse, ista etiam suo modo de supradictorum Divisionum summa loqui possumus. Differentia namque Cuborum in numeris, est numeris, in Solidis geometriis, est solidum, ut in exemplo adducto triplum radicis 5, quod est 125, est solidum, cuius basis est quadratum, a latere quod est 1, et altitudo ipsius, est 25, et sic figura quadrata univallis facit 1, sic hoc ipsum quadratum 1, in altitudinem 25 ductum, non aliud producit solidum quam 125, sic etiam 75, triplum, nesciunt quantum ejusdem radicis 5, ductum in altitudinem 1, producit solidum 75. Unius igitur initia addita est Cubus, cuius latus est 1. Diximus autem initio hujus articuli duo haec solidi 125 et 75, equivalentem sex solidis, minus enim, quod est 125, uniuale est tribus solidis quorumquilibet est 5, et majus solidum 95, et uniuale est tribus alijs solidis equalibus, quorum quodvis est 25. Atque bat ratiocine, si opus esset, ratiocinari liceret de illis, de quibus diximus, Divisoribus. Sed bac loco hoc sufficere judicamus.

Quod se cui hec Responsio nec dum sati faceret, ab hoc facilius adbutus expediremus, dicendo, praeproxius Analytos nequam necesse esse, plures uno constitueri Divisores, sed omnino sati esse, (maxime si opus Analysis aliquandiu continuetur, et aliquota figura radicis jam inventa sint) si adhibeatur Divisionum maximus, qui semper uno Gradu cedit Potestati, ac propterea si ipse ad Potestatem applicetur, prodituram Longitudinem, novamque, pro radice assamplam, figurant. Et solum attendendum esse, circa initium operis, ne Quotus divisionis accipiatur justo major, id quod rerum intelligens facile cauebit. Reliquos vero numeros, qui alioquin Divisorum nomine veniunt, ideoponi ut ad manus sint, in quas inventa nova figura, ejusque Potestates ducantur, ad constituendas magnitudines ablatitias. Exempli gratia, in Formula septima, ubi ex reliquo Cubi resolvendi supracitato, nimis ex 584.088.477, nova queritur pro radice figura, Divisores sunt 13860, et 64033200, quorum minor ad negocium divisionis parvum ad rem facit, ac proinde merito omittitur, soloque majore, qui hic est maximus, adhibito, dico 6 in 58, vel 64 in 584 quoties? Et sic de altioribus Potestatibus etiam dicendum.

Hac

Hæc letgo sunt quæ Capite Texto Tnoltra^A Arithmeticæ, olim Auditoribus nostris tradidimus. Se qui jam deberet ratione ordinis Tabula, de qua initio diximus, Quadratorum & Cuborum, verum certas ob causas ad finem hujus Appendixis eam rejectimus.

CAPUT III. DE CONSTRVCTIONE, Continuatione, & Vsu Tabularum Quadratorum & Cuborum.

Solent illi, qui numeris non multum affueti sunt, cum plures videant paginas integrarque volumina solis illis numerorum characteres ribus repletae, admiratione abrepti, mox in hac verba prorum pereat. Ad quid tot numeri? Quod si reciderint, ususque Tabularum numerorum ipsi urriserit, proximum est, ut Constructionem tabularum sic fabricam desiderent. Quod cum nostris Tabulis Quadratorum & Cuborum accidere etiam posse judecaverimus; hoc & sequentibus Capitibus trahimmo spectacoris aliquotmodo factissimare volumus.

ARTICVLVS I.

Constructio Tabularum Quadratorum & Cuborum.

Construximus Tabulam illam, primo quod ad numeros Quadratos attinet, per continuam numerorum imparium omium, ab unitate incipientium, ordineque naturali progredientium (sunt enim Quadratorum differentiae) additionem, donec ad Quadratum 100; 100, 000, perveniremus, juxta modum quem docet Clavius noster, in fine libri octavi suæ Geometriæ Prædictæ.

Cuborum vero ordinem confecimus similiter ex Cuborum, sibi immediate succendentium differentijs; quas ex progressionis Arithmetica, ab unitate ortum ducente; & per senarium perpetuū excrescente, juxta ea quæ Clavius eodem loco docet, elicuimus.

ARTICVLVS SUI IIII.

adhibita est Tabula Continuatio.

Si penultimum Quadratum numerum in Tabulis nostris possumus ab ultimo substraxeris, hoc est 99,080,001 ex 100,080,000, invicem differentiam habet 1,99,999, ultimum nimurum imparem numerum, quare proxime sequens est 100,001; deinde 20,003; tum 20,005, &c. additis igitur 20,001 ad ultimum Tabulae Quadratum, fiet numerus Quadratus 10,020,001, cuius Radix 10,001. Hic quadratus numerus auctus per 20,003, generat Quadratum proximum 100,040,004, cuius Radix 10,002. Et sic de reliquis.

Habent vltinō Quadrato adde duplicitam ipsius radicem & unitatem, & habebis proximum quadratum. Ut si quadrato 100,000,000 cuius Radix est 10,000, & duplicita cum unitate facit 20,001, hoc ipsum addideris, efficies etiam 100,020,001 proximum scilicet quadratum, vt ante.

Sic si penultimum Cubum ab ultimo dempseris, videbatur 999, 299,989,999 ab 1,000,000,000,000, manebit differentia Cuborum 299,970,001; deinde multiplicata radicem majoris Cubi, quae est 10 000, per 6, habebis ultimum progressionis per 6 excrescentes terminum, nimurum 60,000, quare proxime sequens erit 60,006, deinde 60,012, tum 60,018 &c. Additis igitur 60,000 ad prædictam differentiam Cuborum, & summa, quae est 300,030,001, ad ultimum Tabulae Cubum, fiet numerus Cubicus 1000,300,030,001, cuius Radix 10,001. Hic Cubus auctus summa, quae fit ex additione numerorum 60,006, & proxime collecti 300,030,001, generat Cubum proximum 1000,600,120,008, cuius Radix 10,002. Et sic de reliquis.

Aut certe quando Tabula Numerorum Quadratorum jam continuata habetur, colligantur unam summam triplicata radice, & triplicatum ipsius quadratum, summa enim aucta unitate, addita Cubo ejusdem radicis, proxime majorem constituit Cubum. Exempli causa ultima radix est 10,000, ejus quadratum est 100,000,000, ac proinde numeri hi triplicati sunt 30,000 & 300,000,000, carumque summa aucta unitate facit 300,030,001, quae addita ad ultimum cubum 1000,000,000,000 constituit proxime majorem 1000,300,030,001.



ARTICVLVS III.

Regula ex quibus certo cognoscitur, quinam ex numeris fortuitò propositis, nec Quadratus, nec Cubicus esse possit.

Regulis hinc solū indicamus, quis numerus ex fortuitò oblatis, nec Quadratus nec Cubicus sit. Non autem ex hoc concludimus; aut affirmamus numerum qui proprietates omnes in Regulis recensitas habuerit, eum necessario Quadratum, aut Cubum esse: Sed negativè tantum afferimus eum, qui proprietatibus hinc caruerit, neque Quadratum, neque Cubum esse posse; rem tamen que sua nec careat utilitate, nec ulteriori speculazione. Incipimus autem à Quadratis.

REGULA I. Numerus cujus ultimus terminus, vel quod idem est, cuius ultima figura est 2, vel 3, vel 7, vel 8; non est numerus Quadratus.

2. Numerus cuius ultima figura est 0, & penultima alia quam 0; vel si est 0, proximè antecedentes, sive cyphræ numero impares; non est Quadratus.

3. Numerus cuius ultima figura est 1, vel 4, vel 9, & penultima alia quam 0, vel numeri paris, non est Quadratus.

4. Numerus cuius ultima figura est 5, & penultima alia quam 2; non est Quadratus.

5. Numerus cuius ultima figura est 6, & penultima alia quam numeri impares; non est Quadratus.

6. Numerus cuius Proba per 9, alia est quam 0, ^{vel} 4, vel 7; non est Quadratus.

7. Numerus impar, qui abjecta unitate, per 8 non est numerabilis; non est Quadratus.

Quod verò propositus per accidens numerus, non sit Cubicus, sequentes docebunt Regule.

1. Numerus cuius ultimæ figuræ sunt Cyphræ, & per ternarium non exactè mensurabiles; non est numerus Cubicus.

2. Numerus cuius ultima figura est 2, vel 6, & penultima alia, quam numeri paris, non est Cubus.

3. Numerus cuius ultima figura est 4, vel 8, & penultima alia quam 0, vel numeri paris, non est Cubus.

4. Numerus cuius Proba per 9, alia est quam 0, vel 1, vel 8; non est Cubus.

Plures afferri possent Regulas, earundemque rationes à priore, sed benunc sufficiant; eis enim omnes manere in nostris Tabulis propositi, testimoniū veritatis dabunt, rationemque à posteriore.

ARTICVLVS IV.

Numeros omnes in Tabulis nostris, Radicum, Quadratorum & Cuborum, facilimè unam in summam colligere.

1. **R**adicum omnium summa sic habetur. Adde primam quæ est 1 , ad ultimam $10,000$, & summam $10,001$ duc in medietatem numeri multitudinis Radicum, hoc est, in $5,000$, & habebis $50,005$, 000 summam Radicum omnium.

2. Quadratorum autem summa colligitur, si summa Radicum addatur ad productum ex numero multitudinis Radicum unitate aucto, in maximum sive ultimum Quadratum, & hujus summæ accipiatur pars tertia. Numerus Radicum unitate auctus est $10,001$, maximus Quadratus est $100,000,000$, ac proinde numerus productus est $1,000,100,000,000$, qui additus ad Radicum summam, nimurum ad $50,005,000$ facit $1,000,150,005,000$, cuius tertia pars $333,383,335,000$, est summa omnium numerorum Quadratorum.

3. Cubicorū deniq; numerorū summa invenitur, si eadem summa Radicum $50,005,000$ in se ipsam ducatur, vt fiat: $2,500; 500,025; 000,000$. Hæ ergo tres summæ simul, faciunt $333\ 383\ 335\ 000$ summam omnium numerorum in Tabulis nostris contentorum, vide licet: $2,500; 833; 478; 340,000$

Rationes barum Regularum habentur apud Fran. Maurolycum Lib. 2. Arithmetorum, & post illum apud Claudium Gasparem Bachetem, in Appendice ad Librum de Numeris Polygonis Diophanti.

ARTICVLVS V.

Vsus ejusdem Tabulae.

Generalis ipsius vsus est, vt data quavis Radice, ab 1 , usque 10000 , exhibere ipsius liceat & Quadratum & Cubum: & contra, dato quovis Quadrato & Cubo, quorum ille octo, hic vero duodecim figuris major non sit, ejus Radicem invenire. Res quæ pluribus non indiget verbis: In quolibet enim ordine transverso, post Radicem sequitur ipsius Quadratus, deinde ejusdem Radicis Cubus.

Quod si data Radix major sit, atque numerus Quadratus, vel Cubicus praedictum figurarum numerum excedat, nihilominus Tabula magnum nobis afferet compendium, vt constare potest ex ijs, quæ de Genesi & Analyti Potestatum præmisimus. Ope enim Tabulae quatuor puncta simul, instas primi, momento quasi temporis licet expedit.

CAPVT

C A P V T IV.

*De usu Tabula Quadratorum & Cuborum particulari,
circa Numeros proportionales.*

 *Vemadmodum usus Tabula generalis est unicus, sic particulares sunt infiniti; quidquid enim operationum per Radices, earumque numeros Quadratos & Cubos fieri potest, hoc totum ad usus spectat Tabulae particulares: nos & in hoc, & in sequentibus Capitibus, exempli quasi gratia aliquot usus proponemus, ortum ducendo a Numeris continuè proportionalibus.*

ARTICVLVS I.

Inventio numerorum Proportionalium.

Quomodo hi numeri crecentur per semiem continuam, satis constat: Terminus enim datus quivis si ducatur in denominatorem proportionis, proximum producit Terminum: ut si 16 deatur pro termino proportionis dupla, cuius denominator est $\frac{1}{2}$, sive 2, si 16 ducatur in 2, fit 32 proximus terminus; & hic rarsus in 2 ductus, facit 64 tertium terminum. Sic in proportione subdupla, cuius denominator est $\frac{1}{2}$, si 16 ducatur in $\frac{1}{2}$, fit 8 secundus terminus; & hic denuo ductus in $\frac{1}{2}$, facit 4, tertium terminum. Et sic de reliquis Denominator autem proportionis habetur in Quoto, quando terminus sequens dividitur per antecedentem.

ARTICVLVS II.

Datis Extremis, invenire Medios numeros proportionales.

TAbesse suum hoc loco produnt usum: Si h[ic] termini dati extremi 16 & 16384, & quadratur unus medius. Productum datorum terminorum in se mutuo ductorum, quod est 16777216, quare in Tabula inter numeros quadratos, Radix enim ipsius, quae est 4096, est medius terminus quæsitus.

Vel divide majorēm datum terminū per minorem, & Quotientem qui est 16, radicem quadratam, quae est 4, duc in minorem, hoc est in 1024, & produces etiam 4096.

Sint jam inter 2048 & 16384 ponendi duo medij proportionales;

les : alterutrius terminidati quadratus (qui habetur ex Tabula) ducatur in alterum , radix Cubica producti est medius , & proximus seu continuus illi extremo , cuius quadratus assumptus est. Assumatur numerus quadratus , verbi gratia , minoris , qui est 4194304 & ducatur in terminum majorem , & productus numerus 68719476736 , quadratur in Tabula inter numeros cubicos , Radix enim ipsius 4096 est minor medius proportionalis . Hi duo , minor scilicet datus , & jam inventus continuati , per supra dicta Articulo 1. exhibent alterum medium , nimurum 8192 , erubetque quatuor proportionales isti ,

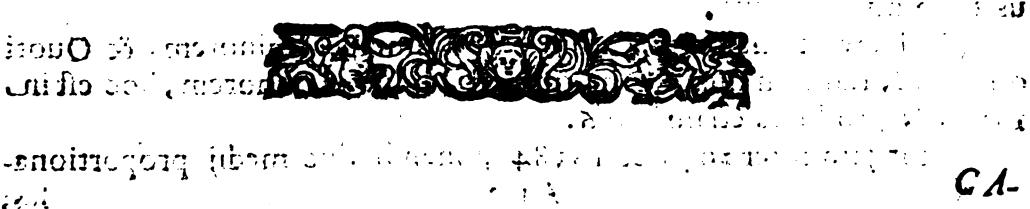
$$2048 \cdot 4096 \cdot 8192 \cdot 16384.$$

Quod si majorem extremum terminum divisieris per minorem , & Quot , qui in exemplo dato est 8 , radicem cubicam , quæ est 2 (& est denominator proportionis) ibi minorem , hoc est in 2048 , duxeris , habebis rursus , & alio modo minorem medium proportionalem numerum , scilicet 4096 , qui iterum in 2 ductus , producit 8192 , majorem medium proportionalem .

Quando numeri inter Quadratos aut Cubos in Tabula præcisè non invenirentur , accipiendi sunt proximi , & adhibenda appropinratio , de qua supra Articulo 9. Captitis primi .

A D D I T I O N E

Dissimulandum non est , ea quæ hoc Articulo præscripsimus , ut & plura alia , quæ per Numeros Quadratos , Semiquadratos , & Cubos &c. habentur , longe facilius per Logarithmos dari . Quare ne actum agere videamus , difficilioraque faciliorum loco hominibus obtrudamus , plura non addimus . Hæc autem propter Cubi duplicationem , in gratiam Optimi cuiusdam nostri Amici , ac Partenoris suorum troni Singularis posuimus .



C A P V T V.

D E V S V T A B V L E
Numerorum Quadratorum & Cubicorum, pro
constructione Virgarum Stereometricarum; & pri-
mo de Virga Quadratica.

Habent hæc Tabula peculiarem etiam usum, pro fabrica Regularium seu Virgarum Stereometricarum sive Mensurarum, quibus capacitatem solidorum viriariorum mensurare solemus. Que quidem duplices sunt generis. Primum dicitur Quadraticum, cum per numeros quadratos, seu Latera varie multiplicatarum figurarum perfectè Quadratarum fiat. De quo solo hoc Capite tractare constituimus. Inservit autem eadem doctrina ad lineas Geometricas in sua puncta dividendas, pro Circinio proportionalibus. Ut verè Stereometria visu sit, punctorum in hisce virgis designatus numerus, multiplicandus est per alium adhuc linearem numerum. Quod sic per compendium practicum in mensuratione doliorum, eo quod in ipsis virgis bi numeri lineares, per partes aequales, descripsi sint.

A R T I C U L V S.

In data Virga Centum Lateralia seu Puncta, ex Tabulis excepta accurate designare.

Habito primo latere, quod primam vocant diametrum, quæ quomodo invenienda sit legantur Auctores, hac de re scribentes. Pro Circino proportionali sumitur ea ad libitum, reliqua latera, quorum extremitas puncta vocabimus, habentur ex nostra Tabula hoc modo.

Prima diameter dividenda est in partes aequales 1000, finis ipsarum est primum punctum; hujus numeri Quadratus est 1000,000, qui multiplicatus per numerum, punctum in Virga describendum denominantem, producit numerum, qui in sua radice quadrata exhibet partes millesimas, ab initio Virgæ usque ad terminum puncti proposti numerandas.

Exempli gratia volo habere secundum punctum: duplico ergo 1000,000, ut faciam 2,000,000, cuius radix quadrata ex Tabula est 1414+, hoc est, 1414 & aliquid plus, seu 1415-, hoc est, 1415 & aliquid minus; nam 2000,000 præcisè non habentur in Tabula inter numeros quadratos, pro eo ergo assumitur quadratus 1999,396, vel 2002,225, eorumque radices 1414, vel 1415. Acceptis igitur ultra primum punctum (quod diximus constare partibus aequalibus 1000) parti-

partibus 414, habebimus secundum punctum. Idem quadratus primi puncti 1,000,000 triplicatus, facit 3000,000, cuius radix proxima est ex Tabula 1732+, vel 1733-; has partessi à termino virgæ; vel 1732+ sive 233- à primo punto numeraveris, habebis tertium punctum, & sic de reliquis. Atq; hac ratione invenies pro septimo puncto (accipiendo radicem quadratam ex 7000000) partes 2645+, vel 2646- numerandas à termino virgæ; vel à quarto punto (quod præcisè invenitur partium 5000) partes plus quam 645, vel minus quam 646 numerandas. Pro 12 punto invenies 3464+, vel 3465-. Et sic reliqua omnia, usque ad 100 puncta inclusive, habebis ex hac Tabula.

ARTICVLVS I.

In linea virga decies milie puncta designare.

Si habere volueris plura puncta quam 100; Inveniens per occurram istam methodum dictis 100 punctis, cogite primam diametrum, divisam esse, non ut ante in 1000 partes æquales, sed in 100 tantum (quod satis erit nisi diameter prima magna fuerit) quadratus ergo hujus centenarij, qui est 10,000, multiplicari potest per omnes numeros, à binario usque ad 10,000, ita ut ultimus multiplicatus quadratus sit 100,000,000; sic & puncta poteris habere decimè millia.

Exempli gratia, cupio habere punctum centesimum decimum tertium, multiplico 10,000 per 113 sunt 1,130,000, ejus Radix quadrata ex Tabula proxime est 1063+, vel 1064-: Número ergo à termino centesimi puncti, partes 63 vel 64, & habeo punctum propositum centesimum decimum tertium.

Petatur deinde punctum novies millesimum ducentesimum trigesimum septimum, multiplico 10,000 per 9237 sunt 92,370,000; ejus radix quadrata ex Tabula est 9610+, vel 9611-. Quare si numeravero ab initio virgæ partes 9610+ vel 9611-, aut certe à puncto novies millesimo ducentesimo decimo sexto, partes 10+, vel 11-, habebō punctum propositum 9237. Plura hac de re vide infra Articleculo 5.

ARTICVLVS II.

Numerationis partium Compendium.

VT vero scias à quo proximo punto, cuius numerus in Tabula præcisè habetur, numerare debeas, ut jam monui de puncto novies millesimo ducentesimo decimo sexto: à radice in Tabula inventa, sive à numero partium ab initio Virgæ numerando, abijce duas ultimas figuræ, quando prima diameter in 1000 partes divisa fuit; si in 1000 partes

partes divisa fuit, abijce tres figuræ, &c. reliquæ figuræ; aut figurarum ex Tabula accipe quadratum, hic enim denominat punctum quæsิตum, à quo figurae abjectæ numerandæ sunt.

Exempli gratia, paulo ante inventa est radix 9610+, vel 9611-, abijcio duas ultimas figuræ, hoc est 10, vel 11 (quia prima diameter divisa est tantum in 100 partes) reliquæ sunt 96, hujus numeri quadratus ex Tabula est 9216, à punto ergo novies millesimo ducentesimo decimō sexto facienda est numeratio, partium nimirum 10+, vel 11-, illarum scilicet figurarum, quæ prius abiecisti.

Nam si numerus punctum denominans quadratus est, habetur ejus radix præcisè, ac proinde non expedit cum fastidio & labore numerationem ordiri ab initio virgæ, sed à proximo puncto præcissè invento.

ARTICVLVS IV.

Per punctorum seu laterum inventorum replicationem seu repetitionem, nova alia & plura puncta invenire.

Latus primum sive prima diameter, repetenda est per longitudinem virgæ dividendæ, tocties quoties potest, & puncta imprimenda. Prima etenim diameter seu latus, dat primum punctum vel divisionem latitudine; bis sumpta diameter, dat quartum punctum; ter posita, dat nonum punctum; quater sumpta, dat decimum sextum punctum; & sic per omnes numeros quadratos, ita ut radix in Tabula indicet numerum quoties diameter sumpta fuerit, & quadratus ipsius numerum puncti, seu lateris de novo inventi.

Imo invento punto secundo, poteris longitudinem ipsius ab initio Virgæ, eodem modo per totam longitudinem ejusdem virgæ repetere; bis enim sumpta, ostendit punctum bis quartum, idest octavum; ter sumpta, ostendit punctum bis nonum, idest decimum octavum; quater sumpta, dat punctum bis decimum sextum, idest trigesimum secundum, & sic per omnes duplicatos quadratos.

Idem dic de punto tertio; ipsius enim longitudine bis sumpta, dat punctum ter quartum, idest duodecimum; ter sumpta offert punctum ter nonum, seu Vigesimum septimum; quater sumpta, producit punctum ter decimum sextum, sive quadragesimum octavum. Et sic per omnes triplicatos quadratos; atque adeo per omnia alia puncta, ac numeros quadratos per denominationem punctorum multiplicatos. Atque haec valde utilia sunt, ad virgas mensorias jam constructas examinandas, an rectè divisiæ sint, &c.

ARTICULUS V.

Plurium punctorum accurata inscriptio.

Notandum autem est, si multa puncta habere voluerimus, ut in exemplo nostro decem millia, cum Tabulae nostrae plures non contineant quam decem mille numeros, & priora puncta satis inter se distent, ex posterioribus necessario aliquot in eandem incidere debere radicem, ita ut inter duo puncta proxima, neque unitatis, seu unius centesimæ particulæ differentia invenienda sit. Quare & prima diameter minimum in 1000 partes distinguenda erit; quod si factum fuerit, ultra centum puncta Tabulae nostræ non exhibent, ut ex Articulo 2. constat. Alia ergo puncta per Analysis invenienda sunt, ad quam ut suo loco monuimus, Tabulae plurimum juvant.

Sit enim exempli gratia, punctum inveniendum 9237, primæ ergo diametri in 1000 partes divisæ Quadratus est 1,000,000, qui ductus in propositum punctum facit 9,237,000,000: priorum ergo 8 figurarum, hoc est ipsorum 92370000 radix quadrata proxime minor ex Tabula est 9610, cuius quadratus 92352100, subtractus ex dictis 8 figuris residuum facit 7900: ex quo per duplam radicem inventam, hoc est, per 19220, tanquam divisorem, ex ijs quæ de Analysis diximus, inveniemus pro nova radicis figura novenarium, ita ut ulteriori calculo opus non sit; prout operatio hic posita indicat:

$$\begin{array}{r}
 9 \ 2 \ 3 \ 7 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 9 \ 2 \ 3 \ 5 \ 2 \ 1 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 9 \ 6 \ 1 \ 0 \\
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \ 7 \ 8 \ 0 \ 0 \\
 9) \ 1 \ 9 \ 2 \ 2 \ 0
 \end{array}$$

Erit ergo radix hoc modo inventa 96, 109, sive 9610⁷ partium, determinantium punctum nongentesimum ducentesimum trigesimum septimum.

Sat commode autem 1000 puncta describere licet, si diametrum in 1000 partes divisorimus, & per supradictam Analysis adhuc unam figuram radici in Tabula inventæ adjecerimus, punctum enim nongentesimum nonagesimum nonum, requirit partes millesimas numerandas ab initio Virgæ 31607; punctum proximum & una unitate minus, requirit partes 31591, ita ut differentia notabilis sit partium scilicet millesimarum 16. Possimus quidem per eandem analysis & adhesionem unius tantum figuræ, habere puncta decem millia, ultimam tamen & proxima puncta differunt inter se tantum 4 vel 5 partibus millesimis primæ diametri. Sed erit fortasse quem non terrebit tam parva differentia.

ARTI-

ARTICULUS VI.

*Prima diametri aliorumque laterum, in alijs puncta facta sunt
laterum partes, subdivisio invenitur.*

SIT vice versa primum latus huc prima diameter non augenda atque multiplicanda, sicut hactenus factum, sed contra imminuenda subdividendaque; assignanda sit videlicet ijsius pars media, vel partes quartæ, octavæ &c. tertia, quinta, vel quævis alia aut alia. Hac efficiemus si numerus quadratus partium, in quas subdivisa intelligatur prima diameter, vel aliud latus propositum, per numeratorem rationis proposita multiplicetur, & productus per denominatorem dividatur; Quotient enim radix quadrata ostendit partes, ab initio Virgæ seu diametri numerandas.

Exempli gratia, volo habere medium partem, & sit prima diameter divisa in 1000 partes, harum Quadratus est 1;000,000, ipsius medietas 500,000, cujus radix quadrata est 707+ vel 708- numerus partium ab initio pro media diameter numerandarum. Sic per quartam partem diameter invenies partes numerandas præcise 500, cum sit radix quadrata ex 250,000, quartæ scilicet partis ex 1000,000. Si vis habere partes numerandas pro $\frac{1}{3}$ diametri, cundem quadratum 1000,000 multiplicat per 3, & divide productum per 4, & invenies 750,000 cujus radix quadrata ex Tabula est 866+, vel 867+, numerus partium quæsitarum. Et sic de reliquis.

Has partes laterum integrorum, vel ut sic dicam, plurorum, multiplicare, ac per totam Virgam ultra primam diametrum replicare, atque extendere poteris, juxta supra tradita Articulo 4, quantum placuerit, ut habeas per totam virgash, medietates, quartas partes &c. nihil enim novi venit præcipiendum. Immo si prima quartæ pars verbi gratia, ponatur prima aliqua ac nova diameter, eaq; in 1000 vel nova partes subdividatur, poteris per supradicta invenire secundam, tertiam, & reliquias quartas partes, usque ab plura multiplicari.

ADDITIONES.

Possunt hæc omnia ostendi & describi per lineas, atque geometricè, sed nobis propositum est non nisi usum tantum aliquem practicum ostendere Tabularum; quare reliqua consulto omittimus.

C A P V T VI.

D E C O N S T R V C T I O N E

Virgarum Stereometricarum illarum, quas
Cubicas vocant.

Alteram genus virgarum Mensiorum est propriet Stereometricum, & vocantur virgæ illæ Cubicae, eo quod puncta in illis per numeros Cubicos, sive latera Cuborum varie auctorum designentur. Habetur divisio illa seu ordo punctorum in Circinis etiam Proportionibus, sub titulo seu denominatione Linearum Stereometricarum: & sic ut sequitur.

A R T I C V L V S . I.

In data virga mille latera sive puncta, ex Tabulis de-
sumpta, accurate annotare.

Virga mensoria Cubica distinguitur in sua puncta ex Tabula per numeros cubicos, quemadmodum Quadratica per numeros Quadratos. Itaque data prima diameter dividatur, ut supra, in partes æquales 1000, cuius numeri Cubus est 1,000,000,000, qui multiplicata per numerum punctum signandum denominantem, facit productum a cuius radix Cubica dat numerum partium, ab inicio virgæ usque ad finem propositi puncti computandarum.

Exempli gratia, volo habere longitudinem in virga dividenda, ab inicio ejus usque ad secundum punctum mensurandam. Duplico ergo 1,000,000,000, ut faciam 2000,000,000, cuius radix cubica ex Tabula est 125,9+, vel 1260-, accipio ergo ultra primum punctum (quod habet partes 1000) partes 259+ vel 260-, & sic definio terminum secundi puncti. Idem deinde Cubus primi puncti triplicatus facit 3000000000, cuius radix Cubica ex Tabula proxima est 1442+, vel 1443-; has partes si ab inicio Virgæ, vel 442 à descripto primo punto numeraveris, habebis tertium punctum. Et sic de reliquis.

Atque hoc modo invenies pro decimo tertio puncto (accipiendo ex Tabula radicem Cubicam ipsorum 13,000,000,000) partes 2351+ vel 2352- ab inicio Virgæ, vel ab octavo puncto (quod ex Cubo 8000,000,000, præcisè invenitur partium 2000) partes 351+, vel 352- numerandas. Pro trigesimo puncto invenies partes 3107+, vel 3108-. Et sic ex hac nostra Tabula Cuborum, habebis puncta omnia, usque ad millesimum inclusivè.

ART I-

ARTICVLVS II.

Data Virga plura puncta inscribere.

Quod si ex eadem Tabula plura puncta pro tua Virga mensoria a liove vnu cupis eruere, expediet primo per jam præscriptam accuratam rationem, puncta 100 in ea designare: deinde primam diametrum quam divisam habebas in 1000 partes, assime jam 100 tantum partium; quæ divisio alicui fortassis satis adhuc accurata videbitur, pro communibus virgis mensorijs. Cum ergo Cubus hujus primæ diametri seu puncti 100 partium, qui est 1,000,000, multiplicari possit, à binario incipiendo, & per seriem naturalem progrediendo, usque ad 1,000,000, ita ut ultimus Cubus per 1,000,000,000, multiplicatus, sit 1,000,000,000,000; constat nos ex nostra Tabula posse habere 1,000,000, sive unum millionem pondorum.

Exempli gratia, cupio habere punctum bis millesimum tercentesimum quadragesimum quintum, multiplico Cubum primæ diametri, hoc est 1,000,000 per numerum puncti proposici, idest per 2345, producti 2,345,000,000 quæro in Tabula radicem Cubicam, & invenio proximam esse 1328+, vel 1329-; atque tote partes centesimas numero ab initio Virgæ, vel à puncto millesimo partes 328+, vel 329-, & habebo punctum propositum 2345.

Petatur deinde punctum centies vicies ter millesimum quadragesimum quinquagesimum sextum; multiplico rursus primum Cubum, qui est 1,000,000 per numerum puncti proposici, idest per 123,456, & productum, qui est 123,456,000,000, quæro inter Cubos in Tabula, & invenio proximam correspondentem radicem esse 4979+, vel 4980-; quare si numeravero tot partes ab initio virgæ, aut à puncto centies decies septies millesimo sexcentesimo quadragesimo nono, partes 79+, vel 80-, habebo punctum propositum 123,456. cum.

ARTICVLVS III.

Compendiosa partium numeratio.

VT autem constet, quando numeratio non ab initio Virgæ instituenda est, à quo proximo punto, præcisè invento, incipientum, & quot partes numerandæ sint, doctrina supra Capite precedentí Articulo 3. de Quadratis data, hic Cubis applicanda erit. A Partibus enim inventis ab initio Virgæ numerandis, abijciendæ sunt binæ figuræ (cum prima diameter sit in 100 tantum partes divisa; tres essent abijciendæ, si in 1000 &c) reliquarum Cubus est qui denominat punctum, & figuræ abjectæ indicant partes numerandas.

Vt

Ut in proximo exemplo diximus ut partes 79+ aut 80= numerantur à puncto 117,649. Nam partes inventæ & ab initio Virgæ numerandæ erant 4979+, vel 4980-, quare abjectis figuris binis 79 vel 80, reliquarum 49 Cubus, qui est 117649, indicat punctum, à quo partes (quas abjectæ figuræ denotant) 79 vel 80 numerandæ sint.

A R T I C V L V S IV.

Inventorum punctorum seu laterum replicatio.

SED & ea quæ Capite præcedenti Articulo 4. præmisimus de Quadratis, in Cubis vera sunt. Prima enim diameter replicata ostendit in Virga puncta omnia, quæ à Numeris Cubicis denominantur, prima scilicet denominatur ab 1, primo videlicet Cubo; secunda ab 8, qui est secundus Cubus; tertia à 27 Cuba tertio; quarta à 64; quinta à 125. & sic de reliquis, et hoc in serie naturali per cubos multiplicatis. Quæ, ut supra monasimus de Quadratis, non solum compendium præbet constructioni Virgarum, sed etiam valde apta sunt, ad explorandum tan Virgæ jam constructæ secundum artem in sua puncta præcisè distingue sinec. In gratiam autem Austriacorum, qui virga Cubica ad sua vasa seu dolia vinaria metienda utuntur, subiiciemus in fine hujus capituli Tabulam indicantem, ex quibus punctis jam de descriptis, per replicationem, alia, & qualia describenda haberi possint, usque ad millesimum.

A R T C V L V S V.

Plurium punctorum accurata descriptio.

MOnendus autem & hic lector est, plura ex illo millione punctorum (quas ex Tabulis haberi posse asseruimus) in idem incidere, ita ut inter illa nulla differentia sit, quando diameter prima, centum tantum assumitur partium; immo notandum est, etiam si prima diameter in 1000 partes secerit, nihilominus tamen ex ultimis punctis aliqua per paucis partibus millesimis, immo plura etiam omnino nihil inter se differre, sed in idem incidere. Quod clarum est ex ipsa multitudine punctorum, cum enim Tabulae non plures radices continent quam 10,000, nos autem ex ijs excerpere velitus radices pro punctis 1,000,000, necessario una eademque radix, pluribus debet inservire punctis.

Quare

Quare si omnino constituisse numerum punctorum inveniendorum millenorum nullum; tunc prima diameter nulla ratione in partiores dividi debet, quam 1000 partes, quod si factum fuerit erit ipsius Cubus 1,000, 000,000; qui multiplicatus per numerum maximum punctorum inveniendorum, idest, per 1,000,000 facit 1,000; 000, 000;000,000, cuius numeri radix Cubica est 100, 000, quæ cum non adæquet millionem, colligitur etiamsi haberemus Tabulam tot radicum, adhuc eam non satisfacturam proposito nostro. Deberet ergo esse Tabula quæ minimum haberet decem millions radicum, ut ex ea exceperecet millio punctorum; ac proinde illi, qui nollet construere talam Tabulam, radici inventæ ex nostris Tabulis, per Analysis adiçit endæ essent figuræ minimum ternæ, quod similiter foret laboriosum.

Quærenti ergo quot puncta quis commodè designare possit ex nostris Tabulis, adiçiendo radici inventæ vnicam tantum figuram, (quod nullo quasi negotio fit, vt mox dicemus) & dividendo primam diametrum in partes 1000 & Respondeo ultra 1000 puncta accurate non dari. Esto enim velimus habere decem millia punctorum, tunc pro ultimo inveniemus radicem, sive partes millesimas 21544+ : pro penultimo habebis numerum 21543+ ; pro antepenultimo reperies 21542+ &c. ita ut aliquot ultimorum punctorum differentia major non foret quam unius alteriusve partis millesimæ. Consulendum ergo est vt, aut plures figuræ per Analysis invenias, aut mille punctis contentus sis; imo ut mille puncta accurate in Virga describas suradeo, ut non nisi trecenta puncta immediate ex Tabulis desumas; (maxima enim differentia ulteriorum punctorum immediate fœse sequentium octo partes millesimas non excedit) & reliquis unam figuram addas.

Vna autem figura facilissimo negotio adiçitur hoc modo: A Cubo, ex quo habetur radix, seu partes millesimæ, per quas punctum datum ab initio Virgæ descriptum est, subtrahatur accuratus Cubus earundem partium ex Tabula desumptus, residuo tanquam dividendo subscribatur pro dividente, triplicatus quadratus earundem partium (qui mente triplicatur in ipsa Tabula Quadratorum) ita ut ultimæ figuræ residui seu dividendi, respondeat penultima illius tripli seu divisoris; ex hoc dividente & suo suprascripto collige Quotum, ipse enim est figura quæsita: neque alijs calculis opus erit.

Exempli gratia partibus millesimis 6694 per quas trecentesimum punctum descriptum est, volo adiçere unam figuram. Calculus sic habet:

3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
2 9 9 9 5 5 7 0 3 3 8 4

Cubus puncti trecentesimi.
Cubus accuratus radicis 6694.

3) 4 4 2 9 6 6 1 6

Residuum.

1 3 4 4 2 8 9 0 8

Triplicatus Quadratus radicis 6694.

Vltimum numerum sive divisorem in suo superiori contineri ter, sine ulteriori calculo, constat, ergo ternarius est figura quæsita; & radix pro

pro trecentesimo punto est partium 66943+, millesimarum scilicet 6694, & $\frac{7}{75}$ vnius millesimæ: & sic de reliquis.

ARTICVLVS VI.

Subdivisio Laterum seu diametrorum.

Quomodo sive prima diameter, sive aliae, subdividenda in proportionatas partes sint; & qua ratione ipsæ partes inventa replicandæ &c. habetur supra Cap. 5 Articulo 6, modo ea, quæ ibi dieuntur de numeris & radicibus Quadratis, intelligas dicta esse de Cubicis.

Supereft ut proponamus Tabulam supra promissam Articulo quarto, que sic habet.

A	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000			
2	16	54	128	256	432	686						
3	24	81	192	375	648							
4	32	108	256	500	864							
5	40	135	320	625								
6	48	162	384	750								
7	56	189	448	875								
9	72	243	576									
10	80	270	640									
11	88	297	704									
12	96	324	768									
13	104	351	832									
14	112	378	896									
15	120	405	960									
17	136	459										
18	144	486										
19	152	513										
20	160	540										
21	168	567										
22	176	594										
23	184	621	42	336	71	568	109	872				
25	200	675	43	344	73	584	110	880				
26	208	702	44	352	74	592	111	888				
28	224	756	45	360	75	600	113	904				
29	232	783	46	368	76	608	114	912				
30	240	810	47	376	77	616	115	920				
31	248	837	49	392	78	624	116	928				
33	264	891	50	400	79	632	117	936				
34	272	918	51	408	82	656	118	944				
35	280	945	52	416	83	664	119	952				
36	288	972	53	424	84	672	121	968				
37	296	999	55	440	85	680	122	976				
38	304		57	456	86	688	123	984				
39	312		58	464	87	696	124	992				
41	328		59	472	89	712						

AR-

ARTICVLVS VII.

Qua latera sive puncta, per præinventorum replicationem haberi possint, à primo usque ad millesimum.

IN hac Tabula Numeri sub A sunt primitivi, sive præinventorum punctorum denominatores, ex quorum replicatione nascuntur illi, qui sub B notantur: Sic vides ex prima diametro, seu primo puncto ortum ducere numeros 8, 27, 64, & omnes illos qui sunt in eo ordine transverso. Ex secundo puncto semel replicato, oritur 16; bis replicato, habetur 54, sive quidquagesimum quartum punctum. Et sic de cæteris. Per istam autem replicationem primitivorum, vel præinventorum punctorum, sine alia nova ex Tabulis radicum inventione, habentur puncta ex mille propositis, centum sexaginta sex. Ut patebit illi qui numeros in Tabula sub B, numerare voluerit. Ipsa vero primitiva sunt 104. Super sunt ergo ex Tabulis inquirenda puncta 730, ut compleamus numerum millenarium.

CAP VT VII.

V S V S LOGARITHMORVM
in Virgarum Sterometricarum descriptione, certarumque Potestatum in suas Radices resolutione.

DE ipsis Logarithmis loquimur hoc loco, quos in Arithmeticâ Logarithmica edidit Adrianus Vlacq, numerorum videlicet absolutorum ab unitate usque ad 100,000. Per eos et si, univer sim loquendo, non licet Radices elicere ex alijs Potestatibus, quam ex ipsis que quinque figuræ non excedunt: ac proinde Tabula nostra Quadratorum & Cuborum, ratione hujus usus nobiliores multo sint, & commodiores; quippe que non solum Potestates resolvendas admittant plurimum figurarum, Cubicas nimirum duodecim, & Quadratas octo figurarum; sed etiam sineulla alia operatione, mox è regione Potestatis radicem questam exhibeant: id quod Logarithmi etiam pro Potestate figurarum paucarum non prestant, cum primo inter numeros absolutos quarenda sit Potestas, deinde Logarithmi correspondentis, pro ratione gradus, accipienda pars, media scilicet

scilicet pro Quadratis, tertia pro Cubis, &c. & tumdemum hac pars inter Logarithmos querenda, eiq[ue] correspondens absolutus numerus loco radicis quiesita accipiendus. Quia tamen in hoc negotio nostro divisionis Virgarum Stereometricarum, Logarithmi Compendium afferunt non contemnendum, à nobis in Tractatulo nostro de Vsu Logarithmorum, ad privatum nostrum commodum conscripto, observatum, id hoc loco adducere opere precium esse judicavimus.

ARTICVLVS I.

Fundamentum ex quo Compendium eruitur.

Numeris absolutis in continua decupla proportione progredientibus, omnibus omnino idem responder Logarithmus; dissimulata nimirum prima figura à sinistris posita, quam Auctor *Characteristica vocat*. Exempli gratia numeri absoluti 7, Logarithmus est 0,84509,80400, idem ergo numerus est Logarithmus etiam numerorum 70,700,7000, 70000 &c. vt patet in Tabulis Logarithmorum; abjecta, ut diximus, seu dissimulata Characteristica, quæ pro numero absq[ue]lato vnius figuræ est 0, duarum figurarum 1, trium 2, numeri quatuor figurarum est 3. & sic deinceps. Cum ergo numeri nostri pro virgis mensorijs, ex quibus tanquam Potestate elicienda est radix, sint tales, qui ex multiplicatione numerorum 10, 100, 1000, & alios decupla proportionis ortum suum ducant, possumus quinque figuras radicis ex Tabulis habere per illos Logarithmos, qui *Characteristicam* producunt, usque ad 4 inclusive; & plures deinde per partem indagare proportionalem. Pro qua re binas proponemus Regulas exemplis illustratas. Regula Prima proximè sequens est.

ARTICVLVS II.

Radicem quinque figurarum, pro utraque virga Stereometrica, sive cuiusvis Potestatis, ex Tabulis Logarithmorum elicere.

AD Potestatis propositæ attende priores figuræ significativas, quæ quidem plures esse non debent, quam quinque, easque, prout in primo Praecepto universalis Cap. I. Articulo 6. docuimus in sua puncta discer-

discerne; si pauciores figuræ quam quinque fuerint, reliquias per appositionem Cyphrarum supple. Has quinque figuræ quære in Tabula Logarithmorum inter numeros absolutos eos, qui respondent Logarithmis habentibus Characteristicam 4, & Logarithmi correspondentes (dissimilata tota Characteristica, si quidem Potestatis propositæ proximum punctum est unius figuræ, si duarum est figurarum, Characteristica maneat, si trium, Characteristica sit 2, si quatuor, Characteristica esto 3, &c.) pro ratione gradus ipsius propositæ Potestatis, accipe partem; medianam scilicet pro Quadratis, tertiam pro Cubis &c. huius parti inter Logarithmos Tabulæ (qui Characteristicam habent 4) quære proximum, numerus enim absolutus huic proximo debitus, exhibet radicem quæsitam. Rerum totam declarabunt aliquot exempla.

Exemplum Primum. Cupio pro secundo puncto Virga Quadraticæ Radicem quinq; figurarum. Figura significativa Potestatis datæ, ejusdemq; tanquam Potestatis 2. gradus, primi puncti, est unica nimurum 2: apponere ergo quatuor Cyphras, ut habeam. 2000. His in Tabula Logarithrorum respondet Logarithmus 4, 30102, 99957, cuius medicas, dissimilata Characteristica, 4, est 15051, 49978, hujus quæro inter eosdem Logarithmos illos, qui characteristicam præferunt 4, & inventi proximum esse 15051, 08329, vel 15054, 15414, ac proinde numerus absolutus correspondens est radix quæsita, videlicet 14142+ vel 14142-.

Quod si ejusdem Logarithmi; 30102, 99957, acceperis tertiam partem, proximum 10034, 33919, invenies per illam numerum absolutum 12999+ vel 12600-, quæ est radix pro secundo puncto in Virga Cubica.

Sic pro tertio puncto, ex Logarithmo respondenti numero absoluto 30900, qui est 4, 17712, 132547 per medietatem ipsius (dissimilata Characteristica 4.) quæ est 23856, 06273, invenies radicem 17320+ vel 17321-, pro tertio puncto Virgæ Quadraticæ. Pro Cubica vero per partem tertiam ejusdem Logarithmi, quæ est 15904; 04182 repentes 14428+, vel 14423-, pro tertio puncto.

Exemplum Secundum. Quæratur jam punctum decimum tertium pro virga Quadratica, Prioris quinque figuræ Potestatis propositæ sunt 13000, & primum punctum ipsius tanquam Potestatis, quod est 23, constat duabus figuris. Logarithmus vero respondens numero absoluto 3000 est 4, 11394, 33523. Characteristica ergo 4 non est tota dissimilanda, sed habenda ut ibac modo 21, 11394, 33523, ita ut modetas totius Logarithmi sic 55497, 16763 quæ cum inter Logarithmos exhibeat proxima numerorum ab solutum 36055+ vel 36056-, erit radix quæsita pro decimo tertio puncto Virgæ Quadraticæ.

Deinde quia ejusdem Logarithmi 1, 11394, 33523, tertia pars est 3713144507, quæ inter Logarithmos dat numerum absolutum 235-1134+, vel 23514- epitis qui iusseris ad inventendum decimum: secundum punctum, in Virga Cubica, sive in triangulo, ut in figura 1. Ex-

Exemplum Tertium. Sit deinde punctum inveniendum centesimum decimum tertium. Potestatis propositæ, figuræ significativæ sunt 113, & faciunt duo puncta in secundo gradu Potestatis, ita ut primum punctum habeat 1, secundum 13, quibus ad complendum numerum quinarium propone duas Cyphras, ut facias 11300, qui in Tabula Logarithmorum dant Logarithmum (abjecta Characteristica 4) 05307, 84435; cuius media pars, hoc est 02653, 92217, tanquam Logarithmus, dat proxime numerum absolutum 10630, quæ est radix pro puncto centesimo decimo tertio, Virgæ Quadraticæ.

Quod si pro Virga Cubica habere velis punctum centesimum decimum tertium, cum figuræ significativæ 113 dent unum tantum ac primum punctum tertij gradus, quod tribus constat figuris, ergo juxta Regulam datam, characteristica tota non est dissimulanda, neque unitas tantum ponenda, sed binarius, ita ut Logarithmus primus sit iste 2, 05307, 84435, cuius tertia pars est 68435, 94811, qui numerus, ut Logarithmus, in Tabula offert numerum absolutum proximum 483-46, pro radice puncti centesimi decimiertij, Virgæ Cubicæ.

Exemplum Quartum. Esto jam inquirendum punctum novies millesimum ducentesimum trigesimum septimum, assumptis figuris 92370, tanquam numero absoluto, respondet Logarithmus 4, 96553. 09436, quia vero primum Potestatis punctum in secundo gradu est 92, duarum scilicet figurarum, adhibenda est ut Characteristica unitas, ita ut medietas propositi Logarithmi sit 98276, 54718, quæ exhibeat inter Logarithmos proximum numerum absolutum 96109, pro radice puncti novies millesimi ducentesimi trigesimi septimi Virgæ Quadraticæ, prout eadem supra inventa est Capite 5. Articulo 5.

Pro Virga vero Cubica, cum figuræ significativæ Potestatis datæ, quæ sunt 9237, ratione tertij gradus offerant pro primo puncto unam tantum figuram videlicet 9, ideo tota dissimulata Characteristica primi inventi Logarithmi 96553, 09436 assumitur tertia pars, id est, 32184, 36478, offerens tanquam Logarithmus numerum absolutum proximum 20982, pro radice quæsita puncti novies millesimi ducentesimi trigesimi septimi, Virgæ Cubicæ.

Exemplum Quintum. Esto denique pro utraque Virga Stereometrica inquirendum punctum nonagesies octies millesimum septingentesimum sexagesimum quintum. Hic numerus cum sitquinque figurarum, & omnes sint significativæ, nimirum 98765, illæ tanquam Potestas quadraticæ accepta, dant primum ejus punctum, unius scilicet figuræ tantum; quare ergo totius numeri Logarithmum, qui est sine Characteristica 994-60, 30681, ipsius vero medietas facit 49730, 15340, exhibentem inter Logarithmos proximum absolutum 31427, pro radice puncti propositi,

Idem vero numerus 98765 acceperus ut Potestas Cubica, dat primum ejus punctum duarum figurarum, nimirum 98. Quare prior Logarithmus, cuius accipienda est tertia pars, assumere debet Char-

acteristica

Characteristicam 1; ut sit 1, 99460,30681, & faciat tertiam partem hanc 664-86,76893, quæ tanquam Logarithmus offert proximum numerum abso-lutum 46224 radicem quæsitam, pro puncto propositæ Virgæ Cubicæ.

A R T I C V L V \$ III.

Radicem plurium figurarum, usque ad decimam inclusivè reperire.

Regula Secunda. Hæc docet qua ratione ad quinque figuras, per primam Regulam inventas, alias habere possimus, unam videlicet, duas, tres, quatuor, usque ad quinque inclusivè, ita ut pro radice, quam quæritamus habere possimus 9 figuras justas, & decimam ita, ut vix una aberret unitate: Fiat autem hoc modo: A Logarithmo, per quem radicem quinque figurarum juxta Regulam primam ex Tabula eristi, quem voco datum, subtrahe proxime minorem, qui quidem ex illis sic qui Characteristicam præferunt 4, & Residuum nota, ut & differentiam inter eundem minorem Logarithmum, ac proxime majorem, quam differentiam ipsa Tabula exprimit. Fiat deinde ut dicta differentia, ad notatum Residuum; ita unitas cum tot Cyphris quot figuræ deside-rantur, ad aliud; & habebitur numerus datis quinq; figuris postponen-dus. Regulam explicabit vel unicum Exemplum.

Supra in Exemplo primo, pro radice secundi puncti Virgæ Quadratæ, per datum Logarithmum 15051,49978 invenimus has quin-que figuras 14142, cupio habere alias quinque. Dato Logarithmo ha-betur in Tabula proxime minor iste, 15051,03329, qui à dato subtra-ctus facit Residuum 41649. In Tabula vero inter eum Logarithmum, & proxime majorem aposita est differentia hæc 307,06. Fiat ergo

ut 307106 ad 41649, ita 100000 ad aliud;

inveniemus per unicam divisionem hunc numerum 13561, qui pos-titus Radici inventæ 14142, componit totum numerum, pro Radice secundi puncti, 1414213561. Quod si ex ipsa Potestate, quæ est 2,00,00,00,00,00,00,00,00,00, extraxeris radicem quadratam, in-venies 1414213562, ita ut differentia non nisi in decima figura sit, eaque unius unitatis tantum.

Pro codem deinde secundo puncto Virgæ Cubicæ inventus est hic numerus 12599, ex dato Logarithmo 10034,33319, à quo subtractus proximè minor 10033,60759, facit Residuum 72560; differentia vero in Tabula est 344692. Quare si fiat,

ad 344692 ad 72560, ita 100000 ad aliud;
habebitur hic numerus 21050, ita ut totus numerus radicis, pso secun-
do puncto Cubico, sit 12599, 21050, cuius Potestas Cubica est 2,000,
000,000,500,635,346,557,625,000; si radix esset una unitate
minor, etiam Potestas minor esset quam 2, cum 27 Cyphris, ac pro-
inde integra unitate à vero non aberrat.

ARTICVLVS. IV.

*Applicatio predictorum ad altiores Potestatum
gradus.*

Corollarij loco addimus Logarithmos afferre maximum compen-
dium pro Analyti carum Potestatum, quæ paucas habent ab ini-
tio figuræ significatiæ, & reliquæ omnes Cyphras: patet hoc vel
proximo exemplo, ubi ex Potestate hac

2,000,000,000,000,000,000,000,000,

quarebatur radix Cubica, inventa est paucis operationibus radix hæc
12599321050, quæ alioquin per longam radicis Cubicæ extractionem
inquiri debuisset.

Si velim habere Radicem gradus quinti; Quadrato-Cubicam
nimirum, sive surdesolidam, ex hoc sequenti numero.

2,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,

Primum hujus Potestatis punctum est 2, quare ex Logarithmo
primarum quinque figurarum 20000, qui est, 39392, 99957, accipio
quintam partem, nimirum 06020, 59991, inter Logarithmos Tabu-
læ proximè minor (inter eos qui characteristica habent 4) est 060-
163, 88119 dans numerum absolutum 11486: Differentia vero inter
hunc & datum Logarithmum, est 371872, & differentia Tabulæ 37-
8092, Quare ex Regula Secunda facio,

ut 378092 ad 371872, ita 100000 ad aliud;

& habeo alias quinque figuræ, videlicet 98354, prioribus apponen-
das, ut tota Radix surdesolida ex proposito numero, sit 1148698354,
quæ per longam valde & difficillimam extractionem, fuisset inquiren-
da.

Pecatur deniq; Radix Cubicubica ex 98765, cum 54 Cyphris, id est, ex
98765, 000000, 000000, 000000, 00000, 000000, 000000, 000000,

000000, 000000. Cum dñe quinque figura omnes specent ad primum punctum Pot-
estatis juxta doctrinam in prima Regula datam, adhibenda est una cum
Logarithmo Characteristica (quæ pro una figura primi puncti distingui-

lari solet) 4, ita ut Logarithmus datis illis quinque figuris significati-
vis respondens sit 4, 99460, 30681, cuius sexta pars (cum petatur sex-
ti gradus radix) est proximè 83243, 38447, exhibens numerum abso-
lutum 67988; per secundam vero Regulam invenies 24719 ferè, erit
ergo Radix Cubicubica ex supra posito numero, hoc est ex 98765 cum
54 Cyphris, hæc, 6798824719 proximè; quod quis sive per Analysism,
sive per Genesim experiri poterit.

C A P V T VIII.

DE INSTRUCTIONE

Aciei Militaris, prout ea ab Arithmeticō & dari, & peti potest, aliquot Regulæ, inservientes quibus- cunque alijs Rebus ordinate collocan- dis.

Tsi ea, que precedentibus Captibus tractavimus, satis essent ad ostendendum ac comprobandum, tanquam per Exemplum, usum Tabularum nostrarum Quadratorum & Cuborum, ac proinde finis Appendici imponendus fuisset; permoti tamen eorum abortatione, qui Decem Regulas q̄lim Auditoribus nostris exercitū Arithmeticī caussa graditas, sepius describi curarunt, easdem nunc, præsertim cum nonnulla iliarum Tabulis nostris Quadratorum numerorum opus habeant, in commodum ac usum plurimum, coronidis loco supradictis adnectere volamus.

R E G V L A I.

Fuit Extractionis Radicis Quadratæ: de qua satis supra Capite secun-
do in Analysis Potestatum.

R E G V L A II.

Terminorum explicatio.

1. **T**ermini hoc loco cum suis speciebus, & differentijs explicandi sunt isti: *Ordo*, *Manipulus*, *Acies*, *Exercitus*; alij enim, si qui forte occurrere poterunt, suis locis tradentur.

2. *Ordo*, nobis idem est quod Italis & Gallis *Filum*, Germanis *membrum*, sive *Glide*, & est numerus Militicum in longitudinem can-
tum

tum, fili instar porrectus, geometricè enim loquendo ordo ille natu-ram lineæ induit : & duplex est, *Frontalis* scilicet & *Lateralis*, vel se-cundum latitudinem & longitudinem. *Frontalis* est ordo hominum, v-bi unus prope alterum collocatur, respondentibus sibi mutuo lateribus. *Lateralis* vero ordo est, in quo alius post aliud ponitur, respondenti-bus sibi mutuo frontibus ac tergis. *Extremi* vero ordines sunt qua-tuor, frons, tergum, sinistrum, ac dextrum latus.

3. *Manipulus* est numerus ordinum, forma quadrata instructus, communiter longior quam latior, ad incessum ac profectionem ac-commodatus.

4. *Acies* differt à *Manipulo* in magnitudine, figura, ac qualitate militum. In magnitudine sicut pars & totum; ex manipulis enim componitur acies: in figura, quod posit esse & ejusdem cum manipu-lo figuræ, & diversæ, triangularis scilicet, quadratæ perfectæ, plurium angulorum, rotundæ, &c. in qualitate denique differt militum, con-stat enim acies ex hastatis, sclopetarijs &c, cum manipulus plerumq; vnius armaturæ contineat militem. Figura aciei visitatoris duplex est, vel quadrata perfectæ, vel altera parte longior.

5. *Quadratum perfectum* rursus duplex est, *Arithmeticum* & *Geo-metricum*. *Arithmeticum*, quod Itali vocant *quadro seu squadrone di numero di gente*, est quando tot sunt ordines quot milites sunt in uno ordine; quando nimirum extremi ordines quaqua versum eundem nu-merum militum obtinent.

6. *Geometricum* vero, quod Itali vocant *squadro di Terreno*, quan-do Acies instructa præcisè occupat solum perfecte quadratum.

7. Altera parte longior acies etiam duplex est, vel enim est la-tior quam longior, vel contra longior quam latior; & utrumque vel *Arithmeticè*, vel *Geometricè*.

8. *Exercitus* est totum compositum, ex omni eo quod ad prælium spestat, & quantum ad nostrum attinet propositum, ex Aciebus, Præ-sidijs, Alis & Manicis, seu Cornibus, quæ & ipsa quadratæ & oblon-gæ plerunque acies sunt, constat.

R E G V L A III.

De spatio quod uni militum tribuendum.

1. IN peditatu triplices potissimum sunt generis milites; *Hastati* vide-licet, *Moschetary* & *Sclopetary*. *Hastato* tribuuntur tres pedes Geome-trici in latum, sive in ordine frontali, & septem in longum, sive in or-dine laterali. *Moschetario* 4 pedes in latum, & 5 in longum. *Slope-tario* $3\frac{1}{2}$ in latum, & 4 in longum.

2. Ne autem opus sit in necessitate passibus uti Geometricis, & v-nicuique diversæ armaturæ milici tribuere spatiū particulare, aliqui ad ex-

ad explorandum, quam citissime solum sive spatium, in quo exercitum instruere cogitant, an sufficiat scilicet nec ne, gressibus communibus parvuis, quorum quilibet duos pedes minimè excedat, latitudinem & longitudinem soli mensurant; deinde vni militum in communis, cujuscunque sit armaturæ in latum tribuunt duos gressus, & in longum 4. Spatio vero sive viæ inter alas seu manicas diversas, talem assignant latitudinem, ut per eam quicunque ex alis sine impedimento transire possit. Atque ex his deinde secundum regulas infra scriptas de solo judicant.

R E G V L A IV.

De Manipulis, seu Aciebus quadratis, altera parte longioribus, instruendis, dato numero militum, aut ordinum.

1. **D**ato capitum sive militum numero pro Manipulis seu aciebus quadratis instruendis, ex predictis duobus, unum ex numero capitum vnius ordinis, & ex numero ipsorumque ordinum, alterum per se determinatur, alterum vero per divisionem inquiritur. Exempli gratia detur numerus militum sive capitum sexaginta, determinentur autem pro singulis ordinibus capita quinque, & queratur numerus ordinum, divisionis sexaginta per quinque erit quotus duodecim, & tot erunt ordines. Quod si numerus ordinum fuisset determinatus duodecim, divisionis sexaginta per duodecim, haberentur in quoto capita vnius ordinis, videlicet quinque.

2. Sit jam contra constitutum tam de numero ordinum, quam de numero capitum vnius ordinis, queratur autem quot capita ad hoc necessaria sint; tunc numeri determinati inter se multiplicati, dant numerum quæsitus. Exempli gratia, velim habere ordines viginti, & septem capita in uno ordine, & quaram quot capitibus opus sit. Multiplico viginti in septem, & facio centum quadraginta, numerum capitum quæsitus.

R E G V L A V.

De Manipulis & Aciebus quadratis instruendis, pro dato solo seu spatio.

1. **M**ensuranda primum est soli tam latitudo quam longitudo in pedibus Geometricis: deinde latitudo dividenda per numerum pedum,

Dd

dum, quos miles unus occupat in latum; & longitudo similiter dividenda per numerum pedum, quos idem miles occupat in longum, & habebitur ex priori divisione numerus capitum, pro ordine frontali, ex posteriori pro ordine lateral, sive numerus ordinum: qui duo numeri invicem multiplicati producunt omnium militum numerum, qui ad mensuratum spatium occupandum necessarij sunt.

Exemplum. Invenerim latitudinem soli 64 pedum, longitudinem vero 225. velim autem eo in solo collocare hastatos, quorum unus in latitudine occupat, ut supra docui, tres pedes, & septem in longum: divido ergo 64 per 3, & reperio 21, atque tot hastati erunt in fronte, sive ordine frontali; divido etiam 225 per septem, & reperio 32, numerum videlicet ordinum. Multiplicatis vero 21 cum 32 producuntur 672, numerus hastatorum ad occupandum spatium datum necessarius.

2. Quod si pars illa 64 pedum non debeat esse latitudo, seu frons, sed longitudo; tunc contra 225 divide per 3, & sic invenies pro ordine frontali 75 hastatos, & 64 divide per 7, & invenies 9 talium ordinum, milites vero in universum 675, qui producuntur ex multiplicatione 75 in 9.

R E G V L A VI.

De Acie perfectè & Arithmeticè quadrata instruenda.

1. EX dato numero militum extrahe, vel ex Tabula excerpte, radicem quadratam, & habebis numerum tam capitum vnius ordinis, quam ipsorum ordinum. Exempli gratia. Sit militum numerus 625, ex quo si extraxeris radicem quadratam, invenies præcise 25: ordines ergo erunt 25, & in quolibet ordine etiam 25 milites.

2. Sint jam milites 600, extrahe radicem quadratam invenies 24, tot ergo erunt milites in quovis ordine, & numerus ordinum similiter 24. Quia vero 600, non est numerus perfecte Quadratus, idcirco aliquid in extractione remansisse residuum necesse est, quod cum hoc loco etiam sit 24, poteris ex illis adhuc ordinem vnum instruere, sive frontalem sive lateralem. Hac ratione tamen acies non esset perfectè & Arithmeticè quadrata.

3. Si plures remansissent quam 24, pauciores tamen quam 48, id est, quam duplum radicis, tunc illi qui sunt supra 24, in acie non haberent locum.

4. Si residuum præcise adæquaret duplum radicis, tunc ex illis vel duos efficere poteris ordines, utrumque tamen sive lateralem sive fronta-

frontalem; quod si ex illis constitueres velles ordinem frontalem vnum, vnum quoque lateralem, uno vnuus solus dcesset miles ad compleendum quadratum, cuius radix esset 25.

A **B** **C** **D** **E** **F** **G** **H** In quavis enim Acie quadrata, si duos numeros, frontis & lateris, unam in summam collegeris, cinq[ue] unitatem addideris habebis gnomonem, qui junctus aciei & similiem rectilineam figuram, ut patet ex figura adscripta, in qua A B C denotat aciem quadratam, D E F verò gnomonem. Ergo AB numerum 3, adde ad AC numerum hoc est, ad 3, efficiet, adiecta insuper unitate, 9, quæ est summa numerorum DE, & EF.

D **E** **F** **G** **H** Vnde si non seiremus numerum militum, in acie perfecte & Arithmetice quadrata constituyendorum, aciem possemus inciperè à parvo aliquo quadrato, ut pucia 100, cujus radix 10 (vel etiam minor) nullumque quadratum per continuaem gnomonis circumpositionem tam diu augere, quam diu milites suppeterent.

7. Si inciperemus à minime quadrato, quod est 1, sive vnuus miles, tum prius gnomon erit trium militum, secundus quinque militum, tertius septem militum, & sic ordine naturali per omnes numeros impares, in infinitum, ut supra Capite 3. Articlelo primo docuimus.

R E G U L A VII.

De Acie perfecte & Geometrice quadrata instruenda.

D Atum numerum militum multiplicata per spatium quod vnuus miles occupat in longitudine, & productum numerum dividens per spatium quod idem miles occupat in latitudine, ex quo extrahe radicem quadratam, & habebis numerum militum pro ordine frontali; per quem si diviseris totum militum numerum, ab initio datum, habebis numerum ordinum sive militum pro ordine frontali.

Exemplum. Sit datus militum hastatorum numerus 1000, quem multiplico per 7, & productum 7000 divido per 3, & habeo 2333, cujus radix quadrata est 48, tot ergo milites erunt in uno ordine frontali, eruntque ordines tales 20; quem numerum habebis, si 1000 per 48 diviseris, in qua divisione cum superfinis 40, erunt 40 milites ex 1000 propositis, qui in quadrato geometrico locum habere non possunt, nisi ex illis vellimus facere adhuc 2 ordines laterales, ita ut frontalis vnuus acquireret milites 50; vel si milites adhuc accederent 8, tunc ordinum priorum esse possent 21; quamvis neque hi, neque illi ordines perfecte ac geometrice quadratum constituunt, sed proxime tantum accidunt.

Dd 2

2. En-

2. Enimvero ut perfectum constituantur quadratum Geometricum, necesse est ut numerus militum propositus; quando dividitur per numerum qui oritur ex multiplicatione pedum, quos vias miles in latum ac longum occupat, in quotiente dicitur numerus perfecte quadratum. Exempli gratia. Quoniam hastatus in latum occupat 3, & in longum 7 pedes, multiplico 3 eum 7, & habeo divisorum 21, sic deinde propositus militum numerus 1029, quem divido per 21, & invenio in quotiente præcisus 49, qui est numerus perfecte quadratus, ejusque radix 7.

3. In hoc ergo casu, loco Regulae Número 1. datae utere ista, Facta quam diximus divisione, & invenio in quotiente numero quadrato, cum radice illius multipliea numerum pedum, quem miles occupat in longum & habebis numerum militum, in ordine frontali constitutorum, & cum eadem radice, multiplicata etiam numerum pedum, quem miles occupat in latum, & habebis numerum ordinum. Ut in proximo exemplo, inventa radix est 7, cum qua multiplico 7 (quia tot pedes occupat hastatus in longum) facio 49 numerum militum unius ordinis, & eadem 7 multiplicata etiam in 3, & facio 21. numerum ordinum, pro militibus 1029. Ratio est quia toties debent 7 milites ponи in fronte, quoties 3 in latere.

4. Atque hinc licebit nobis gnomonem constituere, circa tale geometricum quadratum jam perfectum, quot enim pedes miles requirit in longum, tot milites addendi sunt frontalibus ordinibus, lateralibus vero tot quot miles occupat in latum. In Exemplum sic id quod Número 2 hujus proposuimus, in quo ordines frontales sunt 21, unicuique ergo adjungo 7 milites, sicut adjuncti septies 21, id est 147; & quia antea unus ordo habebat 49, additis 7, ordo unus habebit 56, & tot sunt ordines laterales, quorum unicuique addendi sunt 3, omnibus ergo ter 56, id est 168, qui cum prioribus 147 faciunt summam 315 militum totius gnomonis.

5. Quare si nesciremus, numerum militum in Acie perfectè ac geometricè quadrata constituendorum, Aciem incipere possemus a parvo tali quadrato, ut in superiori exemplo, à quadrato militum 21, ponendo scilicet 7 in frontali ordine, & faciendo 3 tales ordines, deinde addatur gnomon, prout paulo ante Num. 4. diximus & hoc toties, quoties fieri poterit.

6. Quemadmodum autem in præcedenti Regula Número 7, à minimo quadrato incipiendo, gnomones omnes in infinitum invenire facile fuit; ita etiam hoc loco idem facere licet. Ut in proximo exemplo primum ac minimum quadratum fuit 21 militum, primus ergo gnomon requirit ter 21 milites, secundus gnomon quinques 21, tertius septies 21, & sic ordine per omnes numeros impares in infinitum:

R E G V L A VIII.

*De acie quadrata instruenda ad datam proportionem
lateralium.*

1. Si debet proportio Arithmeticā, id est, quoad numerum militum rem expediemus per ea, quae in præcedenti Regula Numero 2 & 3 præscriptum. Exempli gratia, debeat se habere frons ad latus, ut ut 7 ad 3, idest quoties 7 milites sunt in fronte, series debeant esse 3 in lateris & sit propositus militum numerus 1029: secundum doctrinam Numeri 3, multiplico terminos datæ proportionis, id est 7 & 3 invicem, fiunt 21, cum quibus divido 1029, & invenio 49 quorum radix quadrata est 7, numerus scilicet per quem termini proportionis, qui sunt 7 & 3 multiplicandi sunt, ut fiant 49 milites in fronte, & 21 in latere.

2. Quando quotus divisionis non est præcise numerus quadratus, imitari possumus doctrinam Numero 2, præcedentis Regulæ traditam. Exempli gratia. Sit militum numerus 1000, quem multiplico per terminum frontis, id est per 7, & productos 7000 divido per terminum lateris, id est per 3, & ex quoto 2333 extraho radicem quadratam, facit 48 proxime, numerum militum in fronte collocandorum; per quem divido propositum numerū 1000, & invenio 20 milites pro latere. Vel vice versa multiplico propositum numerū 1000, id est 1000 per terminum lateris, scilicet per 3, & productum divido per 7, terminum scilicet frontis, & invenio 428, ex quibus proxima radix quadrata facit 20; erunt ergo 10 milites in latere, & 50 in fronte; quos habeo quando 1000 propositos milites per 20 inventos divido. Verum, ut & loco citato monuimus propositum exacte assequi non poterimus, cum id solum fiat ex Numero præcedenti hujus Regulæ.

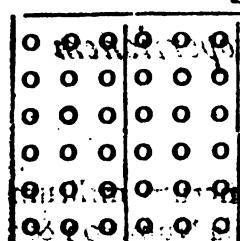
3. Esto jam data proportio Geometrica, id est, quoad spatiū quod milites distribuendi occupare debent. Frons verbi gratia, quoad spatiū, debeat esse duplo latior, quam latus; tunc per omnia servanda est Regula quinta, mensuranda enim secundum pedes est tam latitudo quam longitudine (quæ necessario habebunt proportionem præscriptam) & reliqua servanda, ut eo loco docuimus.

R E G V L A IX.

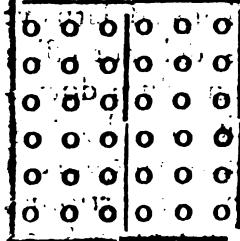
De Acie quadrata instruenda ex Manipulis.

1. Si figura Aciei debeat esse similis figura Manipuli, tunc tot manipuli sunt conjungendi in longitudine, quot in latitudine, manebit semper

semper similis figura. Si superesset unus & alter manipulus, tunc aciei factae addi posset, ex militibus superfluorum illorum manipulo-

 rum, gnomon, ut in precedentibus diximus, id que toties fieri potest.

2. Quando manipuli sunt ejusdem longitudinis cum acie futura, id est, si manipulus habet tot ordines frontales, quot debet habere ipsa acies; tunc manipuli conjuguntur tantum secundum latitudinem.

 3. Quod si nec latitudo nec longitudine manipulorum similis sit, aut aequalis latitudini & longitudini futurae aciei, conjugenda erunt manipuli tam secundum latum, quam secundum longum, quam diu non exceditur determinata dimensio, & quod deinde deficit, explendum erit secundum Regulas traditas.

R E G U L A X.

De Acie triangulari.

1. Acies triangularis dupliciter fieri potest; primo, ut in prima fronte sic 1 miles, in secundo ordine frontali 2, in tertio 3, in quarto 4, & sic per seriem naturalem in infinitum. Ad quam instruendam requiritur numerus milium, ex illis humeris qui proprie ab Arithmeticis vocantur trigoni, seu triangulares vel triangulares, & habent hanc proprietatem, quod extrema latera aequalem numerum contineant milium, & triangulum semper constituant aequilaterum. Minus tamen apta videtur ad pugnam talis dispositio, quod milites in illo secundum longum, in ordinibus, quos supra vocavimus laterales, non immediate sese subsequantur, (ut in hac priori formula conspicere licet); nisi disponantur milites ita, ut triangulum fiat rectangulum, ut sunt in secunda formula triangula ADB, & ADC.

o 2. Tamen si quis velit habere Regulam pro tali
o o dispositione per triangulum aequilaterum alijs, ni-
o o o mirum rebus distribuendis accommodandam, Nu-
o o o o merum rerum distribuendarum multiplicet per 8,
A productio addat 1, ex summa extrahat radicem
o quadratam, a qua subtrahat 1, eritque medietas re-
o o o liqui numeri, latus trianguli futuri. Exempli-
o o o o gratia, detur numerus 55 rerum distribuendarum,
o o o o o is multiplicatus per 8 producit 440, addo 1, fa-
B D C cit 441, extraho radicem quadratam, facit 21, sub-

subtraho 1, manent 20, cuius medietas est 10: quodlibet ergo latus trianguli 10 praeceps continebit res, absumerque triangulum 55 res praeceps.

3. Quod si numerus propositus non esset praeceps trigonalis, tunc omnia fiant juxta praedicta, sine tamen fractione, id est, proxime minor accipiatur tam radix quadrata, quam medietas. Exempli gratia propositus sit numerus 52, multiplico per 8, facit 416, addo 1, facit 417, proxime minor radix quadrata est 20, subtraho 1, manent 19, proxima medietas sine fractione est 9, tot ergo res continebit latus trianguli absumerque res tantum 45, ac proinde supererunt 7, ut ex ijs quæ jam dicemus colligere licet.

4. Sit jam datus numerus pro uno latere, & queratur numerus pro toto triangulo. Dato numero addatur 1, summae (quando ea par est) medietas multiplicetur per ipsum datum numerum, vel (si summa impar est) eam cum medietate dati numeri multiplica, & habebis propositum; Exemplum volo ut latus trianguli contineat 9 res, addo 1 fiunt 10, ejus medietatem 5 multiplico per 9, facit 45 tot ergo res praeceps absumentur ad complendum triangulum. Sit dein de datus pro latere numerus 10, addo 1 fiunt 11, quæ multiplico per 5 medietatem scilicet dati numeri, fiunt 55, numerus rerum pro triangulo futuro.

5. Secunda ratio Aciei triangularis est, ut in prima fronte ponatur 1 miles, in secunda 3, in tertia 5, in quarta 7, & sic per progressionem numerorum imparium in infinitum. Atque hac ratione ordines tam frontales quam laterales debito modo sibi mutuo respondent; ut appareat in secunda formula. Numeri autem qui hanc figuram constituunt sunt omnes Quadrati, cuius radix est, & medius ordo lateralis A D, & numerus militum duorum laterum aequalium A B, A C: constituit enim hæc forma triangulum Isoscelem, seu equicrurum, cuius Basis, quoad numerum, si assumat unitatem, dupla est lateris seu Radicis Quadratæ.

6. Ex his autem facile colligitur quare dato latere habeatur basis, aut data base, quomodo latus, & numerus totus Rerum disponendarum inveniendus sit; & contra ex numero disponendo, tam latus, quam basis. Dato enim latere, exempli gratia 10, à duplo ipsis hoc est à 20 subtrahere 1, & sic habebis 19 pro base; quadratum vero lateris, hoc est 100, est totus numerus distribuendus: sic si decur basis 19, adde 1 fiunt 20, cuius medietas est latus. Ex dato denique numero distribuendo 100, si extraxeris radicem quadratam, habebis 10 pro latere.



C A P V T I X.

D E N V M E R I S
Polygonis.

Cum in proximè precedenti Capite proposimus nobis fuerit, Regulas illas non tam ad solos ordines, aciesque militares coercere atque contrabere; quam ad rerum omnium concinnam & ordinatam distributionem extendere: atque dilatare: proximum fuit ut ea, que de numero Triangulari in Regula ultima diximus, omnibus Numeris Multangulis accommodaremus. Quod opus eo libertius aggressi sumus, quo minus in eo laborandum nobis esse vidimus: nam solummodo ea, que ante plures annos in chartam conjectimus, hic transbulimus, & ad methodum hactenus seruatam dispositimus.

A R T I C V L V S I.

Quid, & quotuplex sit Numerus Polygonus.

Capite primo Articulo i. hujus Appendicis diximus, Numerum Figuratum in genere esse eum, cuius vnitates certo quodam modo dispositæ, Figuram constituunt Geometricam, &c. Quare numerus Polygonus ille, de quo nobis hic futurus est sermo, est species quædam numeri Figurati, & dici potest numerus Superficialis & Planus, cuius vnitates ordinatè dispositæ, figuram constituunt multangulam, & quo ad numerum vnitatum æquilateram.

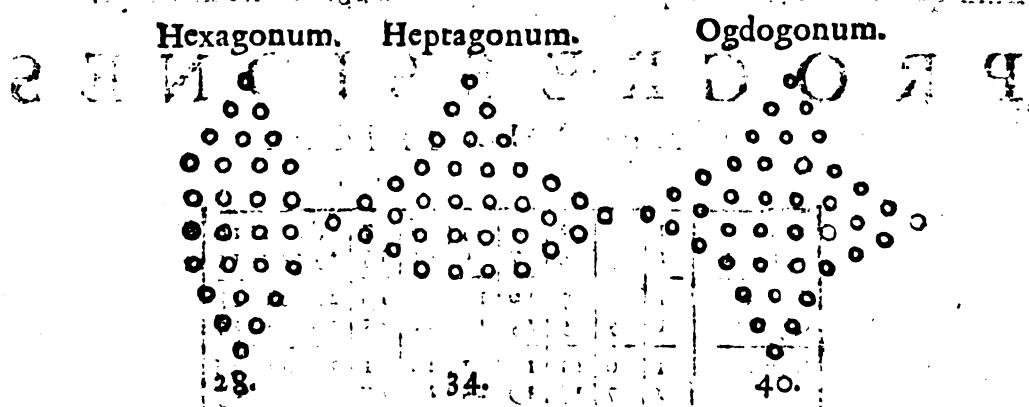
Quoniam autem Polygonarum figurarum Geometricarum, aliquib modo ordinatarum, aliquæ sunt æquilateræ, & non æquiangulæ; alias vero & æquilateræ, & æquiangulæ. Ita hæc dispositio vnitatum a hòc duplici etiam modo præcipue figurari potest: ut nimirum figuræ sint quarum latera contineant quidem vnitates numero æquales, angulos vero inæquales. Sint autem & alias quæ & omnia latera, & omnes angulos æquales habeant. Vnde concludimus Numeros Polygons duplicitis esse generis. Quorum priores absolutè & simpli citer vocantur ab auctoribus Numeri Polygoni. Postiores autem cum addito, Polygoni dicuntur Äquianguli, sive Centrales: hi præterea dici solent Secundi, illi Primi, de quibus hoc Capite tractabimus.

A R T I C V L V S II.

Primorum Polygonorum Ortus & Genesis.

i. **S**i de reali dispositione vnitatum horum numerorum loqui velimus, non

non nisi usque ad Octogonum inclusivè concinnam aliquam , & bene vicinque ordinatam figuram formabimus , à Triangulo incipiendo . Ad Hexagonum quidem inclusivè , anguli omnes extorsum vergunt : In Heptagono vero quinque tantum , reliqui enim duo introrsum cendunt : Octogonum denique habet quatuor angulos extorsum , & rotident introrsum vergentes . Ut videre est ex sequentibus Figuris .



De certa autem dispositione rerum juxta figuræ suas , hoc loco nihil dicimus , cum ea sit satis cognita , & omnes figurae componantur ex primo & secundo polygono , triangulo scilicet æquilatero , & quadrato perfecto ; de quibus satis diximus Capite precedenti , & res ex figuris præmissis satis etiam constat .

2. Quia vero virtus h̄orum numerorum Polygonorum ac potentia , magis consistit in Arithmeticis , (in signibus enim dotati sunt proprietatibus) quam in Geometricis , ortum illorum rectius ostendemus ex illa etiam , quam ex hac Scientia . Est ergo Polygonus numerus nil aliud , quam summa aliquot terminorum , sive numerorum in Progressione Arithmetica , ab unitate ortum ducente , ordine continuo constitutorum .

3. Hac ratione ergo ex Progressione numerorum omnium , tam parium quam imparium , oriuntur Numeri Polygoni . Ex Prima enim , quæ est seriei naturalis , cuius videlicet terminorum differentia perpetuò est unitas , nascuntur numeri Trigoni . Ex Progressione numerorum omnium imparium , quorum differentia est binarius , ortum ducunt numeri Tetragoni . Ex Progressione , cuius terminorum differentia

ferentia est ternarius, componuntur Pentagoni. Ex Progressione eorum quorum differentia perpetua est quaternarius, gignuntur Hexagoni. Et sic per augmentum unitatis, tam in differentia, quam in multitudine angularium ascendendo, ex reliquis Progressionibus Arithmeticis, oriuntur reliqui numeri Polygoni in infinitum. Unitas enim semper ponitur pro primo numero Polygono, eadem deinde addita proxime sequenti Progressionis termino, generat secundum numerum Polygonum. Hæc summa addita tertio ejusdem Progressionis termino, facit tertium ejusdem speciei Polygonum numerum. Et sic de reliquis; ut videre est in sequentibus exempli. Verbi gratia, in quarta Progressione Arithmetica, quæ per continuum augmentum quaternarij crescit, priores termini 1 & 5, simul facientes 6, secundum numerum componunt Hexagonum, sive primum post unitatem: & tres deinde termini 1, 5, 9, simul sumpti, faciunt 15, tertium Hexagonum: Huic tertio Hexagono 15, si addideris progressionis Arithmeticae dictæ terminum quartum 13, facies quartum Hexagonum 28. Et sic deinceps.

PROGRESSIONES ARITHMETICÆ.

Prima	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Secunda	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Tertia	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28
Quarta	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37
Quinta	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46
Sexta	1	7	13	19	25	31	37	43	49	55

NUMERI POLYGONI INDE compositi.

Trigoni	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Tetragoni	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Pentagoni	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145
Hexagoni	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190
Heptagoni	1	7	18	34	55	81	112	148	189	235
Octogoni	1	8	21	40	65	96	133	176	225	280

4. Continuatio harum Tabularum facilis est. Nam quod attinet ad Progressiones Arithmeticas, quemadmodum numeri ordinum transversalium crescunt per eandem differentiam in quovis ordine; ut tertii ordinis per ternarium; quarti per quaternarium; & consequenter ipsæ differentiæ sese immediate subsecuentes, augentur semper unitate; ita etiam columnæ sive ordines perpendicularares eadem ratione progressiuntur.

grediantur. Nam etiamsi prima columnæ constet ex puris merisque singularibus unitatibus, secunda tamen numeros habet excedentes scilicet per unitatem, tertia numeros dat differentes binario, quartæ columnæ numeri augentur per ternarium. Et sic de reliquis. Quare numeri hi continuari nullo negocio poterunt, sive transversaliter, sive perpendiculariter in infinitum.

5. Numeri vero Polygoni qua ratione nascantur progredianturque, per suos ordines transversales, & hoc in infinitum, sat superque dictum est paulo ante Num. 3. Ordines tamen perpendicularares, sive columnæ facilius fruunt; numeri enim uniuscujusque per idem semper augentur incrementum; quod quidem perpetuo est numerus Trigonius proxime precedens. Nam quemadmodum in Progressionibus Arithmeticis, differentiaz numerorum in columnis positorum, habentur in primo ordine transverso: ita in his eodem modo differentiaz columnarum, desumuntur ex primo ordine transverso, qui est Trigonorum. Sic differentia numerorum quartæ columnæ est senarius, tertius videbitur Trigonius. In quinta columnæ est differentia 10, Trigonius nimurum quartus. Et sic de ceteris.

Ceterum cum trigono numerorum Polygonorum sit ex Progressionibus Arithmeticis, pauca de illis nobis praælibanda sunt.

A R T I C U L V S. III.

De Progressionibus Arithmeticis.

PROPORTIO, sive Proportionalitas, Progressio continua Arithmetica, est ea, cuius termini immediatè sequentes, omnes æqua intervalla; sive æquales servant differentias.

2. Termini sunt numeri Progressionem constituentes,
3. Quare si dato termino alicui addatur ea, quam diximus, differentia, sic terminus proxime major; si eadem ab eodem termino dato subtrahatur, sic terminus proxime minor.

4. Et si terminus minor subtrahatur à proximè majori, relinquuntur differentia.

5. Ergo in tribus terminis, summa extremitatum, dupla est medij.

6. Et consequenter quando plurimum terminorum numerus est impar, summa extremitatum non solum dupla est medij, sed & æqualis est summa quorumlibet duorum mediorum, ab extremitis æquilibiter remotorum.

7. Quando autem plurimum terminorum numerus est par, summa extremitatum perpetuo æqualis est summa, quæ colligitur ex duabus medijs, æquilibiter ab extremitis remotis.

8. Ergo summa omnium terminorum; quando numerus illorum est impar, ad medium terminum, hoc est, ad semissimam summatum extremitorum,

morum; proportionem habet multiplicem, ab eodem numero terminorum denominatam. Quando vero numerus terminorum par est, eadem summa omnium terminorum, ad summam extremorum, proportionem habet multiplicem, à semissi ejusdem numeri terminorum denominatam.

9. Quare datis quibusvis terminis continuè Arithmeticè proportionalibus; si numerus terminorum multiplicetur, in medietatem summæ extremorum: Vel, medietas numeri terminorum, in summam extremorum; prodibit summa terminorum omnium.

10. Ex præcipuis deinde quæ observari solent in Progressionibus Arithmeticis, quatuor sunt: Terminus Primus; Terminus ultimus; (qui dicuntur termini extremi) Numerus terminorum omnium; & Differentia. Horum si dentur tria, quartum habetur ex supra dictis.

11. Dato enim alterutro extremo termino, terminorum numero, & differentia, alterum extremum sic invenies. Numerus terminorum multatus unitate, ducatur in differentiam, productusque addatur minori extremo; vel subtrahatur à majori: summa dabit majorem, & residuum minorem terminum.

12. Differentiam habebis in Quoto; si ablato minore extremo à majore, reliquum dividiseris, per numerum terminorum unitatem multatum.

13. Numerus denique terminorum non fuscet, si de mpto minore termino à majori, reliquum dividatur per differentiam; Quotus enim auctus unitate offert ignotum numerum.

14. Eundem terminorum numerum habebis etiam, si summam omnium, per summam extremorum divisoris; Quotus enim est medietas numeri quæsiti.

15. Summam autem omnium differentiarum dat residuum, subtracto minore extremo termino à majore.

16. Differentia tamen proximorum terminorum, earum Progressionum ex quibus numeri nascuntur Polygoni, facilis habetur: eam enim indicat numerus multisitudinis angularum Polygoni propositi, binario multatus.

A R T I C U L V S . IV.

De Radicibus numerorum Polygonorum

Quamvis numeri Primæ Progressionis Arithmeticæ, supra Articlem 2. cum alijs propositæ, quæ nimilitim est series naturalis, sint, acque dicantur propriæ Radices, numerorum Polygonorum respondentium, ut videre est apud Diophantum, & Franciscum Madofolycum; Sic y, quæ est Radix ex 28, septimæ scilicet Triangulo; etiam est Radix ex 49, septimo Quadrato; & Radix etiam ex 70, septimo

septimo videbitur Pentagono; &c. Vnde quod unitatum fuerit haec Radix, tot unitatibus constat etiam latus figuræ Polygonæ, ut patet ex figuris Articulo 2 propositis.

Alij tamen Arithmeticci præsertim recentiores ultimum terminum, non Prima tantum, sed & aliaturum Progressionum Arithmeticarum, vocant Radices Polygonorum, quemlibet sui correspondentis Polygoni: Ut 10, qui est quartus terminus Progressionis Tertiæ, (cujus differentia est 3). & ultimus ille, ex quo factus est 22 quartus Pentagonus, Radix dicitur ejusdem Polygoni 22. Et sic de reliquis. Vocatur autem nobis Radix propriè dicta *Prima*, & haec *Secunda*.

2. Data autem alterutra Radice, altera facile habetur ex sequentibus Regulis: per priorem quidem invenitur Radix Secunda, ex Prima; per posteriorem vero habetur Prima ex Secunda data.

N O T A

CVM in sequentibus Regulis sepius fiat mentio, numeri multitudinis angulorum Polygoni, qui in Heptagono verbi gratia, ut vocabulum ipsum indicat, est 7: nos brevitas causa hunc numerum vocabimus A: ita ut A - 2 significet numerum multitudinis angulorum, multatum binario; A + 2, eundem numerum, auctum binario. &c.

R.E.G.V.L.A.I. Radix Prima nominati Polygoni minus unitate, multiplicetur per A - 2, Productus numerum plus unitate est Radix Secunda quæsita.

Exempli gratia, Esto datum tenarius pro Prima Radice heptagoni, 6 minus 1, & 7 minus 2, sunt 5 & 5, quæ per mutuam multiplicationem producunt 25, & plus 1, fit 26 Radix Secunda petita. Multiplicans enim est differentia Progressionis Arithmeticæ illius, ex qua natus est Polygonus nominatus; per Num. 16 Articuli præcedentis; Prima Radix data est numerus terminorum; unitas vero est terminus Extremus minor: Ergo per Num. 11 ejusdem Articuli, ex his datis habetur major terminus extremus, sive Radix Secunda; quod est id quod Regula præcipit.

R E G U L A II. Datam Secundam Radicem denominati Polygoni, unitate multatum diuide per A - 2, Quotus unitate auctus, offert Radicem Primam Polygoni propositi.

Sit enim data Secunda Radix 26, aliusque Heptagoni, aufer 1, & reliqua 25, diuide per 3; Quotus qui etiam est 4 unitate donatus, fit est 18 Radicem Primam quæsitam. Ratio constat ex paulo ante dictis, & ex Num. 13 & 16 Articuli præcedentis.

A R T I C U L U S V.

Ex datis Radicibus, sive binis, sive alterutra tantum, numerum componere Polygonum.

Ec 3

Quan-

Quando habetur utraque Radix, ipsarum numerus Polygonus habetur per sequentem Regulam.

REGULA I. *Medietas alterutrius Radicis (Secundetamen autem prius unitate) ducta in alteram, producit suum ad quem spectat, numerum Polygonum.*

Exempli causa datae sint Heptagoni Radices, Prima 6, & Secunda 26, ducantur 3 in 27, fiunt 81, Heptagonus quæsitus. Ratio constat ex definitione Radicum, & ex Num. 9. Articuli 3.

2. Ex hac ergo Regula, & ex ijs quæ præmisimus, facile fit unica Regula per quam ex data sola, sive Prima, sive Secunda Radice, habemus numerum Polygonum. Ea autem pro Prima Radice sola data sic habet:

REGULA II. *Data Radix Prima Polygoni denominati, ducatur in A - 2, & à productō auferatur A - 3; medietas hujus residui, unitate prius aucta, ducta in eandem Primam datam Radicem; vel, medietas Radicis in dictum residuum plus unitate, facit numerum Polygonum eum, cuius Radix data fuit.*

Exemplum: Data sit 6 Radix Prima Heptagoni, ducatur ea in 3, & à productō 30, auferantur 4, reliquum plus 1, quod est 27 (cum sit numerus impac) ductum in 3, medietatem Radicis data, facit 81, Heptagonum quæsatum.

3. Hæc Regula ut universalis est, ita simpliciter omnibus convenit Polygonis, etiam Trigonis; vt si data sit Radix Trigonij prima 4, cuius componendus sit numerus Trigonius; cum multitudine angularium, dempto binario, sit 1, nulla per multiplicationem imperatam sic mutatio, sed Radix data 4, manet immutata: à qua auferenda esset multitudine angularium minus ternario, hoc est, 0, adhuc Radix 4 manet immutata; quæ assumpta prius unitate, si ducatur in 2, medietatem Radicis, producit 10 Trigonum petitum. Quare pro Trigonis sequens particularis valebit Regula.

REGULA III. *Medietatem Radicis data, duc in ipsam Radicem unitate aquam: Vel, medietatem Radicis aquæ prius unitate, duc in ipsam Radicem, & efficies Trigonum Radicis data.*

4. Verum quia illa Regula universaliter poniatur additio unitatis, operatio illa tollitur, si à priore multiplicationis producto, auferatur non A - 3 sed A - 4. Quare eadem Regula generalis brevius sic proponitur.

REGULA IV. *Radix Prima ducatur in A - 2, & à productō auferatur A - 4, medietas hujus residui, ducta in eandem primam Radicem datam: Vel medietas Radicis, in dictum residuum, producit Polygonum desideratum.*

Exem-

Exemplum. Esto 6 Radix prima Heptagoni, quæ ducta in 3 facit 30, & ablatis 3 reliqua 27 ducta in 3, medietatem Radicis facit 81. Heptagonum quæsitum. Sit deinde 5 Radix prima Pentagoni, hæc ducta in 3 facit 15, & ablata unitate, medietas reliqui quæ est 7 ducta, in 5, Radicem datam producit 35. numerum Pentagonum qui quærebatur.

Convenit hæc Regula, cum generalis sit, etiam Trigonis, sed in usu adhiberi debent numeri ficti, sive infra nihilum; ut patebit cuilibet periculum facturo.

5. Aliam universalem, sed pro usu difficiliorem Regulam, prescribit Diophantus, Libro de numeris Polygonis, Propos. 9. quæ sic habet:

R E G U L A V. *Duplum Radicis data multatum unitate, duc in numerum multitudinis angulorum binario multatum, productio adde binarium; & à quadrato summe, aufer quadratum numeri multitudinis angulorum multatum quarternario, reliquum diuide per octuplum multitudinis angulorum binario multatum, & invenies quæsumum numerum Polygonum.*

In exemplum sit eadem Radix 6, Heptagoni, cuius duplum minus unitate, quod est 11, duco in 3, productus auctus binario facit 57, hujus in Tabula inquiero quadratum, & invenio 3249, à quo aufero quadratum ex 3, & reliqua 3240 divido per 40, Quotus dat 81 Heptagonum quæsumum.

Brevissima autem Regula est ea, quæ desumitur ex Regula 1, Articuli 4, & ex Regula 1 hujus, & est talis.

R E C U L A VI. *Data Radix prima minus unitate, ducatur in A - 2, productus enim auctus binario, in medietatem ejusdem Radicis: vel, si Radix est numerus impar, ipsa in medietatem ejusdem producti binario aucti, ducta; producit Polygonum quæsumum.*

Vt sit data eadem Radix 6, alicujus quod petitur Heptagoni, ea minus unitate, hoc est 5, ducta in 3 (quæ est multitudo angulorum, minus 2) facit 25, & additis 2, fiunt 27, qui ductus in 3 medietatem Radicis datae, facit 81 Heptagonum optatum. Sit deinde 5 Radix cuiusdam Pentagoni, ea minus 1, hoc est 4, ducta in 3, (multitudinem angulorum minus 2) & producti plus 2 qui est 14, (cum sit Radix numerus impar) medietas 7, ducta in 5 Radicem datam, producit 35. Pentagonum desideratum.

7. Quod si decur Secunda Radix tantum, inveniemus ipsius Polygonum per Regulam deductam ex Reg. 2. Articuli 4, & ex Reg. 1. Articuli hujus, hoc modo.

R E G U L A VII. *Data secunda Radix minus unitate, dividatur per A - 2, Quotus unitate auctus, in medietatem data Radicis*

uni-

unitate aucta: Vel; si Radix est numerus par, ipsa plus unitate in medietatem ejusdem Quoti aucti, ducta, producit Polygonum quæsumum.

Exempli gratia esto 12 Radix secunda Pentagoni, illa minus 1, divisa per 3, dat quotum 4, qui plus 1, ductus in 7 medietatem Radicis plus 1, producit 35 Heptagonum quæsumum.

Sit deinde 26 Radix secunda Heptagoni, ea minus unitate divisa per 5, reddit quotum 5, qui plus unitate facit sui medietatem 3, quæ ducta in 27 Radicem datam plus unitatem (cum Radix data sit numerus par) producit 81, numerum Heptagonum quæsumum.

ARTICVLVS VI

Ex dato Polygono utramque Radicem eligere.

1. Radicem primam sive latus Polygoni per sequentem vniuersalem Regulam invenies.

REGVL A I. Divide tam duplum Polygoni dati, quam $A - 4$, per $A - 2$: Quotum primum adde ad quadratum dimidij Quoti Secundi, Summe hujus Radix quadrata aucta eodem dimidio Quoto. Secundo exhibet Latus quæsumum.

Datus esto numerus Heptagonus 81, tam duplum quod est 162, quam 3, dividere per 5, Quoti sunt $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{3}$; hujus medietas est $\frac{1}{6}$ ejusque quadratus $\frac{1}{36}$, ad quem si addideris primum Quotum $\frac{1}{3}$, sive $\frac{3240}{100}$, efficies $\frac{3240}{36}$, ejus radix quadrata est $\frac{57}{6}$, quæ aucta medietate Secundi Quoti, quæ est $\frac{1}{6}$, fiunt $\frac{60}{6}$, sive 6, Radix prima Heptagoni propositi.

2. Etsi hæc Regula vniuersalis sit, & per Analysisim ex præcedentibus deduxta; quia tamen multi fractionibus assueti non sunt, ad visitandas illas eandem sic proponimus.

REGVL A II. Octuplum dati Polygoni, duc in $A - 2$, producto adde quadratum ex $A - 4$; Radix quadrata hujus summae plus $A - 4$, divisa per duplum ipsius $A - 2$, in Quoto exhibet Radicem quæsumam.

Sit datus idem Heptagonus 81, octuplum ipsius, quod est 648, ductum in 5 producit 3240, adde quo quadrato ex 3, quod est 9, & extracta radice 57 plus 3 facit 60, quæ divisa per 10, dat in Quoto 6 Radicem Heptagoni propositi.

Pro Trigonis facilitorem præscripsimus Regulam Capite 8, Regula 10, Num. 2.

Verum quando Polygoni propositi numerus angulorum est par, facilius etiam habetur Radix prima, per sequentem Regulam tertiam, quam per secundam præmissam.

REGV-

REGULA III. *Duplum dati Polygoni duc in A - 2, productio adde quadratum medietatis ex A - 4; Radix quadrata hujus summa plus medietate ex A - 4, divisa per A - 2, in Quoq[ue] exhibet Radicem quadratam.*

Vt si offeratur Decagonus 27, duc 54 in 8, & productio 432 addo 9, quadratum scilicet ex 3, & summa 441 Radicem quadratam, quæ est 21, & plus 9 facit 24, dividendo per 8, Quotus 3 exhibet Radicem primam Octogoni propositionis.

3. Eadem ratione dari possunt Regulae, per quas ex dato Polygono habetur Radix secunda; omessa enim illa que fractiones involvit, altera generalis sic habet.

REGULA IV. *Octuplum dati Polygoni, duc in A - 2, productio addere quadratum ex A - 4, à radice quadrata hujus summa subtrahere A - 2, reliqui dimidium est Radix secunda quaesita.*

Datus sit Heptagonus aliquoties propulsus 81, octuplum ipsius in 5 ductum facit 3240, & cum 9 quadrato addendo exurgunt 3249, quorum radix quadrata multata quinario est 51, cuius medietas 26, est ea quæ queritur secunda Radix.

Sed vt ante, quando denominatio Polygoni sumitur à numero partis, Regula facilior dari potest, hoc modo.

REGULA V. *Duplum dati Polygoni ducatur in A - 2, productio addatur quadratum medietatis ex A - 4, Radix quadrata summa, minus medietate ipsius A - 2, est Radix secunda posita.*

Vt si decur idem Decagonus 27, duplum ipsius ductum in 8, facit vt supra 432, & assumpto quadrato ex 3, radix quadrata summa 441, quæ est 21, minus 4 facit 17 Radix secundam positam.

ARTICULUS VII.

De numero Altera parte longiore.

1. **S**uperest vt Polygonis primis adpuncteremus legiam etim, quem vocat Quadratum altera parte longiore; qui licet in infinitum variari possit, vt vidimus Capite 8, Regula 4 & 8; contrahitur tamen ab Arithmeticis ad unam tantum speciem, ita vt Numerus quadratus altera parte longior dicatur ille, qui ortum suum ducit ex progressione numerorum parium; quemadmodum Quadrati ex progressione imparium: hoc modo:

Radices.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Progressio parium.	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Altera parte longiores.	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110

2. Præter plures autem, quibus abundant hi numeri, insignes proprietates, habent etiam istam, ut quilibet talis numerus constet ex quadrato ejusque radice; vt 20 constat ex 16 & 4; 90 ex 81 & 9. Et sic de reliquis.

3. Proportio deinde laterum semper variatur, ita tamen ut maius latus superet minus perpetuo una tantum unitate. Minus vero latus, qui est numerus terminorum progressionis illius, ex qua Numerus propositus desumptus est, dicitur ipsius Radix prima: secunda est, ut in reliquis Polygonis, maximus seu ultimus terminus ejusdem progressionis. Ut Propositi numeri 20 Radix prima sive latus maius est 4, maius 5, Radix secunda 8.

4. Dato ergo utrovis lateri, aut sola Secunda Radice, reliqua latera aut Radices, & Numerus ipse altera parte longior facile habentur. LATERI enim minori additur 1, vel majori subtrahitur 1, & fit alterum latus; Secunda Radix habetur si minus latus duplicitur.

5. Quare data sola secunda Radice, medietas ipsius est minus Latus, seu Radix prima:

6. Sic si decur via ex Radicibus tantum, vel solum maius latus, Numerus altera parte longior habetur, si minus latus ducatur in secundum, quod habetur ex dictis Num. 4. vel ducatur idem minus latus in se, & producto addatur idem latus, & fit Numerus quæsitus. Vel, si decur sola secunda Radix, cum medietas ipsius sit latus minus, habetur ex hoc rursus Numerus quæsitus, ut jam diximus.

7. Quod si contra ex Numero altera parte longiore; queratur alterum latus, Radixque secunda, sic facies: Quadruplo Numero dato adde 1, & à radice quadrata hujus summæ subtrahere 1, reliqui enim medietas est latus minus; ex quo habebis reliqua ex Num: 4 hujus. Exempli causa, sic datus numerus 20, ipsius quadruplo 80 addo 1, & à 9 radice quadrata summæ, subtraho 1, reliqui octonarij medietas est 4, latus minus; ergo maius est 5, & secunda Radix 8.

C A P V T X

DE POLYGONIS SECUNDIS, sive Centralibus.

 Iximus supra Capit. 9. Numeros Polygonos Secundi generis vocari Centrales, sive Polygonos Secundos, unitatesq; eorum constitutæ Figuras equilateras & aequilaterales. Ex quo sequitur eos magis aptos esse, ad concinnam rerum dispositionem faciendam, quam Polygonos primos. Quare non solum de eorum ex Arithmetica Generi & Analysis, quemadmodum supra fecimus; sed & de unitatibus illorum, secundum figuratum regularium naturam, ordinata distributione, ut proposito nostro satisfactamus, hoc Capite forem tractabimus.

ARTI-

ARTICULVS I.

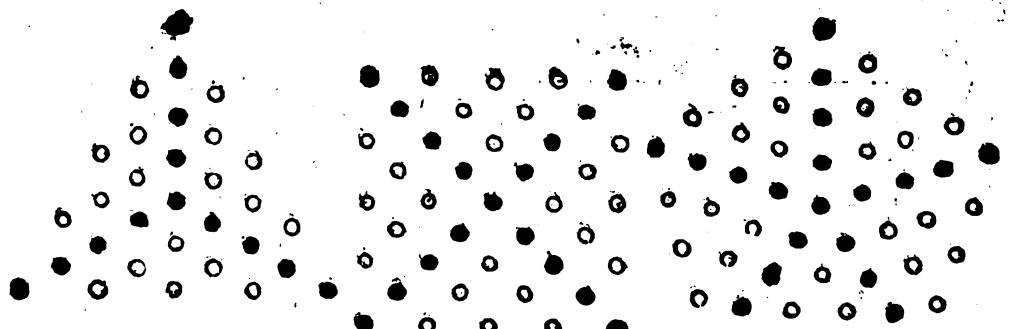
De situ ac constitutione Vnิตatum in Polygonis Centralibus.

I. Itus ac dispositio vnitatum Polygonorum secundorum imitatur ad vnguem figuras Polygonas Geometricas, quas Regulares circuloque inscriptas vocamus. Quare quemadmodum in Hexagono Geometrico, latera æqualia sunt semidiametro seu radio circuli cui inscribitur, atque è senis constat æqualibus triangulis æquilateris; ita etiam in Hexagono numeroſo latera sunt æqualia radijs, hoc est, in latere tot collocantur vnitates, quot in radio, & sex constituuntur triangula æqualia æquilatera; vnitates tamen radij vnius communes sunt binis triangulis proximis, sicuti etiam vnitates in angulis, binis lateribus; & tandem vnitatis centralis, ut in circulo centrum, omnes terminat radios: vnitates denique omnes in Hexagono, æqua inter se servant intervalla. In alijs autem Polygonis secundis res aliter se habet: in Trigono quidem, Quadrato & Pentagono, figuris scilicet quæ pauciores quam sex habent angulos, vnitates constituentes latera plus inter se distant, quam illæ quæ in semidiametris disponuntur: in illis verò quorum angulorum numerus senarium superat, vnitates semidiametrales magis à se invicem removentur, quam laterales; constant enim hi Polygoni ex Trigonis Isoscelibus, non autem æquilateris. Exemplum horum habes in sequentibus Figuris.

Trigonum.

Tetragonum.

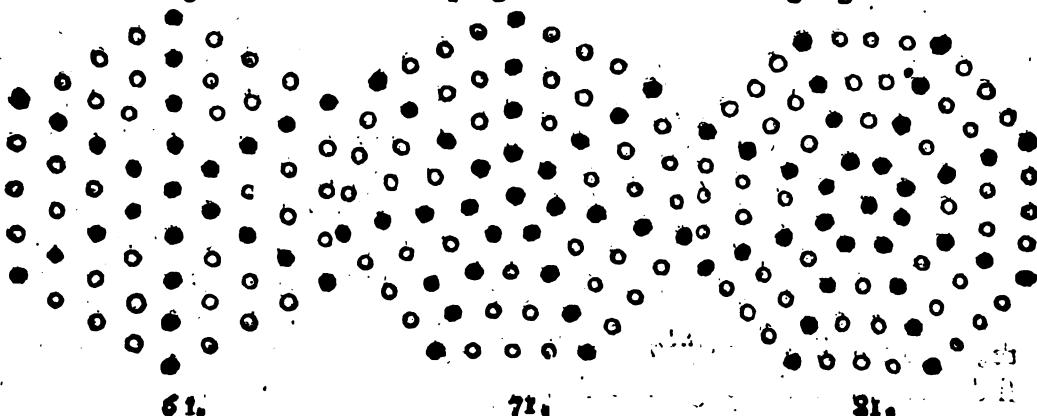
Pentagonum.



31.
Hexagonum.

41.
Heptagonum.

51.
Ogdogonum.



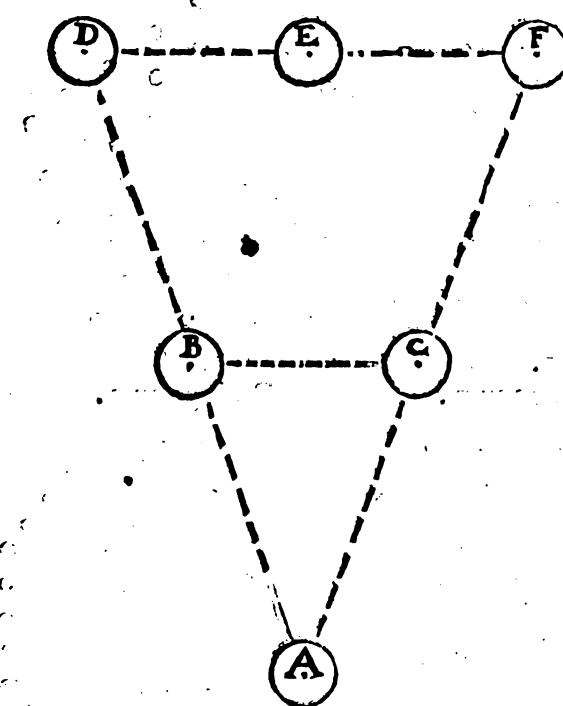
61.

71.

81.

2. Verum ut proprius ad actualem rerum dispositionem accedamus, si res collocandæ notabilis magnitudinis fuerint, illius etiam habenda est ratio, & non solum intervallum vnius rei ab alia; sed & vel lateralium vnitatum tantum, vel semidiametralium ab invicem remoto, determinanda, & altera per calculum inquirenda. Quæ determinatio talis esse debet, vt primæ res immediate post centrum in radijs collocandæ, tantum à centrali distent, vt ipsa inter se lateraliter præscriptum servare possint intervallum; & contra, si ratio habetur intervalli lateralis, id tale assumendum est, vt remotio à centro justa emergat: possent enim res collocandæ esse tam magnæ, vt in figuris illis quarum angulorum numerus à senario deficit, laterale quidem rerum intervallum aliquod esse posset, & semidiametrale nullum; in figuris vero quarum anguli senarium superant, contra.

3. Facile autem ex determinato alterutro intervallo, habetur alterum, hoc nimirum modo: Primò cognita esse debet medietas anguli, quem in centro Polygona constituunt duo radij sive semidiametri, ex centro figuræ ad duos proximos angulos eductæ; quæ habetur in Quoto, quando integer circulus, hoc est 360 gradus, dividuntur per duplum numerum multitudinis angulorum. Deinde si datum fuerit intervallum laterale, fiat vt sinus medietatis anguli prædicti, ad medietatem intervalli dati; ita sinus totus, ad aliud; & habebitur intervallum semidiametrale. Quod si datum sit intervallum semidiametrale, fiat vt sinus totus, ad datum hoc intervallum; ita sinus semianguli prædicti, ad aliud; & invenietur medietas intervalli lateralis.



Exempli gratia, pro dispositione rerum in figura Nonangula, cuius vnum ex novem triangulis, ex quibus ipsum Nonangulum componitur adjecta exhibet figura; divido 360 gradus per 18, & quoti, qui est 20 graduum, accipio sinum 34202. Deinde data sit vnius è rebus disponendis (quarum sint aliquæ per circelloq; A, B, C, D, E, F, præfiguratæ) semidiameter seu semimagnitudo, vnius pedis, & intervallum laterale, inter centra magnitudinis rerum B & C, 6 pedum, & quadratur intervallum semidiametrale AB, vel AC. Fiat ergo vt 34202, ad 3; ita 100000, ad aliud; inveniemus 8 pedes cum dodrante, & eo amplius, pro magnitudine intervalli AC, vel AB quæsiti. Quod si determinata sit longitudo AB 8 $\frac{2}{3}$ pedum, & quadratur intervallum BC.

BC. Fiat vt 100000, ad $8\frac{3}{4}$; ita 34202, ad aliud; & habebimus 3 pedes ferè, quod duplicatum facit 6, intervallum laterale BC quæsitus.

Mechanicè, per circinum aut funiculum, rem fortassis brevius expedes.

A R T I C V L V S. II.

Secundorum Polygonorum ortus & genesis, ex Arithmetica.

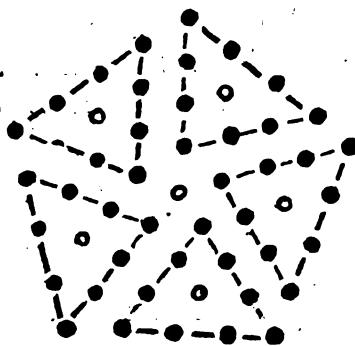
NAscuntur hi Polygoni immediate ex Progressione Trigonorum Primorum, & vñitate. Vnitas autem quemadmodum in Primis, ponitur primus Polygonus centralis: Secundus fit ex multiplicatione primi Trigoni (qui est 1,) in A, hoc est, in numerum multitudinis singulorum Polygoni faciendi, producto additur vñitas: tertius fit eodem modo ex ductu secundi Trigoni primi, in A, & summæ additur vñitas; & sic in infinitum.

Exemplum de Pentagonis. Primus est 1. Secundus qui est 6, fit ex ductu 1, primi scilicet Trigoni, in 5, & additione vñitatis. Tertius 16, oritur ex ductu 3, secundi Trigoni primi in 5, & summæ additur 1. Quartus Pentagonus centralis est 31, & habetur ex ductu 6, tertij Trigoni primi, in 5, & insuper vna vñitate. Et sic de reliquis, vt quivis experiri potest, in sequentibus Progressionibus.

P R O G R E S S I O N E S.

Radicēs Primæ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Trigoni Primi.	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Trigoni Secundi.	1	4	10	19	31	46	64	85	109	136
Tetragoni Secundi.	1	5	13	25	41	61	85	113	145	181
Pentagoni Secundi.	1	6	16	31	51	76	106	141	181	226
Hexagoni Secundi.	1	7	19	37	61	91	127	169	217	271
Heptagoni Secundi.	1	8	22	43	71	106	148	197	253	316
Octogoni Secundi.	1	9	25	49	81	121	169	225	289	331

2. Totum enim Polygonum numerosum constat ex vñitate centrali, & ex tot triangulis numerosis contiguis, quot ipsum habet angulos, quorum triangulorum latera, nullam habent vñitatem seu terminum communem, vt ex sequenti patet Pentagono.



3. Quemadmodum autem in Polygo-
nis Primis, prout Cap. 9. Art. 2. Num. 5. an-
notavimus, & ibidem in Tabula Num. 3.
ob oculos posuimus, columnæ sive ordines
perpendiculares, vnaquaque nimirum per
eandem progreditur differentiam; ita etiam
in his Polygonis Secundis idem accidit, ut
patet ex præmissa Tabula, Hæc autem dif-
ferentia habetur in Residuo, quando ejusdem
columnæ Radix prima, à primo Trigono

subtrahitur. Ut in columna quinta Radix prima est 5. Trigonus pri-
mus 15. quare Residuum est 10. & sic per hanc differentiam sive in-
crementum crescunt Polygoni secundi in columna quinta, qui sunt 35,
41, 51, 61, 71 & 81. Et sic de reliquis. Quare continuatio horum
Numerorum, Tabulæve pers facilis est.

ARTICVLVS III.

De Radicibus Polygonorum secundorum.

Radix prima & propriè dicta est ea, quemadmodum in Primis Poly-
gonis, quæ numerat vñitates vnius lateris: vt Radix ex Pentagono
16, est 3, Pentagoni 31 Radix prima est 4. Secunda deinde Radix dici po-
test, Trigonus ille, ex Radice proximè præcedenti ortus, ex cuius cir-
ca centrum repetita circumpositione Polygonus ipse compositus est: ut
ejusdem Pentagoni 16, Radix secunda est etiam 3, Pentagoni 31, Ra-
dix secunda est 6.

2. Data autem alterutra Radice, altera facile habetur; & secunda
quidem ex Prima hoc modo:

R E G V L A I. *Data Prima-Radix dubatur in numerum vnitate
minorem se, produc̄ti medietas est Radix Secunda.*

Vt sit data Radix 3, quæ ducta in 2 facit 6, cujus medietas 3, est
etiam Radix secunda quæsita.

3. Data deinde secunda Radice, prima habetur ex Regula 10.
Capite 8, Num. 2. tradita, quæ huic loco accommodata sic habet:

R E G V L A II. *Octuplo date Radicis adde 1, ex Radice quadra-
ta summa subtrahe 1; reliqui medietas vnitate aucta, est Radix pri-
ma quæsita.*

Vt sit data 3 Radix secunda Pentagoni 16, octuplum ipsius & 1,
est 25, à cujus radice quadrata 5 subtraho 1, Reliqui medietas est 2,
quæ plus 1 facit 3, Radicem primam, quæ, ut supra diximus, in hoc
particulari casu exemplo, eadem est cum Radice secunda data:

AR-

ARTICVLVS IV.

Ex data alterutra Radice, numerum componere Polygonum.

Dato latere, sive prima futuri Polygoni radice, ex ea, per Regulam 1. precedentiis Articuli, quare secundam; haec enim ducta in numerum multitudinis angularum Polygoni, facit productum qui vnitate auctus, est Polygonus quæsus.

Vt sit data 5 Radix prima Pentagoni, ex Regula citata invenies Radicem secundam 10, quæ ducta in 5, facit 50; ergo 51 est Pentagonus quæsus.

ARTICVLVS V.

Ex dato Polygono utramque elicere Radicem.

Numerum Polygonom datum minus 1, divide per multicudinem angularum Polygoni, habebisque in Quoto Radicem secundam; ex qua per Regulam 2. Articuli 3, quare Primam.

Res ita clara est ex supradictis, vt exemplo non indigeat. Quare & Regulæ, & Articulo, & Capiti, & Appendix FINEM simul imponimus, easque, quas præmissis inter ponere voluimus, Tabulas Numerorum Quadratorum, & Cubicorum, hisce immediate postponimus.

Ceterum eti multa addibita sit cura, ut Tabula ha. sine erroribus prodirent; quia namen prater illam aliquot irrepresentant, summa cum diligentia omnes notari sunt: quare Errata sic corrigi.

Errata				Correcta		
Pag.	Rad.	Quad.	Cubi.	Rad.	Quad.	Cubi.
2	258	-	-	248	-	-
3	331	106	-	-	109	-
3	342	11690	-	-	11696	-
3	353	-	43980	-	43986	-
3	375	-	5276	-	5273	-
8	892	-	7091	-	7097	-
10	1079	115	-	-	116	-
10	1082	118	-	-	117	-
12	1238	-	189714	-	189741	-
11	1239	-	1902041	-	1902014	-
14	1469	-	-	1569	-	-
15	1500	-	-	1600	-	-
15	1606	25729	-	-	25792	-
16	1688	-	48096915	-	48096926	-
16	1689	-	4818240	-	4818245	-
21	2145	-	9886919	-	9869198	-
22	2246	50544	-	50445	-	118
22	2278	-	128	-	-	-
23	2323	549	-	539	-	17820
26	2612	-	17804	-	-	17840
26	2613	-	-	-	-	18
26	2664	-	19	-	-	18
26	2665	-	19	-	-	18
26	2666	-	19	-	-	18
26	2667	-	19	-	-	18

Pag.	Rad.	Errata.			Correcta.		
		Quad.	Cubi		Rad.	Quad.	Cubi
26	2668	-	19		71	-	18
26	2678	81	-		890	-	21
27	2778	-	32		2907	-	
28	2828	899	-		3104	-	
29	2007	-	-		116690	2999	
31	2104	-	-		1206	-	
31	3107	-	2998		121173	-	
34	3416	116699	-		121243	-	
34	3473	1209	-		121312	-	
34	3481	121175	-		121382	-	
34	3482	121245	-		121452	-	
34	3483	121316	-		426182641	-	
34	3484	121387	-		426548777	-	
34	3485	121458	-		426915123	-	
34	3493	-	426548777		15	-	
34	3494	-	426915123		16	-	
34	3495	-	427281679		4300	-	
39	3912	12	-		18395	-	
39	4000	15	-		87056	-	
42	4208	-	-		20052	-	
42	4289	18399	-		105154048	-	
44	4432	-	87055		237169	-	
44	4478	20053	-		12395293	-	
47	4720	-	105154088		1250	-	
48	4870	237716	-		139152888	-	
49	4986	-	12395292		17486	-	
49	5000	-	1245		1908045	-	
51	5182	-	139152887		348	-	
55	5592	-	17480		350	-	
57	5757	-	1908054		2250	-	
58	5900	358	-		2251	-	
59	5921	3504	-		6196	-	
60	6083	-	2248		6236	-	
60	6084	-	2241		6700	-	
61	9196	-	-		3011671	-	
62	6336	-	-		49	-	
66	6600	-	-		35	-	
67	6703	-	3011617		7236	-	
70	7019	46	-		542726	3875	
71	7113	-	36		548932	-	
72	7336	-	-		57168	-	
72	7292	-	3883		7636	-	
73	7367	542726	-		5919	-	
74	7409	548923	-		61544	-	
75	7561	57167	-		73599	493975	
76	4636	-	-		8900	-	
76	7694	5918	-		709816431	-	
78	7845	61549	-		72	-	
79	7905	-	493972		72	-	
85	8579	73598	-		73	-	
88	8800	-	-		915849	-	
89	8917	-	709016436				
89	8974	-	62				
89	8988	-	42				
89	8944	-	42				
94	9921	-	-				
95	9570	915890	-				

Erratorum totius Operis correctio, habetur infra post Tabulas, & INDICEM.

TABVLA NVMERORVM, QVADRATORVM, ET
Cubicorum.

2

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
1	1	1	51	2601	132651	101	10201	1030301
2	4	8	52	2704	140608	102	10464	1061208
3	9	27	53	2809	148877	103	10609	1092727
4	16	64	54	2916	157464	104	10816	1124864
5	25	125	55	3025	166375	105	11025	1157625
6	36	216	56	3136	175616	106	11236	1191016
7	49	343	57	3249	185193	107	11449	1225043
8	64	512	58	3364	195112	108	11664	1259712
9	81	729	59	3481	205379	109	11881	1295029
10	100	1000	60	3600	216000	110	12100	1331000
11	121	1331	61	3721	226981	111	12321	1367631
12	144	1728	62	3844	248328	112	12544	1404928
13	169	2197	63	3969	250647	113	12769	1442897
14	196	2744	64	4096	262144	114	12996	1481544
15	225	3375	65	4225	274625	115	13225	1520875
16	256	4096	66	4356	287496	116	13456	1560896
17	289	4913	67	4489	300763	117	13689	1601613
18	324	5832	68	4624	314432	118	13924	1643032
19	361	6859	69	4761	328509	119	14161	1685159
20	400	8000	70	4900	343000	120	14400	1728000
21	441	9261	71	5041	357911	121	14641	1771561
22	484	10648	72	5184	373248	122	14884	1815848
23	529	12167	73	5329	389017	123	15129	1860867
24	576	13824	74	5476	405224	124	15376	1906624
25	625	15625	75	5625	421875	125	15625	1953125
26	676	17576	76	5776	438976	126	15876	2000376
27	729	19683	77	5929	456533	127	16129	2048383
28	784	21952	78	6084	474552	128	16384	2097152
29	841	24389	79	6241	493039	129	16641	2146689
30	900	27000	80	6400	512000	130	16900	2197000
31	961	29791	81	6561	531441	131	17161	2248091
32	1024	32768	82	6724	551368	132	17424	2299968
33	1089	35937	83	6889	571787	133	17689	2352637
34	1156	39304	84	7056	592704	134	17956	2406104
35	1225	42875	85	7225	614125	135	18225	2460375
36	1296	46656	86	7396	636056	136	18496	2515456
37	1369	50653	87	7569	658503	137	18769	2571353
38	1444	54872	88	7744	681472	138	19044	2628072
39	1521	59319	89	7921	704969	139	19321	2685619
40	1600	64000	90	8100	729000	140	19600	2744000
41	1681	68921	91	8281	753571	141	19881	2803221
42	1764	74088	92	8464	778688	142	20164	2863288
43	1849	79507	93	8649	804357	143	20449	2924207
44	1936	85184	94	8836	830584	144	20736	2985984
45	2025	91125	95	9025	857375	145	21025	3048625
46	2116	97336	96	9216	884736	146	21316	3112236
47	2209	103823	97	9409	912673	147	21609	3176523
48	2304	110592	98	9604	941192	148	21904	3241792
49	2401	117649	99	9801	970299	149	22201	3307949
50	2500	125000	100	10000	1000000	150	22500	3375000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
151	22801	3442951	201	40401	8120601	251	63601	15813251
152	23204	3511808	202	40804	8242408	252	63504	16003608
153	23409	3581577	203	41209	8305427	253	64009	16194277
154	23716	3652264	204	41616	8489664	254	64516	16387664
155	24025	3723875	205	42025	8615125	255	65025	16581875
156	24336	3796416	206	42436	8741816	256	65536	16777216
157	24649	3869893	207	42849	8869743	257	66049	16974593
158	24964	3944162	208	43264	8998912	258	66564	17173512
159	25281	4019679	209	43681	9129329	259	67081	17373979
160	25600	4096999	210	44100	9261000	260	67600	17576000
161	25921	4173281	211	44521	9393931	261	68121	17779581
162	26244	4251528	212	44944	9528128	262	68644	17984728
163	26569	4330747	213	45369	9663597	263	69169	18191447
164	26896	4410944	214	45796	9800344	264	69696	18399744
165	27225	4492125	215	46225	9938375	265	70225	18609625
166	27556	4574296	216	46656	10077696	266	70756	18821096
167	27889	4657463	217	47089	10218313	267	71289	19034163
168	28224	4741632	218	47524	10360232	268	71824	19248832
169	28561	4826899	219	47961	10503459	269	72361	19455109
170	28900	4913000	220	48400	10648000	270	72900	19683000
171	29241	5000211	221	48841	10793861	271	73441	19902511
172	29584	5088448	222	49284	10941048	272	73984	20123648
173	29929	5177717	223	49729	11089567	273	74529	20346417
174	30276	5268024	224	50176	11239424	274	75076	20570824
175	30625	5359375	225	50625	11390625	275	75625	20796875
176	30976	5451776	226	51076	11543176	276	76176	21024576
177	31329	5545233	227	51529	11697083	277	76729	21253933
178	31684	5639752	228	51984	11852352	278	77284	21484952
179	32041	5735339	229	52441	12008989	279	77841	21717619
180	32400	5832000	230	52900	12167000	280	78400	21952000
181	32761	5929741	231	53361	12326391	281	78961	22188041
182	33124	6028568	232	53824	12487168	282	79524	22425768
183	33489	6128487	233	54289	12649337	283	80089	22665187
184	33856	6229504	234	54756	12812904	284	80656	22906364
185	34225	6331625	235	55225	12977875	285	81225	23149125
186	34596	6434856	236	55696	13144256	286	81796	23393656
187	34969	6539203	237	56169	13312053	287	82369	23639903
188	35344	6644672	238	56644	13481272	288	82944	23887872
189	35721	6751269	239	57121	13651919	289	83521	24137569
190	36100	6859000	240	57600	13824000	290	84100	24389000
191	36481	6967871	241	58081	13997521	291	84681	24642171
192	36864	7077888	242	58564	14172488	292	85264	24897088
193	37249	7189057	243	59049	14348907	293	85849	25153757
194	37636	7301384	244	59536	14526784	294	86436	25412184
195	38025	7414875	245	60025	14706125	295	87025	25672375
196	38416	7529536	246	60516	14886936	296	87616	25934336
197	38809	7645373	247	61009	15069223	297	88209	26198073
198	39204	7762392	248	61504	15252992	298	88804	26463592
199	39601	7880599	249	62001	15438249	299	89401	26730899
200	40000	8000000	250	62500	15625000	300	90000	27000000

Quadratorum, & Cubicorum.

3.

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
301	90601	27370901	351	123201	43243551
302	93204	27543608	352	123904	43614208
303	94809	27818127	353	124609	43980977
304	92416	28094464	354	125316	44361864
305	93025	28372625	355	126025	44738875
306	93636	28652616	356	126736	45118016
307	94249	28934443	357	127449	45499293
308	94864	29218112	358	128164	45882712
309	95481	29503629	359	128881	46268279
310	96100	29791000	360	129600	46656000
311	96721	30080231	361	130321	47045881
312	97344	30371328	362	131044	47437928
313	97969	30664297	363	131769	47832147
314	98596	30959144	364	132496	48228544
315	99225	31255875	365	133225	48627125
316	99856	31554496	366	133956	49027896
317	100489	31855013	367	134689	49430863
318	101124	32157432	368	135424	49836032
319	101761	32461759	369	136164	50243409
320	102400	32768000	370	136900	50653000
321	103041	33076161	371	137641	51064811
322	103684	33386248	372	138384	51478848
323	104329	33698267	373	139129	51895117
324	104976	34012224	374	139876	52313624
325	105625	34328125	375	140625	52764375
326	106276	34645976	376	141376	53157376
327	106929	34965783	377	142129	53582633
328	107584	35287552	378	142884	54010152
329	108241	35611289	379	143641	54439939
330	108900	35937000	380	144400	54872000
331	106561	36264691	381	145161	55306341
332	110224	36594368	382	145924	55742968
333	110889	36926037	383	146689	56181887
334	111556	37259704	384	147456	56623104
335	112225	37595375	385	148225	57066625
336	112896	37933056	386	148996	57512456
337	113569	38272753	387	149769	57960603
338	114244	38614472	388	150544	58411072
339	114921	38958219	389	151321	58863869
340	115600	39304000	390	152100	59319000
341	116281	39651821	391	152881	59776471
342	116904	40001688	392	153664	60236288
343	117649	40353607	393	154449	60698457
344	118336	40707584	394	155236	61162984
345	119025	41063625	395	156025	61629875
346	119716	41421736	396	156816	62099136
347	120409	41781923	397	157609	62570773
348	121104	42144192	398	158404	63044792
349	121801	42508549	399	159201	63521199
350	122500	42875000	400	160000	64999999

Tabula Numerorum,

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
401	160801	64481201	451	203401	94733851
402	162604	64964808	452	204304	92345408
403	162409	65450827	453	205209	92959677
404	163216	65939264	454	206116	93576664
405	164025	66430325	455	207025	94196375
406	164836	66923416	456	207936	94818816
407	165649	67419743	457	208849	95443993
408	166464	67917912	458	209764	96071912
409	167281	68417929	459	210681	96702579
410	168100	68911000	460	211600	97336000
411	168911	69426531	461	212521	97972181
412	169744	69934528	462	213444	98611128
413	170569	70444997	463	214369	99252847
414	171396	70957944	464	215296	99897344
415	172225	71473375	465	216225	100544625
416	173056	71991296	466	217156	101194696
417	173889	72511711	467	218089	101847563
418	174724	73034632	468	219024	102503232
419	175561	73550059	469	219961	103161709
420	176400	74088000	470	220900	103823000
421	177241	74618461	471	221841	104487111
422	178084	75151448	472	222784	105154048
423	178929	75686967	473	223729	105823817
424	179776	76225024	474	224676	106496424
425	180625	76765625	475	225625	107171875
426	181476	77308776	476	226576	107850176
427	182329	77854483	477	227529	108531333
428	183184	78402752	478	228484	109215352
429	184041	78953589	479	229441	109902239
430	184900	79507000	480	230400	110592000
431	185761	80062991	481	231361	111284641
432	186624	80621568	482	232324	111980168
433	187489	81182737	483	233289	112678587
434	188356	81746504	484	234256	113379904
435	189225	82312875	485	235225	114084125
436	190096	82881856	486	236196	114791256
437	190969	83453453	487	237169	115501303
438	191844	84027672	488	238144	116214272
439	192721	84604519	489	239121	116930169
440	193600	85184000	490	240100	117649000
441	194481	85766121	491	241081	118370771
442	195364	86350888	492	242064	119095488
443	196249	86938307	493	243049	119822157
444	197136	87528384	494	244036	120553784
445	198025	88121125	495	245025	121287375
446	198916	88716536	496	246016	122022936
447	199809	89314623	497	247009	122763473
448	200704	89915392	498	248004	123505992
449	201601	90518849	499	249001	124251499
450	202500	91125000	500	250000	125000000

Quadratorum, & Cubicorum.

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
501	251001	125751505	551	304601	157284151
502	252004	126504008	552	304704	168196608
503	253009	127263527	553	305809	169112377
504	254016	128024064	554	306916	170031464
505	255025	128787625	555	308025	170953875
506	256036	129554216	556	309136	171879616
507	257049	130323843	557	310249	172808693
508	258064	131096512	558	311364	173741112
509	259081	131872229	559	312481	174676879
510	260100	132651000	560	313600	175516000
511	261121	133432831	561	314721	176558481
512	262144	134217728	562	315844	177504328
513	263169	135005697	563	316969	178453547
514	264196	135796744	564	318096	179406144
515	265225	136590875	565	319225	180362125
516	266256	137388096	566	320356	181321496
517	267289	138188413	567	321489	182284263
518	268324	138991832	568	322624	183250432
519	269361	139798359	569	323761	184220009
520	270400	140608000	570	324900	185193000
521	271441	141420761	571	326041	186169411
522	272484	142236648	572	327184	187149248
523	273529	143055667	573	328329	188132517
524	274576	143877824	574	329476	189119224
525	275625	144703125	575	330625	190109375
526	276676	145531576	576	331776	191102976
527	277729	146363183	577	332929	192100033
528	278784	147197952	578	334084	193100552
529	279841	148035889	579	335241	194104539
530	280900	148877000	580	336400	195112000
531	281961	149721291	581	337561	196122941
532	283024	150568768	582	338724	197137368
533	284089	151419437	583	339889	198155287
534	285156	152273304	584	341056	199176704
535	286225	153130375	585	342225	200201625
536	287296	153990656	586	343396	201230056
537	288369	154854153	587	344569	202262003
538	289444	155720872	588	345744	203297472
539	290521	156590819	589	346921	204336469
540	291600	157464000	590	348100	205379000
541	292681	158340421	591	349281	206425071
542	293764	159220088	592	350464	207474688
543	294849	160103007	593	351649	208527857
544	295936	160989184	594	352836	209584584
545	297025	161878625	595	354025	210644875
546	298116	162771336	596	355216	211708736
547	299209	163667323	597	356409	212776173
548	300304	164566592	598	357604	213847192
549	301401	165469149	599	358801	214921799
550	302500	166375000	600	360000	216000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
601	361201	217081801	651	422801	275894451
602	362404	218167208	652	425104	277167808
603	363609	219256227	653	426409	278445077
604	364816	220348864	654	427716	279726264
605	366025	221445125	655	429025	2810111375
606	367236	222545016	656	430336	282200416
607	368449	223648543	657	431649	283593393
608	369664	224755712	658	432964	284890312
609	370881	225866529	659	434281	286191179
610	372100	226981000	660	435600	287496000
611	373321	228099131	661	436921	288804781
612	374544	229220928	662	438244	290117528
613	375769	230346397	663	439569	291434247
614	376996	231475544	664	440896	292754944
615	378225	232608375	665	442225	294079625
616	379456	233744896	666	443556	295408296
617	380689	234885113	667	444889	296740963
618	381924	236029032	668	446224	298077632
619	383161	237176659	669	447561	299418309
620	384400	238328000	670	448900	300763200
621	385641	239483061	671	450241	302111711
622	386884	240641848	672	451584	303464448
623	388129	241804367	673	452929	304821217
624	389376	242970624	674	454276	306182024
625	390625	244140625	675	455625	307546875
626	391876	245314376	676	456976	308915776
627	393129	246491883	677	458329	310288733
628	394384	247673152	678	459684	311665752
629	395641	248858189	679	461041	313046839
630	396900	250047000	680	462400	314432000
631	398161	251239591	681	463761	315821241
632	399424	252435968	682	465124	317214568
633	400689	253636137	683	466489	318611987
634	401956	254840104	684	467856	320013504
635	403225	256047875	685	469225	321419425
636	404496	257259456	686	470596	322828856
637	405769	258474853	687	471969	324242703
638	407044	259694072	688	473344	32560672
639	408321	260917119	689	474721	327082769
640	409600	262144000	690	476100	328509000
641	410881	263374721	691	477481	329939371
642	412164	264609288	692	478864	331373888
643	413449	265847707	693	480249	332812557
644	414736	267089984	694	481636	334255384
645	416025	268336125	695	483025	335702375
646	417316	269586136	696	484416	337153536
647	418609	270840023	697	485809	338608873
648	419904	272097792	698	487204	340068392
649	421201	273359449	699	488601	341532099
650	422500	274625000	700	490000	343000000

Quadratorum, & Cubicorum.

70

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
701	491401	344472101	768	56400	433564751
702	492804	345948408	783	565504	435259098
703	494209	347428927	763	567009	436957777
704	495616	348933664	764	568516	438661064
705	497025	369492625	755	570025	430368875
706	498436	391895816	756	571536	432081216
707	499849	393393243	757	573049	433798093
708	501264	394894912	758	574564	435519512
709	502681	396400829	759	576081	437245479
710	504100	397911000	760	577600	438976000
711	505521	399425431	761	579121	440711081
712	506944	360944128	762	580644	442450728
713	508369	362467097	763	582169	444194947
714	509796	363994344	764	583696	445943744
715	511225	365535876	765	585225	447697125
716	512656	367061696	766	586756	449455096
717	514089	368601813	767	588289	451217693
718	515524	370148232	768	589824	452984832
719	516961	371694959	769	591361	454756609
720	518400	373248000	770	592900	456533000
721	519841	374805361	771	594441	458314011
722	521284	376367048	772	595984	460099648
723	522729	377933067	773	597529	461889917
724	524176	379503424	774	599076	463684824
725	525625	380978125	775	600625	465484375
726	527076	382657176	776	602176	467288576
727	528529	384240583	777	603729	469097433
728	529984	385828352	778	605284	470910952
729	531441	387420489	779	606841	472729139
730	532900	389017000	780	608400	474552000
731	534361	390617891	781	609961	476379541
732	535824	392223168	782	611524	478211768
733	537289	393842837	783	613089	480048687
734	538756	395446904	784	614656	481890304
735	540225	397065375	785	616225	483736625
736	541696	398688256	786	617796	485587656
737	543169	400315553	787	619369	487443403
738	544644	401947272	788	620944	489303872
739	546121	403583419	789	622521	491169069
740	547600	405224000	790	624100	493039000
741	549081	406869021	791	625681	494913671
742	550564	408518488	792	627264	495793088
743	552049	410172407	793	628849	498677257
744	553536	411830784	794	630436	500566184
745	555025	413493625	795	632025	502459875
746	556516	415160936	796	633616	504358336
747	558009	416832723	797	635209	506261573
748	559504	418508992	798	636804	508169592
749	561001	420189749	799	638401	510082399
750	562500	421875000	800	640000	512000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
801	641601	513922409	851	724201	616295051
802	643204	515849608	852	725904	618470208
803	644809	517781627	853	727609	619650477
804	646416	519718464	854	729316	522835864
805	648025	521660125	855	731025	625026375
806	649636	523606616	856	732736	627222016
807	651249	525557943	857	734449	629422793
808	652864	527514112	858	736164	631628712
809	654481	529475129	859	737881	633839779
810	656100	531441000	860	739600	636056000
811	557721	533411731	861	741321	638277381
812	659344	535387328	862	743044	640503928
813	660969	537367797	863	744769	642735647
814	662596	539353144	864	746496	644972544
815	664225	541343375	865	748225	647214625
816	665856	543338496	866	749956	649461896
817	667489	545338513	867	751689	651714363
818	669124	547343432	868	753424	653972032
819	670761	549353259	869	755161	656234999
820	672400	551368000	870	756900	658503000
821	674041	553387661	871	758641	660776311
822	675684	555412248	872	760384	663054848
823	677329	557441767	873	762129	665338617
824	678976	559476224	874	763876	667627624
825	680625	561515625	875	765625	669921875
826	682276	563559976	876	767376	672221376
827	683929	565609283	877	769129	674526134
828	685584	567663552	878	770884	676836152
829	687241	569722789	879	772641	679151439
830	688900	571787000	880	774400	681472000
831	690561	573856191	881	776161	683797841
832	692224	575930368	882	777924	686128968
833	693889	578009537	883	779689	688465387
834	695556	580093704	884	781456	690807104
835	697225	582182875	885	783225	693154125
836	698896	584277056	886	784996	695506456
837	700569	586376253	887	786769	697864103
838	702244	588480472	888	788544	700227072
839	703921	590589719	889	790321	702595369
840	705600	592704000	890	792100	704969000
841	707281	594823321	891	793881	707347971
842	708964	596947688	892	795664	709132288
843	710649	599077107	893	797449	712121957
844	712336	601211584	894	799236	714516984
845	714025	603351125	895	801025	716917375
846	715716	605495736	896	802816	719323136
847	717409	607645423	897	804609	721734273
848	719104	609800192	898	806404	724150792
849	720801	611960049	899	808201	726572699
850	722500	614825000	900	810000	729900000

Quadratorum, & Cubicorum.

9.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
901	811801	731432701	951	904401	860085351
902	813604	733870808	952	906304	862801408
903	815409	736314327	953	908209	865523177
904	817216	738763264	954	910116	868250664
905	819025	741217625	955	912025	870983875
906	820836	743677416	956	913936	873722816
907	822649	746142643	957	915849	876467493
908	824464	748613312	958	917764	879217912
909	826281	751089429	959	919681	881974079
910	828100	753571000	960	921600	884736000
911	829921	756058021	961	923521	887503681
912	831744	758550528	962	925444	890277128
913	833569	761048497	963	927369	893056347
914	835396	763551944	964	929296	895841344
915	837225	766060875	965	931225	898632125
916	839056	768575296	966	933156	901428696
917	840889	771095213	967	935089	904231063
918	842724	773620632	968	937024	907039232
919	844561	776151559	969	938961	909853209
920	846400	778688000	970	940900	912673000
921	848241	781229961	971	942841	915498611
922	850084	783777448	972	944784	918330048
923	851929	786330467	973	946729	921167317
924	853776	788889024	974	948676	924010424
925	855625	791453125	975	950625	926859375
926	857476	794022776	976	952576	929714176
927	859329	796597983	977	954529	932574833
928	861184	799178752	978	956484	935441352
929	863041	801765089	979	958441	938313739
930	864900	804357000	980	960400	941192000
931	866761	806954491	981	962361	944076141
932	868624	809557568	982	964324	946966168
933	870489	812166237	983	966289	949862087
934	872356	814780504	984	968256	952763904
935	874225	817400375	985	970225	955671625
936	876096	820025856	986	972196	958585256
937	877969	822656953	987	974169	961504803
938	879844	825293672	988	976144	964430272
939	881721	827936019	989	978121	967361669
940	883600	830584000	990	980100	970299000
941	885481	833237621	991	982081	973242271
942	887364	835896888	992	984064	976191488
943	889249	838561807	993	986049	979146657
944	891136	841232384	994	988036	982107784
945	893025	843908625	995	990025	985074875
946	894916	846590536	996	992016	988047936
947	896809	849278123	997	994009	991026973
948	898704	851971392	998	996004	994011992
949	900601	854670349	999	998001	997002999
950	902500	857375000	1000	10000000	10000000000

b

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.
1001	1002001	1003003001	1051	1104601	1160935651
1002	1004004	1006012008	1052	1106704	1164252608
1003	1006009	1009027027	1053	1108809	1167575877
1004	1008016	1012048064	1054	1110916	1170905464
1005	1010025	1015075125	1055	1113025	1174241375
1006	1012036	1018108216	1056	1115136	1177583616
1007	1014049	1021147343	1057	1117249	1180932193
1008	1016064	1024192512	1058	1119364	1184287112
1009	1018081	1027143729	1059	1121481	1187648379
1010	1020100	1030301000	1060	1123600	1191016000
1011	1022121	1033364331	1061	1125721	1194389981
1012	1024144	1036433728	1062	1127844	1197770328
1013	1026169	1039509197	1063	1129969	1201157047
1014	1028196	1042590744	1064	1132096	1204550144
1015	1030225	1045678375	1065	1134225	1207949625
1016	1032256	1048772096	1066	1136356	1211355496
1017	1034289	1051871913	1067	1138489	1214767763
1018	1036324	1054977832	1068	1140624	1218186432
1019	1038361	1058089859	1069	1142761	1221611509
1020	1040400	1061208000	1070	1144900	1225043000
1021	1042441	1064332261	1071	1147041	1228480911
1022	1044484	1067462648	1072	1149184	1231925248
1023	1046529	1070599167	1073	1151329	1235376017
1024	1048576	1073741824	1074	1153476	1238833224
1025	1050625	1076890625	1075	1155625	1242296875
1026	1052676	1080045576	1076	1157776	1245766976
1027	1054729	1083206683	1077	1159929	1249243533
1028	1056784	1086373952	1078	1162084	1252726552
1029	1058841	1089547389	1079	1154241	1256215039
1030	1060900	1092727000	1080	1166400	1259712000
1031	1062961	1095912791	1081	1168561	1263214441
1032	1065024	1099104768	1082	1180724	1266723368
1033	1067089	1102302937	1083	1172889	1270238787
1034	1069156	1105507304	1084	1175056	1273760704
1035	1071225	1108717875	1085	1177225	1277289125
1036	1073296	1111934656	1086	1179396	1280824056
1037	1075369	1115157653	1087	1181569	1284365503
1038	1077444	1118386872	1088	1183744	1287913472
1039	1079521	1121622319	1089	1185921	1291467969
1040	1081600	1124864000	1090	1188100	1295029000
1041	1083681	1128111921	1091	1190281	1298596571
1042	1085764	1131366088	1092	1192464	1302170688
1043	1087849	1134626507	1093	1194649	1305751357
1044	1089936	1137893184	1094	1196836	1309338584
1045	1092025	114166125	1095	1199025	1312932375
1046	1094116	1144445336	1096	1201216	1316532736
1047	1096209	1147736823	1097	1203409	1320139673
1048	1098304	1151022592	1098	1205604	1323753192
1049	1100401	1154320649	1099	1207801	1327373299
1050	1102500	1157625000	1100	1210000	1310000000

Quadratorum, & Cubicorum.

II.

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
1101	1212201	1334633301	1151	1324801	1524845951
1102	1214404	1338273298	1152	1327104	1528823808
1103	1216609	1341919727	1153	1329409	1532808577
1104	1218816	1345573864	1154	1331716	1536800204
1105	1221025	1349232625	1155	1334025	1540798875
1106	1223236	1352899046	1156	1336346	1544804416
1107	1225449	1356572043	1157	1338649	1548816893
1108	1227664	1360251713	1158	1340944	1552835312
1109	1229881	1363938029	1159	1343281	1556862679
1110	1232100	1367631600	1160	1345600	1560896000
1111	1234321	1371330634	1161	1347921	1564936281
1112	1236544	1375036928	1162	1350244	1568983528
1113	1238769	1378749827	1163	1352509	1573037747
1114	1240996	1382469544	1164	1354890	1577098944
1115	1243225	1386195875	1165	1357225	1581167125
1116	1245456	1389928896	1166	1359556	1585242296
1117	1247689	1393668612	1167	1361889	1589324463
1118	1249924	1397415032	1168	1364224	1593413532
1119	1252161	1401168159	1169	1366561	1597509809
1120	1254400	1404928000	1170	1368900	1601613000
1121	1256641	1408694561	1171	1371241	1605723211
1122	1258884	1412467848	1172	1373584	1609840448
1123	1261129	1416247867	1173	1375929	1613964717
1124	1263376	1420034624	1174	1378276	1618096024
1125	1265625	1423828125	1175	1380625	1622234375
1126	1267876	1427628376	1176	1382976	1626379776
1127	1270129	1431435383	1177	1385329	1630532233
1128	1272384	1435249152	1178	1387684	1634691752
1129	1275641	1439069689	1179	1390041	1638858339
1130	1276900	1442897600	1180	1392400	1643032000
1131	1279161	1446731691	1181	1394761	1647212741
1132	1281424	1450571968	1182	1397124	1651400568
1133	1283689	1454419637	1183	1399489	1655595487
1134	1285956	1458274104	1184	1401856	1659797504
1135	1288225	1462135375	1185	1404225	1664005625
1136	1290496	1466663456	1186	1406596	1668222856
1137	1292769	1469878353	1187	1408969	1672446203
1138	1295044	1473760072	1188	1411344	1676676672
1139	1297321	1477648619	1189	1413721	1680914269
1140	1299600	1481544000	1190	1416100	1685159000
1141	1301881	1485446221	1191	1418481	1689416871
1142	1304164	1489355288	1192	1420864	1693669888
1143	1306449	1493271207	1193	1423249	1697936057
1144	1308736	1497193984	1194	1425636	1702209384
1145	1311025	1501123625	1195	1428025	1706489875
1146	1313316	1505060136	1196	1430416	1710777536
1147	1315609	1509003523	1197	1432809	1715072373
1148	1317904	1512953792	1198	1435204	1719374392
1149	1320201	1516910949	1199	1437601	1723683599
1150	1322500	1520875000	1200	1440000	1728000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
1201	1442401	1732323601	1251	1565001	1957816251
1202	1444804	1736654408	1252	1567504	1962515008
1203	1447209	1740992427	1253	1570009	1967221277
1204	1449616	1745337664	1254	1572516	1971935004
1205	1452025	1749590125	1255	1575025	1976656375
1206	1454436	1754049816	1256	1577536	1981385216
1207	1456849	1758416743	1257	1580049	1986121593
1208	1459264	1762790912	1258	1582564	1990865512
1209	1461681	1767172329	1259	1585081	1993616979
1210	1464100	1771561000	1260	1587600	2000376000
1211	1466521	1775956941	1261	1590121	2005142581
1212	1468944	1780360128	1262	1592644	2009916728
1213	1471369	1784770597	1263	1595169	2014698447
1214	1473796	1789188344	1264	1597696	2019487744
1215	1476225	1793613375	1265	1600225	2024284625
1216	1478656	1798045696	1266	1602756	2029089096
1217	1481089	1802485313	1267	1605289	2033901163
1218	1483524	1806932232	1268	1607824	2038720832
1219	1485961	1811386459	1269	1610361	2043548109
1220	1488400	1815848000	1270	1612900	2048383000
1221	1490841	1820316861	1271	1615441	2053225511
1222	1493284	1824793048	1272	1617984	2058075648
1223	1495729	1829276567	1273	1620529	2062933417
1224	1498176	1833767424	1274	1623076	2067798824
1225	1500625	1838265625	1275	1625525	2072671875
1226	1503076	1842771176	1276	1628176	2077552576
1227	1505529	1847284083	1277	1630729	2082440933
1228	1507984	1851804352	1278	1633284	2087336952
1229	1510441	1856331989	1279	1635841	2092240639
1230	1512900	1860867000	1280	1638400	2097152000
1231	1515361	1865409391	1281	1640961	2102071041
1232	1517824	1869959168	1282	1643524	2106997768
1233	1520289	1874516337	1283	1646089	2111932187
1234	1522756	1879080904	1284	1648656	2116874304
1235	1525225	1883652875	1285	1651225	2121824125
1236	1527696	1888232256	1286	1653796	2126781656
1237	1530169	1892819053	1287	1656369	2131746903
1238	1532644	1897143272	1288	1658944	2136719872
1239	1535121	1902041919	1289	1661521	2141700569
1240	1537600	1906624000	1290	1664100	2146689000
1241	1540081	1911240521	1291	1666681	2151685171
1242	1542564	1915864488	1292	1669264	2156689088
1243	1545049	1920495907	1293	1671849	2161700757
1244	1547536	1925134784	1294	1674436	2166720184
1245	1550025	1929781125	1295	1677025	2171747375
1246	1552516	1934434936	1296	1679676	2176782336
1247	1555009	1939096223	1297	1682269	2181825073
1248	1557504	1943764992	1298	1684804	2186875592
1249	1560001	1948441249	1299	1687407	2191933899
1250	1562500	1953125000	1300	1690000	2197000000

Quadratorum, & Cubicorum.

13.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
1301	1692601	2202073901	1351	1825201	2465846551
1302	1695204	2207155608	1352	1827904	2471326208
1303	1697809	2212245127	1353	1830609	2476815977
1304	1700416	2217342464	1354	1833316	2482309864
1305	1703025	2222447625	1355	1836023	2487815875
1306	1705636	2227560616	1356	1838736	2493326026
1307	1708249	2232681443	1357	1841449	2498846293
1308	1710864	2237810112	1358	1844164	2504374712
1309	1713481	2242946629	1359	1846881	2509911279
1310	1716100	2248091000	1360	1849600	2515456000
1311	1718721	2253243231	1361	1852321	2521008881
1312	1721344	2258403328	1362	1855044	2526569928
1313	1723969	2263571297	1363	1857769	2532139147
1314	1726596	2268747144	1364	1860496	2537716544
1315	1729225	2273930875	1365	1863225	2543302125
1316	1731856	2279122496	1366	1865956	2548895896
1317	1734489	2284322013	1367	1868689	2554497863
1318	1737124	2289529432	1368	1871424	2560108032
1319	1739761	2294744759	1369	1874161	2565726409
1320	1742400	2299968000	1370	1876900	2571353000
1321	1745041	2305199161	1371	1879641	2576987811
1322	1747684	2310438248	1372	1882384	2582630848
1323	1750329	2315683267	1373	1885129	2588282117
1324	1752976	2320940224	1374	1887876	2593941624
1325	1755625	2326203125	1375	1890625	2599609375
1326	1758276	2331473976	1376	1893376	2605285376
1327	1760929	2336752783	1377	1896129	2610969633
1328	1763584	2342039552	1378	1898884	2616662152
1329	1766241	2347334289	1379	1901641	2622362939
1330	1768900	2352637000	1380	1904400	2628072000
1331	1771561	2357947691	1381	1907161	2633789341
1332	1774224	2363166368	1382	1909924	2639514968
1333	1776889	2368593037	1383	1912689	2645248887
1334	1779556	2373927704	1384	1915456	2650991904
1335	1782225	2379270375	1385	1918225	2656741625
1336	1784896	2384621056	1386	1920996	2662500456
1337	1787569	2389979753	1387	1923769	2668267603
1338	1790244	2395346472	1388	1926544	2674043072
1339	1792921	2400721219	1389	1929321	2679826869
1340	1795600	2406104000	1390	1932100	2685619000
1341	1798281	2411494821	1391	1934881	2691419471
1342	1800964	2416893688	1392	1937664	2697228288
1343	1803649	2422300607	1393	1940449	2703045457
1344	1806336	2427715584	1394	1943236	2708870984
1345	1809025	2433138625	1395	1946025	2714704875
1346	1811716	2438569736	1396	1948816	2720547436
1347	1814409	2444008923	1397	1951609	2726397873
1348	1817104	2449456192	1398	1954404	2732256792
1349	1819801	2454911549	1399	1957201	2738124199
1350	1822500	2460375000	1400	1960000	2744000000

b 3

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
1401	1962896	2749884201	1451	2105401	3054936851
1402	1965604	2755776808	1452	2108304	3061257408
1403	1968409	2761677827	1453	2111209	3067586677
1404	1971216	2767587264	1454	2114116	3073924664
1405	1974025	2773505125	1455	2117025	3080271375
1406	1976836	2779431416	1456	2119936	3086626816
1407	1979649	2785366143	1457	2122849	3092990993
1408	1982464	2791309312	1458	2125764	3099363912
1409	1985281	2797260929	1459	2128681	3105745579
1410	1988160	2803221000	1460	2131600	3112136000
1411	1990921	2809189531	1461	2134521	3118535181
1412	1993744	2815166528	1462	2137444	3124943128
1413	1996569	2821151997	1463	2140369	3131359847
1414	1999396	2827145944	1464	2142996	3137785344
1415	2002225	2833148375	1465	2145925	3144219625
1416	2005056	2839159296	1466	2148856	3150662696
1417	2007889	2845178713	1467	2151789	3157114563
1418	2010724	2851206632	1468	2154724	3163575233
1419	2013561	2857243059	1469	2157661	3170044709
1420	2016400	2863288000	1470	2160906	3176523000
1421	2019241	2869341461	1471	2163841	3183010111
1422	2022084	2875403448	1472	2166784	3189506048
1423	2024929	2881473967	1473	2169729	3196010817
1424	2027776	2887553024	1474	2172676	3202524414
1425	2030625	2893640625	1475	2175625	3209046875
1426	2033476	2899736776	1476	2178576	3215578176
1427	2036329	2905841483	1477	2181529	3222118333
1428	2039184	2911954752	1478	2184484	322867352
1429	2042041	2918076589	1479	2187441	3235225239
1430	2044900	2924207000	1480	2190400	3241792000
1431	2047761	2930345991	1481	2193361	3248367641
1432	2050624	2936493568	1482	2196324	3254952168
1433	2053489	2942649737	1483	2199289	3261549587
1434	2056356	2948814504	1484	2202256	3268147904
1435	2059225	2954987875	1485	2205225	3274759125
1436	2062096	2961169856	1486	2208196	3281379256
1437	2064969	2967360453	1487	2211169	3288008303
1438	2067844	2973559672	1488	2214144	3294646272
1439	2070721	2979767519	1489	2217121	3301293169
1440	2073600	2985984000	1490	2220100	3307949000
1441	2076481	2992289121	1491	2223881	3314613771
1442	2079364	2998442888	1492	2226064	3321287488
1443	2082249	3004685307	1493	2229049	3327970157
1444	2085136	3010936384	1494	2232036	3334661784
1445	2088025	3017196125	1495	2235025	3341362375
1446	2090916	3023464536	1496	2238016	3348071936
1447	2093809	3029741623	1497	2241009	3354790473
1448	2096704	3036027392	1498	2244004	3361517992
1449	2099601	3042321849	1499	2247001	3368254499
1450	2102500	3048625000	1500	2250000	3375000000

Quadratorum, & Cubicorum.

35

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
1501	2253001	3381754501	1551	2405601	3731087151
1502	2256004	3388518008	1552	2408704	3738308608
1503	2259009	3395290527	1553	2411809	3745539377
1504	2262016	3402072964	1554	2414916	3751779464
1505	2265025	3408862625	1555	2418025	3760028875
1506	2268036	3415662216	1556	2421136	3767287616
1507	2271049	3422470843	1557	2424249	3774555693
1508	2274064	3429288512	1558	2427364	3781833112
1509	2277081	3436115229	1559	2430481	3789119879
1510	2280100	3442941000	1560	2433600	3796416000
1511	2283121	3449795831	1561	2436721	3803721481
1512	2286144	3456649728	1562	2439844	3811036328
1513	2289169	3463512697	1563	2442969	3818360547
1514	2292196	3470384744	1564	2446096	3825694144
1515	2295225	3477265875	1565	2449225	3833037125
1516	2298256	3484156096	1566	2452356	3840389496
1517	2301289	3491055413	1567	2455489	3847751263
1518	2304324	3497963832	1568	2458324	3855122432
1519	2307361	3504881359	1569	2461761	3802503009
1520	2310400	3511808000	1570	2464900	3869893000
1521	2313441	3518743761	1571	2468041	3877292411
1522	2316484	3525688648	1572	2471184	3884701248
1523	2319529	3532642667	1573	2474329	3892119517
1524	2322576	3539605824	1574	2477476	3899547224
1525	2325625	3546578125	1575	2480625	3906984375
1526	2328576	3553559576	1576	2483776	3914430976
1527	2331729	3560550183	1577	2486929	3921887033
1528	2334784	3567549952	1578	2490084	3929352552
1529	2337841	3574558889	1579	2493241	3936837539
1530	2340900	3581577000	1580	2496400	3944312000
1531	2343961	3588604291	1581	2499561	3951805941
1532	2347024	3595640768	1582	2502724	3959309368
1533	2350089	3602686437	1583	2505889	3966822287
1534	2353156	3609741304	1584	2509056	3974344704
1535	2356225	3616805375	1585	2512225	3981876625
1536	2359296	3623878656	1586	2515396	3989418056
1537	2362369	3630961153	1587	2518569	3996969003
1538	2365444	3638052872	1588	2521744	4004529472
1539	2368521	3645153819	1589	2524921	4012099469
1540	2371600	3652264000	1590	2528100	4019679000
1541	2374681	3659383421	1591	2531281	4027268071
1542	2377764	3666512088	1592	2534464	4034866688
1543	2380849	3673650007	1593	2537649	4042474857
1544	2383936	3680797184	1594	2540836	4050092584
1545	2387025	3687953625	1595	2544025	4057719875
1546	2390116	3695119336	1596	2547216	4065356736
1547	2393209	3702294323	1597	2550409	4073003173
1548	2396304	3709478592	1598	2553604	4080659192
1549	2399401	3716672149	1599	2556801	4088324799
1550	2402500	3723875000	1600	2560000	4096000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
1601	2563201	4103684801	1651	2725801	4500297451
1602	2566404	4111379208	1652	2729104	4508479808
1603	2569609	4119083227	1653	2732409	4516672077
1604	2572816	4126796864	1654	2735716	4524874264
1605	2576025	4134520125	1655	2739025	4533086375
1606	2572936	4142253016	1656	2742336	4541308416
1607	2582449	4149995543	1657	2745649	4549540393
1608	2585664	4157747712	1658	2748964	4557782312
1609	2588881	4165509529	1659	2752281	4566034179
1610	2592100	4173281000	1660	2755600	4574296000
1611	2595321	4181062131	1661	2758921	4581567781
1612	2598544	418852928	1662	2762244	4590849528
1613	2601769	4196653397	1663	2765509	4599141247
1614	2604996	4204463544	1664	2768896	4607442944
1615	2608225	4212283375	1665	2772225	4615754625
1616	2611456	4220112896	1666	2775556	4624076295
1617	2614689	4227952113	1667	2778889	4632407933
1618	2617924	4235801032	1668	2782224	4640749632
1619	2621161	4243659659	1669	2785561	4649101309
1620	2624400	4251528000	1670	2788900	4657463000
1621	2627641	4259406061	1671	2792241	4665834711
1622	2630884	4267293848	1672	2795584	4674216448
1623	2634129	4275191367	1673	2798929	4682608217
1624	2637376	4283098624	1674	2802276	4691010024
1625	2640625	4291015625	1675	2805625	4699421875
1626	2643876	4298942376	1676	2808976	4707843776
1627	2647129	4306878883	1677	2812329	4716275733
1628	2650384	4314825152	1678	2815684	4724717752
1629	2653641	4322781189	1679	2819041	4733169839
1630	2656900	4330747000	1680	2822400	4741632000
1631	2660161	4338722591	1681	2825761	4750104241
1632	2663424	4346707968	1682	2829124	4758586568
1633	2666689	4354703137	1683	2832489	4767078987
1634	2669956	4362708104	1684	2835856	4775581204
1635	2673225	4370722875	1685	2839225	4784094125
1636	2676496	4378747456	1686	2842596	4792616856
1637	2679769	4386781853	1687	2845969	4801149703
1638	2683044	4394826072	1688	2849344	4809692572
1639	2686321	4402880119	1689	2852721	4818246769
1640	2689600	4410944000	1690	2856100	4826809000
1641	2692881	4419017721	1691	2859481	4835382371
1642	2696164	4427101288	1692	2862864	4843965888
1643	2699449	4435194707	1693	2866249	4852959557
1644	2702736	4443297984	1694	2869636	4861163384
1645	2706025	4451411125	1695	2873025	4869777375
1646	2709316	4459534136	1696	2876416	4878401536
1647	2712609	4467667023	1697	2879809	4887035873
1648	2715904	4475809792	1698	2883204	4895680392
1649	2719201	4483962449	1699	2886601	4904335099
1650	2722500	4492125000	1700	2890000	4913000000

Quadratorum, & Cubicorum.

47

Radices	Qua- drati.	Cubi.	Radices	Qua- drati.	Cubi.
1701	2893401	4921675161	1751	3086064	5358567941
1702	2896804	4930460408	1752	3069584	5347774068
1703	2900209	4949055927	1753	3073069	5386984977
1704	2903616	4947761664	1754	3076546	5396204864
1705	2907025	4956477625	1755	3086025	5405442875
1706	2910426	4965203816	1756	3088536	5414684946
1707	2913849	4973940243	1757	3089709	5423045803
1708	2917264	4982686912	1758	3090564	5433210942
1709	2920681	4991443829	1759	3094681	5442483979
1710	2924100	5000211000	1760	3097680	5451776000
1711	2927521	5008988431	1761	3101121	5451074081
1712	2930944	5017776128	1762	3104644	5470382728
1713	2934369	5026574097	1763	3108169	5479704947
1714	2937796	5035382344	1764	3111696	5489031744
1715	2941225	5044200875	1765	3115225	5498372425
1716	2944656	5053029696	1766	3118796	5507723596
1717	2948089	5061868813	1767	3122289	5517084663
1718	2951524	5070718232	1768	3125824	5526456832
1719	2954961	5079577959	1769	3129361	5535839609
1720	2958400	5088448000	1770	3132900	5545233000
1721	2961841	5097328361	1771	3136441	5554637611
1722	2965284	5106219048	1772	3139984	5564051648
1723	2968729	5113120067	1773	3143529	5573476917
1724	2972176	5124031424	1774	3147076	5582912824
1725	2975625	5132953125	1775	3150625	5592359375
1726	2979076	5141885176	1776	3154176	5601816576
1727	2982529	5150827583	1777	3157729	5611284433
1728	2985984	5159780352	1778	3161284	5620762952
1729	2989441	5168743489	1779	3164841	5630252139
1730	2992900	5177717000	1780	3168400	5639752000
1731	2996361	5186700891	1781	3171961	5649262541
1732	2999824	5195695168	1782	3175524	5658783768
1733	3003289	5204699837	1783	3179089	5668315687
1734	3006756	5213714904	1784	3182656	5677868304
1735	3010225	5222740375	1785	3186225	5687411625
1736	3013696	5231776256	1786	3189796	5696975656
1737	3017169	5240822553	1787	3193369	5706550403
1738	3020644	5249879272	1788	3196944	5716135872
1739	3024121	5258946419	1789	3200521	5725732069
1740	3027600	5268024000	1790	3204100	5735339000
1741	3031081	5277112021	1791	3207681	5744956671
1742	3034564	5286210488	1792	3211264	5754585088
1743	3038049	5295319407	1793	3214849	5764224257
1744	3041536	5304438784	1794	3218436	5773874184
1745	3045025	5313568625	1795	3222025	5783534875
1746	3048516	5322708936	1796	3225616	5793206336
1747	3052009	5331859723	1797	3229209	5802888573
1748	3055504	5341020992	1798	3232804	5812581592
1749	3059001	5350192749	1799	3236401	5822285399
1750	3062500	5359375000	1800	3240000	5832000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-dratii.	Cubi.	Radices.	Qua-dratii.	Cubi.
1801	3243698	5841725401	1851	3426201	6341898091
1802	3247294	5851461608	1852	3424994	6352182208
1803	3250809	5861208627	1853	3433609	6362477477
1804	3254416	5870966464	1854	3437316	6372783864
1805	3258025	5880735125	1855	3441025	6383101375
1806	3261636	5890514616	1856	3444736	6393430016
1807	3265249	5900304943	1857	3448449	6403769793
1808	3268804	5910106118	1858	3452164	6414120712
1809	3272481	5919918129	1859	3455881	6424482779
1810	3276100	5929741000	1860	3459600	6434856000
1811	3279721	5939574781	1861	3463321	6445240381
1812	3283344	5949419328	1862	3467044	6455635928
1813	3286969	5959274797	1863	3470769	6466042647
1814	3290596	5969141144	1864	3474496	6476460544
1815	3294225	5979018375	1865	3478225	6486889625
1816	3297856	5988906496	1866	3481956	6497329896
1817	3301489	5998805513	1867	3485689	6507781363
1818	3305124	6008715432	1868	3489424	6518244032
1819	3308761	6018636259	1869	3493161	6528717909
1820	3312400	6028568000	1870	3496900	6539203000
1821	3316041	6038510661	1871	3500641	6549599311
1822	3319684	6048464248	1872	3504384	6560206848
1823	3323329	6058428767	1873	3508129	6570725617
1824	3326976	6068404224	1874	3511876	6581255624
1825	3330625	6078390625	1875	3515625	6591796875
1826	3334276	6088387976	1876	3519376	6602349376
1827	3337929	6098396283	1877	3523129	6612913133
1828	3341584	6108415552	1878	3526884	6623488152
1829	3345241	6118445789	1879	3530641	6634074439
1830	3348900	6128487000	1880	3534400	6644672000
1831	3352561	6138539191	1881	3538161	6655280841
1832	3356224	6148602368	1882	3541924	6665900968
1833	3359889	6158676537	1883	3545689	6676532387
1834	3363556	6168761704	1884	3549456	6687175104
1835	3367225	617857875	1885	3553225	6697829125
1836	3370896	6188965056	1886	3556996	6708494456
1837	3374569	6199083253	1887	3560769	6719171103
1838	3378244	6209212472	1888	3564544	6729859072
1839	3381921	6219352719	1889	3568321	6740558369
1840	3385600	6229504000	1890	3572100	6751269000
1841	3389281	6239666321	1891	3575881	6761990971
1842	3392964	6249839688	1892	3579664	6772724288
1843	3396649	6260024107	1893	3583449	6783468957
1844	3400336	6270219584	1894	3587236	6794224984
1845	3404025	6280426125	1895	3591025	6804992375
1846	3407716	6290643736	1896	3594816	6815771136
1847	3411409	6300872423	1897	3598609	6826561273
1848	3415104	6311112192	1898	3602404	6837362792
1849	3418801	6321363049	1899	3606201	6848175699
1850	3422500	6331625000	1900	3610000	6859000000

Quadratorum, & Cubicorum.

19.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
1901	3613801	6869835701	1951	3806401	7426288351
1902	3617604	6880682808	1952	3810304	7437713408
1903	3621409	6891541327	1953	3814209	7449150177
1904	3625216	6902411264	1954	3818116	7460598664
1905	3629025	6913292625	1955	3822025	7472058875
1906	3632836	6924185416	1956	3825936	7483530816
1907	3636649	6935089643	1957	3829849	7495014493
1908	3640464	6946005312	1958	3833764	7506509912
1909	3644281	6956932429	1959	3837681	7518017079
1910	3648100	6967871000	1960	3841600	7529536000
1911	3651921	6978821031	1961	3845521	7541066681
1912	3655744	6989782528	1962	3849444	7552609428
1913	3659569	7000755497	1963	3853369	7564163347
1914	3663396	7011739944	1964	3857296	7575729344
1915	3667225	7022735875	1965	3861226	7587307125
1916	3671056	7033743296	1966	3865156	7598896696
1917	3674889	7044762213	1967	3869089	7610498063
1918	3678724	7055792632	1968	3873024	7622111232
1919	3682561	7066834559	1969	3876961	7633736209
1920	3686400	7077888000	1970	3880900	7645373000
1921	3690241	7088952961	1971	3884841	7657021611
1922	3694084	7100029448	1972	3888784	7668682048
1923	3697929	7111117467	1973	3892829	7680354317
1924	3701776	7122217024	1974	3896676	7692038424
1925	3705625	7133328125	1975	3900625	7703734375
1926	3709476	7144450776	1976	3904576	7715442176
1927	3713329	7155584983	1977	3908529	7727161833
1928	3717184	7166730752	1978	3912484	7738893952
1929	3721041	7177888089	1979	3916441	7750636739
1930	3724900	7189057000	1980	3920400	7762392000
1931	3728761	7200237491	1981	3924361	7774159141
1932	3732624	7211429568	1982	3928324	7785938168
1933	3736489	7222633237	1983	3932289	7797729087
1934	3740356	7233848504	1984	3936256	7809531904
1935	3744225	7245075375	1985	3940225	7821346625
1936	3748096	7256313856	1986	3944196	7833173256
1937	3751969	7267562953	1987	3948169	7845011803
1938	3755844	7278825672	1988	3952144	7856862272
1939	3759721	7290099019	1989	3956121	7868724669
1940	3763600	7301384000	1990	3960100	7880599000
1941	3767481	7312680621	1991	3964081	7892485171
1942	3771364	7323988888	1992	3968064	7904383488
1943	3775249	7335308807	1993	3972049	7916293657
1944	3779136	7346640384	1994	3976036	7928215784
1945	3783025	7357983625	1995	3980025	7940149875
1946	3786916	7369338536	1996	3984016	7952095976
1947	3790809	7380705123	1997	3988009	7964053973
1948	3794704	7392083392	1998	3992004	7976023992
1949	3798601	7303473349	1999	3996001	7988059999
1950	3802500	7414875000	2000	4000000	8000000000

C 2

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
2001	4004001	8012006001	2051	4206601	8627738651
2002	4008004	8024024008	2052	4210704	8640364608
2003	4012009	8036054027	2053	4214809	8653002877
2004	4016016	8048096064	2054	4218916	8665554644
2005	4020025	8060150125	2055	4223025	8678316375
2006	4024036	8072216216	2056	4227136	8690991616
2007	4028049	8084294343	2057	4231249	8703679193
2008	4032064	8096384512	2058	4235364	8716379112
2009	4036081	8108486729	2059	4239481	8729091379
2010	4040100	8120601000	2060	4243600	8741816000
2011	4044121	8132727331	2061	4247721	8754552981
2012	4048144	8144865728	2062	4251844	8767302328
2013	4052169	8157016197	2063	4255969	8780064047
2014	4056196	8169178744	2064	4260096	8792838144
2015	4060225	8181353375	2065	4264225	8805624625
2016	4064256	8193540096	2066	4268356	8818423496
2017	4068289	8205738913	2067	4272489	8831234763
2018	4072324	8217949832	2068	4276624	8844058432
2019	4076361	8230172859	2069	4280761	8856894509
2020	4080400	8242408000	2070	4284900	8869743000
2021	4084441	8254655261	2071	4289041	8882603911
2022	4088484	8266914648	2072	4293184	8895477248
2023	4092529	8279186167	2073	4297329	8908363017
2024	4096576	8291469824	2074	4301476	8921261224
2025	4100625	8303765625	2075	4305625	8934171875
2026	4104676	8316073576	2076	4309776	8947094976
2027	4108729	8328393683	2077	4313929	8960030533
2028	4112784	8340725952	2078	4318084	8972978552
2029	4116841	8353070389	2079	4322241	8985939039
2030	4120900	8365427000	2080	4326400	8998911000
2031	4124961	8377795791	2081	4330561	9011897441
2032	4129024	8390176768	2082	4334724	9024895368
2033	4133089	8402569937	2083	4338889	9037905787
2034	4137156	8414975304	2084	4343056	9050928704
2035	4141225	8427392875	2085	4347225	9053964125
2036	4145296	8439822636	2086	4351396	9077012056
2037	4149369	8452264653	2087	4355569	9090072503
2038	4153444	8464718872	2088	4359744	9103145472
2039	4157521	8477185319	2089	4363921	9116230969
2040	4161600	8489664000	2090	4368100	9129329000
2041	4165681	8502154921	2091	4372281	9142439571
2042	4169764	8514658088	2092	4376464	9155562688
2043	4173849	8527173907	2093	4380649	9168698357
2044	4177936	8539701184	2094	4384836	9181846584
2045	4182025	8552241125	2095	4389025	9195007375
2046	4186116	8564793336	2096	4393216	9208180736
2047	4190209	8577357823	2097	4397409	9221366673
2048	4194304	8589934592	2098	4401604	9234565191
2049	4198401	8602511649	2099	4405801	9247776299
2050	4202500	8615125000	2100	4410000	9261000000

Quadratorum, & Cubicorum.

23.

Radices	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices	Qua-dra-ti.	Cubi.
2101	4414201	9274236301	2151	4626801	9952248951
2102	4418404	9287485208	2152	4631104	9966135808
2103	4422609	9300745727	2153	4635409	9980035577
2104	4426816	9314020864	2154	4639716	9993948264
2105	4431025	9327307625	2155	4644025	10007873875
2106	4435236	9340607016	2156	4648336	10021812416
2107	4439449	9353919043	2157	4652049	10035763893
2108	4443064	9367243712	2158	4656964	10049728312
2109	4447881	9380581029	2159	4661281	10063705679
2110	4452100	9393931000	2160	4665600	10077696000
2111	4456321	9407293631	2161	4669921	10091699281
2112	4460544	9420668928	2162	4674244	10105715528
2113	4464769	9434056897	2163	4678569	10119744747
2114	4468996	9447457544	2164	4682896	10133786944
2115	4473225	9460870875	2165	4687225	10147842125
2116	4477456	9474296896	2166	4691556	10161916296
2117	4481089	9487735613	2167	4695889	10175991463
2118	4485924	9501187032	2168	4700224	10190085632
2119	4490161	9514651159	2169	4704561	10204192809
2120	4494400	9528128000	2170	4708900	10218313000
2121	4498641	9541017561	2171	4713241	10232446211
2122	4502884	9555119848	2172	4717584	10246592448
2123	4507129	9568634867	2173	4721929	10260751717
2124	4511376	9582162624	2174	4726276	10274924624
2125	4515625	9595703125	2175	4730623	10289109375
2126	4519876	9609256376	2176	4734976	10303309776
2127	4524129	9622822383	2177	4739329	10317519233
2128	4528384	9636401152	2178	4743684	10331743752
2129	4532641	9649992689	2179	4748041	10345981339
2130	4536900	9663597000	2180	4752400	10360232000
2131	4541161	9677214091	2181	4756761	10374495741
2132	4545424	9690843968	2182	4761124	1038772568
2133	4549689	9704486637	2183	4765489	10403062487
2134	4553956	9718142104	2184	4769856	10417365504
2135	4558225	9731810375	2185	4774225	10431681625
2136	4562496	9745491456	2186	4778596	10446010856
2137	4566769	9759185353	2187	4782969	10460353203
2138	4571044	9772892072	2188	4787344	10474708672
2139	4575321	9786611619	2189	4791721	10489077269
2140	4579600	9800344600	2190	4796100	10503459000
2141	4583881	9814089211	2191	4800481	10517853871
2142	4588164	9827847288	2192	4804864	10532261888
2143	4592449	9841618207	2193	4809249	10546683057
2144	4596736	9855401984	2194	4813636	10561117384
2145	4601025	9886919625	2195	4818025	10575564875
2146	4605316	9883008136	2196	4822416	10590625536
2147	4609609	9896830523	2197	4826809	10614499373
2148	4613904	9910665792	2198	4831204	10618986392
2149	4618201	9924513949	2199	4835601	10633486599
2150	4622500	9938375000	2200	4840000	10648000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
2201	4844401	10662526601	2251	5067001	11405819251
2202	4848804	10677066408	2252	5071504	11421027008
2203	4853209	10691619427	2253	5076009	11436248277
2204	4857616	10706185664	2254	5080516	11451483064
2205	4862025	10720765125	2255	5085025	11466731375
2206	4866436	10735357816	2256	5089536	11481993216
2207	4870849	10749963743	2257	5094049	11497268593
2208	4875264	10764582912	2258	5098564	11512557512
2209	4879681	10779215329	2259	5103081	11527859979
2210	4884100	10793861000	2260	5107600	11543176000
2211	4888521	10808519931	2261	5112121	11558505581
2212	4892944	10823192128	2262	5116644	11573848728
2213	4897369	10837877597	2263	5121169	11589205447
2214	4901796	10852576344	2264	5125696	11604575744
2215	4906225	10867288375	2265	5130225	11619959625
2216	4910656	10882013696	2266	5134756	11635357096
2217	4915089	10896752313	2267	5139289	11650768163
2218	4919524	10911504232	2268	5143824	11666192832
2219	4923961	10926269459	2269	5148361	11681631109
2220	4928400	10941048000	2270	5152900	11697083000
2221	4932841	10955839861	2271	5157441	11712548511
2222	4937284	10970645048	2272	5161984	11728027648
2223	4941729	10985463507	2273	5166529	11743520417
2224	4946176	11000295424	2274	5171076	11759026824
2225	4950625	11015140625	2275	5175625	11774546875
2226	4955076	11029999176	2276	5180176	11790080576
2227	4959529	11044871083	2277	5184729	11805627933
2228	4963984	11059756352	2278	5189284	12821188952
2229	4968441	11074654989	2279	5193841	11836763539
2230	4971900	11089567000	2280	5198400	11852352000
2231	4977361	11104492391	2281	5202961	11867954041
2232	4981824	11119431168	2282	5207524	11883569768
2233	4986289	11134383337	2283	5212089	11899199187
2234	4990756	11149348904	2284	5216656	11914842304
2235	4995225	11164327875	2285	5221225	11930499125
2236	4999696	11179320256	2286	5225796	11946169656
2237	5004169	11194326058	2287	5230369	11961853903
2238	5008644	11209345272	2288	5234944	11977551872
2239	5013121	11224377919	2289	5239521	11993263569
2240	5017600	11239424000	2290	5244100	12008989000
2241	5022081	11254483521	2291	5248681	12024728171
2242	5026564	11269556488	2292	5253264	12040481088
2243	5031049	11284642907	2293	5257849	12056247757
2244	5035536	11299742784	2294	5262436	12072028184
2245	5040025	11314856125	2295	5267025	12087822375
2246	5054416	11329982936	2296	5271616	12102630436
2247	5049009	11345123223	2297	5276209	12119452073
2248	5053504	11360276992	2298	5280804	12135287592
2249	5058001	11375444249	2299	5285403	12151136899
2250	5062500	11390625000	2300	5290000	12167000000

Quadratorum, & Cubicorum.

23.

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
2301	5294601	12184876901	2355	5527201	12994449551
2302	5299204	12198767698	2356	5531904	13011038298
2303	5303809	12214672127	2357	5536699	13027640977
2304	5308416	12230599464	2358	5541316	13044257864
2305	5313025	12246522625	2359	5546025	13060888875
2306	5317636	12262468616	2360	5550736	13077544016
2307	5322249	12278428443	2361	5555449	13094195293
2308	5326864	12294402112	2362	5560164	131110866712
2309	5331481	12310389629	2363	5564881	13127554879
2310	5336100	12326391000	2364	5569600	13144256900
2311	5340721	12342406231	2365	5574321	13160974881
2312	5345344	12358435328	2366	5579044	13177701928
2313	5349969	12374478297	2367	5583769	13194446147
2314	5354596	12390535144	2368	5588496	13211204544
2315	5359225	12406605875	2369	5593225	13227977125
2316	5363856	12422690496	2370	5597956	13244763896
2317	5368489	12438789013	2371	5602689	13261564843
2318	5373124	12454901432	2372	5607424	13278380032
2319	5377761	12471027759	2373	5612161	13295209409
2320	5382400	12487168000	2374	5616900	13312053000
2321	5387041	12503322161	2375	5621641	13328910811
2322	5391684	12519490248	2376	5626384	13345782848
2323	5496329	12535672267	2377	5631129	13362669117
2324	5400976	12551868224	2378	5635876	13379569644
2325	5405625	12568078125	2379	5640625	13396484375
2326	5410276	12584301976	2380	5645376	13413413376
2327	5414929	12600539783	2381	5650129	13430356633
2328	5419584	12616791452	2382	5654884	13447314152
2329	5424241	12633057289	2383	5659641	13464285939
2330	5428900	12649337000	2384	5664400	13481272000
2331	5433561	12665630691	2385	5669161	13498272341
2332	5438224	12681938368	2386	5673924	13515286968
2333	5442889	12698260037	2387	5678689	13532315887
2334	5447556	12714595704	2388	5683456	13549359194
2335	5452225	12730945375	2389	5688225	1356416625
2336	5456896	12747309056	2390	5692996	13583488456
2337	5461569	12763686753	2391	5697769	13600574003
2338	5466244	12780078472	2392	5702544	13617675072
2339	5470921	12796484219	2393	5707321	13634789869
2340	5475600	12812904000	2394	5712100	13651919900
2341	5480281	12829337821	2395	5716881	13669062471
2342	5484964	12845785688	2396	5721664	13686220488
2343	5489649	12862247607	2397	5726449	13703392457
2344	5494336	12878723584	2398	5731236	13720578944
2345	5499025	12895213625	2399	5736025	13737779875
2346	5503716	12911717736	2400	5740816	13754995136
2347	5508409	12928235923			
2348	5513104	12944768192			
2349	5517801	12961314549			
2350	5522500	12977875000			

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
2401	5764801	13841287201	2451	6007401	14724139851
2402	5769604	13858588808	2452	6012304	14742169408
2403	5774409	13875904827	2453	6017209	14760213677
2404	5779216	13893235264	2454	6022116	14778272664
2405	5784025	13910580125	2455	6027025	14796346375
2406	5788836	13927919416	2456	6031936	14814434816
2407	5793649	13945313143	2457	6036849	14832537993
2408	5798404	13962701312	2458	6041764	14850655912
2409	5803281	13980103829	2459	6046681	14868788579
2410	5808100	13997521000	2460	6051600	14886936000
2411	5812921	14014952531	2461	6056521	14905098181
2412	5817744	14032398328	2462	6061444	14923275128
2413	5822569	14049858997	2463	6066369	14941466847
2414	5827396	14067333944	2464	6071296	14959673344
2415	5832225	14084823375	2465	6076225	14977894625
2416	5837056	14102327296	2466	6081156	14996330696
2417	5841889	14119845713	2467	6086089	15014381563
2418	5846724	14137378632	2468	6091024	15032647232
2419	5851561	14154926059	2469	6095961	15050927709
2420	5856400	14172488000	2470	6100900	15069223000
2421	5861241	14190064461	2471	6105841	15087533111
2422	5866084	14207655448	2472	6110784	15105858048
2423	5870929	14225260967	2473	6115629	15124197817
2424	5875776	14242881024	2474	6120576	15142552424
2425	5880625	14260515625	2475	6125525	15160921875
2426	5885476	14278164776	2476	6130476	15179306176
2427	5890329	14295828483	2477	6135429	15197705333
2428	5895184	14313506752	2478	6140384	15216119352
2429	5900041	14331199589	2479	6145341	15234548239
2430	5904900	14348907060	2480	6150400	15252992000
2431	5909761	14366628991	2481	6155361	15271450641
2432	5914624	14384365568	2482	6160324	15289924168
2433	5919489	14402116737	2483	6165289	15308412587
2434	5924356	14419882504	2484	6170256	15326915904
2435	5929225	14437662875	2485	6175225	15345434125
2436	5934096	14455457856	2486	6180196	15363967256
2437	5938969	14473267453	2487	6185169	15382515303
2438	5943844	14491091672	2488	6190144	15401078272
2439	5948721	14508930519	2489	6195121	15419656169
2440	5953600	14526784000	2490	6200100	15438249000
2441	5958481	14544652121	2491	6205081	15456856771
2442	5963364	14562534888	2492	6210064	15475479488
2443	5968249	14580432307	2493	6215049	15494117157
2444	5973136	14598344384	2494	6220036	15512769784
2445	5978025	14616271125	2495	6225025	15531437375
2446	5982916	14634212536	2496	6230016	15550119936
2447	5987809	14652168623	2497	6235009	15568817473
2448	5992704	14670139392	2498	6240004	15587529992
2449	5997601	14688124849	2499	6245001	15606257499
2450	6002500	14706125000	2500	6250000	15625000000

Quadratorum, & Cubicorum.

25.

Radices	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices	Qua-dra-ti.	Cubi.
2501	6255001	15643757501	2551	6507601	16600890151
2502	6260004	19668530008	2552	6512704	16610410608
2503	6265009	15681317527	2553	6517809	16639966577
2504	6270016	15700120064	2554	6522916	16659527464
2505	6275025	15718937625	2555	6528025	16679103875
2506	6280036	15737770216	2556	6533136	16698695616
2507	6285049	15756617843	2557	6538249	16718302693
2508	6290064	15775480512	2558	6543304	16737925112
2509	6295081	15794358229	2559	6548481	16757562879
2510	6300100	15813251000	2560	6553600	16777216000
2511	6305121	15832158831	2561	6558721	16796884481
2512	6310144	15851081728	2562	6563844	16816568328
2513	6315169	15870019697	2563	6568969	16836267547
2514	6320196	15888972744	2564	6574096	16855982144
2515	6325225	15907940875	2565	6579225	16875712125
2516	6330256	15926924096	2566	6584356	16895457496
2517	6335289	15945922414	2567	6589489	16915218263
2518	6340324	15964935832	2568	6594624	16934994432
2519	6345351	15983964359	2569	6599761	16954786009
2520	6350400	16003008000	2570	6604900	16974593000
2521	6355441	16022066761	2571	6610041	16994415411
2522	6360484	16041140648	2572	6615184	17014253248
2523	6365529	16060229667	2573	6620329	17034106517
2524	6370576	16079333824	2574	6625476	17053975224
2525	6375625	16098454125	2575	6630625	17073859375
2526	6380676	16117587576	2576	6635776	17093758976
2527	6385729	16136737183	2577	6640929	17113674033
2528	6390784	16155901952	2578	6646084	17133604552
2529	6395841	16175081889	2579	6651241	17153550539
2530	6400900	16194277000	2580	6656400	17173512000
2531	6405961	16213487291	2581	6661561	17193488941
2532	6411024	16232712768	2582	6666724	17213481368
2533	6416089	16251953437	2583	6671889	17233489287
2534	6421156	16271209304	2584	6677056	17263512704
2535	6426225	16290480375	2585	6682225	17273551625
2536	6431296	16309766656	2586	6687395	17293506056
2537	6436369	16329068153	2587	6692569	17313676003
2538	6441444	16348384872	2588	6697744	17333761472
2539	6446321	16367716819	2589	6702921	17353862469
2540	6451600	16387064000	2590	6708100	17373979000
2541	6456681	16406426421	2591	6713281	17394111071
2542	6461764	16425804088	2592	6718464	17414258688
2543	6466849	16445197007	2593	6723649	17434421857
2544	6471936	16464605184	2594	6728836	17454600584
2545	6477025	16484028625	2595	6734025	17474794875
2546	6482116	16503467336	2596	6739216	17495004736
2547	6487209	16522921323	2597	6744409	17515230173
2548	6492364	16542390592	2598	6749604	17535471192
2549	6497401	16561875149	2599	6754801	17555727799
2550	6502500	16584379000	2600	6760000	17576000000

d

Tabula Numerorum

Radices	Quadrati.	Cubi.	Radices	Quadrati.	Cubi.
2606	6765201	17596287891	2651	7027891	18636700451
2607	6770404	17616591208	2652	7032104	18651791808
2608	6775609	17636910427	2653	7038409	18672899077
2609	6780816	17657244864	2654	7043716	18694022264
2610	6786025	17677595125	2655	7049025	18715161375
2611	6791236	17697961016	2656	7054336	18736316416
2612	6796449	17718342543	2657	7059649	18757487393
2613	6801604	17738739712	2658	7064964	18778674312
2614	6806881	17759152529	2659	7070281	18799877279
2615	6812100	17779581000	2660	7075609	18821096000
2616	6817321	17800025131	2661	7080921	18842330781
2617	6822544	17802484928	2662	7086244	18863531528
2618	6827769	17804960397	2663	7091569	18884848247
2619	6832996	17861451544	2664	7096896	19906130944
2620	6838225	17881958375	2665	7102225	19927429675
2621	6843456	17902480896	2666	7107556	19948744296
2622	6848689	17923019113	2667	7112889	19970074963
2623	6853924	17943573032	2668	7118224	19991421632
2624	6859161	17964142659	2669	7123561	19012784309
2625	6864400	17984728000	2670	7128900	19034163000
2626	6869641	18005329061	2671	7134241	19055557711
2627	6874884	18025949848	2672	7139584	19076968448
2628	6880129	18046578367	2673	7144929	19098195217
2629	6885376	18067226624	2674	7150276	19119838024
2630	6890625	18087890625	2675	7155625	19141296875
2631	6895876	18108570376	2676	7160976	19162771776
2632	6901129	18129265883	2677	7166329	19184262733
2633	6906384	18149977152	2678	7171684	19205769752
2634	6911641	18170704189	2679	7177041	19227292839
2635	6916909	18191447000	2680	7182400	19248832000
2636	6922161	18212205591	2681	7187761	19270387241
2637	6927424	18232979968	2682	7193124	19291958568
2638	6932689	18253770137	2683	7198489	19313545987
2639	6937956	182745761049	2684	7203866	19335049604
2640	6943225	18295397875	2685	7209225	19356769125
2641	6948496	18316235456	2686	7214596	19378494856
2642	6953769	18337088853	2687	7219969	19400056703
2643	6959044	18357958072	2688	7225344	19441724672
2644	6964321	18378843119	2689	7230727	19443404769
2645	6969600	18399744000	2690	7236100	19465100000
2646	6974881	18420660721	2691	7241483	19486825878
2647	6980164	18441593288	2692	7246864	19508957888
2648	6985449	18462541707	2693	7252249	19538106557
2649	6990786	18483505984	2694	7257636	19558071484
2650	6996025	18504486125	2695	7263025	19573852875
2651	7001316	18525482136	2696	7268416	19596649536
2652	7006609	18546494023	2697	7273809	19617402873
2653	7011904	18567521703	2698	7279204	196380202302
2654	7017201	185885664400	2699	7284601	19661138099
2655	7022500	1860962500000	2700	7290000	19683000000

Quadratorum, & Cubicorum.

27.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
2701	7295401	19704878101	2751	7568001	20819570751
2702	7300804	19726772408	2752	7573504	20842283008
2703	7306209	19748682927	2753	7579009	20865011777
2704	7311616	19770609664	2754	7584516	20887757064
2705	7317025	19792552625	2755	7590025	20910518875
2706	7322436	19814511816	2756	7595536	20933297216
2707	7327849	19836487243	2757	7601049	20956092093
2708	7333264	19858478912	2758	7606564	20978903512
2709	7338681	19880486829	2759	7612081	21001781479
2710	7344100	19902511000	2760	7617600	21024576000
2711	7349521	19924551431	2761	7623121	21047437081
2712	7354944	19946608128	2762	7628644	21070314728
2713	7360369	19968681097	2763	7634169	21093208947
2714	7365796	19990779344	2764	7639696	21116019744
2715	7371225	20012875875	2765	7645225	21139047125
2716	7376656	20034997696	2766	7650756	21161991695
2717	7382089	20057135813	2767	7656289	21184951663
2718	7387524	20079290232	2768	7661824	21207928832
2719	7392961	20101460959	2769	7667361	21230922609
2720	7398400	20123648000	2770	7672909	21253933000
2721	7403841	20145851361	2771	7678441	21276960011
2722	7409284	20168071048	2772	7683984	21300003648
2723	7414729	20190307067	2773	7689529	21323063917
2724	7420176	20212559424	2774	7695076	21346140824
2725	7425625	20234828125	2775	7700625	21369234375
2726	7431076	20257113176	2776	7706176	21392344576
2727	7436529	20279414583	2777	7711729	21415471433
2728	7441984	20301732358	2778	7717284	21438614952
2729	7447441	20324066489	2779	7722841	21451775139
2730	7452900	20346417000	2780	7728400	21484952000
2731	7458361	20368783891	2781	7733961	21508145541
2732	7463824	20391167168	2782	7739524	21534355768
2733	7469289	20413566837	2783	7745089	21554582687
2734	7474756	20435982904	2784	7750656	21577816304
2735	7480225	20458415375	2785	7756425	21601086625
2736	7485696	20480864256	2786	7761796	21624363656
2737	7491169	20503329553	2787	7767369	21647657403
2738	7496644	20525811272	2788	7772944	21670967872
2739	7502121	20548309419	2789	7778521	21694295069
2740	7507600	20570824000	2790	7784100	21717639000
2741	7513081	20593355021	2791	7789681	21740999671
2742	7518564	20615902488	2792	7795264	21764377088
2743	7524049	20638466407	2793	7800849	21787771257
2744	7529536	20661046784	2794	7806436	21811182184
2745	7535025	20683643625	2795	7812025	21834669875
2746	7540516	20706256936	2796	7817616	21858054336
2747	7546009	20728886723	2797	7823209	21881515573
2748	7551504	20751532992	2798	7828804	21904993592
2749	7557001	20774195749	2799	7834401	21928488399
2750	7562500	20796875000	2800	7840000	21952000000

d 2

Tabula Numerorum,

Rádices.	Qua-dra-ti.	Cubi.	Rádices.	Qua-dra-ti.	Cubi.
2801	7845601	21975528401	2851	8128201	23173501051
2802	7851204	21999073608	2852	8133904	23197894208
2803	7856809	22022635627	2853	8139609	23222304477
2804	7862416	22146214464	2854	8145316	23246731864
2805	7868025	22069810125	2855	8151025	23271176375
2806	7873636	22093422616	2856	8156736	23295638016
2807	7879249	22117051243	2857	8162449	23320116793
2808	7884864	22140698112	2858	8168164	23344612712
2809	7890481	22164361129	2859	8173881	23369125779
2810	7896100	22188041000	2860	8179600	23393656000
2811	7901721	22211737731	2861	8185321	23418203381
2812	7907344	22235451328	2862	8191044	23442767928
2813	7912969	22259181797	2863	8196769	23467349647
2814	7918596	22282929144	2864	8201496	23491948544
2815	7924225	22306693375	2865	8208225	23516564625
2816	7929856	22330474496	2866	8213956	23541197896
2817	7935489	22354272513	2867	8219689	23565848363
2818	7941124	22378087432	2868	8225424	23590516032
2819	7946761	22401919259	2869	8231161	23615200909
2820	7952400	22425768000	2870	8236900	23639903000
2821	7958041	22449633661	2871	8242641	23664622311
2822	7963684	22473516248	2872	8248384	23689358848
2823	7969329	22497415767	2873	8254129	23714112617
2824	7974976	22521332224	2874	8259876	23738883624
2825	7980625	22545265625	2875	8265625	23763671875
2826	7986276	22569215976	2876	8271376	23788477376
2827	7991929	22593183283	2877	8277129	23813300133
2828	8997584	22617167552	2878	8282884	23838140152
2829	8003241	22641168789	2879	8288641	23862997439
2830	8008500	22665187000	2880	8294400	23887872000
2831	8014561	22689222191	2881	8300161	23912763841
2832	8020224	22713274368	2882	8305924	23937672968
2833	8025889	22737343537	2883	8311689	23962599387
2834	8031556	22761429704	2884	8317456	23987543104
2835	8037225	22785532875	2885	8323225	24012504125
2836	8042896	22809653056	2886	8328996	24037482456
2837	8048569	22833790253	2887	8334769	24062478103
2838	8054244	22857944472	2888	8340544	24087491072
2839	8059921	22882115719	2889	8346321	24112521369
2840	8065600	22906304000	2890	8352100	24137569000
2841	8071281	22930509321	2891	8357881	24162633971
2842	8076964	22954731688	2892	8363664	24187716288
2843	8082649	22978971107	2893	8369449	24212815957
2844	8088336	23003227584	2894	8375236	24237932984
2845	8094025	23027501125	2895	8381025	24263067375
2846	8099716	23051791736	2896	8386816	24288219136
2847	8105409	23076099423	2897	8392609	24313388273
2848	8111104	23100424192	2898	8398404	24338574792
2849	8116801	23124766049	2899	8404201	24363778699
2850	8122500	23149125000	2900	8410000	24389000000

Quadratorum, & Cubicorum.

29.

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
2901	8415801	24414238701	2951	8708401	25698491351
2902	8421604	24439494808	2952	8714304	25724615408
2903	8427409	24464768327	2953	8720209	25750777177
2904	8433216	24490059264	2954	8726110	25776946664
2905	8439025	24515357625	2955	8732025	25803133875
2906	8444836	24540693416	2956	8737936	25829338816
2907	8450649	24566036643	2957	8743849	25855561493
2908	8456464	24591397312	2958	8749764	25881801912
2909	8462281	24616775429	2959	8755681	25908060079
2910	8468100	24642171000	2960	8761600	25934336000
2911	8473921	24667584031	2961	8767521	25960629681
2912	8479744	24693014528	2962	8773444	25986941128
2913	8485569	24718462497	2963	8779369	26013270347
2914	8491396	24743927944	2964	8785296	26039617344
2915	8497225	24769410875	2965	8791225	2605982125
2916	8503056	24794911296	2966	8797156	26092364696
2917	8508889	24820429213	2967	8803089	26118765063
2918	8514724	24845964332	2968	8809024	26145183232
2919	8520561	24871517559	2969	8814961	26171619209
2920	8526400	24897088000	2970	8820900	26198073000
2921	8532241	24922675961	2971	8826841	26224544611
2922	8538084	24948281448	2972	8832784	26251034048
2923	8543929	24973904467	2973	8838729	26277541317
2924	8549776	24999545024	2974	8844676	26304066424
2925	8555625	25025203125	2975	8850625	26330609375
2926	8561476	25050878776	2976	8855576	26357170176
2927	8567329	25076571983	2977	8862529	26383748833
2928	8573184	25102282752	2978	8868484	26410345352
2929	8579041	25128011089	2979	8874441	26436959739
2930	8584900	25153757000	2980	8880400	26463592000
2931	8590761	25179520491	2981	8886361	26490242141
2932	8596624	25205301568	2982	8892324	26516919168
2933	8602489	25231100237	2983	8898289	26543596087
2934	8608356	25256916504	2984	8904256	26570299904
2935	8614225	25282750375	2985	8910225	26597021625
2936	8620096	25308601856	2986	8916196	26623761256
2937	8625969	25334470953	2987	8922169	26650518803
2938	8631844	25360357672	2988	8928144	26677294272
2939	8637721	25386262019	2989	8934121	26704087669
2940	8643600	25412184000	2990	8940100	26730899000
2941	8649481	25438123621	2991	8946081	26757728271
2942	8655364	25464080888	2992	8952064	26784575488
2943	8661249	25490055807	2993	8958049	26811440657
2944	8667136	25516048384	2994	8964036	26838323784
2945	8673025	25542058625	2995	8970025	26865224875
2946	8678916	25568086536	2996	8976016	26892143936
2947	8684809	25594132123	2997	8982009	26919080973
2948	8690704	25620195392	2998	8988004	26946035992
2949	8696601	25646276349	2999	8994001	26973008999
2950	8702500	25672375000	3000	9000000	27000000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
3001	9006001	27027009001	3051	9368601	28400541651
3002	9012004	27054036008	3052	9314704	28428476608
3003	9018009	27081081027	3053	9320809	28456429877
3004	9024016	27108144064	3054	9326916	28484401484
3005	9030025	27135225125	3055	9333025	28512391375
3006	9036036	27162324216	3056	9339138	28540399616
3007	9042049	27189441343	3057	9345249	28568426193
3008	9048064	27216576512	3058	9351364	28596471112
3009	9054081	27243729729	3059	9357481	28624534379
3010	9060100	27270901000	3060	9363600	28652616000
3011	9066121	27298090331	3061	9369721	28680715981
3012	9072144	27325297728	3062	9375844	28708834328
3013	9078169	27352523197	3063	9381969	28736971047
3014	9084196	27379766744	3064	9388096	28765126144
3015	9090225	27407028375	3065	9394225	28793299625
3016	9096256	27434308096	3066	9400356	28821491496
3017	9102289	27461605913	3067	9406489	28849701763
3018	9108324	27488921832	3068	9412624	28877930432
3019	9114361	27516255859	3069	9418761	28906177509
3020	9120400	27543608000	3070	9424900	28934443000
3021	9126441	27570978261	3071	9431041	28962726911
3022	9132484	27598356648	3072	9437184	28991029248
3023	9138529	27625773167	3073	9443329	29019350017
3024	9144576	27653197824	3074	9449476	29047689224
3025	9150625	27680640625	3075	9455625	29076046875
3026	9156676	27708101576	3076	9461776	29104422976
3027	9162729	27735580683	3077	9467929	29132817533
3028	9168784	27763077952	3078	9474084	29161230552
3029	9174841	27790593389	3079	9480241	29189626039
3030	9180908	27818127000	3080	9486400	29218112000
3031	9186961	27845678791	3081	9492561	29246580441
3032	9193024	27873248768	3082	9498724	29275067368
3033	9199089	27900836937	3083	9504889	29303572787
3034	9205156	27928443304	3084	9511056	29332096704
3035	9211225	27956067875	3085	9517225	29360639125
3036	9217296	27983710656	3086	9523396	29389200056
3037	9223369	28011371653	3087	9529569	29417779503
3038	9229444	28039050872	3088	9535744	29446377472
3039	9235521	28066748319	3089	9541921	29474993969
3040	9241600	28094464000	3090	9548100	29503629000
3041	9247681	28122197921	3091	9554281	29532282571
3042	9253764	28149950088	3092	9560464	29560954688
3043	9259849	28177720507	3093	9566649	29589645357
3044	9265936	28205509184	3094	9572836	29618354584
3045	9272025	28233316125	3095	9579025	29647082375
3046	9278116	28261141336	3096	9585216	29675828746
3047	9284209	28288984823	3097	9591409	29704593673
3048	9290304	28316846592	3098	9597604	29733377192
3049	9296401	28344726649	3099	9603801	29762179299
3050	9302500	28372625000	3100	9610000	29791000000

Quadratorum, & Cubicorum.

- 31.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
3101	9616201	29819839391	3151	9928801	31285651951
3102	9622404	29848697208	3152	9935104	31215447808
3103	9628609	29877573727	3153	9941409	31345262577
3104	9634816	29906468864	3154	9947716	31375096264
3105	9641025	29935382625	3155	9954025	31404948875
3106	9647226	29964315016	3156	9960336	31434820416
3107	9651449	29983266043	3157	9966649	31464710893
3108	9659664	30022235712	3158	9972964	31494620312
3109	9665881	30051224029	3159	9979281	31524548179
3110	9672100	30080231000	3160	9985600	31554496000
3111	9678321	30109256631	3161	9991921	31584462281
3112	9684544	30138300928	3162	9998244	31614447528
3113	9690769	30167363897	3163	10004569	31644451747
3114	9696996	30196445544	3164	10010890	31674474944
3115	9703225	30225545875	3165	10017225	31704517125
3116	9709456	30254664896	3166	10023556	31734578296
3117	9715689	30283802613	3167	10029889	31764658463
3118	9721924	30312959032	3168	10036224	31794757632
3119	9728161	30342134159	3169	10042561	31824875809
3120	9734400	30371328000	3170	10048900	31855013000
3121	9740641	30409540561	3171	10055241	31885169231
3122	9746884	30429771848	3172	10061584	31915344448
3123	9753129	30459921867	3173	10067929	31945538717
3124	9759376	30488290624	3174	10074276	31975754024
3125	9765625	30517578125	3175	10089625	32005984375
3126	9771876	30546884376	3176	10086976	32036235776
3127	9778129	30576209383	3177	10093329	32066506233
3128	9784384	30605553152	3178	10099684	32096795752
3129	9799641	30634915689	3179	10106041	32127104339
3130	9796900	30664297000	3180	10112400	32157432000
3131	9803161	30693697091	3181	10118761	32187778741
3132	9809424	30723115968	3182	10125124	32218144568
3133	9815689	30752653637	3183	10131489	32248529487
3134	9821956	30782010104	3184	10137866	32278933504
3135	9828225	30811485375	3185	10144225	32309356625
3136	9834496	30840979456	3186	10150596	32339798856
3137	9840769	30870492353	3187	10156969	32370260203
3138	9847044	30900024072	3188	10163344	32400740672
3139	9851321	30929574619	3189	10169721	32431249269
3140	9859690	30959144000	3190	10176100	32461759000
3141	9865881	30988732221	3191	10182481	32492296871
3142	9872164	31018339288	3192	1018864	32522853888
3143	9878449	31047965207	3193	10195249	32553430957
3144	9884736	31077609984	3194	10201636	32584025384
3145	9891025	31197273625	3195	10208025	32614639875
3146	9897316	31136956136	3196	10214416	32645273536
3147	9903609	31166657523	3197	10220809	32675926373
3148	9909904	31196377792	3198	10227204	32706598393
3149	9916201	31226116949	3199	10233601	32737289599
3150	9922500	31255875000	3200	10240000	32768000000

Tabula Numerorum;

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
3201	10246401	32798729601	3251	10569001	34399822251
3202	10252804	32829478408	3252	10575504	34391539008
3203	10259209	32860246427	3253	10582009	34423275277
3204	10265616	32891033664	3254	10588516	34459031064
3205	10272025	32921840125	3255	10595025	34486806375
3206	10278436	32952665816	3256	10601536	34518601216
3207	10284849	32983510743	3257	10608049	34550415593
3208	10291264	33014374912	3258	10614564	34582249512
3209	10297681	33045258329	3259	10621081	34614102979
3210	10304100	33076161000	3260	10627600	34645976000
3211	10310521	33107082931	3261	10634121	34677858581
3212	10316944	33138024128	3262	10640644	34709780728
3213	10323369	33168984597	3263	10647169	34741712447
3214	10329796	33199996344	3264	10653696	34773663744
3215	10336225	33230963375	3265	10660225	34805634625
3216	10342656	33261981696	3266	10666756	34837625096
3217	10349089	33293019313	3267	10673289	34869635163
3218	10355524	33324076232	3268	10679824	34901664832
3219	10361961	33355152459	3269	10686361	34933714109
3220	10368400	33386248000	3270	10692900	34965783000
3221	10374841	33417362861	3271	10699441	34997871511
3222	10381284	33448497048	3272	10705984	35029979648
3223	10387729	33479650567	3273	10712529	35062107417
3224	10394176	33510823424	3274	10719076	35094254824
3225	10400625	33542015625	3275	10725625	35126421875
3226	10407076	3357322776	3276	10732176	35158608576
3227	10415529	33604458083	3277	10738729	35190814933
3228	10419984	33635708352	3278	10745284	35223040952
3229	10426441	33666977989	3279	10751841	35255286639
3230	10432900	33698267000	3280	10758400	35287552000
3231	10439361	33729575391	3281	10764961	35319837041
3232	10445824	33760903168	3282	10771524	35352141768
3233	10452289	33792250337	3283	10778089	35384466187
3234	10458756	33823616904	3284	10784656	35416810304
3235	10465225	33855001875	3285	10791225	35449174125
3236	10471696	33886408256	3286	10797796	35481557656
3237	10478169	33917833053	3287	10804369	35513960903
3238	10484644	33949277272	3288	10810944	35546383872
3239	10491121	33980740919	3289	10817521	35578826569
3240	10497600	34012224000	3290	10824100	35611289000
3241	10504081	34043716521	3291	10830681	35643771172
3242	10510564	34075248488	3292	10837264	35676273088
3243	10517049	34106789907	3293	10843849	35708794757
3244	10523536	34138350784	3294	10850436	35741336184
3245	10530025	34169931125	3295	10857025	35773897375
3246	10536576	34281536936	3296	10863616	35806478336
3247	10543009	34323150223	3297	10870209	35839079073
3248	10549504	34264788992	3298	10876804	35871699592
3249	10556001	34296447249	3299	10883401	35904339899
3250	10562500	34328125000	3300	10890000	35937000600

Quadratorum, & Cubicorum.

33.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
3301	108966601	35969679961	3351	112229201	37829052561
3302	10903204	36002379608	3352	11235904	37662780638
3303	10909809	36035099127	3353	11242609	37696465057
3304	10916416	36067838464	3354	11249316	37730463864
3305	10923025	36100597625	3355	11256025	37703063875
3306	10929636	38133376616	3356	11264736	37797742816
3307	10936249	36166175443	3357	11289449	3831540203
3308	10942864	36198994112	3358	11273164	38853586712
3309	10949481	36231832629	3359	11282881	38899192779
3310	10956166	36264691000	3360	11289600	37933050000
3311	10962721	36297569231	3361	11296121	37966934831
3312	10969344	36339467328	3362	11303044	38000834928
3313	10975969	36363385297	3363	11309768	3803475147
3314	10982596	36396323144	3364	11310490	38038692544
3315	10989125	36429280875	3365	11323225	38102652125
3316	10995856	36462258426	3366	11326966	38434631866
3317	11002489	36495156015	3367	11330089	38479632863
3318	11009134	36528273432	3368	11343444	38204692032
3319	11015701	36561310759	3369	11350166	38238996409
3320	11022488	36594368000	3370	11356900	38272753000
3321	11029041	36627445161	3371	11363644	38306832871
3322	11035684	36660542248	3372	11370384	38340034848
3323	11042329	36693659267	3373	11377129	38375050117
3324	11048976	36720790224	3374	11383870	38409197624
3325	11055625	36759955125	3375	11390029	38443359375
3326	11062276	36793129976	3376	11397376	38477541376
3327	11068929	36826320785	3377	11404129	38511743633
3328	11075584	36859543552	3378	11410884	38545966152
3329	11082241	36892780289	3379	11417641	38580208939
3330	11088900	36926037000	3380	11424460	38614472000
3331	11095561	36959313691	3381	11431161	38648755341
3332	11102224	36992610368	3382	11437924	38683958968
3333	11108889	37025927037	3383	11444689	38717382887
3334	11115556	37059263704	3384	11451456	38751727104
3335	11122225	37092620375	3385	11458225	38786091625
3336	11128896	37125997056	3386	11464996	38820476456
3337	11135569	37159393753	3387	11471769	38854881603
3338	11142244	37192810472	3388	11478544	38889307672
3339	11148921	37226247219	3389	11485321	38923752869
3340	11155600	37259704000	3390	11492100	38958219000
3341	11162281	37293180821	3391	11498881	38992765471
3342	11168964	37326677688	3392	11505664	39027212288
3343	11175649	37360194607	3393	11512449	39061739457
3344	11182336	37393731584	3394	11519236	39096286684
3345	11189025	37427288625	3395	11526025	39130854875
3346	11195716	37460865736	3396	11532816	39165443136
3347	11202409	37494462923	3397	11536009	39200051773
3348	11209104	37528080192	3398	11546404	39234680792
3349	11215801	37561717549	3399	11563201	39269330199
3350	11222500	37595375000	3400	11560000	39304000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
3401	11566801	39338690201	3451	11909401	41099342851
3402	11573604	39373400808	3452	11916304	41135081408
3403	11580409	39408131827	3453	11923209	41170840677
3404	11587216	39442883264	3454	11930116	41206620664
3405	11594025	39477655125	3455	11937025	41242421375
3406	11600836	39512447416	3456	11943936	41278242816
3407	11607649	39547260143	3457	11950840	41314084993
3408	11614464	39582093312	3458	11957704	41349947912
3409	11621281	39616946929	3459	11964681	41385831579
3410	11628100	39651821600	3460	11971686	41421736000
3411	11634921	39686715531	3461	11978521	4145761181
3412	11641744	39721630528	3462	11985444	41493607128
3413	11648569	39756565997	3463	11992369	41529573847
3414	11655396	39791521944	3464	11999296	41565561444
3415	11662225	39826498375	3465	12006225	41601569625
3416	11669956	39861495296	3466	12013156	41637498696
3417	11675889	39896512713	3467	12020089	41673648563
3418	11682724	39931550832	3468	12027024	41709719232
3419	11689561	39966609059	3469	12033961	41745810709
3420	11696400	40001688000	3470	12040000	41781923000
3421	11703241	40036787461	3471	12047841	41818056111
3422	11710084	40071907448	3472	12054784	41854210048
3423	11716929	40107047967	3473	12091729	41890384817
3424	11723776	40142209024	3474	12068676	41926586424
3425	11730625	40177390625	3475	12075625	41962796875
3426	11737476	40212592776	3476	12082576	41999034176
3427	11744329	40247815483	3477	12089529	42035292333
3428	11751184	40283058752	3478	12096484	42071571552
3429	11758041	40318322589	3479	12103441	42107871239
3430	11764900	40353607000	3480	12110400	42144192000
3431	11771761	40388911991	3481	12117561	42180533641
3432	11778624	40424237568	3482	12124924	42216896168
3433	11785489	40459583737	3483	12131689	42253279587
3434	11792356	40494950504	3484	12138756	42289683904
3435	11799225	40530337875	3485	12145825	42326109125
3436	11806096	40565745856	3486	12152196	42362555256
3437	11812969	40601174453	3487	12159169	42399022303
3438	11819844	40636623672	3488	12166144	42435510272
3439	11826721	40672093519	3489	12173121	42472019169
3440	11833600	40707584000	3490	12180100	42508549000
3441	11840481	40743095121	3491	12187081	42545099771
3442	11847364	40778626888	3492	12194064	42581671488
3443	11854249	40814179307	3493	12201049	42654877757
3444	11861136	40849752384	3494	12208036	42691512384
3445	11868025	40885346125	3495	12215025	42728167975
3446	11874916	40920960536	3496	12222016	42728167936
3447	11881809	40956595623	3497	12229009	42764844471
3448	11888704	40992251392	3498	12236004	42801541992
3449	11895601	41027927849	3499	12243001	42838260499
3450	11902500	41063645000	3500	12250000	42875000000

Quadratorum, & Cubicorum.

35.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
3501	12257001	42911760501	3551	12609601	44776693451
3502	12264004	42948542008	3552	12616704	44814532608
3503	12271009	42985344527	3553	12623809	44852393377
3504	12278016	43022168064	3554	12630916	44890275464
3505	12285025	43059012625	3555	12638025	44928178875
3506	12292036	43095878216	3556	12645136	44966103646
3507	12299049	43132764843	3557	12652249	45004049693
3508	12306064	43169672512	3558	12659364	45042017112
3509	12313081	43206601229	3559	12666481	45080005879
3510	12320100	43243551000	3560	12673600	45118016000
3511	12327121	43280521831	3561	12680721	45156047481
3512	12334144	43317513728	3562	12687844	45194100328
3513	12341169	43354526697	3563	12694969	45232174547
3514	12348196	43391560744	3564	12702096	45270270144
3515	12355225	43428615875	3565	12709225	45308387125
3516	12362256	43465692096	3566	12716356	45346525495
3517	12369289	43502789413	3567	12723489	45384685263
3518	12376324	43539907832	3568	12730624	45422866432
3519	12383361	43577047359	3569	12737761	45461069009
3520	12390400	43614208000	3570	12744900	45499293000
3521	12397441	43651389761	3571	12752041	45537538411
3522	12404484	43688592648	3572	12759184	45575805248
3523	12411529	43725816667	3573	12766329	45614093517
3524	12418576	43763061824	3574	12773476	45652403224
3525	12425625	43800328125	3575	12780625	45690734375
3526	12432676	43837615576	3576	12787776	45729086976
3527	12439729	43874924183	3577	12794929	45767461033
3528	12446884	43912253952	3578	12802084	45805856552
3529	12453941	43949604889	3579	12809241	45844273539
3530	12460900	4398697000	3580	12816400	45882712000
3531	12467961	44014370291	3581	12823561	45921171941
3532	12475024	44061784768	3582	12830724	45959653368
3533	12482089	44099220437	3583	12837889	45998156287
3534	12489156	44136677304	3584	12845056	46036680704
3535	12496225	44174155375	3585	12852225	46075226625
3536	12503296	44211654656	3586	12859396	46113794056
3537	12510369	44249175153	3587	12866569	46152383003
3538	12517444	44286716872	3588	12873744	46190993472
3539	12524521	44324279819	3589	12880921	46229025464
3540	12531600	44361864000	3590	12888100	46268279000
3541	12538681	44399469421	3591	12895281	46306254071
3542	12545764	44437096088	3592	12902464	46345650688
3543	12552849	44474744007	3593	12909649	46384368857
3544	12559936	44512413184	3594	12916836	46423108584
3545	12567025	44550103625	3595	12924025	46461869875
3546	12574116	44587815336	3596	12931216	46500652736
3547	12581209	44625548323	3597	12938409	46539457173
3548	12588304	44663302592	3598	12945604	46578283192
3549	12595401	44701078149	3599	12952801	46617130799
3550	12602500	44738875000	3600	12960000	46656000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
3601	12967201	46694890801	3651	13329801	48667103451
3602	12974404	46733803208	3652	13337104	48707103808
3603	12981609	46772737227	3653	13344409	48747126077
3604	12988816	46811692864	3654	13351716	48787170264
3605	12996025	46850670125	3655	13359025	48827236375
3606	13003236	46889669016	3656	13366336	48867324416
3607	13010449	46928689543	3657	13373649	48807434393
3608	13017664	46967731712	3658	13380964	48947566312
3609	13024881	47006795529	3659	13388281	48987720179
3610	13032100	47045881000	3660	13395600	49027896000
3611	13039321	47084988131	3661	13402921	49068093781
3612	13040544	47124116928	3662	13410244	49108313528
3613	13053769	47163267397	3663	13417569	49148555247
3614	13060996	47202439544	3664	13424890	49188818944
3615	13068225	47241633375	3665	13432225	49229104625
3616	13075456	47280848896	3666	13439556	49269412296
3617	13082689	47320086113	3667	13446889	49309741963
3618	13089924	47359345032	3668	13454224	49350093632
3619	13097161	47398625659	3669	13461561	49390467309
3620	13104400	47437928000	3670	13468900	49430863000
3621	13111641	47477252061	3671	13476241	49471280711
3622	13118884	47516597848	3672	13483584	49511720448
3623	13126129	47555965367	3673	13490929	49552182217
3624	13133376	47595354624	3674	13498276	49592666024
3625	13140625	47634765625	3675	13505625	49633171875
3626	13147876	47674198376	3676	13512976	49673699776
3627	13155129	47713652883	3677	13520329	49714249733
3628	13162384	47753129152	3678	13527684	49754821752
3629	13169641	47792627189	3679	13535041	49795415839
3630	13176900	47832147000	3680	13542400	49836032000
3631	13184161	47871688591	3681	13549761	49876670241
3632	13191424	47911251968	3682	13557124	49917330568
3633	13198689	47950837137	3683	13564489	49958012987
3634	13205956	47990444104	3684	13571856	49998717504
3635	13213225	48030072875	3685	13579225	5003944125
3636	13220496	48069723456	3686	13586596	50080192856
3637	13227769	48109395853	3687	13593969	50120963703
3638	13235044	48149090072	3688	13601344	50161756672
3639	13242321	48188806119	3689	13608721	50202571769
3640	13249600	48228544000	3690	13616100	50243409000
3641	13256881	48268303721	3691	13623481	50284268371
3642	13264164	48308085288	3692	13630864	50325149888
3643	13271449	48347888707	3693	13638249	50366053557
3644	13278736	48387713984	3694	13645636	50406979384
3645	13286025	48427561125	3695	13653025	50447927375
3646	13293316	48467430136	3696	13660416	50488897536
3647	13300609	48507321023	3697	13667809	50529889873
3648	13307904	48547233792	3698	13675204	50570904392
3649	13315201	48587168449	3699	13682601	50611941099
3650	13322500	48627125000	3700	13690000	50653000000

Quadratorum, & Cubicorum.

37.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
3701	13697401	50694081101	3751	14070001	52776573751
3702	13704804	50735184408	3752	14077504	52818795008
3703	13712209	50776309927	3753	14085009	52861038777
3704	13719616	50817457664	3754	14092516	52903305064
3705	13727025	50858027625	3755	14100025	52945593875
3706	13734436	50899819816	3756	14107536	52987905216
3707	13741849	50941034243	3757	14115049	53030239093
3708	13749264	50982270912	3758	14122564	53072595512
3709	13756681	51023529829	3759	14130081	53114974479
3710	13764100	51064811000	3760	14137600	53157376000
3711	13771521	51106114431	3761	14145121	5319800081
3712	13778944	51147440128	3762	14152644	53242246728
3713	13786369	51188788097	3763	14160169	53284715947
3714	13793796	51230158344	3764	14167696	53327207744
3715	13801225	51271550875	3765	14175225	53369722125
3716	13808656	51312965696	3766	14182756	53412259096
3717	13816089	51354402813	3767	14190289	53454818663
3718	13823524	51395862232	3768	14197824	53497400832
3719	13830961	51437343959	3769	14205361	53540005609
3720	13838400	51478848000	3770	14212900	53582633000
3721	13845841	51520374361	3771	14220441	53625283011
3722	13853284	51561923048	3772	14227984	53667955648
3723	13860729	51603494067	3773	1423529	53710650917
3724	13868176	51645087424	3774	14243070	53753368824
3725	13875625	51686703125	3775	14250625	53796109375
3726	13883076	51728341176	3776	14258176	53838872576
3727	13890529	51770001583	3777	14265729	53881658433
3728	13897984	51811684352	3778	14273284	53924466952
3729	13905441	51853389489	3779	14280841	53967298139
3730	13912900	51895117000	3780	14288400	54010152000
3731	13920361	51936866891	3781	14295061	54053028541
3732	13927824	51978639168	3782	14303524	54095927768
3733	13935289	52020433837	3783	14311089	54138849687
3734	13942756	52062250904	3784	14318656	54181794304
3735	13950225	52104090375	3785	14326225	54224761625
3736	13957696	52145952256	3786	14333796	54267751656
3737	13965169	52187836553	3787	14341369	54310764403
3738	13972644	52229743272	3788	14348944	54353792872
3739	13980121	52271672419	3789	14350521	54396858069
3740	13987600	52313624000	3790	14364100	54439939000
3741	13995081	52355598021	3791	14371681	54483042671
3742	14002564	52397594488	3792	14379264	54526169088
3743	14010049	52439613407	3793	14386849	54569318257
3744	14017536	52481654784	3794	14394436	54612490184
3745	14025025	52523718625	3795	14402025	54655684875
3746	14032516	52565804936	3796	14409616	54698902336
3747	14040009	52607913723	3797	14417209	54742142573
3748	14047504	52650044992	3798	14424804	54785405592
3749	14055001	52692198749	3799	14432401	54828691399
3750	14062500	52734375000	3800	14440000	54872000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Quadrati	Cubi.	Radices.	Quadrati	Cubi.
3801	14447601	54915331401	3851	14830201	57111104051
3802	14455204	54958685608	3852	14837904	57155606208
3803	14462809	55002062627	3853	14845609	57200131477
3804	14470416	55045462464	3854	14853316	57244679864
3805	14478025	55088885125	3855	14861025	57289251375
3806	14485636	55132330616	3856	14868736	57333846016
3807	14493249	55175798943	3857	14876449	57378463793
3808	14500864	55219290112	3858	14884164	57423104712
3809	14508481	55262804129	3859	14891881	57467768779
3810	14516100	55306341000	3860	14899600	57512456000
3811	14523721	55349900731	3861	14907321	57557166381
3812	14531344	55393483328	3862	14915044	57601899928
3813	14538969	55437088797	3863	14922769	57646656647
3814	14546596	55480717144	3864	14930496	57691436544
3815	14554225	55524368375	3865	14938225	57736239625
3816	14561856	55568042496	3866	14945956	57781065896
3817	14569489	55611739513	3867	14953689	57825915363
3818	14577124	55655459432	3868	14961424	57870788032
3819	14584761	55699202259	3869	14969161	57915683909
3820	14592400	55742968000	3870	14976900	57960603000
3821	14600041	55785756661	3871	14984641	58005545311
3822	14607684	55830568248	3872	14992384	58050510848
3823	14615329	55874402767	3873	15000129	58095499617
3824	14622976	55918260224	3874	15007876	58140511624
3825	14630625	55962140625	3875	15015625	58185546875
3826	14638276	56006043976	3876	15023376	58230605376
3827	14645929	56049970283	3877	15031129	58275687133
3828	14653584	56093919552	3878	15038884	58320792152
3829	14661241	56137891789	3879	15046641	58365920439
3830	14668900	56181887000	3880	15054400	58411072000
3831	14676561	56225905191	3881	15062161	58456246841
3832	14684224	56269946368	3882	15069924	58501444968
3833	14691889	56314010537	3883	15077689	58546666387
3834	14699556	56358097704	3884	15085456	58591911104
3835	14707225	56402207875	3885	15093225	58637179125
3836	14714896	56446341056	3886	15100996	58682470456
3837	14722569	56490497253	3887	15108769	58727785103
3838	14730244	56534676472	3888	15116544	58773123072
3839	14737921	56578878719	3889	15124321	58818484369
3840	14745600	56623104000	3890	15132100	58863869000
3841	14753281	56667352321	3891	15139881	58989276971
3842	14760964	56711623688	3892	15147664	58954708288
3843	14768649	56755918107	3893	15155449	59000162957
3844	14776336	56800235584	3894	15163236	59045640984
3845	14784025	56844576125	3895	15171025	59091142375
3846	14791716	56888939736	3896	15178816	59136667136
3847	14799409	56933326423	3897	15186609	59182215273
3848	14807104	56977736192	3898	15194404	59227786792
3849	14814801	57022169049	3899	15202201	59273381699
3850	14822500	57066625000	3900	15210000	59319000000

Quadratorum, & Cubicorum.

390

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
3901	15217801	59364641701	3951	15616401	61676694831
3902	15225604	59410306808	3952	15618304	61723537498
3903	15233409	59455995327	3953	15626209	61770404377
3904	15241216	59501707264	3954	15634116	61817294664
3905	15249025	59547442625	3955	15642025	61864208875
3906	15256836	59593201416	3956	15649936	61911146816
3907	15264649	59638983643	3957	15657849	61958108493
3908	15272464	59684789312	3958	15665764	62005093944
3909	15280281	59730618429	3959	15673681	62052103079
3910	15288100	59776471000	3960	15681600	62099136000
3911	15295921	59822347031	3961	15689521	62146195681
3912	15303744	59868246528	3962	15697444	62193273138
3913	15311569	59914169497	3963	15705369	62240377347
3914	15319396	59960115944	3964	15713296	62287505344
3915	15327225	60006085875	3965	15721225	62334657125
3916	15335056	60052079296	3966	15729156	62381832696
3917	15342889	60098096213	3967	15737089	62429032061
3918	15350724	60144136632	3968	15745024	62476255242
3919	15358561	60190200559	3969	15752961	62523502299
3920	15366400	60236288000	3970	15760900	62579771000
3921	15374241	60282398961	3971	15768841	62618067681
3922	15382084	60328533448	3972	15776784	62665386048
3923	15389929	60374691467	3973	15784729	62712728317
3924	15397776	60420873024	3974	15792676	62760094424
3925	15405625	60467078125	3975	15800625	62807484375
3926	15413476	60513306776	3976	15808576	62854898176
3927	15421329	60559558983	3977	15816529	62902335833
3928	15429184	60605834754	3978	15824484	62949797394
3929	15437041	60652134089	3979	15832441	62997282739
3930	15444900	60698457000	3980	15840400	63044792000
3931	15452761	60744803491	3981	15848361	63092325141
3932	15460624	60791173568	3982	15856324	63139882168
3933	15468489	60837567237	3983	15864289	63187463087
3934	15476356	60883984504	3984	15872256	63235067904
3935	15484225	60930425375	3985	15880225	63282696625
3936	15492096	60976889856	3986	15888196	63330349256
3937	15499969	61023377953	3987	15896169	63378025803
3938	15507844	61069889672	3988	15904144	63425726272
3939	15515721	61116425019	3989	15912121	63473450669
3940	15523600	61161984000	3990	15920100	63521199000
3941	15531481	61209566621	3991	15928081	63568971271
3942	15539364	61256172888	3992	15936064	63616767488
3943	15547249	61302802897	3993	15944049	63664587657
3944	15555136	61349456384	3994	15952036	63712431784
3945	15563025	61396133625	3995	15960025	63760299875
3946	15570916	61442834536	3996	15968016	63808191936
3947	15578809	61489559123	3997	15976009	63856107973
3948	15586704	61536307392	3998	15984004	63904047992
3949	15594601	61583079349	3999	15992001	63952011999
3950	15602500	61629875000	4000	15000000	64000000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
4001	16008001	64048012001	4051	16410601	66479344651
4002	16016004	64096048008	4052	16418704	66528588608
4003	16024009	64144108027	4053	16426809	66577856877
4004	16032016	64192192064	4054	16434916	66627149464
4005	16040025	64246300325	4055	16443025	66676466375
4006	16048036	64288432216	4056	164511836	66725807616
4007	16056049	64336588343	4057	16459249	66775173193
4008	16064064	64384768512	4058	16467364	66824563112
4009	16072081	64432972729	4059	16475481	66873977379
4010	16080100	64481209000	4060	16483600	66923416000
4011	16088121	64529453331	4061	164972721	66972878081
4012	16096144	64577726928	4062	16499844	67022366328
4013	16104169	64626030797	4063	16507969	67071878047
4014	16112196	64674354744	4064	16516096	67121414144
4015	16120225	64722705375	4065	16524225	67170974625
4016	16128256	64771076096	4066	165320356	67220559496
4017	16136289	64819472923	4067	16540489	67270168703
4018	16144324	64867896832	4068	16548624	67319802432
4019	16152361	64916338859	4069	16556761	67369460509
4020	16160400	64964808080	4070	16564900	67419143000
4021	16168441	65013401161	4071	16573041	67468849911
4022	16176484	65061818648	4072	16581184	67518581248
4023	16184529	65110360167	4073	16589329	67568337017
4024	16192576	65158925824	4074	16597476	67618117224
4025	16200625	65207515625	4075	16605625	67667921875
4026	16208676	65256129576	4076	16613776	67717750976
4027	16216729	65304767683	4077	16621929	67767604533
4028	16224784	65353429952	4078	16630084	67817482552
4029	16232841	65402116389	4079	16638241	67867385019
4030	16240966	65450827000	4080	16646400	67917312000
4031	16248901	65499561791	4081	16654564	67967263441
4032	16257024	65548320768	4082	16662724	68017239368
4033	16265089	65597103937	4083	16670889	68067239787
4034	16273156	65645911304	4084	16679056	68117264704
4035	16281225	65694742875	4085	16687225	68167314125
4036	16289296	65743598656	4086	16695396	68217388056
4037	16297369	65792478653	4087	16703569	68267485503
4038	16305444	65841382872	4088	16711744	68317609472
4039	16313521	65890311349	4089	16719921	68367755969
4040	16321600	65939264000	4090	16728160	68417929000
4041	16329681	65988240921	4091	16736281	68468123571
4042	16337764	66037242088	4092	16744464	68518346688
4043	16345849	66086267507	4093	16752649	68568592357
4044	16353936	66135317184	4094	16760836	68618861584
4045	16362025	66184391125	4095	16769029	68669157375
4046	16370116	66233489336	4096	16777216	68719476736
4047	16378209	66282611823	4097	16785409	68769820673
4048	16386304	66331758592	4098	16793604	68820189192
4049	16394401	66380929649	4099	16801801	68870582299
4050	16402500	66430125000	4100	16810000	68921000000

Quadratorum & Cubigorum.

41

Radices.	Qua ^d rati.	Cubi.	Biquadrati.	Radices.	Qua ^d rati.	Cubi.	Biquadrati.
4101	16818291	68971442301		4151	17239851	71525044951	
4102	16826404	62021902208		4152	17239104	71570719868	
4103	16834668	69072400277		4153	17247469	71628485577	
4104	16842816	68122916864		4154	17255716	71680244264	
4105	16851025	69173457625		4155	17264925	71734043875	
4106	16859236	69224023010		4156	17271336	71783828416	
4107	16867449	69274613941		4157	17280646	71835657893	
4108	16875604	69325227712		4158	17288964	71887512212	
4109	16883881	69375867629		4159	17292281	71939391679	
4110	16892100	69426531000		4160	17305906	71991496000	
4111	16900321	69477219631		4161	17313921	72043225281	
4112	16908544	69527934928		4162	17322244	72095179528	
4113	16916769	69578670897		4163	17330569	72147158747	
4114	16924996	69629433544		4164	17338896	72199162944	
4115	16933225	69680220875		4165	17347225	72251192125	
4116	16941456	69731032896		4166	17355556	72303240296	
4117	16949689	69781869613		4167	17363889	72355325463	
4118	16957924	69832731032		4168	17372224	72407429632	
4119	16966161	69883617159		4169	17380561	72459558899	
4120	16974400	69934528000		4170	17388800	72911713000	
4121	16982641	69985463561		4171	17397141	72563892211	
4122	16990884	70036423848		4172	17405584	72616096448	
4123	16999129	70087408867		4173	17413929	72668323717	
4124	17007376	70138418624		4174	17422276	72720580024	
4125	17015625	70189453125		4175	17430625	72771859375	
4126	17023876	70240512376		4176	17438976	72825163776	
4127	17032129	70291596383		4177	17447329	72877493233	
4128	17040384	70342705152		4178	17455084	72929847752	
4129	17048641	70393838689		4179	17464041	72982227339	
4130	17056900	70444997000		4180	17472400	73034632000	
4131	17065161	70496180991		4181	17480761	73087061741	
4132	17073424	70547387968		4182	17489124	73139516568	
4133	17081689	70598620637		4183	17497489	73191996487	
4134	17089956	70649878104		4184	17505856	73244501504	
4135	17098225	70701160375		4185	17514225	73297031625	
4136	17106496	70752467456		4186	17522596	73349586856	
4137	17114769	7080379353		4187	17530969	73402167203	
4138	17123044	70855156072		4188	17539344	73454772672	
4139	17131321	7090537619		4189	17547721	73507403269	
4140	17139600	70957944000		4190	17556100	73560059000	
4141	17147881	71009375221		4191	17564481	73612739871	
4142	17156164	71060831288		4192	17572864	73665445888	
4143	17164449	71112312207		4193	17581249	73718177057	
4144	17172736	71163817984		4194	17589636	73770933384	
4145	17181025	71215348625		4195	17598025	73823714875	
4146	17189316	71266904136		4196	17606416	73876521536	
4147	17197609	71318484523		4197	17614809	73929353373	
4148	17205904	71370089792		4198	17623204	73982210392	
4149	17214201	71421719949		4199	17631601	74035092599	
4150	17222500	71473375000		4200	17640000	740880000000	

f

Tabula Numerorum,

Radices	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices	Qua-dra-ti.	Cubi.
4201	17648401	74140932601	4251	18071001	76819825251
4202	17656804	74193890408	4252	18079504	76874051008
4203	17665209	74246873427	4253	18088009	76928302277
4204	17673216	74299881664	4254	18096516	76982579664
4205	17682025	74352915125	4255	18105025	77036881375
4206	17690436	74405973816	4256	18113536	77091209216
4207	17698849	74459057743	4257	18122049	77145562593
4208	17707264	74512166912	4258	18130564	77199941512
4209	17715681	74565301329	4259	18139081	77254345979
4210	17724100	74618461000	4260	18147600	77308776000
4211	17732521	74671645931	4261	18158121	77363231581
4212	17740944	74724856128	4262	18164644	77417712728
4213	17749369	74778091597	4263	18173169	77472219447
4214	17757796	74831352344	4264	18181696	77526751744
4215	17766225	74884618375	4265	18190225	77581309625
4216	17774656	74937949696	4266	18198756	77635893096
4217	17783089	74991286313	4267	18207289	77690502163
4218	17791524	75044648232	4268	18215824	77745136832
4219	17799961	75098035459	4269	18224361	77799797109
4220	17808400	75151448000	4270	18232900	77854483000
4221	17816841	75204885861	4271	18241441	77909194511
4222	17825284	75258349048	4272	18249984	77963931648
4223	17833729	75311837567	4273	18258529	78018094417
4224	17842176	75365351424	4274	18267076	78073482824
4225	17850625	75418890625	4275	18275625	78128296875
4226	17859076	75472455176	4276	18284176	78183136576
4227	17867529	75526045083	4277	18292729	78238001933
4228	17875984	75579660352	4278	18301284	78292892952
4229	17884441	75633300989	4279	18309841	78347809639
4230	17892900	75686967000	4280	18318400	78402752000
4231	17901361	75740658391	4281	18326961	78457720041
4232	17909824	75794375168	4282	18335524	78512713768
4233	17918289	75848117337	4283	18344089	78567733187
4234	17926756	75901884904	4284	18352656	78622778304
4235	17935225	75955677875	4285	18361225	78677849125
4236	17943696	76009496256	4286	18369796	78732945656
4237	17952169	76063340053	4287	18378369	78788067903
4238	17960644	76117209271	4288	18386944	78843215872
4239	17969121	76171103919	4289	18399521	78898389569
4240	17977600	76225014000	4290	18404100	78953589000
4241	17986081	76278969521	4291	18412681	79008814171
4242	17994564	76332940488	4292	18421264	79064065088
4243	18003049	76386936907	4293	18429849	79119341757
4244	18011536	76440958784	4294	18438436	79174644184
4245	18020025	76495006125	4295	18447025	79229972375
4246	18028516	76549078936	4296	18455616	79285326336
4247	18037009	76603177223	4297	18464209	79340706073
4248	18045504	76637300992	4298	18472804	79396111592
4249	18054001	76711450249	4299	18481401	79451542899
4250	18062500	76765625000	4300	18490000	79507060000

Quadratorum, & Cubicorum.

43.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
4301	18498601	79562482901	4351	18931201	82369655551
4302	18507204	79617991608	4352	18939904	82426462208
4303	18515809	79673526127	4353	18948609	82483294977
4304	18524416	79729086464	4354	18957316	82540153864
4305	18533025	79784672625	4355	18966025	82597038875
4306	18541636	79840284616	4356	18974736	82653950016
4307	18550249	79895922443	4357	18983449	82710887293
4308	18558864	79951586112	4358	18992164	82767850712
4309	18567481	80007275629	4359	19000881	8282484079
4310	18576100	80062991000	4360	19009600	82881856000
4311	18584721	80118732231	4361	19018321	82938897881
4312	18593344	80174499328	4362	19027044	82945965928
4313	18601969	80230292297	4363	19035769	83053060147
4314	18610596	80286111144	4364	19044496	83110180544
4315	18619225	80341955875	4365	19053225	83167327125
4316	18627856	80397826496	4366	19061956	83224499896
4317	18636489	80453723013	4367	19079689	83281698863
4318	18645124	80509645432	4368	19079424	83338924032
4319	18653761	80565593759	4369	19088161	83396175409
4320	18662400	80621568000	4370	19096900	83453453000
4321	18671041	80677568161	4371	19105641	83510756811
4322	18679684	80733594248	4372	19114384	83568086848
4323	18688329	80789646267	4373	19123129	83625443117
4324	18696976	80845724224	4374	19131876	83682825624
4325	18705525	80901828125	4375	19140625	83740234375
4326	18714276	80957957976	4376	19149376	83797669376
4327	18722929	81014113783	4377	19158129	83855130633
4328	18731584	81070295552	4378	19166884	83912618152
4329	18740241	81126503289	4379	19175641	83970131939
4330	18748900	81182737000	4380	19184400	84027672000
4331	18757561	81238996691	4381	19193161	84085238341
4332	18766224	81295282368	4382	19201924	84142830968
4333	18774889	81351594037	4383	19210689	84200449887
4334	18783556	81407931704	4384	19219456	84258095104
4335	18792225	81464295375	4385	19228225	84315766625
4336	18800896	81520685056	4386	19236996	84373464456
4337	18809569	81577100753	4387	19245769	84431188603
4338	18818244	81633542472	4388	19254544	84488939072
4339	18826921	81690010219	4389	19263321	84546715869
4340	18835600	81746504000	4390	19272100	84604519000
4341	18844281	81803023821	4391	19280881	84662348471
4342	18852964	81859569688	4392	19289664	84720204288
4343	18861649	81916141607	4393	19298449	84778086457
4344	18870336	81972739584	4394	19307236	84835994984
4345	18879025	82029363625	4395	19316025	84893929875
4346	18887716	82086013736	4396	19324816	84951891136
4347	18896409	82142689923	4397	19333609	85009878773
4348	18905104	82199392192	4398	19342404	85067892792
4349	18913801	82256120549	4399	19351201	85125933199
4350	18922500	82312875000	4400	19360000	85184000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
4401	19368801	85242093201	4451	19811401	88180545851
4402	19377604	85300212808	4452	19820304	88239993408
4403	19386409	85358358827	4453	19829209	88299467677
4404	19395216	85416531264	4454	19838116	88358968664
4405	19404025	85464730125	4455	19847025	88418496375
4406	19412836	85532955416	4456	19855936	88478050816
4407	19421649	85591207143	4457	19864849	88537631993
4408	19430464	85649485312	4458	19873764	88597239912
4409	19439281	85707789929	4459	19882681	88656874579
4410	19448100	85766121000	4460	19891600	88716536000
4411	19456921	85824478531	4461	19900521	88776224181
4412	19465744	85882862528	4462	19909444	88835939128
4413	19474569	85941272997	4463	19918369	88895680847
4414	19483396	85999709944	4464	19927296	88955449344
4415	19492225	86058173375	4465	19936225	89015244625
4416	19501056	86116663296	4466	19945156	89075066696
4417	19509889	86175179713	4467	19954089	89134915563
4418	19518724	86233722632	4468	19963024	89194791232
4419	19527561	86292292059	4469	19971961	89254693709
4420	19536400	86350888000	4470	19980900	89314623000
4421	19545241	86409510461	4471	19989841	89374579111
4422	19554084	86468159448	4472	19998784	89434562048
4423	19562929	86526834967	4473	20007729	89494571817
4424	19571776	86585537024	4474	20016676	89554608424
4425	19580625	86644265625	4475	20025625	89614671875
4426	19589476	86703020776	4476	20034576	89674762176
4427	19598329	86761802483	4477	20043529	89734879333
4428	19607184	86820610752	4478	20053484	89795023352
4429	19616041	86879445589	4479	20061441	89855194239
4430	19624900	86938307000	4480	20070400	89915392000
4431	19633761	86997194991	4481	20079361	89975616641
4432	19642624	87055109568	4482	20088324	90035868168
4433	19651489	87115050737	4483	20097289	90096146587
4434	19660356	87174018504	4484	20106256	90156451904
4435	196669225	87233012875	4485	20115225	90216784125
4436	19678095	87292033856	4486	20124196	90277143256
4437	19686669	87351081453	4487	20133169	90337529303
4438	19695844	87410155672	4488	20142144	90397942272
4439	19704721	87469256519	4489	20151121	90458382169
4440	19713600	87528384000	4490	20160100	90518849000
4441	19722481	87587538121	4491	20169081	90579342771
4442	19731364	87646718888	4492	20178064	90639863488
4443	19740249	87705926307	4493	20187049	90700411157
4444	19749136	87765160384	4494	20196036	90760985784
4445	19758025	87824421125	4495	20205025	90821587375
4446	19766916	87883708536	4496	20214016	908822159361
4447	19775809	87943022623	4497	20223009	90942871473
4448	19784704	88002363392	4498	20232004	91003553992
4449	19793601	88061730849	4499	20241001	91064263499
4450	19802500	88121125000	4500	20250000	91125000000

Quadratorum, & Cubicorum.

45.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
4501	20259001	91185763501	4551	20711601	94258496151
4502	20268004	91246554008	4552	20720704	94320644608
4503	20277009	91307371527	4553	20729809	94382820377
4504	20286016	91368216064	4554	20738916	94445023464
4505	20295025	91429087625	4555	20748025	94507253875
4506	20304036	91489986216	4556	20757136	94569511616
4507	20313049	91550911843	4557	20766249	94631796693
4508	20322064	91611864512	4558	20775364	94694109112
4509	20331081	91672844229	4559	20784481	94756448879
4510	20340100	91733851000	4560	20793000	94818816000
4511	20349121	91794884831	4561	20802721	94881210481
4512	20358144	91855945728	4562	20811844	94943632328
4513	20367169	91917033697	4563	20820969	95006081547
4514	20376196	91978148744	4564	20830096	95068558144
4515	20385225	92039290875	4565	20839225	95131062125
4516	20394256	92100460096	4566	20848356	95193593495
4517	20403289	92161656413	4567	20857489	95256152263
4518	20412324	92222879832	4568	20866624	95318738432
4519	20421361	92284130359	4569	20875761	95381352009
4520	20430400	92345408000	4570	20884900	95443993000
4521	20439441	92406712761	4571	20894041	95506661411
4522	20448484	92468044648	4572	20903184	95569357248
4523	20457529	92529403667	4573	20912329	95632080517
4524	20466576	92590789824	4574	20921476	95694831224
4525	20475625	92652203125	4575	20930625	95757609375
4526	20484676	92713643576	4576	20939776	95820414976
4527	20493729	92775111183	4577	20948929	95883248033
4528	20502784	92836605952	4578	20958084	95946108552
4529	20511841	92898127889	4579	20967241	96008996539
4530	20520900	92959677000	4580	20976400	96071912000
4531	20529961	93021253291	4581	20985561	96134854941
4532	20539024	93082856768	4582	20994724	96197825368
4533	20548089	93144487437	4583	21003889	96260823287
4534	20557156	93206145304	4584	21013056	96323848704
4535	20566225	93267830375	4585	21022225	96386901625
4536	20575296	93329542656	4586	21031396	96449982056
4537	20584369	93391282153	4587	21040569	96513090003
4538	20593444	93453048872	4588	21049744	96576225472
4539	20602521	93514842819	4589	21058921	96639388469
4540	20611600	93576664039	4590	21068100	96702579000
4541	20620581	93638512421	4591	21077281	96765797071
4542	20629764	93700388088	4592	21086464	96829042688
4543	20638849	93762291007	4593	21095649	96892315857
4544	20647936	93824221184	4594	21104836	96955616584
4545	20657025	93886178625	4595	21114025	97018944875
4546	20666116	93948163336	4596	21123216	97082300736
4547	20675209	94010175323	4597	21132409	97145684173
4548	20584304	94072214592	4598	21141604	97209095192
4549	20693401	94134281149	4599	21150801	97272533799
4550	20702500	94196375000	4600	21160000	97336000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
4601	21169201	97399493801	4651	21631801	100609506451
4602	21178404	97463015208	4652	21641104	100674415808
4603	21187609	97526564227	4653	21650409	100739353077
4604	21196816	97590140864	4654	21659716	100864312864
4605	21206025	97653745125	4655	21669025	100869311375
4606	21215236	97717377016	4656	21678336	100934332416
4607	21224449	97787036543	4657	21687649	100999381393
4608	21233664	97844723712	4658	21696964	101064458312
4609	21242881	97908438529	4659	21706281	101129563179
4610	21252100	97972181000	4660	21715606	101194696000
4611	21261321	98035951131	4661	21724921	101259856781
4612	21270544	98099748928	4662	21734244	101325045528
4613	21279769	98163574397	4663	21743569	101390262247
4614	21288996	98227427544	4664	21752896	101455566944
4615	21298225	98291308375	4665	21762225	101520779625
4616	21307456	98355216896	4666	21771556	101586080296
4617	21316689	98419153113	4667	21780889	101651408963
4618	21325924	98483117032	4668	21790224	101716765632
4619	21335161	98547108659	4669	21799561	101782150309
4620	21344400	98611128000	4670	21808900	101847563000
4621	21353641	98675175061	4671	21818241	101913003711
4622	21362884	98739249848	4672	21827584	101978472448
4623	21372129	98803352367	4673	21836929	102043969217
4624	21381376	98867482624	4674	21846276	102109494024
4625	21390625	98931640625	4675	21855625	102175046875
4626	21399876	98995826376	4676	21864976	102240627776
4627	21409129	98000039883	4677	21874329	102306236733
4628	21418384	99124281152	4678	21883684	102371873752
4629	21427641	99188550189	4679	21893041	102437538839
4630	21436900	99252847000	4680	21902400	102503232000
4631	21446161	99317171591	4681	21911761	102568953241
4632	21453424	99381523968	4682	21921124	102634702568
4633	21464689	99445904137	4683	21930489	102700479987
4634	21473956	99510312104	4684	21939856	102766285504
4635	21483225	99574747875	4685	21949225	102832119125
4636	21492496	99639211456	4686	21958596	102897980856
4637	21501769	99703702853	4687	21967969	102963876703
4638	21511044	99768222072	4688	21977344	103029788672
4639	21520321	99832769119	4689	21986721	103095734769
4640	21529600	99897344000	4690	21996100	103161769000
4641	21538881	99961946721	4691	22005481	103227711371
4642	21548164	100026577288	4692	22014864	103293741888
4643	21557449	100091235707	4693	22024249	103359805557
4644	21566736	100155921984	4694	22033636	103425887384
4645	21576025	100220636125	4695	22043025	103492002375
4646	21585316	100285378136	4696	22052416	103558145536
4647	21594609	100350148023	4697	22061809	103624316873
4648	21603904	100414945792	4698	22071204	103690516392
4649	21613201	100479771449	4699	22080601	103756744099
4650	21622500	1005446250000	4700	22090000	103823000000

Quadratorum, & Cubicorum.

47.

Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.
4701	22099401	103889284101	4751	22572001	107239576751
4702	22108804	105955596408	4752	22581504	107307307008
4703	22118209	104021936927	4753	22591009	107375065777
4704	22127616	104088305664	4754	22600516	107442853064
4705	22137025	104154702625	4755	22610025	107510668875
4706	22146436	104221127816	4756	22619536	107578513216
4707	22155849	104287581243	4757	22629049	107646386093
4708	22165204	104354062912	4758	22638564	107714287512
4709	22174681	104420572829	4759	22648081	107782217479
4710	22184100	10448711000	4760	22657600	107850176000
4711	22193521	104553677431	4761	22667121	107918163081
4712	22202944	104620272128	4762	22676644	107986178728
4713	22212369	104686895097	4763	22686169	10805422947
4714	22221796	104753546344	4764	22695696	108122295744
4715	22231225	104820225875	4765	22705225	108190397125
4716	22240656	104886933696	4766	22714756	108258527096
4717	22250089	104953669813	4767	22724289	108326685663
4718	22259524	1050204342321	4768	22733824	108394872832
4719	22268961	105087226959	4769	22743361	108463088609
4720	22278400	105154080000	4770	22752900	108531333000
4721	22287841	105220897361	4771	22762441	108599606011
4722	22297284	105287775048	4772	22771984	108667907648
4723	22306729	105354681067	4773	22781529	108736237917
4724	22316176	105421615424	4774	22791076	108804596824
4725	22325625	105488578125	4775	22800625	108872984375
4726	22335076	105555569176	4776	22810176	108941400576
4727	22344529	105622588583	4777	22819729	109009845433
4728	22353984	105689636352	4778	22829284	109078318952
4729	22363441	105756712489	4779	22838841	109146821139
4730	22372900	105823817000	4780	22848400	109215352000
4731	22382361	105890949891	4781	22857961	109283911541
4732	22391824	10595811168	4782	22867524	109352499768
4733	22401289	106025300837	4783	22877089	109421116687
4734	22410756	106092518904	4784	22886656	109489762304
4735	22420225	106159765375	4785	22896225	109558436625
4736	22429696	106227040256	4786	22905796	109627139656
4737	22439169	106294443553	4787	22915369	109695871403
4738	22448644	106361675272	4788	22924944	109764631872
4739	22458121	106429035419	4789	22934521	109833421069
4740	22467600	106496424000	4790	22944100	109902239000
4741	22477081	106563841021	4791	22953681	109971085671
4742	22486564	106631286488	4792	22963264	110039961088
4743	22496049	106698760407	4793	22972849	110108865257
4744	22505536	106766262784	4794	22982436	110177798184
4745	22515025	106833793625	4795	22992025	110246759875
4746	22524516	106901352936	4796	23001616	110315750336
4747	22534009	106968940723	4797	23011209	110384769573
4748	22543504	107036556991	4798	23020804	110453817592
4749	22553001	107104201749	4799	23030401	110522894399
4750	22562500	107171875000	4800	23040000	110592000000

Tabula Numeronum

Radices.	Quadrati	Cubi.	Radices.	Quadrati	Cubi.
4801	23049601	110661134401	4851	235132201	114154707051
4802	23059204	110730297608	4852	235131924	114235318208
4803	23068809	110799489627	4853	235131609	114295958477
4804	23078416	110868710464	4854	235131316	114366627864
4805	23088025	110937960125	4855	235131025	114437326375
4806	23097636	111007238616	4856	235189736	114698054616
4807	23107249	111076545943	4857	235199449	11478810793
4808	23116864	111145882112	4858	236009164	114049596712
4809	23126481	111215247129	4859	23609881	114720411779
4810	23136100	111284641000	4860	23619600	114791256000
4811	23145721	111354063731	4861	23629324	114862129381
4812	23155344	111423515328	4862	23639044	114933031928
4813	23164969	111492995797	4863	23648769	115003963647
4814	23174596	111562505144	4864	23658496	115074924544
4815	23184225	111632043375	4865	23668225	115145914625
4816	23193856	111701610496	4866	23677956	115216933896
4817	23203489	111771206513	4867	23687689	115287982363
4818	23213124	111840831432	4868	23697424	115359660032
4819	23222761	111910485259	4869	23797161	115430166909
4820	23232400	111980168000	4870	23774600	115501303000
4821	23242041	112049879661	4871	23726641	115572468311
4822	23251684	112119620248	4872	23736384	115643662848
4823	23261329	112189389767	4873	23746129	115714886617
4824	23270976	112259188224	4874	23755876	115786139624
4825	23280625	112329015625	4875	23765625	115857421875
4826	23290276	112398871976	4876	23775376	115928733376
4827	23299929	112468757283	4877	23785129	116000074133
4828	23309584	112538671552	4878	23794884	116071444152
4829	23319241	112608614789	4879	23804641	116142843439
4830	23328900	112678587000	4880	23814400	116214272000
4831	23338561	112748588191	4881	23824161	116285729841
4832	23348224	112818618368	4882	23833924	116357216968
4833	23357889	112888677537	4883	23843689	116428733387
4834	23367556	112958765704	4884	23853456	116500279104
4835	23377225	113028882875	4885	23863225	116571854125
4836	23386896	113099029056	4886	23872996	116643458456
4837	23396569	113169204253	4887	23882769	116715092103
4838	23406244	113239408472	4888	23892544	116786755072
4839	23415921	113309641719	4889	23902321	116858447369
4840	23425600	113379904000	4890	23912100	116930169000
4841	23435281	113450195321	4891	23921881	117001919971
4842	23444964	113520515688	4892	23931664	117073700288
4843	23454649	113590865107	4893	23941449	117145509957
4844	23464336	113661243584	4894	23951236	117217348984
4845	23474025	113731651125	4895	23961025	117289217375
4846	23483716	113802087736	4896	23970816	117361115136
4847	23493409	113872553423	4897	23980609	117433042273
4848	23503104	113943048192	4898	23990404	117504998792
4849	23512801	114013572049	4899	24000201	117576984699
4850	23522500	114084125000	4900	24010000	117649000000

Quadratorum, & Cubitorum.

49.

Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.
4901	24019801	117721044702	4951	24512401	121960897992
4902	24029604	11779311808	4952	24522304	121434449408
4903	24039409	117865222307	4953	24532109	12198031097
4904	24049216	117937355264	4954	24542118	121981644664
4905	24059025	118009517625	4955	24552023	121635287893
4906	24068836	118081709406	4956	24561938	1215928934806
4907	24078649	118133930643	4957	24571849	121802655492
4908	24088454	118226183302	4958	24581764	121876338902
4909	24098281	118298461429	4959	24592681	121950140099
4910	24108106	118370771009	4960	24608600	122023916000
4911	24117921	118443116035	4961	24612942	122097753082
4912	24127744	118515478538	4962	24622444	1221172005108
4913	24137569	118587876497	4963	24632369	122245484347
4914	24147396	118660303944	4964	24642296	122319393444
4915	24157215	118732760835	4965	24651215	122393332103
4916	24067056	118805247296	4966	24661156	122467300696
4917	24076889	118877763213	4967	24671089	122541295065
4918	24086714	118946308082	4968	24681024	122615327192
4919	24096361	11902883569	4969	24694901	12269389169
4920	24106400	119092548800	4970	24700090	122763479600
4921	24216341	119356811961	4971	24710841	122837590601
4922	24226084	119340789448	4972	24720784	122911738048
4923	24235929	119352478462	4973	24730729	122985915317
4924	24245776	1193586201524	4974	24740676	123060124424
4925	24255613	1194589131525	4975	24750635	1231343505750
4926	24265473	119531734726	4976	24760576	123208626176
4927	24275329	119604545983	4977	24770529	123282925438
4928	24285184	119677318675	4978	24780484	123357249332
4929	24295041	119750257082	4979	24790441	123433609739
4930	243054996	119823157000	4980	24800400	12350505992000
4931	24314761	119890086400	4981	24810361	123580408441
4932	24324624	119969045568	4982	24820324	1236548541080
4933	24334489	1200420134237	4983	24830289	123720330087
4934	243444156	1201150524904	4984	24840256	123803885904
4935	24354225	120288100375	4985	24850215	123678371625
4936	24364096	120261377856	4986	24860196	123952927056
4937	24373969	1203342849932	4987	24870162	12402452803
4938	24383844	120407421872	4988	24880144	124162358372
4939	24393721	120480588019	4989	24890121	124196818669
4940	24403600	1206953784000	4990	24900100	1244951499660
4941	24413481	1206150096212	4991	24910681	124326214274
4942	24423364	120700264888	4992	24920684	124400959488
4943	24433149	1207735498070	4993	24930649	12447574659
4944	24443136	1208468043843	4994	24940036	124550536784
4945	24453025	1209203080250	4995	24950025	124625374875
4946	24462916	120993582336	4996	24960016	124700239936
4947	24472809	1208609801230	4997	24970069	124775134973
4948	24482704	1208440418392	4998	24980064	124850659992
4949	24492601	12089338823491	4999	24990061	124925014999
4950	24502500	1209487375000	5000	25000000	1243000000000

Tabula Numerorum

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
5001	25010001	125075015001	5051	25512601	128864147651
5002	25020004	125150060008	5052	25522704	128940700608
5003	25030009	125225135027	5053	25532809	129017283877
5004	25040016	125300240064	5054	25542916	129093897464
5005	25050025	125375175125	5055	25553025	129170541375
5006	25060036	125450540216	5056	25563136	129247215616
5007	25070049	1255257135343	5057	25573249	129323920193
5008	25080064	125600960512	5058	25581364	129409655312
5009	25090081	125676215729	5059	25591481	129477420379
5010	25100100	125751501000	5060	25603600	12956416000
5011	25110121	125826816331	5061	25613721	129641041981
5012	25120144	125902161728	5062	25623844	129707898328
5013	25130169	125977937197	5063	25633969	129784785047
5014	25140196	126052942744	5064	25644096	129861702144
5015	25150225	126128378375	5065	256584225	129948649625
5016	25160256	126203844096	5066	25664356	130045617496
5017	25170289	126279339913	5067	25674489	130092615763
5018	25180324	126334806894	5068	25684614	130169674432
5019	25190361	126436421859	5069	25694761	130246746509
5020	25200400	126506008000	5070	25704900	130324843000
5021	25210441	126581624264	5071	25715041	13049972911
5022	25220484	126657270648	5072	25725184	130478133248
5023	25230529	126732947167	5073	25735329	130549324017
5024	25240576	126808953824	5074	25745470	130632545224
5025	25250625	126884390625	5075	25755625	130709796875
5026	25260676	126960157576	5076	25765776	130787078976
5027	25270729	127035954083	5077	25775929	130804391533
5028	25280784	127111784952	5078	25786084	130941334562
5029	25290841	127187639389	5079	25796241	131019108049
5030	25300900	127263537000	5080	25806400	131096912000
5031	25310961	127339444794	5081	25816561	131173946441
5032	25321024	127416892768	5082	25826724	131251411368
5033	25331089	127491370937	5083	25836889	131328906787
5034	25341156	127567379304	5084	25847056	131406432704
5035	25351225	127643417875	5085	25856725	131483989125
5036	25361296	127710486656	5086	25866796	131561576056
5037	25371369	127795585653	5087	25876569	131642919353
5038	25381444	127871714872	5088	25886744	131716841472
5039	25391521	127947874349	5089	25896921	131794519969
5040	25401600	128024964000	5090	25906890	131872229000
5041	25411681	128109283921	5091	25918281	131940968571
5042	25421764	128179534088	5092	25928464	1320247738688
5043	25431849	128252814507	5093	25938649	132105539357
5044	25441936	128329125184	5094	25948830	1321493370584
5045	25452025	128405466125	5095	25956025	132204232375
5046	25462116	128481837336	5096	259668216	1323330124736
5047	25472209	128558338823	5097	259760409	132447947973
5048	25482304	128634670592	5098	25986604	132495001192
5049	25492401	12871132649	5099	25996801	132572985299
5050	25502500	128787975900	5100	26016900	132651000000

Quadratorūm, & Cubicorum.

53.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
5101	26020201	132729045301	5151	26532801	136670457951
5102	26030404	132807121208	5152	26543104	136750071808
5103	26040609	132885227727	5153	26553409	136829716577
5104	26050816	132963364864	5154	26563716	136999392264
5105	26061025	133041532625	5155	26574025	136989098875
5106	26071236	133119731016	5156	26584336	137068836416
5107	26081449	133197960043	5157	26594649	137148604893
5108	26091664	133276219712	5158	26604964	137228404312
5109	26101881	133354510029	5159	26615281	137308234679
5110	26112100	133432831000	5160	26625600	137388096000
5111	26122321	133511182631	5161	26635921	137467988281
5112	26132544	133589564928	5162	26646244	137547911528
5113	26142769	133667977897	5163	26656569	137627865747
5114	26152996	133746431844	5164	26666896	137707850944
5115	26163225	133824895875	5165	26677225	137787867125
5116	26173456	133903400896	5166	26687556	137867914295
5117	26183689	133981936613	5167	26697889	137947992463
5118	26193924	134060503032	5168	26708224	138028101632
5119	26204161	134139100159	5169	26718561	138108241809
5120	26214400	134217728000	5170	26728900	138188413000
5121	26224641	134296386561	5171	26739241	138268615211
5122	26234884	134375075848	5172	26749584	138348848448
5123	26245129	134453795867	5173	26759299	138429112717
5124	26255376	134532546624	5174	26770276	138509408024
5125	26265625	134611328125	5175	26780625	138589734375
5126	26275876	134690140376	5176	26790976	138670081776
5127	26286129	134768983383	5177	26801329	138750470233
5128	26296384	134847857152	5178	26811684	138830899752
5129	26306641	134926761689	5179	26822041	138911350339
5130	26316900	135005697000	5180	26832400	138991832000
5131	26327161	135084663091	5181	26842761	139072344741
5132	26337424	135163659968	5182	26853124	139152887568
5133	26347689	135242687637	5183	26863489	139233463487
5134	26357956	135321746104	5184	26873856	139314069504
5135	26368225	135400835375	5185	26884225	139394706625
5136	26378496	135479955456	5186	26894596	139475374856
5137	26388769	135559106353	5187	26904969	139556074203
5138	26399044	135638288072	5188	26915344	139636804672
5139	26409321	135717500619	5189	26925721	139717566269
5140	26419600	135796744000	5190	26936100	139798359000
5141	26429881	135876018221	5191	26946481	139879182871
5142	26440164	135955323288	5192	26956864	139960037888
5143	26450449	136034659207	5193	26967249	140040924057
5144	26460736	136114025984	5194	26977636	140121841384
5145	26471025	136193423625	5195	26988025	140202789875
5146	26481316	136272852136	5196	26998416	140283769526
5147	26491609	136352311523	5197	27008809	140364780173
5148	26501904	136431801792	5198	27019204	140445822392
5149	26512201	136511922949	5199	27029601	140526895599
5150	26522500	136590875000	5200	27040000	140608000000

Tabula Numerorum,

Radices	Qua-drati.	Cubi.	Radices	Qua-drati.	Cubi.
5201	27050401	140689135601	5251	27573001	144785828251
5202	27060804	140770302408	5252	27583504	144868563008
5203	27071209	140851500427	5253	27594009	144951329277
5204	27081616	140932729664	5254	27604516	145034127064
5205	27091025	141013990125	5255	27615025	145146956375
5206	27102436	141095281816	5256	27625536	145199817216
5207	27112849	141176604743	5257	27636049	145282709593
5208	27123264	141257958912	5258	27646564	145365633512
5209	27133681	141339344329	5259	27657081	145448588979
5210	27144100	141420701000	5260	27667600	145531576000
5211	27154521	141502208931	5261	27678121	145614594581
5212	27164944	141583688128	5262	27688644	145697644728
5213	27175369	141665198597	5263	27699109	145780726447
5214	27185796	141746740344	5264	27709696	145863839744
5215	27196225	141828313375	5265	27720225	145946984625
5216	27206656	141909917696	5266	27730756	146030151096
5217	27217089	141911553313	5267	27741289	146117369163
5218	27227524	142073220232	5268	27751824	146196608832
5219	27237961	142154918459	5269	27762361	146279880109
5220	27248400	142236648000	5270	27772900	146363183000
5221	27258841	142318408861	5271	27783441	146446517511
5222	27269284	142400201048	5272	27793984	146529883648
5223	27279729	142482024567	5273	27804529	146613281417
5224	27290176	142563879424	5274	27815076	146696710824
5225	27300625	142645755625	5275	27825625	146780171875
5226	27311076	142727683176	5276	27836176	146863664576
5227	27321529	142809632083	5277	27846729	146947188933
5228	27331984	142891612352	5278	27857284	147030744952
5229	27342441	142973623989	5279	27867841	147114332639
5230	27352900	143055667000	5280	27878400	147197952000
5231	27363361	143137741391	5281	27888961	147281603041
5232	27373824	143219847168	5282	27899524	147365285768
5233	27384289	143301984337	5283	27910089	147449000187
5234	27394756	143384152904	5284	27920656	147532746304
5235	27405225	143466352875	5285	27931225	147616524125
5236	27415696	143548584256	5286	27941796	147700333656
5237	27426169	143630847053	5287	27952369	147784174903
5238	27436644	143713141272	5288	27962944	147868047872
5239	27447121	143795466919	5289	27973521	147951952569
5240	27457600	143877824000	5290	27984100	148035889000
5241	27468081	143960212521	5291	27994681	148119857171
5242	27478564	144042632488	5292	28005264	148203857088
5243	27489049	144125083907	5293	28015849	148287888757
5244	27499536	144207566784	5294	28026436	148371952184
5245	27510025	144290081125	5295	28037025	148456047375
5246	27520516	144372626936	5296	28047616	148540174336
5247	27531009	144455204223	5297	28058209	148624333073
5248	27541504	144537812992	5298	28068804	148708523592
5249	27552001	144620453249	5299	28079401	148792745899
5250	27562506	144703125000	5300	28090000	148877000000

Quadratorum, & Cubicorum.

53.

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
5301	28100601	148961285901	5351	28633201	153216258551
5302	28111204	149045603608	5352	28643904	153302174208
5303	28121809	149129953127	5353	28654609	153388111977
5304	28132416	149214334464	5354	28665316	153474101804
5305	28143025	149298747625	5355	28676025	153560113875
5306	28153636	149383192616	5356	28686736	153640138016
5307	28164249	149467669443	5357	28697449	153732234293
5308	28174864	149552178112	5358	28708164	153818342712
5309	28185481	149636718629	5359	28718881	153904483279
5310	28196100	149721291000	5360	28729600	153920646000
5311	28206721	149805895231	5361	28740321	154076866881
5312	28217344	149890531328	5362	28751044	154163097928
5313	28227969	149975199297	5363	28761769	154249367147
5314	28238596	150059899144	5364	28772496	154335668544
5315	28249225	150144630875	5365	28783225	154422002125
5316	28259856	150229394496	5366	28793956	154508367896
5317	28270489	150314190013	5367	28804689	154594765863
5318	28281124	150390017432	5368	28815424	154681196032
5319	28291761	150483876759	5369	28826161	154767658409
5320	28302400	150568768000	5370	28836900	154854153000
5321	28313041	150653691161	5371	28847641	154940679811
5322	28323684	150738646248	5372	28858384	155027238848
5323	28334329	150823633267	5373	28869129	155113830117
5324	28344976	150908652224	5374	28879876	155200453624
5325	28355625	150993703125	5375	28890625	155287169375
5326	28366276	151078785976	5376	28901376	155373797376
5327	28376929	151163900783	5377	28912129	155460517633
5328	28387584	151249047552	5378	28922884	155547270152
5329	28398241	151334226289	5379	28933641	155634054939
5330	28408900	151419437000	5380	28944400	155720872000
5331	28419561	151504679691	5381	28955161	155807721341
5332	28430224	151589954368	5382	28965924	155894664968
5333	28440889	151675261037	5383	28976689	155981516887
5334	28451556	151760599704	5384	28987456	156068463104
5335	28462225	151845970375	5385	28998225	156155441625
5336	28472896	151931373056	5386	29008996	156242451456
5337	28483569	152016807753	5387	29019769	156329495603
5338	28494244	152102274472	5388	29030544	156416571072
5339	28504921	152187773219	5389	29041321	1565036738869
5340	28515600	152273304000	5390	29052100	156590819888
5341	28526281	15235886821	5391	29062881	156677991471
5342	28536964	152444461688	5392	29073664	156765196288
5343	28547649	152530088607	5393	29084449	156852433457
5344	28558336	152615747584	5394	29095236	156939702984
5345	28569025	152701438625	5395	29106025	157027004875
5346	28579716	152787161736	5396	29116816	157114339136
5347	28590409	152872916923	5397	29127609	157201705773
5348	28601104	152958704192	5398	29138404	157289104792
5349	28611801	153044523549	5399	29149201	157376536199
5350	28622500	153130375000	5400	29160000	157464000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua. drati.	Cubi.	Radices.	Qua. drati.	Cubi.
5401	29170801	157551496201	5451	29713401	161967748851
5402	29181604	157639024808	5452	29724304	162056905408
5403	29192409	157726585827	5453	29735269	162146094677
5404	29203216	157814179264	5454	29746116	162235316664
5405	29214025	157901805125	5455	29757025	162324571375
5406	29224836	157989463416	5456	29767936	162413858816
5407	29235649	158077154143	5457	29778849	162503178993
5408	29246464	158164877312	5458	29789764	162592531912
5409	29257281	158252632929	5459	29800681	162681917579
5410	29268100	158340421000	5460	29811500	162771336000
5411	29278921	158428241531	5461	29822521	162860987181
5412	29289744	158516094528	5462	29833444	162950271128
5413	29300569	158603979997	5463	29844369	163039787847
5414	29311396	158691897944	5464	29855296	163129337344
5415	29322225	158779848375	5465	29866225	163218919625
5416	29333056	158867831296	5466	29877156	163308534696
5417	29343889	158955846713	5467	29888089	163398182563
5418	29354724	159043894632	5468	29899024	163487863232
5419	29365561	159131975059	5469	29909961	163577576709
5420	29376400	159220088000	5470	29920960	16366723000
5421	29387241	159308233461	5471	29931841	163757102111
5422	29398084	159396411448	5472	29942784	163846914048
5423	29408929	159484621967	5473	29953729	163936758817
5424	29419776	159572865024	5474	29964676	164026636424
5425	29430625	159651140625	5475	29975625	164116546875
5426	29441476	159749448776	5476	29986576	164206490176
5427	29452329	159837789483	5477	29997529	164296466333
5428	29463184	159926162752	5478	30008484	164386475352
5429	29474041	160014568589	5479	30019441	164476517239
5430	29484900	160103007000	5480	30030400	164566592000
5431	29495761	160191477991	5481	30041361	164656699641
5432	29506624	160279981568	5482	30052324	164746840168
5433	29517489	160368517737	5483	30063289	164837013587
5434	29528356	160457086504	5484	30074256	164927219904
5435	29539225	160545687875	5485	30085225	165017459125
5436	29550096	160634321856	5486	30096196	165107731256
5437	29560969	160722988453	5487	30107169	165198036303
5438	29571844	160811687672	5488	30118144	165288374272
5439	29582721	160900419519	5489	30129121	165378745169
5440	29593600	160989184000	5490	30140100	165469149000
5441	29604481	161077981121	5491	30151081	165559585771
5442	29615364	161166810888	5492	30162064	165650055488
5443	29616249	161255673307	5493	30173049	165740558157
5444	29617136	161344568384	5494	30184036	165831093784
5445	29648025	161433496125	5495	30195025	165921662375
5446	29658916	161522456536	5496	30206016	166012263936
5447	29669809	161611449613	5497	30217009	166102898473
5448	29680704	161700475392	5498	30228004	166193565992
5449	29691601	161789533849	5499	30239001	166284266499
5450	29702500	161878025000	5500	30250000	166375000000

Quadratorum, & Cubicorum. .55.

Radices.	Qua drati.	Cubi.	Radices.	Qua drati.	Cubi.
5501	302610000	166465766591	5551	308131601	171046299151
5502	302720040	166550566208	5552	30824794	17113876608
5503	302830000	1666647308527	5553	30835809	171231247377
5504	302940000	16670738204004	5554	30846915	171323771464
5505	303050000	16681291020025	5555	30858005	171410328875
5506	303160304	16692000000000	5556	30869136	171508919616
5507	303270400	16701000000000	5557	30880249	171601543693
5508	303380004	16710200000000	5558	30891364	171694201112
5509	303490084	16720300000000	5559	30902481	171786894479
5510	303500000	16730384150000	5560	30913600	171879616000
5511	3036111201	1673752470031	5561	30924748	171972373481
5512	30382144	167466370028	5562	30935844	172053164328
5513	30393160	167557549007	5563	30946969	172157988547
5514	304040400	1676487349844	5564	30958096	172260846144
5515	30415125	1677309068875	5565	30969225	172342737135
5516	30426256	167831228000	5566	30980356	172486661496
5517	304472801	167922523013	5567	30991480	172529619263
5518	30448324	168023054832	5568	31002024	172622610432
5519	30459361	168105213059	5569	31013704	172716636000
5520	304704000	168196008900	5570	310289000	172808603000
5521	30481444	168288035761	5571	31036044	172902784411
5522	30492484	168379400048	5572	31047184	172994009248
5523	305035200	168479990007	5573	31058429	173088067517
5524	305145705	168562517624	5574	31069476	173181259224
5525	305256235	168654078135	5575	31080625	173274484376
5526	305366705	168745671589	5576	31099776	173367742976
5527	305477299	168837208183	5577	31102929	173462035033
5528	30558884	168928957952	5578	31114084	173554360552
5529	30569848	169020659889	5579	31125241	173647719539
5530	305809000	169132378900	5580	31136400	17374110000
5531	305919680	16920416301	5581	31147561	173834537947
5532	30603034	169295928708	5582	31158724	173927997368
5533	30614089	169387754487	5583	31169889	174021490287
5534	30625156	16947904804	5584	31181056	174115016704
5535	30636233	169571505375	5585	31192225	174208576625
5536	30647296	169663430656	5586	31203396	174302170056
5537	30658369	169755389152	5587	31214909	174395797003
5538	30669444	169847380882	5588	31225744	174489457473
5539	30680521	169939406882	5589	31236921	174583158469
5540	30691600	170031404000	5590	31248100	174676879000
5541	30702681	170123555481	5591	31259281	174770640071
5542	30713764	170215680088	5592	31278464	174804434688
5543	30724849	170307838007	5593	31281649	174958262857
5544	30735936	170400029884	5594	31292836	175052114384
5545	30747025	170492252002	5595	31304025	175146019875
5546	30758116	170584512336	5596	31315216	175239948736
5547	307691090	170676802323	5597	31326409	175333911471
5548	30780104	170769116592	5598	31337604	175427497192
5549	3079140101	170861434149	5599	31348801	175521936799
5550	30802300	170953875000	5600	31360000	175616900000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
5601	314371201	1757110096801	5602	314382404	1758042127208
5603	314393609	17589839227	5604	314404816	17592588864
5605	31441602501	17608682025	5606	31427236	17618108201
5607	31438480	176275385643	5608	31444964	176369745722
5609	31460881	1764504081229	5610	31472100	17655848100
5611	31483211	1766529142281	5612	31494544	17674738028
5613	31505760	17684881227	5614	3251096	1769364129524
5615	31528225	177030983377	5616	32539450	177125584800
5617	31550689	1772220280073	5618	31561924	177314881002
5619	31578300	177409501003	5620	315844000	17750432000
5621	325395644	177599098002	5622	326006844	177693010048
5623	32618129	177788730305	5624	32629376	177883610024
5625	32640623	177978515628	5626	32651876	178073464376
5627	32663129	178168426888	5628	32674384	178263438752
5629	32685641	178358473189	5630	32696900	178453547000
5631	32708161	178548654824	5632	32719424	178643795968
5633	32730689	178738971237	5634	32741956	178834180104
5635	32755225	178929422873	5636	32764490	17902469456
5637	32775769	17912999811	5638	32787044	17925354972
5639	32798311	179319712872	5640	328099600	179400140000
5641	32820881	179501389721	5642	32832104	179597069088
5643	32843449	179692582707	5644	32854736	179788119984
5645	32866025	179883714222	5646	32877316	179979326216
5647	32888609	180074975021	5648	32899904	180170653792
5649	32911201	180266374449	5650	329225905	180362179000
			5651	329338900	180471930000
			5652	329445000	180581930000
			5653	329552000	180695347000
			5654	329660000	18080339536
			5655	329767000	18090743873
			5656	329874000	18100943888
			5657	329981000	18111347557
			5658	330186000	18120895384
			5659	330293000	181306077375
			5660	330400000	181417619781
			5661	330508000	181513775208
			5662	330605000	18160956247
			5663	330702000	181700194044
			5664	330800000	181802454625
			5665	330900000	181908748296
			5666	331035000	18209507503
			5667	331148000	1821991437632
			5668	331262000	182287833309
			5669	331375000	182284203000
			5670	331489000	18236855576
			5671	331602400	1824380720711
			5672	331715800	18247724448
			5673	331829200	182573756217
			5674	33194276	182670324024
			5675	33205528	182766921873
			5676	33216976	18286855576
			5677	332289200	18296023733
			5678	332396840	18306925752
			5679	33251048	18316361839
			5680	332624600	183250483000
			5681	332837600	183347236241
			5682	332951244	183444074568
			5683	332964800	183540946987
			5684	33307856	183697853504
			5685	33319128	183734794125
			5686	333205900	183831768856
			5687	333419690	183928777793
			5688	33353344	184025820672
			5689	33364721	184122897769
			5690	33376100	184226000000
			5691	33387481	184367154371
			5692	33398864	18446433888
			5693	33410140	184511347557
			5694	33421630	184668995384
			5695	33433045	184766077375
			5696	33444416	18480339536
			5697	33455892	184900743873
			5698	33467104	184998128392
			5699	33478601	185095347000
			5700	33490000	185193000000

Quadratorum, & Cubicorum.

57.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
5701	32501401	185290487101	5751	33074001	190208579751
5702	32512804	185388008408	5752	33085504	190307819008
5703	32524109	185485563927	5753	33097009	190407092777
5704	32535616	185583153664	5754	33108516	190506401064
5705	32547025	185680777625	5755	33120025	190605743875
5706	32558436	185778435816	5756	33131536	190705121216
5707	32569849	185876128243	5757	33143049	190805433093
5708	32581264	185973854912	5758	33154564	190903979512
5709	32592681	186071615829	5759	33166081	191003460479
5710	32604100	186169411000	5760	33177600	191102976000
5711	32615521	186267240431	5761	33189121	191202526081
5712	32626944	186365104128	5762	33200644	191302110728
5713	32638369	186463002097	5763	33212169	191401729947
5714	32649790	186560934344	5764	33223696	191501383744
5715	32661225	186658900875	5765	33235225	191601072125
5716	32672656	186756901696	5766	33246756	191700795096
5717	32684089	186854936813	5767	33258289	191800552663
5718	32695524	186953906232	5768	33269824	191900344832
5719	32706961	187051109959	5769	33281361	192000171609
5720	32718400	187149448000	5770	33292900	192100033000
5721	32729841	187247420361	5771	33304441	192199929011
5722	32741284	187345627048	5772	33315984	192299859648
5723	32752729	187443868067	5773	33327529	192399824917
5724	32764176	187542143424	5774	33339076	192499824824
5725	32775625	187640453125	5775	33350625	192599859375
5726	32787076	187738797176	5776	33362176	192699928576
5727	32798529	187837175583	5777	33373729	192800032433
5728	32809984	187935588352	5778	33385284	192900170952
5729	32821441	188034035489	5779	33396841	193000344139
5730	32832900	188132517000	5780	33408400	193100552000
5731	32844161	188231032891	5781	33419961	193200794541
5732	32855824	188329583168	5782	33431524	193301071768
5733	32867289	188428167837	5783	33443089	193401383687
5734	32878756	188526786904	5784	33454656	193501730304
5735	32890225	188625440375	5785	33466225	193602111625
5736	32905696	188724128256	5786	33477796	193702527656
5737	32913169	188822850553	5787	33489369	193802978403
5738	32924544	188921607172	5788	33500944	193903463872
5739	32936121	189020398419	5789	33512521	194003984069
5740	32947600	189119224000	5790	33524100	194104539000
5741	32959681	189218084021	5791	33535681	194205128671
5742	32970564	189316978488	5792	33547264	194305753088
5743	32982049	189415907407	5793	33558849	194406412257
5744	32993536	189514870784	5794	33570436	194507106184
5745	33005623	189613868625	5795	33582025	194607834875
5746	33016516	189712900936	5796	33593616	194708598346
5747	33028009	189811967723	5797	33605209	194809396573
5748	33039504	189911068992	5798	33616804	194910229592
5749	33051001	190010204749	5799	33628401	195011097399
5750	33062500	190109375000	5800	33640000	195112000000

h

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
5801	33651601	195212937401	5851	34234201	200304310051
5802	33663204	195313909608	5852	34245904	200407030208
5803	33674809	195414916627	5853	34257609	200509785477
5804	33686416	195515958464	5854	34269316	200612575864
5805	33698025	195617035125	5855	34281025	200715401375
5806	33709636	195718146616	5856	34292736	200818262016
5807	33721249	195819292943	5857	34304449	200921157791
5808	33732864	195920474112	5858	34316164	201024088712
5809	33744481	196021690129	5859	34327881	201127054779
5810	33756100	196122941000	5860	34339600	201230056000
5811	33767721	196224226731	5861	34351321	201333092381
5812	33779344	196325547328	5862	34363044	201436163928
5813	33790969	196426902797	5863	34374769	201539270647
5814	33802596	196528293144	5864	34386496	201642412544
5815	33814225	196629718375	5865	34398225	201745589625
5816	33825836	196731178496	5866	34409956	201848801896
5817	33837489	196832673513	5867	34421689	201954049363
5818	33849124	196934203432	5868	34433424	202055332032
5819	33860761	197035768259	5869	34445161	202158649909
5820	33872400	197137368000	5870	34456900	202262003000
5821	33884041	197239002661	5871	34468641	202365391311
5822	33895684	197340672248	5872	34480384	202468814848
5823	33907329	197442376767	5873	34492129	202572273617
5824	33918976	197544116224	5874	34503876	202675767624
5825	33930625	197645890625	5875	34515625	202779296875
5826	33942276	197747699976	5876	34527376	202882861376
5827	33953929	197849544283	5877	34539129	202986461133
5828	33965584	197951423552	5878	34550884	203090096152
5829	33977241	198053337789	5879	34562641	203193766439
5830	33988900	198155287000	5880	34574400	203297472000
5831	34000561	198257271191	5881	34586161	203401212841
5832	34012224	198359290368	5882	34597924	203504988968
5833	34023889	198461344537	5883	34609689	203608800387
5834	34035556	198563433704	5884	34621456	203712647104
5835	34047225	198665557875	5885	34633225	203816529125
5836	34058896	198767717056	5886	34644996	203920446456
5837	34070569	198869911253	5887	34656769	204024399103
5838	34082244	198972140472	5888	34668544	204128387072
5839	34093921	199074404719	5889	34680321	204232410369
5840	34105600	199176704000	5890	34692100	204336469000
5841	34117281	199279038321	5891	34703881	204440962971
5842	34128964	199381407688	5892	34715664	204544692288
5843	34140649	199483812107	5893	34727449	204648856957
5844	34152336	199586251584	5894	34739236	204753056984
5845	34164025	199688726125	5895	34751025	204857292375
5846	34175716	199791235736	5896	34762816	204961563136
5847	34187409	199893780423	5897	34774609	205065869273
5848	34199104	199996360192	5898	34786404	205170210792
5849	34210861	200098975049	5899	34798201	205274587699
5850	34222500	200201625000	5900	35810000	205379000000

Quadratorum, & Cubicorum.

598

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Kings.
59010	3481801	305483447701	59631	3541440	36976119035	59822
59021	34833604	305587930808	59632	35426394	369857161408	
59031	34845409	305692449327	59633	35438299	3699036481770	
59041	34857216	305797003264	59641	35450119	370099999999999	
59051	34869025	305901592625	59651	35462025	3701879398875	
59061	3488036	306006217416	59661	35473936	37128276281000	
59071	34892649	306110877643	59671	35485849	37148910249	
59081	34904464	306215573317	59681	35497764	371485677908	
59091	34916281	306320304428	59691	35508681	3715021890	
59101	34928100	306425071990	59692	35521690	3716798736000	
59111	34939921	306529873821	59693	35533521	371815318681	
59121	34951744	306634710528	59694	35545444	3719439371780	
59131	34963569	306739583497	59695	35557369	372028591347	
59141	34975396	306844491944	59696	35569290	3721352833400	
59151	34987225	306949435875	59697	35581227	372242007125	
59161	349999056	307054415296	59701	35593156	372348768096	
59171	35010889	30715943213	59702	35605089	372455560032	
59181	35022724	307264480632	59703	35617024	372562399732	
59191	35034561	307369565559	59704	35628961	372669268209	
59201	35046400	307474683099	59705	35640900	372776173000	
59211	35058241	307579844961	59711	35652841	372883113671	
59221	35070084	307685037448	59721	35664784	372990099048	
59231	35081929	307790265467	59731	35676729	373097102317	
59241	35093776	307895529024	59741	35688676	373204150424	
59251	35105625	308009818215	59751	35700625	373311234375	
59261	35117476	308106162776	59761	35712576	373418354176	
59271	35129329	308211531983	59771	35724529	373525509833	
59281	35141184	308316938752	59781	35736484	373632701352	
59291	35153041	308423380089	59791	35748441	373739928739	
59301	35164900	308527857000	59801	35760406	373847192000	
59311	35176761	308633369401	59811	35772368	373954491141	
59321	35188624	308738917568	59821	35784324	374061826108	
59331	35200489	308844501237	59831	35796289	374169197087	
59341	35212356	308950120504	59841	35808256	374276603904	
59351	35224225	309055775375	59851	35820225	374384546625	
59361	35236096	309161465866	59861	35832196	374491525256	
59371	35247969	309267191951	59871	35844169	374599039803	
59381	35259844	309372953672	59881	35856144	374706599272	
59391	35271721	309478751019	59891	35868121	374814176669	
59401	35283600	309584584000	59901	35880100	374921799000	
59411	35295481	309690452621	59911	35892081	375029457271	
59421	35307364	309796356888	59921	35904064	375137151488	
59431	35319249	309902296807	59931	35916049	375244881657	
59441	35331136	310008272384	59941	35928036	375332647784	
59451	35343025	310114283025	59951	35940025	375469449875	
59461	35354916	310220330536	59961	35952076	375568287936	
59471	35366809	310326413123	59971	35964009	375676161973	
59481	35378704	310432531592	59981	35975004	375784071992	
59491	35390101	3105386835349	59991	35988004	375892017999	
59501	35402500	310644875000	60001	36000000	3760000000000	

Radices	Qua-dratii.	Cubi.	Radices	Qua-dratii.	Cubi.
6001	36018001	216108018601	6051	36624661	221534950651
6002	36024004	216216072008	6052	36626764	221664812608
6003	36036009	216324162027	6053	36638869	221774710877
6004	36048016	216432288064	6054	36650916	221884645464
6005	36060025	216540450125	6055	36663025	221994616375
6006	36072036	216648648216	6056	36675136	222104623616
6007	36084049	216756882343	6057	36687249	222214667193
6008	36096064	216865152512	6058	36699364	222324747112
6009	36108081	216973458729	6059	36711481	222434863379
6010	36120100	217081801000	6060	36723600	222545016000
6011	36132121	217190179331	6061	36735321	222655204981
6012	36144144	217298593728	6062	36747844	222705430328
6013	36156169	217407044197	6063	36759969	222835692047
6014	36168196	217515530744	6064	367792096	222985990144
6015	36180225	217624053375	6065	36784225	223096324625
6016	36192256	217732612096	6066	36896356	223206696496
6017	36204289	217841206913	6067	36808489	223318102763
6018	36216324	217949857832	6068	36820624	223427646432
6019	36228361	218058504859	6069	36832761	223538026589
6020	36240400	218167208000	6070	36844900	223648543000
6021	36252441	218275947261	6071	36857041	223799095911
6022	36264484	218384722648	6072	36869184	223809685248
6023	36276529	218493534107	6073	36881329	223980311017
6024	36288576	218602381824	6074	36893276	224090973224
6025	36300625	218711265625	6075	36905625	224202671875
6026	36312676	218820185576	6076	36917776	224312406976
6027	36324729	218929141683	6077	36929929	224423178533
6028	36336784	219038133952	6078	36942084	224539386552
6029	36348841	219147162389	6079	36954241	224644831039
6030	36360900	219256227000	6080	36966400	224755712000
6031	36372961	219365327791	6081	36978361	224866629441
6032	36385024	219474464768	6082	36996724	224977538368
6033	36397089	219583637937	6083	37002889	224088573787
6034	36409156	219692847304	6084	37015656	224199600704
6035	36421225	219802092875	6085	37029225	225310664225
6036	36433296	219911374656	6086	37039396	225423764056
6037	36445369	220026692653	6087	37051569	225532900503
6038	36457444	220130046872	6088	37063744	225644073472
6039	36469521	220239487319	6089	37075921	225755282969
6040	36481600	220348864000	6090	37088100	225866529000
6041	36493681	220458326921	6091	37100281	225977811571
6042	36505764	220569826088	6092	37112464	226089130688
6043	36517849	220677361307	6093	37124649	226200486357
6044	36529936	220786933184	6094	37136836	226311878584
6045	36542025	220896541425	6095	37149025	226423307375
6046	36554116	221006185336	6096	37161216	226534773736
6047	36566209	221115865823	6097	37173409	226646274673
6048	36578304	221225582592	6098	37185604	226757813893
6049	36590401	221335335649	6099	37197801	226869388299
6050	36602500	221445125000	6100	37210000	226981000000

Quadratorum, & Cubicorum.

62

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
6101	37222201	227092648301	6151	37834801	232731866951
6102	37234404	227204333208	6152	37847104	232835383808
6103	37246609	227316054727	6153	37859409	232948943577
6104	37258816	227427814864	6154	37871716	233062546264
6105	37271025	227539007625	6155	37884025	233176173875
6106	37283236	227651439016	6156	37896336	233289844416
6107	37295449	227763307043	6157	37908649	233403551893
6108	37307664	227875411712	6158	37920964	233517296312
6109	37319881	227987153229	6159	37933281	233631077679
6110	37332100	228099131000	6160	37945600	244744890000
6111	37344321	228211145631	6161	37957941	233858751281
6112	37356544	228323569698	6162	37970244	233972643528
6113	37368769	228435284897	6163	37982509	234086572747
6114	37380996	228547409544	6164	37994896	234200538944
6115	37393225	228659570875	6165	38007215	234314542125
6116	37405496	228771768896	6166	38019556	234428582295
6117	37417689	228884003613	6167	38031889	234542659468
6118	37429924	228996275932	6168	38044424	234656773632
6119	37442161	229108583159	6169	38056561	234770924809
6120	37454400	229210928000	6170	38068900	234885113000
6121	37466641	229333309561	6171	38081244	234999338211
6122	37478884	229445727848	6172	38093584	235113600448
6123	37491129	229558182867	6173	38105929	235227899717
6124	37503376	229670674024	6174	38118276	235342230024
6125	37515625	229783203125	6175	38130625	235456609375
6126	37527876	229895768376	6176	38142976	235571019776
6127	37540129	230008370385	6177	38155329	235685467233
6128	37552384	230121009452	6178	38167684	235799951752
6129	37564641	230233684689	6179	38180041	235914473339
6130	37576900	230346397000	6180	38192400	236029032000
6131	37589161	230459146091	6181	38204761	236143627741
6132	37601424	230571931968	6182	38217124	236258260568
6133	37613689	230684754637	6183	38229489	236372930487
6134	37625956	230797614104	6184	38241856	236487637504
6135	37638225	230910510375	6185	38254225	236602381625
6136	37650496	231023443456	6186	38266596	236717161856
6137	37662769	231136413353	6187	38278969	236831981293
6138	37675044	231249420072	6188	38291344	236946836672
6139	37687321	231362463619	6189	38303721	237061729269
6140	37699600	231475544000	6190	38316100	237176659000
6141	37711881	231588661221	6191	38328481	237291625871
6142	37724164	231701815788	6192	38340864	237406629888
6143	37736449	231815006207	6193	38353249	237521671057
6144	37748736	231928233984	6194	38365636	237636749384
6145	37761025	232041498625	6195	38378025	237751864475
6146	37773316	232154800136	6196	38390416	237867017516
6147	37785609	232268138523	6197	38402809	237982207373
6148	37797904	232381513792	6198	38415204	238097434192
6149	37810201	232494925949	6199	38427601	238222698599
6150	37822500	232698375000	6200	38449000	238328000000

h 3

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
6201	38452491	238443338601	6251	39025991	244297831251
6202	38464804	238558714408	6252	39087504	244375075008
6203	38477209	238674127427	6253	39100009	244492356277
6204	38489018	238789577008	6254	39112516	244609675064
6205	38501025	238905063125	6255	39125029	244727031575
6206	38514416	239020589816	6256	39137536	244844415216
6207	38526849	239136151741	6257	39150049	244961856993
6208	38539264	239251756912	6258	39162564	245079315512
6209	38551681	239367387328	6259	39175081	245196831979
6210	38564108	239483069000	6260	39187600	245314376000
6211	38576521	239598771031	6261	39200141	245431957581
6212	38588944	239714510128	6262	39212644	245549976728
6213	38601309	239830303607	6263	39225109	245667213447
6214	38613796	239946128244	6264	39237696	245784927744
6215	38626224	240061988375	6265	39250228	245902659625
6216	38638696	240177885000	6266	39262746	246026410096
6217	38651089	240297820312	6267	39275289	246138230163
6218	38663924	240409792232	6268	39287814	246256080832
6219	38675961	240523801492	6269	39300361	246373963109
6220	38688408	240641848000	6270	39312900	246491883000
6221	38700841	240757931861	6271	39325441	246609840511
6222	38713284	240874053048	6272	39337984	246727835648
6223	38725729	240995241507	6273	39350529	246845868417
6224	38738176	241106407424	6274	39363076	246963938824
6225	38750625	241222040025	6275	39375025	247082046875
6226	38763076	241333891176	6276	39388176	247200192576
6227	38775529	241455219083	6277	39400729	247318375933
6228	38787984	241571564352	6278	39413284	247436590952
6229	38800441	241687946989	6279	39425841	247554855639
6230	38812900	241804367000	6280	39438400	247673152000
6231	38825361	241920824791	6281	39450961	247791486041
6232	38837824	242037319168	6282	39463524	247909857768
6233	38850289	242153853337	6283	39476089	248028267187
6234	38862756	242270420904	6284	39484656	248146714304
6235	38875225	242387027875	6285	39501225	248205199125
6236	38887696	242503672256	6286	39515796	248383721656
6237	38900169	242620354053	6287	39526369	248502281903
6238	38912644	242757073272	6288	39538944	248620879872
6239	38925121	242853829919	6289	39551521	248739515569
6240	38937600	242970624000	6290	39564100	248858189000
6241	38950081	243087455521	6291	39576981	248976900171
6242	38962564	243204324488	6292	39589264	249095649088
6243	38975049	243321230907	6293	39601849	249214435757
6244	38987536	243438174784	6294	39614436	249313260184
6245	39000025	243555156125	6295	39627025	249452122375
6246	39012516	243672174936	6296	39639616	249571022336
6247	39025009	243789231223	6297	39652209	249689960073
6248	39037504	243906324992	6298	39664804	249808935592
6249	39050001	244023456249	6299	39677401	249927948899
6250	39062506	244140625000	6300	39690000	250047000000

Quadratorum, & Cubicorum.

.63.

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
6301	39702601	250166088901	6351	40335201	256168861551
6302	39715204	250285215608	6352	40347904	256289886208
6303	39727809	250404380127	6353	40360609	256410948277
6304	39740416	250523582464	6354	40373316	256532049864
6305	39753025	2506428242625	6355	40386025	256653188875
6306	39765636	250762100616	6356	40398736	256774366616
6307	39778249	250881416443	6357	40411449	256895581493
6308	39790804	251000770112	6358	40424164	2570168434712
6309	39803481	251120161629	6359	40436881	257138126279
6310	39816100	251239591000	6360	40449600	257259456000
6311	39828721	251359058231	6361	40462321	257380823881
6312	39841344	251478563328	6362	40475044	257502229928
6313	39853969	251598106297	6363	40487769	257623674147
6314	39866596	251717687144	6364	40500496	257745155544
6315	39879225	251837305875	6365	40513225	257866677125
6316	39891856	251956962496	6366	40525956	257988235896
6317	39904489	252076657013	6367	40538689	258109832863
6318	39917124	252196389432	6368	40551424	258231468032
6319	39929761	252316159759	6369	40564161	258353141499
6320	39942400	252435968000	6370	40576900	258474853000
6321	39955041	252555814161	6371	40589641	258596602811
6322	39967684	252675698248	6372	40602384	258718390848
6323	39980329	252795620267	6373	40615129	258840217117
6324	39992976	252915580224	6374	40627870	258962081624
6325	40005625	253035578125	6375	40640625	259083984375
6326	40018276	253155613976	6376	40653376	259205925376
6327	40030929	253275687783	6377	40666129	259327904633
6328	40043584	253395799552	6378	40678884	259449922152
6329	40056241	253515949289	6379	40691641	259571977939
6330	40068900	253636137000	6380	40704400	259694072000
6331	40081561	253756362691	6381	40717161	259816204341
6332	40094224	253876626368	6382	40729924	259938374968
6333	40106889	253996928037	6383	40742689	260060583887
6334	40119556	254117267704	6384	40755456	260182831104
6335	40132225	254237645375	6385	40768225	260305116625
6336	40144896	254358061056	6386	40780996	260427449456
6337	40157569	254478514753	6387	40793769	260549802603
6338	40170244	254599006472	6388	40806544	260672203072
6339	40182921	254719536219	6389	40819321	260794641869
6340	40195600	254840104000	6390	40832100	260917119000
6341	40208281	254960709821	6391	40844881	261039634471
6342	40220964	255081353688	6392	40857664	261162188288
6343	40233649	255202035607	6393	40870449	261284780457
6344	40246336	255322755584	6394	40883236	261407410984
6345	40259025	255443513625	6395	40896025	261530079875
6346	40271716	255564309736	6396	40908816	261652787136
6347	40284409	255685143923	6397	40921609	261775532773
6348	40297104	255806016192	6398	40934404	261898316792
6349	40309801	255926926549	6399	40947201	262021139199
6350	40322500	250047875000	6400	40960000	262144000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
6401	40972801	262266899201	6451	41615401	268460951851
6402	40985604	262389836808	6452	41628304	268585817408
6403	40998409	262512812827	6453	41641209	268710721677
6404	41011216	262635827264	6454	41654116	268835664664
6405	41024025	262758880125	6455	41667025	268960646375
6406	41036836	262881971416	6456	41679936	269085666816
6407	41049649	263005101143	6457	41692849	269210725993
6408	41062464	263128269312	6458	41705764	269335823912
6409	41075281	263251475929	6459	41718681	269460960579
6410	41088100	263374721000	6460	41731600	269586136000
6411	41100921	263498004531	6461	41744521	269711350181
6412	41113744	263621326528	6462	41757444	269836603128
6413	41126569	263744686997	6463	41770369	269961894847
6414	41139396	263868085944	6464	41783296	270087225344
6415	41152225	263991523375	6465	41796225	270212594625
6416	41165056	264114999296	6466	41809156	270338002696
6417	41177889	264238513713	6467	41822089	270463449563
6418	41190724	264362066632	6468	41835024	270588935232
6419	41203561	264485658059	6469	41847961	270714459709
6420	41216400	264609288000	6470	41860900	270840023000
6421	41229241	264732956461	6471	41873841	270965625111
6422	41242084	264856663448	6472	41886784	271091266048
6423	41254929	264980408967	6473	41899729	271216945817
6424	41267776	265104193024	6474	41912676	271342664424
6425	41280625	265228015625	6475	41925625	271468421875
6426	41293476	265351876776	6476	41938576	271594218176
6427	41306329	265475776483	6477	41951529	271720053333
6428	41319184	265599714752	6478	41964484	271845927352
6429	41332041	265723691589	6479	41977441	271971840239
6430	41344900	265847707000	6480	41990400	272097792000
6431	41357761	265971760991	6481	42003361	272223782641
6432	41370624	266095853568	6482	42016324	272349812168
6433	41383489	266219984737	6483	42029289	272475880587
6434	41396356	266344154504	6484	42042256	272601987904
6435	41409225	266408362875	6485	42055225	272728134125
6436	41422096	266592609856	6486	42068196	272854319256
6437	41434969	266716895453	6487	42081169	272980543303
6438	41447844	266841219672	6488	42094144	273106806272
6439	41460721	266965582519	6489	42107121	273233108169
6440	41473600	267089984000	6490	42120100	273359449000
6441	41486481	267214424121	6491	42133081	273485828771
6442	41499364	267338902888	6492	42146064	273612247488
6443	41512249	267463420307	6493	42159049	273738705157
6444	41525136	267587976384	6494	42172036	273865201784
6445	41538025	267712571125	6495	42185025	273991737375
6446	41550916	267837204536	6496	42198016	274118311936
6447	41563809	267961876623	6497	42211009	274244925473
6448	41576704	268086587392	6498	42224004	274371577992
6449	41589601	268211336849	6499	42237001	274498269499
6450	41602500	268336125000	6500	42250000	274625000000

Quadratorum, & Cubicorum.

65.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
6501	42263001	274751769501	6551	42915601	281140102151
6502	42276004	274878578008	6552	42928704	281268868608
6503	42289009	275005425527	6553	42941809	281397674377
6504	42302016	275132312064	6554	42954916	281526519464
6505	42315025	275259237625	6555	42968025	281655403875
6506	42328036	275386202216	6556	42981136	281784327616
6507	42341049	275513205843	6557	42994249	281913290693
6508	42354064	275640248512	6558	43007364	282042293112
6509	42367081	275767330229	6559	43020481	282171334879
6510	42380100	275894451000	6560	43033600	282300416000
6511	42393121	276021610831	6561	43046721	282429536481
6512	42406144	276148809748	6562	43059844	282558696328
6513	42419169	276276047697	6563	43072969	282687895547
6514	42432196	276403324744	6564	43086096	282817134144
6515	42445225	276530640875	6565	43099225	282946412125
6516	42458256	276657996096	6566	43112356	283075729496
6517	42471289	276785390413	6567	43125489	283205086263
6518	42484324	276912823832	6568	43138624	283334482432
6519	42497361	277040296359	6569	43151761	283463918009
6520	42510400	277167808000	6570	43164900	283593393000
6521	42523441	277295358761	6571	43178041	283722907411
6522	42536484	277422948648	6572	43191184	283852461248
6523	42549529	277550577667	6573	43204329	283982054517
6524	42562576	277678245824	6574	43217476	284111687224
6525	42575625	277805953125	6575	43230625	284241359375
6526	42588676	277933699576	6576	43243776	284371070976
6527	42601729	278061485183	6577	43256929	284500822033
6528	42614784	278189309952	6578	43270084	284630612552
6529	42627841	278317173889	6579	43283241	284760442539
6530	42640900	278445077000	6580	43296400	284890312000
6531	42653961	278573019291	6581	43309561	285020220941
6532	42667024	278701000768	6582	43322724	285150169368
6533	42680089	278829021437	6583	43335889	285280157287
6534	42693156	278957081304	6584	43349056	285410184704
6535	42706225	279085189375	6585	43362225	285540251625
6536	42719296	279213318656	6586	43375396	285679358056
6537	42732369	279341496153	6587	43388569	285800504003
6538	42745444	279462712872	6588	43401744	285930689478
6539	42758521	279597968819	6589	43414921	286060914469
6540	42771600	279726264000	6590	43428100	286191179000
6541	42784681	279854598421	6591	43441281	286221483071
6542	42797764	279982972088	6592	43454464	286451826688
6543	42810849	280111385007	6593	43467649	286582209857
6544	42813936	280239837184	6594	43480836	286712632584
6545	42837025	280368328625	6595	43494025	286843094875
6546	42850116	280496859336	6596	43507216	286973596736
6547	42863209	280625429323	6597	43520409	287104138173
6548	42876304	280754038592	6598	43533604	287234719192
6549	42889401	280882687149	6599	43546801	287365339799
6550	42902500	281011375000	6600	43560000	287496000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
6601	43573201	287626699801	6651	44235801	294212312451
6602	43586404	287757439208	6652	44249104	294345039808
6603	43599609	287888218227	6653	44262409	294477807077
6604	43612816	288019036864	6654	44275716	294610614264
6605	43626025	288149895125	6655	44289025	294743461375
6606	43639236	288286793016	6656	44302336	294876348416
6607	43652449	288411730543	6657	44315649	295009275394
6608	43665664	288542707712	6658	44328964	295142242312
6609	43678881	288673724529	6659	44342281	295275249179
6610	43692100	288804781000	6660	44355600	295408296000
6611	43705321	288935877131	6661	44368921	295541382781
6612	43718544	289067012928	6662	44382244	295674509528
6613	43731769	289198188397	6663	44395569	295807676247
6614	43744996	289329403544	6664	44408896	295940882944
6615	43758225	289460658375	6665	44422225	296074129625
6616	43771456	289591952896	6666	44435556	296267416296
6617	43784689	289723287113	6667	44448889	296340742963
6618	43797924	289854661032	6668	44462224	296474109632
6619	43811161	289986074659	6669	44475561	296607516309
6620	43824400	290117528000	6670	44488900	296740963000
6621	43837641	290249021061	6671	44502241	296874449711
6622	43850884	290380553848	6672	44515584	297007976448
6623	43864129	290512126367	6673	44528929	297141543217
6624	43877176	290643738624	6674	44542276	297275150024
6625	43890625	290775390625	6675	44555625	297408796875
6626	43903876	290909082376	6676	44568976	297542483776
6627	43917129	291038813883	6677	44582329	297676210733
6628	43930384	291170585152	6678	44595684	297809977752
6629	43943641	291302396189	6679	44609041	297943784839
6630	43956900	291434147000	6680	44612400	298077632000
6631	43970161	291566137591	6681	44635761	298211519241
6632	43983424	291698067968	6682	44649124	298345446568
6633	43996689	291830038137	6683	44661489	298479413987
6634	44009956	291962048104	6684	44675856	298613421504
6635	44023325	292094097875	6685	44689225	298747469125
6636	44036496	292226187456	6686	44702596	298881556856
6637	44049769	292358316853	6687	44715969	299015684703
6638	44063044	292490486072	6688	44729344	299149852672
6639	44076321	292622695119	6689	44742721	299284060769
6640	44089600	292754944000	6690	44756100	299418309000
6641	44102881	292887232721	6691	44769481	299552597374
6642	44116164	293019561288	6692	44782864	299686925888
6643	44129449	293151929707	6693	44796249	299821294657
6644	44142736	293284337984	6694	44809636	299955703384
6645	44156025	293416786125	6695	44823025	300090152375
6646	44189316	293549274136	6696	44836416	300224641536
6647	44182609	293681802023	6697	44849869	300359170873
6648	44195904	293814369792	6698	44863204	300493740391
6649	44209201	293946977449	6699	44876601	300628350099
6650	44222300	294079625000	6700	44890900	300763000000

Quadratorum, & Cubicorum.

67.

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
6701	44903401	300897690101	6751	45576001	307683582751
6702	44916804	301032420408	6752	45589504	307820331008
6703	44930209	301161790927	6753	45693009	307957119777
6704	44943616	301302081664	6754	45616516	308093949064
6705	44957025	301436852625	6755	45630025	308230818875
6706	44970436	301571743816	6756	45643536	308367729216
6707	44983849	301706675243	6757	45657049	308504680093
6708	44997264	301841646912	6758	45670564	308641671512
6709	45010681	301976658829	6759	45684081	308778703479
6710	45024100	302111711090	6760	45697600	308915776000
6711	45037521	302246803431	6761	45711121	309052889081
6712	45050944	302381936128	6762	45724644	309190042728
6713	45064369	302517109097	6763	45738169	309327236947
6714	45077796	30265232244	6764	45751696	309464471744
6715	45091225	302787575875	6765	45765225	309601747125
6716	45104656	302922869696	6766	45778756	309739063096
6717	45118089	303058203813	6767	45792289	309876419663
6718	45131524	303193578232	6768	45805824	310013816832
6719	45144961	30328992959	6769	45819361	310151254609
6720	45158400	303464448000	6770	45832900	310288733000
6721	45171841	303599943361	6771	45846441	310426252071
6722	45185284	303735479048	6772	45859984	310563811648
6723	45198729	303871055067	6773	45873529	310701411917
6724	45212176	304006671424	6774	45887076	310839052824
6725	45225625	304142328125	6775	45900625	310976734375
6726	45239076	304278025176	6776	45914176	311114456576
6727	45252529	304413762583	6777	45927729	311252219433
6728	45265984	304549540352	6778	45941284	311390022952
6729	45279441	304685358489	6779	45954841	311527867139
6730	45292900	304821217000	6780	45968400	311665752000
6731	45306361	304957115891	6781	45981961	311803677541
6732	45319824	305093055168	6782	45995524	311941643768
6733	45333289	305229034837	6783	46009089	312079650587
6734	45346756	305365054904	6784	46022656	312217698304
6735	45360225	305501115375	6785	46036225	312355786625
6736	45373696	305637216256	6786	46049796	312493915656
6737	45387169	305773357553	6787	46063369	312632085403
6738	45400644	305909539272	6788	46076944	312770295872
6739	45414121	306045761419	6789	46090521	312908547069
6740	45427600	306182024000	6790	46104100	313046839000
6741	45441081	306318327021	6791	46117681	313185171671
6742	45454564	306454670488	6792	46131264	313323545088
6743	45468049	306591054407	6793	46144849	313461959557
6744	45481536	306727478784	6794	46158436	313600414184
6745	45495025	306863943625	6795	46172025	313738909875
6746	45508516	307000448936	6796	46185616	313877446336
6747	45522009	307136994723	6797	46199209	314016023573
6748	45535504	307273580992	6798	46212804	314154641592
6749	45549001	307410207749	6799	46226401	314293300399
6750	45562500	307546875000	6800	46240000	314432000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
6801	46253601	314570740401	6850	46936201	321559913051
6802	46267204	314709521608	6851	46949904	321700742208
6803	46280809	314848343627	6852	46963609	321841612477
6804	46294416	314987206464	6853	46977316	321982523864
6805	46308025	315126110125	6854	46991025	322124476375
6806	46321636	315265054616	6855	47004736	322264470016
6807	46335249	315404039943	6856	47018449	322405504793
6808	46348864	315543066112	6857	47032164	322546580712
6809	46362481	315682133129	6858	47045881	322687697779
6810	46376100	315821241000	6859	47059600	322828856000
6811	46389721	315960389731	6860	47073321	322970095381
6812	46403344	316099579328	6861	47087044	323111295928
6813	46416969	316238809797	6862	47100769	323252577647
6814	46430596	316378081144	6863	47114496	323393900544
6815	46444223	316517393375	6864	47128225	323535264625
6816	46457856	316656746496	6865	47141956	323676669896
6817	46471489	316796140513	6866	47155689	323818116363
6818	46485124	316935575432	6867	47169424	323959604032
6819	46498761	317075051259	6868	47183161	324101132909
6820	46512400	317214568000	6869	47196900	324242703000
6821	46526041	317354125661	6870	47210641	324384314311
6822	46539684	317493724248	6871	47224384	324525966848
6823	46553329	317633363767	6872	47238129	324667660617
6824	46566976	317773044224	6873	47251876	324809395624
6825	46580625	317912765625	6874	47265625	324951171875
6826	46594276	318052327976	6875	47279376	325092989376
6827	46607929	318192331283	6876	47293129	325234848133
6828	46621584	318332175552	6877	47306884	325376748152
6829	46635241	3184720660789	6878	47320641	325518689439
6830	46648900	318611987000	6879	47334400	325660672000
6831	46662561	318751934191	6880	47348161	325802695841
6832	46676224	318891962368	6881	47361924	325944760968
6833	46689889	319032011537	6882	47375689	326086867187
6834	46703556	319172101704	6883	47389456	326229015104
6835	46717225	319312232875	6884	47403225	326371204125
6836	46730896	319452405056	6885	47416996	326513434456
6837	46744569	319592618253	6886	47430769	326655706103
6838	46758244	319732872472	6887	47444544	326798019072
6839	46771921	319873167719	6888	47458321	326940373369
6840	46785600	320013504000	6889	47472160	327082769000
6841	46799281	320153881321	6890	47485881	327225205971
6842	46812964	320294299688	6891	47499664	327367684288
6843	46826649	320434759107	6892	47513449	327510203957
6844	46840336	320575259584	6893	47527236	327652764984
6845	46854025	320715801125	6894	47541025	327795367375
6846	46867716	320856383736	6895	47554816	327938011136
6847	46881409	320997007423	6896	47568609	328080696273
6848	46895104	321137672192	6897	47582404	328223422792
6849	46908801	321278378049	6898	47596201	328366190699
6850	46922500	321419125000	6899	476010000	328509000000

Quadratorum, & Cubicorum.

69.

Radices.	Qua-dratii.	Cubi.	Radices.	Qua-dratii.	Cubi.
6901	47623801	328651850701	6951	48316401	335847303351
6902	47637604	328794742808	6952	48330304	335992273498
6903	47651409	328937676327	6953	48344209	336137286177
6904	47665216	329080651264	6954	48358116	336282338694
6905	47679025	329223667625	6955	48372025	336427433875
6906	47692836	329366725416	6956	48385936	336572570816
6907	47706649	329509824643	6957	48399849	336717749493
6908	47720464	329652965312	6958	48413764	336862969912
6909	47734281	329796147449	6959	48427681	337008232979
6910	47748100	329939371000	6960	48441600	337153536090
6911	47761921	330082636031	6961	48455521	337298881681
6912	47775744	330225942528	6962	48469444	337444269128
6913	47789569	330369290497	6963	48483369	337589698347
6914	47803396	330512679944	6964	48497296	337735169344
6915	47817225	330656110875	6965	48511225	337880682125
6916	47831056	330799583296	6966	48525156	338028236696
6917	47844889	330943097213	6967	48539089	338171833683
6918	47858724	331086652632	6968	48553024	338317471232
6919	47872561	331230249559	6969	48566961	338463151209
6920	47886400	331373888000	6970	48580900	338608873000
6921	47900241	331517567961	6971	48594841	338754636611
6922	47914084	331661289448	6972	48608784	338900442048
6923	47927929	331805052467	6973	48622729	339046289317
6924	47941776	331948857024	6974	48636676	339192178424
6925	47955625	332092703125	6975	48650625	339338109375
6926	47969476	3322336590776	6976	48664576	339484082176
6927	47983329	332380519983	6977	48678529	339630096833
6928	47997184	332524490752	6978	48692484	339776153352
6929	48011041	332668503089	6979	48706441	339922251739
6930	48024900	332812557000	6980	48720400	340068392000
6931	48038761	332956652491	6981	48734361	340214574141
6932	48052624	333100789568	6982	48748324	340360798168
6933	48066489	333244968237	6983	48762289	340507064087
6934	48080356	333389188504	6984	48776256	340653371904
6935	48094225	333533450375	6985	48790225	340799721625
6936	48108096	333677753856	6986	48804196	340946113256
6937	48121969	333822098953	6987	48818169	341092546803
6938	48135844	333966485671	6988	48832144	341239022272
6939	48149721	334110914019	6989	48846121	341385539669
6940	48163600	334255384000	6990	48860100	341532099000
6941	48177481	334399895621	6991	48874081	341678700271
6942	48191364	334544448888	6992	48888064	341825343488
6943	48205249	334689043807	6993	48902049	341972028657
6944	48219136	334833680384	6994	48916036	342118755784
6945	48233025	334978358625	6995	48930025	342265324875
6946	48246916	335123078536	6996	48944016	342412335936
6947	48260869	335267840123	6997	48958009	342559188973
6948	48274704	335412643392	6998	48972004	342706083992
6949	48288601	335557488349	6999	48986001	342853020999
6950	48302500	335702375000	7000	49000000	34300000000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
7001	49014001	343147021001	7051	49716601	350551753651
7002	49028004	343294084008	7052	49730704	350700924608
7003	49042009	343441189027	7053	49744809	350850137877
7004	49056016	343588336064	7054	49758916	350999393464
7005	49070025	343735525125	7055	49773025	351148691375
7006	49084036	343882756216	7056	49787136	351298031616
7007	49098049	344030029343	7057	49801249	351447414193
7008	49112064	344177344512	7058	49815364	351596839112
7009	49126081	344324701729	7059	49829481	351746306379
7010	49140100	344472101000	7060	49843600	351895816000
7011	49154121	344619542331	7061	49857721	352045367981
7012	49168144	344767025728	7062	49871844	352194962328
7013	49182169	344914551197	7063	49885969	352344599047
7014	49196196	345062118744	7064	49900096	352494278144
7015	49210225	345209728375	7065	49914225	352643999625
7016	49224256	345357380096	7066	49928356	352793763496
7017	49238289	345505073913	7067	49942489	352943569763
7018	49252324	345652809832	7068	49956624	353093418432
7019	49266361	345800587859	7069	49970761	353243309509
7020	49280400	345948408000	7070	49984900	353393243000
7021	49294441	346096270161	7071	49999041	353543218911
7022	49308484	346244174648	7072	50013184	353693237248
7023	49322529	346392121167	7073	50027329	353843298017
7024	49336576	346540109824	7074	50041476	353993401224
7025	49350625	346688140625	7075	50055625	354143546875
7026	49364676	346836213576	7076	50069776	354293734976
7027	49378729	346984328683	7077	50083929	354443965533
7028	49392784	347132485952	7078	50098084	354594238552
7029	49406841	347180685389	7079	50112241	354744554039
7030	49420900	347428927000	7080	50126400	354894912000
7031	49434961	347577210791	7081	50140561	355045312448
7032	49449024	347725536768	7082	50154724	355195755368
7033	49463089	347873904937	7083	50168889	355346240787
7034	49477156	348022315304	7084	50183056	355496768704
7035	49491225	348170767875	7085	50197225	355647339125
7036	49505296	348319262656	7086	50211396	355797952056
7037	49519369	348467799653	7087	50225569	355948607503
7038	49533444	348616378872	7088	50239744	356099305472
7039	49547521	348765000319	7089	50253921	356250045969
7040	49561600	348913664000	7090	50268100	356400829000
7041	49575681	349062369921	7091	50282281	356551654571
7042	49589764	349211118088	7092	50296464	356702522688
7043	49603849	349359908507	7093	50310649	356853433357
7044	49617936	349508741184	7094	50324836	357004386584
7045	49632025	349657616125	7095	50339025	357155382375
7046	49646116	349806533336	7096	50353216	357306420736
7047	49660209	349955492823	7097	50367409	357457501673
7048	49674304	350104494592	7098	50381604	357608625192
7049	49688401	350253538649	7099	50395801	357759791299
7050	49702500	350402625000	7100	50410000	357911000000

Quadratorum, & Cubicorum.

71.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
7101	50424201	358062251301	7151	51136801	365679263951
7102	50438404	358213545208	7152	51151104	365832695808
7103	50452609	358364881727	7153	51165409	365986170577
7104	50466816	358516260864	7154	51179716	366139688264
7105	50481025	358667682625	7155	51194025	366293248875
7106	50495236	358819147016	7156	51208336	366446852416
7107	50509449	358970654043	7157	51222649	366600498893
7108	50523664	359122203712	7158	51236964	366754188312
7109	50537881	359273796029	7159	51251281	366907920679
7110	50552100	359425431000	7160	51265600	367061696000
7111	50566321	359577108631	7161	51279921	367215514281
7112	50580544	359728828928	7162	51294244	367369375528
7113	50594769	369880591897	7163	51308569	367523279747
7114	50608996	360032397544	7164	51322896	367677226944
7115	50623225	360184245875	7165	51337225	367831217125
7116	50637456	360336136896	7166	51351556	367985250295
7117	50651689	360488070613	7167	51365889	368139326463
7118	50665924	360640047032	7168	51380224	368293445632
7119	50680161	360792066159	7169	51394561	368447607809
7120	50694400	360944128000	7170	51408900	368601813000
7121	50708641	361096232561	7171	51423241	368756061211
7122	50722884	361248379848	7172	51437584	368910352448
7123	50737129	361400569867	7173	51451929	369064686717
7124	50731376	361552802624	7174	51466276	369219064024
7125	50765625	361705078125	7175	51480625	369373484375
7126	50779876	361857396376	7176	51494976	369527947776
7127	50794129	362009757383	7177	51509329	369682454233
7128	50808384	362162161152	7178	51523684	369837003752
7129	50822641	362314607689	7179	51538041	369991596339
7130	50836900	362467097000	7180	51552400	370146232000
7131	50851161	362619629091	7181	51566761	370300910741
7132	50865424	362772203968	7182	51581124	370455632568
7133	50879689	362924821637	7183	51595469	370610397487
7134	50893956	363077482104	7184	51609836	370765205504
7135	50908225	363230185375	7185	51624225	370920056625
7136	50922496	363382931456	7186	51638596	371074950856
7137	50936769	363535720353	7187	51652969	371229888203
7138	50951044	363688552072	7188	51667344	371384868672
7139	50965321	363841426619	7189	51681721	371539892269
7140	50979600	363994344000	7190	51696100	371694959000
7141	50993881	364147304221	7191	51710481	371850068871
7142	51008164	364300307288	7192	51724864	372005221888
7143	51022449	364453353207	7193	51739249	372160418057
7144	51036736	364606441984	7194	51753636	372315657384
7145	51051025	364759573625	7195	51768025	372470939875
7146	51065316	364912748136	7196	51782416	372626265536
7147	51079609	365065965523	7197	51796809	372781634373
7148	51093904	365219225792	7198	51811204	372937046392
7149	51108201	365372528949	7199	51825601	373092501599
7150	51122500	365525875000	7200	51840000	373248000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
7201	51854401	373403541601	7251	52577001	381235834251
7202	51868804	373559126408	7252	52591504	381393587008
7203	51883209	373714754427	7253	52606009	381551383277
7204	51897616	373870425664	7254	52620516	381709223064
7205	51912025	374026140125	7255	52635025	381867106375
7206	51926436	374181897816	7256	52649536	382025033216
7207	51940849	374337698743	7257	52664049	382183003593
7208	51955264	374493542912	7258	52678564	382341017512
7209	51969681	374649430329	7259	52693081	382499074979
7210	51984100	374805361000	7260	52707600	383057176000
7211	51998521	374961334931	7261	52722121	382815320581
7212	52012944	375117352128	7262	52736644	382973508728
7213	52027309	375273412597	7263	52751169	383131740447
7214	52041796	375429516344	7264	52765696	383290015744
7215	52056225	375585663375	7265	52780225	383448334625
7216	52070656	375741853696	7266	52794756	383606697096
7217	52085089	375898087313	7267	52809289	383765103163
7218	52099524	376054364232	7268	52823824	383923552832
7219	52113951	376210684459	7269	52838361	384082046109
7220	52128400	376367048000	7270	52852900	384240583000
7221	52142841	376523454861	7271	52867441	384399163511
7222	52157284	376679905048	7272	52881984	384557787648
7223	52171729	376836398567	7273	52896529	384716455417
7224	52186176	376992935424	7274	52911076	384875166824
7225	52200625	377149515625	7275	52925625	385033921875
7226	52215076	377306139176	7276	52940176	385192720576
7227	52229529	377462806083	7277	52954729	385351562933
7228	52243984	377619516352	7278	52969284	385510448952
7229	52258441	377776169989	7279	52983841	385669378639
7230	52272900	377933067000	7280	52998400	385828352000
7231	52287361	378089907391	7281	53012961	386987369041
7232	52301824	378246791168	7282	53027524	386146429768
7233	52316289	378403718337	7283	53042089	386305534187
7234	52330756	378560688904	7284	53056656	386464682304
7235	52345225	378717702875	7285	53071225	386623874125
7236	52359696	378874760256	7286	53085796	386783109656
7237	52374169	379031861053	7287	53100369	386942388903
7238	52388644	379180005272	7288	53114944	387101711872
7239	52403121	379346192919	7289	53129521	387261078569
7240	52417660	379503424000	7290	53144100	387420489000
7241	52432081	379660698521	7291	53158681	388379943171
7242	52446564	379818016488	7292	53173264	387739441088
7243	52461649	379975377907	7293	53187849	387898982757
7244	52475536	380132782784	7294	53202436	388058568184
7245	52490025	380296231125	7295	53217025	388218197375
7246	52504516	380447722936	7296	532331616	388377870336
7247	52519009	380605258223	7297	53246209	388537587073
7248	52533504	380762836992	7298	53260804	388697347592
7249	52548001	380920459249	7299	53275401	388857151899
7250	52562500	381078125000	7300	53290000	389917000000

Quadratorum, & Cubicorum.

73.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
7301	53304601	389176891901	7351	54037201	397227464551
7302	53319204	389336827608	7352	54051904	397389598208
7303	53333809	389496807127	7353	54066609	397551775977
7304	53348416	389656830464	7354	54081316	397713997864
7305	53363025	389816897625	7355	54096025	397876263875
7306	53377636	389977008616	7356	54110736	398038574016
7307	53392249	390137163443	7357	54125449	398205928293
7308	53406864	390297362112	7358	54140164	398363326712
7309	53421481	390457604629	7359	54154881	398525769279
7310	53436100	390617891000	7360	54169600	398688256000
7311	53450721	390778221231	7361	54184321	398850786881
7312	53465344	390938595328	7362	54199044	399013361928
7313	53479969	391099013297	7363	54213769	399175981147
7314	53494596	391259475144	7364	54228496	399338644544
7315	53509225	391419980875	7365	54243225	399501352125
7316	53523856	391580530496	7366	54257956	399664103896
7317	53538489	391741124013	7367	54272089	399826899863
7318	53553124	391901761432	7368	54287424	399989740032
7319	53567761	392062442759	7369	54302161	400152624409
7320	53582400	392223168000	7370	54316900	400315553000
7321	53597041	392383937161	7371	54331641	400478525811
7322	53611684	392544750248	7372	54346384	400641542848
7323	53626329	392705609267	7373	54361129	400804604117
7324	53640976	392866508224	7374	54375876	400967709624
7325	53655625	393027453125	7375	54390625	401130859375
7326	53670276	393188441976	7376	54405376	401294053376
7327	53684929	393349474783	7377	54420129	401457291633
7328	53699584	393510551552	7378	54434884	401620574152
7329	53714241	393671672289	7379	54449641	401783900939
7330	53728900	393832837000	7380	54464400	401947272000
7331	53743561	393994045691	7381	54479161	402110687341
7332	53758224	394155298368	7382	54493924	402274146968
7333	53772889	394316595037	7383	54508689	402437650887
7334	53787556	394477935704	7384	54523456	402601199104
7335	53802225	394639320375	7385	54538225	402764791625
7336	53816896	394800749056	7386	54552996	402928428456
7337	53831569	394962221753	7387	54567769	403092109603
7338	53846244	395123738472	7388	54582544	403255835072
7339	53860921	395285299219	7389	54597321	403419604869
7340	53875600	395446904000	7390	54612100	403583419000
7341	53890281	395608552821	7391	54626881	403747277471
7342	53904964	395770245688	7392	54641664	403911180288
7343	53919649	395931982607	7393	54656449	404075127457
7344	53934336	396093763584	7394	54671236	404239118984
7345	53949025	396255588625	7395	54686025	404403154875
7346	53963716	396417457736	7396	54700816	404567235136
7347	53978409	396579370925	7397	54715609	404731359773
7348	53993104	396741328192	7398	54730404	404895528792
7349	54007801	396903329549	7399	54745201	405059742199
7350	54022500	397065375000	7400	54760000	405224000000

k

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
7401	54774801	405388302201	7451	55517401	413660154851
7402	54789604	405552648808	7452	55532304	413826729408
7403	54804409	405717039827	7453	55547209	413993348677
7404	54819216	405881475264	7454	55562116	414160012664
7405	54834025	406045955125	7455	55577025	414326721375
7406	54848836	406210479416	7456	55591936	414493474816
7407	54863649	406375048143	7457	55606849	414660272993
7408	54878464	406539661312	7458	55621764	414827115912
7409	54892381	406704318929	7459	55636681	414994003579
7410	54908100	406869021000	7460	55651600	415160926000
7411	54922921	407033767531	7461	55666521	415327913181
7412	54937744	407198558528	7462	55681444	415494935128
7413	54952569	407363393997	7463	55696369	415662001847
7414	54967396	407528273944	7464	55711296	415829113344
7415	54982225	407693198375	7465	55726225	415996269625
7416	54997056	407858167296	7466	55741156	416163470696
7417	55011889	408023180713	7467	55756089	416330716563
7418	55026724	408188238632	7468	55771024	416498007232
7419	55041561	408353341059	7469	55785961	416665342709
7420	55056400	408518488000	7470	55800900	416832723000
7421	55071241	408683679461	7471	55815841	417000148111
7422	55086084	408848915448	7472	55830784	417167618048
7423	55100929	409014195967	7473	55845729	417335132817
7424	55115776	409179521024	7474	55860676	417502692424
7425	55130625	409344890625	7475	55875625	417670296875
7426	55145476	409510304776	7476	55890576	417837946176
7427	55160329	409675763483	7477	55905529	418005640333
7428	55175184	409841266752	7478	55920484	418173379352
7429	55190041	410006814589	7479	55935441	418341163235
7430	55204900	410172407000	7480	55950400	418508992000
7431	55219761	410338043991	7481	55965361	418676865641
7432	55234624	410503725568	7482	55980324	418844784168
7433	55249489	410669451737	7483	55995289	419012747587
7434	55264356	410835222504	7484	56010256	419180755904
7435	55279225	411001037875	7485	56025225	419348809125
7436	55294096	411166897856	7486	56040196	419516907256
7437	55308969	411332802453	7487	56055169	419685050303
7438	55323844	411498751672	7488	56070144	419853238272
7439	55338721	411664745519	7489	56085121	420021471169
7440	55353600	411830784000	7490	56100100	420189749000
7441	55368481	411996867121	7491	56115081	420358071771
7442	55383364	412162994888	7492	56130064	420526439488
7443	55398249	412329167307	7493	56145049	420694852157
7444	55413136	412495384384	7494	56160036	420863309784
7445	55428025	412661646125	7495	56175025	421031813375
7446	55442916	412827952536	7496	56190016	421280359936
7447	55457809	412994303623	7497	56205009	421368952475
7448	55472704	413160699392	7498	56220004	421537589992
7449	55487601	413327139849	7499	56235001	421706272499
7450	55502500	413493625000	7500	56250000	421875000000

Quadratorum, & Cubicorum.

75.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
7501	56265001	422043772501	7551	57017601	430539905151
7502	56280004	422212590008	7552	57032704	430710980608
7503	56295009	422381452527	7553	57047809	430882101377
7504	56310016	422550360064	7554	57062916	431053267464
7505	56325025	422719312625	7555	57078025	431224478875
7506	56340036	422888310216	7556	57093136	431395735616
7507	56355049	423057352843	7557	57108249	431567037693
7508	56370064	423216440512	7558	57123364	431738385112
7509	56385081	423399573229	7559	57138481	431909777879
7510	56400100	423564751000	7560	57153600	432081216000
7511	56415121	423733973831	7561	57167721	432251699481
7512	56430144	423903241728	7562	57183844	432424228328
7513	56445162	424072554697	7563	57198969	432595802947
7514	56460196	424241912744	7564	57214096	432767422144
7515	56475225	424411315875	7565	57229225	432939087125
7516	56490256	424580764096	7566	57244356	433110797496
7517	56505289	424750257413	7567	57259489	433282553263
7518	56520324	424919795832	7568	57274624	433454354432
7519	56535361	425089379359	7569	57289761	433626201009
7520	56550400	425259008000	7570	57304900	433798093000
7521	56565441	425428681761	7571	57320041	433970030411
7522	56580484	425598400648	7572	57335184	434142013248
7523	56595529	425768164667	7573	57350329	434344041517
7524	56610576	425937973824	7574	57365476	434486715224
7525	56625625	426107828125	7575	57380625	434658234975
7526	56640676	426277727576	7576	57395776	434830398976
7527	56655729	426447672183	7577	57410929	435002609033
7528	56670784	426617661952	7578	57426084	435174864552
7529	56685841	426787696889	7579	57441241	435347165539
7530	56700900	426957777000	7580	57456400	435519512000
7531	56715961	427127902291	7581	57471561	435691903941
7532	56731024	427298072768	7582	57486724	435864341368
7533	56746089	427468288437	7583	57501889	436036824887
7534	56761156	427638549304	7584	57517056	436209952704
7535	56776225	427808855375	7585	57532225	436381926625
7536	56791296	427979206656	7586	57547396	436554546056
7537	56806369	428149603153	7587	57562569	436727211003
7538	56821444	428320044872	7588	57577744	436899921472
7539	56836521	428490531819	7589	57598921	437072677469
7540	56851600	428661064000	7590	57608100	437245479000
7541	56866681	428831641421	7591	57623281	437418326071
7542	56881764	429002264088	7592	57638464	437591218688
7543	56896849	429172932007	7593	57653649	437764156857
7544	56911936	429343645184	7594	57668836	437937140584
7545	56927025	429514403625	7595	57684025	438110169875
7546	56942116	429685207336	7596	57699216	438283244736
7547	56957209	429856056323	7597	57714409	438456365173
7548	56972304	430026950592	7598	57729604	438629531192
7549	56987401	430197890149	7599	57744801	438802742799
7550	57002500	430368875000	7600	57760000	438976000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
7601	57775261	439149162801	7651	58537801	447873715451
7602	57799404	439322651208	7652	58553104	448048351808
7603	57805609	439496045227	7653	58568409	448224034072
7604	57820818	439669484864	7654	58583716	448399762264
7605	57836025	439842970125	7655	58599025	448575536375
7606	57851236	440016561016	7656	58614336	448751356416
7607	57865649	44019977543	7657	58629649	448927222393
7608	57881164	440363699712	7658	58644964	449103134312
7609	57896881	440517167429	7659	58660281	449279092179
7610	57912400	440711081000	7660	58675600	449455096999
7611	57927321	440884849131	7661	58690921	449631145781
7612	57942544	441058644928	7662	58706244	449807241528
7613	57957769	441232495397	7663	58721509	449983383427
7614	57972996	441406391544	7664	58736896	450159570944
7615	57988225	441580333375	7665	58752225	450335804625
7616	58003456	441754320896	7666	58767556	450512084296
7617	58018689	441928354113	7667	58782889	450688409963
7618	58033924	442192433032	7668	58798224	450864781632
7619	58049161	442276557659	7669	58813561	451041199309
7620	58064400	442450728000	7670	58828900	451217663000
7621	58079641	442624944061	7671	58844241	451384172711
7622	58094884	442799205848	7672	58859584	451570728448
7623	58110129	442973513367	7673	58874929	451747330217
7624	58125376	443147866624	7674	58890276	451923978024
7625	58140625	443322265625	7675	58905625	452100671875
7626	58155876	443496710376	7676	58920976	452277411776
7627	58171129	443671200883	7677	58936329	452454197733
7628	58186384	443845737152	7678	58951684	452631029752
7629	58201641	444020319189	7679	58967041	452807907839
7630	58216900	444194947000	7680	58982400	452984832000
7631	58232161	444369620591	7681	58997761	453161802241
7632	58247424	444544339968	7682	59013124	453238818568
7633	58262689	444719105137	7683	59028489	453515880987
7634	58277956	444893916104	7684	59043856	453692989504
7635	58293225	445058772875	7685	59059225	453870144125
7636	58308496	445243675456	7686	59074596	454047344856
7637	58323769	445418623853	7687	59089969	454224591703
7638	58339044	445593618072	7688	59105344	454401884672
7639	58354321	445768658119	7689	59120721	454579223769
7640	58369600	445943744000	7690	59136100	454756609000
7641	58384881	446118875721	7691	59151481	454934040371
7642	58400164	446294053288	7692	59166864	455111517888
7643	58415449	446469276707	7693	59182249	455289941557
7644	58430736	446644545984	7694	59187636	455466611384
7645	58446025	446819861125	7695	59213025	455644227375
7646	58461316	446995222136	7696	59228416	455821889536
7647	58476509	447170629023	7697	59243809	455999597873
7648	58491904	447346081792	7698	59259204	456177352392
7649	58507201	447521580449	7699	59274601	456355153099
7650	58522500	447697125000	7700	59290000	456533000000

Quadratorum, & Cubicdum.

77.

Radices	Qua- drati.	Cubi.	Radices	Qua- drati.	Cubi.
7700	593094401	456710893101	7751	60078001	465664585757
7702	59320804	456888831408	7752	60093504	465844843008
7703	593300200	457066817927	7753	60099009	468423146777
7704	59351616	457244849664	7754	60124516	466205497064
7705	59367925	457422927625	7755	60140023	466186893875
7706	59382436	457601051816	7756	60255536	466966337246
7707	59397849	457779212243	7757	60271049	466746827008
7708	59413464	457957438912	7758	60286564	466937363532
7709	59428681	458135701829	7759	60202081	467307946479
7710	59444100	458314011000	7760	60217600	467288576000
7711	59459921	458492366431	7761	60233121	467469252084
7712	59474944	458670768128	7762	60248644	467649974728
7713	59499309	458849116097	7763	60264169	467830743947
7714	59505796	459027719344	7764	60279696	468011559744
7715	59524225	459206250875	7765	60295225	468292422125
7716	59536656	459484837696	7766	60319758	468897331086
7717	59552089	459563470813	7767	60326289	468934286683
7718	59567524	459742150232	7768	60347824	468735288832
7719	59582961	459920875959	7769	60357361	468916337609
7720	59598400	460099648000	7770	60372900	469097433089
7721	59613841	460278466361	7771	60388441	469278575924
7722	59629284	46045731048	7772	60405984	469459763688
7723	59644729	460636242067	7773	60419529	469640998987
7724	59660176	460815199424	7774	60435076	469822188834
7725	59675425	460994293125	7775	60450625	470003609389
7726	59691076	461171253176	7776	60466176	470184984576
7727	59706529	461352349583	7777	60481729	470366406483
7728	59721984	461531492352	7778	60497284	470547874982
7729	59737441	461710681489	7779	60512841	470729390139
7730	59752900	461889917900	7780	60528400	470910952089
7731	59768361	462069198891	7781	60543961	471092960945
7732	59783824	462148527168	7782	60559524	471274215708
7733	59799289	462427901837	7783	60575089	471455917687
7734	59804756	462607322904	7784	60590656	471437664384
7735	59830225	462786790375	7785	60606225	471819461485
7736	59845696	462966104256	7786	60621796	472001303656
7737	59861169	463145864553	7787	60637369	472483192403
7738	59876644	463325471272	7788	60652944	472305127872
7739	59892021	463505124419	7789	60668521	472547110069
7740	59907600	463684824000	7790	60684100	472729139000
7741	59923981	463864570921	7791	60699681	472911214671
7742	59938564	464044362488	7792	60715264	473093337088
7743	59954949	464224201407	7793	60730849	473275506257
7744	59969536	464404086784	7794	60746436	473457724184
7745	59985025	464584018625	7795	60762025	473639984875
7746	60000516	464763996936	7796	60777616	473822294336
7747	60016009	464944021723	7797	60793209	474004050973
7748	60031504	465124091992	7798	60808804	474187053593
7749	60047001	465304210749	7799	60824401	474369502399
7750	60062500	465484375000	7800	60840000	474552000000

k 3

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
7801	60855601	474734543401	7851	61638201	483921516051
7802	60871204	474977133608	7852	61653904	484106454208
7803	60886809	475099770627	7853	61669609	484291439477
7804	60902416	475182454464	7854	61685316	484476471864
7805	60918025	475469185125	7855	61701025	484661551375
7806	60933636	475647962616	7856	61716736	484846678016
7807	60949249	475830786943	7857	61732449	485031851793
7808	60964864	476013658112	7858	61748164	485217072712
7809	60980481	476196576129	7859	61763881	485402340779
7810	60996100	476379541000	7860	61779606	485587656000
7811	61011721	476562552731	7861	61795321	485773018381
7812	61027344	476745611328	7862	61811044	485958427928
7813	61042969	476928716797	7863	61826769	486143884647
7814	61058596	477111869144	7864	61842496	486329388544
7815	61074225	477295068375	7865	61858225	486514939625
7816	61089856	477478314496	7866	61873956	486700537896
7817	61105489	477661607513	7867	61889689	48688618363
7818	61121124	477844947432	7868	61905424	487071876032
7819	61136761	478028334259	7869	61921161	487257615909
7820	61152400	478211768000	7870	61936900	487443403000
7821	61168041	478395248661	7871	61952641	487629237311
7822	61183684	478578776248	7872	61968384	487815118848
7823	61199329	478762350767	7873	61984129	488001047617
7824	61214976	478945972224	7874	61999876	488187023624
7825	61230625	479129640625	7875	62015625	488373046875
7826	61246276	479313355976	7876	62031376	488559117376
7827	61261929	479497118183	7877	62047129	488745235133
7828	61277584	479680927552	7878	62062884	488931400152
7829	61293241	479864783789	7879	62078641	489137612439
7830	61308900	480048687000	7880	62094400	489303872000
7831	61324561	480232637191	7881	62110161	489490178841
7832	61340224	480416634368	7882	62125924	489676532968
7833	61355889	480600678537	7883	62141689	489862934387
7834	61371556	480784769704	7884	62157456	490049383104
7835	61387225	480968907875	7885	62173225	490235879125
7836	61402896	481153093056	7886	62188996	490422422456
7837	61418569	481337325253	7887	62204769	490609013103
7838	61434244	481521604472	7888	62220544	490795651072
7839	61449921	481705930719	7889	62236321	490982336369
7840	61465600	481890304000	7890	62252100	491169069000
7841	61481281	482074724321	7891	62267881	491355848971
7842	61496964	482259191688	7892	62283664	491542676288
7843	61512649	482443706107	7893	62299149	491729550957
7844	61528336	482628267584	7894	62315236	491916472984
7845	61549025	482812876125	7895	62331025	492103442375
7846	61559716	482997531736	7896	62346816	492210459136
7847	61575409	483182234423	7897	62362609	492477523273
7848	61591104	483366984192	7898	62378404	492664634792
7849	61606801	48351781049	7899	62394201	492851793699
7850	61622500	483736625000	7900	62410000	493039000000

Quadratorum, & Cubicorum.

79.

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
7901	62425801	493226253701	7951	63218401	502649506351
7902	62441604	493413554808	7952	63234304	502839185498
7903	62457409	493600903327	7953	63250209	503028912177
7904	62473216	493788299264	7954	63266116	503218686664
7905	62489025	493972742625	7955	63282025	503408508875
7906	62504836	494163233416	7956	63297939	503598378846
7907	62520649	494350771643	7957	63313849	503788296493
7908	62536464	494538357312	7958	63329764	503978261912
7909	62552281	494725990429	7959	63345681	504168275079
7910	62568100	494913671000	7960	63361600	504358336000
7911	62583921	495101399031	7961	63377521	504548444681
7912	62599744	495189174528	7962	63393444	504738601128
7913	62615569	495376997497	7963	63409369	504928805347
7914	62631396	495564867944	7964	63425296	505119057344
7915	62647225	495752785875	7965	63441225	505309357125
7916	62663056	495940751296	7966	63457156	505499704696
7917	62678889	496128764213	7967	63473089	505690190093
7918	62694724	496316824632	7968	63489024	505880543232
7919	62710561	496504932559	7969	63504961	506071034209
7920	62726400	496793088000	7970	63520900	506261573000
7921	62742241	496981299961	7971	63535841	506452159611
7922	62758084	497109541448	7972	63552784	506642794048
7923	62773929	497357839467	7973	63568729	506833476317
7924	62789776	497546185024	7974	63584676	507024206424
7925	62805625	497734578125	7975	63600625	507214984375
7926	62821476	497923018776	7976	63616576	507405818976
7927	62837329	498111506983	7977	63632529	507590683833
7928	62853184	498300042752	7978	63648484	507787605362
7929	62869941	498488626089	7979	63664441	507978574734
7930	62884900	498677257000	7980	63680400	508169592000
7931	62900761	498865935491	7981	63696361	508360657141
7932	62916624	499054661568	7982	63712324	508561770168
7933	62932489	499243435237	7983	63728289	508742911087
7934	62948356	499432256504	7984	63744256	508934139094
7935	62964225	499621125375	7985	63760225	509125396025
7936	62980096	499810041856	7986	63776196	509316702256
7937	62995969	499999005953	7987	63792169	509508053893
7938	63011844	500188017671	7988	63808144	509698454277
7939	63027721	500377077019	7989	63824121	509890902669
7940	63043600	500566184000	7990	63840100	509982390000
7941	63069481	500755338621	7991	63856081	509978943271
7942	63075364	500944540888	7992	63872064	5099465535488
7943	63091249	501133790807	7993	63888049	5099657175957
7944	63197336	501323088384	7994	63904036	5099848863784
7945	63123025	501512433625	7995	63920025	509940599878
7946	63138916	501701826536	7996	63936016	501232383836
7947	63154809	501891267123	7997	63952009	501424215973
7948	63170704	502080755392	7998	63968004	501616095994
7949	63186601	502270291349	7999	63984001	501808023999
7950	63292500	502459875000	8000	64000000	512000000999

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.
8001	64016001	512192024001	8051	64818601	521854556651
8002	64032004	512384096008	8052	64834704	522049036608
8003	64048009	512576216027	8053	64850809	522243564877
8004	64064016	512768384064	8054	64866916	522438141464
8005	64080025	512969600125	8055	64883025	522632766375
8006	64096036	513152864216	8056	64899136	522827439616
8007	64112049	513345176343	8057	64915249	523022161193
8008	64128064	513537536512	8058	64931364	523216931112
8009	64144081	513729944729	8059	64947481	523411749379
8010	64160100	513922401000	8060	64963600	523606616000
8011	64176121	514114905331	8061	64979721	523801530981
8012	64192144	514307457728	8062	64995844	523996494328
8013	64208169	514500058197	8063	65011969	524191506047
8014	64224195	514692706744	8064	65028096	524386566144
8015	64240225	51485403375	8065	65044225	524581674625
8016	64256256	515078148096	8066	65060356	524776831496
8017	64272289	515270940913	8067	65076489	524972036763
8018	64288324	515463781832	8068	65092624	525167290432
8019	64304361	515656670859	8069	65108761	525362592509
8020	64320400	515849608000	8070	65124900	525557943000
8021	64336441	516042593261	8071	65141041	525753341911
8022	64352484	516235626648	8072	65157184	525948789248
8023	64368529	516428708167	8073	65173329	526144285017
8024	64384576	516621837824	8074	65189476	526339829224
8025	64400625	516815015625	8075	65205625	526535421875
8026	64416676	517008241576	8076	65221776	526731062976
8027	64432729	517201515683	8077	65237929	526926752533
8028	64448784	517394837952	8078	65254084	527122490552
8029	64464841	517588208389	8079	65270241	527318277039
8030	64480900	517781627000	8080	65286400	527914112000
8031	64496961	517975093791	8081	65302561	527709995441
8032	64513024	518168608768	8082	65318724	527905927368
8033	64529089	518362171937	8083	65334889	528101907787
8034	64545155	518555783304	8084	65351056	528297936704
8035	64561225	518749442875	8085	65367225	528494014125
8036	64577296	518943150656	8086	65483396	528690140056
8037	64593369	519136906653	8087	65399569	528886314503
8038	64609444	519330710872	8088	65415744	529082537472
8039	64625521	519524563319	8089	65431921	529278808969
8040	64641600	519718464000	8090	65448100	529475129000
8041	64657681	519912412921	8091	65464281	529671497571
8042	64673764	520106410088	8092	65480464	529867914688
8043	64689849	520300455507	8093	65496649	530064380357
8044	64705936	520494549184	8094	65512836	530260894584
8045	64722625	520688691125	8095	65529025	530457457375
8046	64738116	520882881336	8096	65545216	530654068736
8047	64754209	521077120823	8097	65561409	530850728673
8048	64770304	521271407592	8098	65577604	531047437192
8049	64786401	521465742649	8099	65593801	531244194299
8050	64802500	521660125000	8100	65610000	531441000000

Quadratorum, & Cubicorum.

81.

Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.
8101	65626201	531637854301	8151	66438801	541542666951
8102	65642404	531834757208	8152	66455104	541742007808
8103	65658609	532031708727	8153	66471409	541941397577
8104	65674816	532228708864	8154	66487716	542140836264
8105	65691025	532425757625	8155	66504025	542340323875
8106	65707236	532622855016	8156	66520336	542539860416
8107	65723449	532820001043	8157	66536649	542739445893
8108	65739664	533017195712	8158	66552964	542939080312
8109	65755881	533214439029	8159	66569281	543138763679
8110	65772100	533411731000	8160	66585600	543338496000
8111	65788321	533609071631	8161	66601921	543538277281
8112	65804544	533806460928	8162	66618244	543738107528
8113	65820769	534003898897	8163	66634569	543937986747
8114	65836996	534201385544	8164	66650896	544137914944
8115	65853225	534398920875	8165	66667225	544337892125
8116	65869456	534596504896	8166	66683556	544537918296
8117	65885689	534794137613	8167	66699889	544737993463
8118	65901924	534991819032	8168	66716224	544938117632
8119	65918161	535189549159	8169	66732561	545138290809
8120	65934400	535387328000	8170	66748900	545338513000
8121	65950641	535585155561	8171	66765241	545538784211
8122	65966884	535783031848	8172	66781584	545739104448
8123	65983129	535980956867	8173	66797929	545939473717
8124	65999376	536178930624	8174	66814276	546139892024
8125	66015625	536376953125	8175	66830625	546340359375
8126	66031876	536575024376	8176	66846976	546540875776
8127	66048129	536773144383	8177	66863329	546741441233
8128	66064384	536971313152	8178	66879684	546942055752
8129	66080641	537169530689	8179	66895041	547142719339
8130	66096900	537367797000	8180	66912400	547343432000
8131	66113161	537566112091	8181	66928761	547544193741
8132	66129424	537764475968	8182	66945124	547745004568
8133	66145689	537962888637	8183	66961489	547945864487
8134	66161956	538161350104	8184	66977856	548146773504
8135	66178225	538359860375	8185	66994225	548347731525
8136	66194496	538558419456	8186	67010596	548548738856
8137	66210769	538757027353	8187	67026969	548749795203
8138	66227044	538955684072	8188	67043344	548950900672
8139	66243321	539154389619	8189	67059721	549152055269
8140	66259600	539353144000	8190	67076100	549353259000
8141	66275881	539551947221	8191	67092481	549554511871
8142	66292164	539750799288	8192	67108864	549755813888
8143	66308449	539949700207	8193	67129249	549957165057
8144	66324736	540148649984	8194	67141636	550158565384
8145	66341025	540347648625	8195	67158025	550360014875
8146	66357316	540546696136	8196	67174416	550561513536
8147	66373609	540745792523	8197	67190809	550763061373
8148	66389904	540944937792	8198	67207204	550964658392
8149	66406201	541144131949	8199	67223601	551166304599
8150	66422500	541343375000	8200	67240000	551368000000

Tabula Numerorum,

Radicos.	Qua-drti.	Cubi.	Radices.	Qua-drti.	Cubi.
8201	67256401	531569744601	8251	68079001	561719837251
8202	67272804	551771538408	8252	68095504	561924099008
8203	67289209	551973381427	8253	68112009	562128410277
8204	67305616	552175273664	8254	68128516	562332771064
8205	67322025	552377215125	8255	68145025	562537181375
8206	67338436	552579205816	8256	68161536	562741641216
8207	67354849	552781245743	8257	68178049	562946150593
8208	67371264	552983334912	8258	68194564	563150709512
8209	67387681	553185473329	8259	68211081	563355317979
8210	67404100	553387661000	8260	68227600	563559976000
8211	67420521	553589897931	8261	68244121	563764683581
8212	67436944	553792184128	8262	68260644	563969440728
8213	67453369	553994519597	8263	68277169	564174247447
8214	67469796	554196904344	8264	68293696	564379103744
8215	67486125	554399338375	8265	68310225	564584009625
8216	67502656	554601821696	8266	68326756	564788965096
8217	67519089	554804354313	8267	68343289	564993970163
8218	67535524	555006936232	8268	68359824	565199024832
8219	67551961	555209567459	8269	68376361	565404129109
8220	67568400	555412248000	8270	68392900	565609283000
8221	67584841	555614977861	8271	68409441	565814486511
8222	67601284	555817757048	8272	68425984	566019739648
8223	67617729	556020585567	8273	68442529	566225042417
8224	67634176	556223463424	8274	68459076	566430394824
8225	67650625	556426390625	8275	68475625	566635796875
8226	67667076	556629367176	8276	68492176	566841248576
8227	67683529	556832393083	8277	68508729	567046749933
8228	67699984	557035468352	8278	68525284	567252300952
8229	67716441	557238592989	8279	68541841	567457901639
8230	67732900	557441767000	8280	68558400	567663354000
8231	67749361	557644990391	8281	68574961	567869252041
8232	67765824	557848263168	8282	68591524	568075001768
8233	67782289	558051585337	8283	68608089	568280801187
8234	67798756	558254950904	8284	68624656	568486650304
8235	67815225	558458377875	8285	68641225	568692349125
8236	67831696	558661848256	8286	68657796	568898497656
8237	67848169	558865368053	8287	68674369	569104449593
8238	67864644	559068937272	8288	68690944	569310543872
8239	67881121	559272555919	8289	68707521	569516641569
8240	67897600	559476224000	8290	68724100	569722789090
8241	67914081	559679941521	8291	68740681	569928986171
8242	67930564	559883708488	8292	68757264	570135233088
8243	67947049	560087524907	8293	68773849	570341529757
8244	67963536	560291390784	8294	68790436	570547876184
8245	67980025	560495306125	8295	68807025	570754272375
8246	67996516	560699270936	8296	68823616	570960718336
8247	68013009	560903285223	8297	68840209	571167214073
8248	68029504	561107348992	8298	68856804	571373759592
8249	68046001	561311462249	8299	68873401	571580354899
8250	68062500	561515625000	8300	68890000	571787000000

Quadratorum, & Cubicorum.

83.

Radice.	Qua- drati.	Cubi.	Radice.	Qua- drati.	Cubi.
8301	68956601	571993694901	8351	69739201	582392067551
8302	68923204	572200439608	8352	69755904	582601310208
8303	68939809	572407234127	8353	69772609	582810602977
8304	68956416	572614078464	8354	69789316	583049945864
8345	68973025	572820972625	8355	69806025	583229338875
8306	68989636	573027916616	8356	69822736	584438782016
8307	69006249	573234910443	8357	69839449	585648273293
8308	69021864	573441954112	8358	69850164	583857818712
8309	69039481	573649047629	8359	69872881	584067411279
8310	69056100	573856191000	8360	69889600	584277056000
8311	69072711	574063384231	8361	69906321	584486749881
8312	69089344	574270627328	8362	69923044	584696493928
8313	69105909	574477920297	8363	69939769	584906288147
8314	69122590	574685263144	8364	69956496	585116132544
8315	69139225	574892655875	8365	69973225	585326027125
8316	69153856	575190098496	8366	69989956	5855335971896
8317	69172489	575307391013	8367	70006689	585745916863
8318	69189124	575515133432	8368	70023424	585956012032
8319	69205701	575722725759	8369	70040461	580166107409
8320	69222400	575930368000	8370	70056900	580376253000
8321	69239041	576138060161	8371	70073641	586586448811
8322	69255684	576345892348	8372	70090384	586796694848
8323	69272329	576553594267	8373	70107129	587006991117
8324	69288276	576761436224	8374	70123876	587217337624
8325	69305625	576969328125	8375	70140625	587427734375
8326	6932276	577177269976	8376	70157376	587638181376
8327	69348929	577385261783	8377	70174129	587848678633
8328	69353984	577593303552	8378	70190884	588055226132
8329	69372241	577801395289	8379	70207641	588265823939
8330	69388900	578009537000	8380	70224400	588486472000
8331	69405561	578217728691	8381	70241161	58869170341
8332	69422224	578425979368	8382	70257924	588901918968
8333	69440889	578634261037	8383	70274689	589112717887
8334	694495556	578842601704	8384	70291456	589323567104
8335	69472225	579050995375	8385	70308225	589534466629
8336	69488893	579259437056	8386	70324996	589745416456
8337	695054609	579467928753	8387	70341769	589996416603
8338	69522244	579676470472	8388	703594944	590367467974
8339	69538921	579885062219	8389	70375321	590378567849
8340	69555000	580093704000	8390	70392104	590589713900
8341	69572281	580302795821	8391	70408881	5908403920474
8342	69588904	580588117688	8392	70425664	591011217248
8343	69605649	580719929697	8393	70442449	591223474447
8344	69622136	580928771584	8394	70459236	591434826984
8345	69639025	581037063625	8395	70476025	591046229877
8346	69655706	5813406605736	8396	70492816	591857683438
8347	69672409	581955597923	8397	70509609	592009186778
8348	69689104	581764640192	8398	70526404	592280746792
8349	69705801	581975732549	8399	70545201	592492345193
8350	69722300	582182875000	8400	70566000	592704000000

Tabula Numerorum,

Radices	Qua-drati.	Cubi.	Radices	Qua-drati.	Cubi.
8401	70576801	592915705201	8451	71419401	603565357851
8402	70593604	593127460808	8452	71436304	603779641408
8403	70610409	593339266827	8453	71453209	603993975677
8404	70627216	593551123264	8454	71470116	604208360664
8405	70644025	593763030125	8455	71487025	604422796375
8406	70660816	593974987416	8456	71503936	604637282816
8407	70677649	594186995143	8457	71520849	604851819993
8408	70694464	594399053312	8458	71537764	605066407912
8409	70711281	594611161929	8459	71554681	605281046579
8410	70728100	594823321000	8460	71571600	605495736000
8411	70744921	595035530531	8461	71588521	605710476181
8412	70761744	595247790528	8462	71605444	605925267128
8413	70778569	595460100997	8463	716122369	606140108847
8414	70795396	595672461944	8464	71639296	606355001344
8415	70812225	595884873375	8465	71656225	606569944625
8416	70829056	596097335296	8466	71673156	606784938696
8417	70845889	596309847713	8467	71690089	60699983563
8418	70862724	596522410632	8468	71707024	607215079132
8419	70879561	596735024059	8469	71723961	607430225709
8420	70896400	596947688000	8470	71740900	607645423000
8421	70913241	597160402462	8471	71757841	607860671111
8422	70930084	597373167448	8472	71774784	608075970048
8423	70946929	597585982967	8473	71791729	608291319817
8424	70963776	597798849024	8474	71808676	608506720424
8425	70980625	598015765625	8475	71825625	608722171875
8426	70997476	598224732776	8476	71842576	608937674176
8427	71014329	598437750483	8477	71859529	609153227333
8428	71031184	598650818754	8478	71876484	609368831352
8429	71048941	598863937589	8479	71893441	609584486239
8430	71064900	599077107000	8480	71910400	609800192000
8431	71081761	599290326998	8481	71927361	610015948641
8432	71098624	599503597568	8482	71944324	610231756168
8433	71115489	599716918737	8483	71961289	610447614587
8434	71132356	599930290504	8484	71978256	610663523904
8435	71149225	600143712875	8485	71995225	610879484125
8436	71166096	600357185856	8486	72012196	611095495256
8437	71182969	600570709453	8487	72029169	611311557303
8438	71199844	600784283672	8488	72046144	611527670272
8439	71216721	600997908519	8489	72063121	611743834169
8440	71233600	601211584000	8490	72080100	611960049900
8441	71250481	601425310121	8491	72097081	61217614771
8442	71267364	601639086888	8492	72114064	612392631488
8443	71284249	601852914307	8493	72131049	612608999157
8444	71301136	602066792384	8494	72148036	612825417784
8445	71318025	602280721125	8495	72165025	613041887375
8446	71334916	602494700536	8496	72182016	614238407936
8447	71351809	602708730623	8497	722499002	613474979473
8448	71368704	602912X11392	8498	72216004	613691601992
8449	71385601	603136942849	8499	72233001	613998275499
8450	71402500	60335E125000	8500	722500000	614125000000

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
8501	72267001	614341775501	8551	73119601	625245708151
8502	72284004	614558602008	8552	73136704	625465092608
8503	72301009	614775479527	8553	73153809	625684528377
8504	72318016	614992408064	8554	73170916	625904015464
8505	72335025	615209387625	8555	73188025	626123553875
8506	72352036	615416418216	8556	73205136	626343143616
8507	72369049	615643499843	8557	73222249	626562784693
8508	72386064	615860632512	8558	73239364	626782477112
8509	72403081	616077816229	8559	73256481	627002220879
8510	72420100	616295051000	8560	73273600	627222016000
8511	72437121	616512336831	8561	73290721	627441862481
8512	72454144	616729673728	8562	73307844	627661760328
8513	72471169	616947061697	8563	73324969	627881709547
8514	72488198	617164500744	8564	73342096	628101710144
8515	72505225	617381990875	8565	73359225	628321762125
8516	72522256	617599532096	8566	73376356	628541865496
8517	72539289	617817124413	8567	73393489	628762020263
8518	72556324	618034767832	8568	73410624	628982226432
8519	72573361	618252462359	8569	73427761	629302484909
8520	72590400	618470208000	8570	73444900	629422793000
8521	72607441	618688004761	8571	73461041	629643153411
8522	72624484	618905852648	8572	73479184	629863565248
8523	72641529	619123751667	8573	73496329	630084028517
8524	72658576	619341701824	8574	73513476	630304543224
8525	72675625	619559703125	8575	73530625	630525109375
8526	72692676	619777755576	8576	73541976	630745726976
8527	72709729	619995859183	8577	73564929	630966396033
8528	72726784	620214013952	8578	73582084	631187116552
8529	72743841	620432119889	8579	73598241	631407888539
8530	72769900	620650477000	8580	73616400	631628712000
8531	72779961	620868785291	8581	73633561	631849586941
8532	72795024	621087144768	8582	73659724	632070513368
8533	72812089	621305555437	8583	73667889	632291491287
8534	72829156	621524017304	8584	73685056	632512520704
8535	72846225	621742530375	8585	73702225	632733601625
8536	72863296	621961094656	8586	73719396	632954734056
8537	72886369	622179710153	8587	73736569	633175918003
8538	72897444	622398576872	8588	73753744	633397153472
8539	72914521	622617094819	8589	73770921	633618440469
8540	72931600	622835864000	8590	73788500	633839779000
8541	72948681	623054684421	8591	73805281	634061169071
8542	72965464	623273556088	8592	73822464	634282610688
8543	72982849	623492479007	8593	73839649	634504103857
8544	72999936	623711453184	8594	73866836	634725648584
8545	73017025	623930478625	8595	73874025	634947244875
8546	73034116	624149595336	8596	73894216	635168892736
8547	73051209	624368683323	8597	73908409	635390592173
8548	73068304	624587862592	8598	73925604	6355612343192
8549	73085401	624807093149	8599	73942801	635834145799
8550	73102500	625026375000	8600	73960000	636056000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
8601	73977201	636477905891	8651	74839801	647439118451
8602	73994404	636499863208	8652	74857104	647663663808
8603	74011609	636721872227	8653	74874409	647888261077
8604	74028816	636943932864	8654	74891716	648112910264
8605	74046025	637196045125	8655	74909025	648337611375
8606	74063236	637388209016	8656	74926336	648562364416
8607	74080449	637610424543	8657	74943649	648787169393
8608	74097604	637832691712	8658	74960954	649012026312
8609	74114881	638055010529	8659	74978281	649236933179
8610	74132100	638277381000	8660	74995600	649461896000
8611	74149321	638499803131	8661	75012921	649686988781
8612	74166544	638722276928	8662	75030244	649911973528
8613	74183769	638944802397	8663	75047569	650137090247
8614	74200995	639197379544	8664	75064896	650302158944
8615	74218225	639399008375	8665	75082225	650587479625
8616	74235456	639612688896	8666	75099556	650812752296
8617	74252689	639835421113	8667	75116889	651038076963
8618	74269924	640058205032	8668	75134224	651263453632
8619	74287161	640281040659	8669	75151561	651488882309
8620	74304400	640593928000	8670	75168900	651714363000
8621	74321641	640726867061	8671	75186241	651939895711
8622	74338884	640949857848	8672	75203584	652165480448
8623	74356129	641171900367	8673	75220929	652391117217
8624	74373376	641395994624	8674	75238276	652616860024
8625	74390625	641619140625	8675	75255625	652842546875
8626	74407876	641842318396	8676	75272976	653068339776
8627	74425129	64205387883	8677	75290329	653294184733
8628	74442384	642288889452	8678	75307684	653520081752
8629	74459641	642512242189	8679	75325047	653745030836
8630	74476900	642735647000	8680	75342400	653972032000
8631	74494161	642959103391	8681	75459761	654198685241
8632	74511424	643182611968	8682	75577124	654424190568
8633	74528689	644061721337	8683	75639489	654650347987
8634	74545956	643629784104	8684	75411856	654876557504
8635	74563225	643853447873	8685	75429225	655102819125
8636	74580496	644077163456	8686	75446596	655329132856
8637	74597769	644300930853	8687	75463969	655655498709
8638	74615044	644524750072	8688	75481344	655781916672
8639	74632321	644748621119	8689	75498721	656008386769
8640	74649600	644972544000	8690	75516100	656234960000
8641	74666881	645196518721	8691	75533481	656461483371
8642	74684164	645420545288	8692	75550864	656688109898
8643	74701449	645644623707	8693	75568249	656914785557
8644	74718736	645868753984	8694	75585630	657141519384
8645	74736023	646092936125	8695	75603025	657368302375
8646	74753316	646317170136	8696	75620416	657595137546
8647	74770609	646542456023	8697	75637809	657822024073
8648	74787904	646765793792	8698	75655204	658048964392
8649	74805201	646990183449	8699	75672601	658275956099
8650	74822500	647214625000	8700	75690000	658503000000

Quadratorum, & Cubicorum.

87.

Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.
8701	75707401	658730096101	8751	76580001	670151588751
8702	75724804	658957244408	8752	76597504	670381355008
8703	75742209	659184444927	8753	76615009	670611173777
8704	75759616	659411097664	8754	76632516	670841045064
8705	75777025	659639002625	8755	76650025	671070968875
8706	75794436	659866359816	8756	76667536	671300945216
8707	75811849	660093769243	8757	76685049	671530974093
8708	75829264	660321230912	8758	76702564	671761055512
8709	75846681	660548744829	8759	76720081	671991189479
8710	75864100	660776311000	8760	76737600	672221376000
8711	75881521	661003929431	8761	76755121	672451615081
8712	75898944	661231600128	8762	76772644	672681906728
8713	75910369	661459323097	8763	76790169	672912250947
8714	75933796	661687098344	8764	76807696	673142647744
8715	75951225	661914925875	8765	76825225	673373097125
8716	75968656	662142805696	8766	76842756	673603599096
8717	75986089	662370737813	8767	76860289	673834153663
8718	76003524	662598722232	8768	76877824	674064760832
8719	76020961	662826758959	8769	76895361	674295420609
8720	76038400	663054848000	8770	76912900	674526133000
8721	76055841	663282989361	8771	76930441	674756898011
8722	76073284	663511183048	8772	76947984	674987715648
8723	76090729	663739429067	8773	76965529	675218585917
8724	76108176	663967727424	8774	76983076	675449508824
8725	76125625	664196078125	8775	77000625	675680484375
8726	76143076	664424481176	8776	77018176	675911512576
8727	76160529	664652936583	8777	77035729	676142593433
8728	76177984	664881444352	8778	77053284	676373726952
8729	76195441	665110004489	8779	77070841	676604913139
8730	76212900	665338617000	8780	77088400	676836152000
8731	76230361	665567281891	8781	77105961	677067443541
8732	76247824	665795999168	8782	77123524	677298787768
8733	76265289	666024768837	8783	77141089	677530184687
8734	76282756	666253590904	8784	77158656	677761634304
8735	76300225	666482465375	8785	77176225	677993136625
8736	76317696	666711392256	8786	77193796	678224691656
8737	76335169	666940371553	8787	77211369	678456299403
8738	76352644	667169403272	8788	77228944	678687959872
8739	76370121	667398487419	8789	77246521	678919673069
8740	76387600	667627624000	8790	77264100	679151439000
8741	76405081	667856813021	8791	77281681	679383257671
8742	76422564	668086054488	8792	77299264	679615129088
8743	76440049	668315348407	8793	77316849	679847053257
8744	76457536	668544694784	8794	77334436	680079030184
8745	76475025	668774093625	8795	77352025	680311059875
8746	76492516	669003544936	8796	77369616	680543142336
8747	76510009	669233048723	8797	77387209	680775277573
8748	76527504	669462604992	8798	77404804	681007465592
8749	76545001	669692213749	8799	77422401	681239706399
8750	76562500	669921875000	8800	77440000	681472000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
8801	77457601	681704346401	8851	78340201	693389119051
8802	77475204	681936745608	8852	78357904	693624166208
8803	77492809	682169197627	8853	78375609	693859266477
8804	77510416	682401702464	8854	78393316	694094419864
8805	77528025	682634260125	8855	78411025	694329626375
8806	77545636	682866870616	8856	78428736	694564886016
8807	77563249	683099533943	8857	78446449	694800198793
8808	77580864	683332250112	8858	78464164	695035564712
8809	77598481	683565019129	8859	78481881	695270983779
8810	77615100	683797841000	8860	78499600	695506456000
8811	77633721	684030715731	8861	78517321	695741981381
8812	77651344	684263643328	8862	78535044	695977559928
8813	77668969	684496623797	8863	78552769	696213191647
8814	77686596	684729657144	8864	78570496	696448876544
8815	77704225	684962743375	8865	78588225	696684614625
8816	77721856	685195882496	8866	78605956	696920405896
8817	77739489	685429074513	8867	78623689	697156250363
8818	77757124	685662319432	8868	78641424	697392148032
8819	77774761	685895617259	8869	78659161	697628098909
8820	77792400	686128968000	8870	78676900	697864103000
8821	77810041	686362371661	8871	78694641	698100160311
8822	77827684	686595828248	8872	78712384	698336270848
8823	77845329	686829337767	8873	78730129	698572434617
8824	77862976	687062900224	8874	78747876	698808651624
8825	77880625	687296515625	8875	78765625	699044921875
8826	77898276	687530183976	8876	78783376	699281245376
8827	77915929	687763905283	8877	78801129	699517622133
8828	77933584	687997679552	8878	78818884	699754052152
8829	77951241	688231506789	8879	78836641	699990535439
8830	77968900	688465387000	8880	78854400	700227072000
8831	77986561	688699320191	8881	78872161	700463661841
8832	78004224	688933306368	8882	78889924	700700304968
8833	78021889	689167345537	8883	78907689	700937001387
8834	78039556	689401437704	8884	79925456	701173751104
8835	78057225	689635582875	8885	79943225	701410554125
8836	78074896	689869781056	8886	79966996	701647410456
8837	78092569	690104032253	8887	79978769	701884320103
8838	78110244	690338336472	8888	79996544	702121283072
8839	78127921	690572693719	8889	79014321	702358299369
8840	78145600	690807104000	8890	79032100	702595369000
8841	78163281	691041567321	8891	79049881	702832491971
8842	78180964	691276083688	8892	79067664	703069668288
8843	78198649	691510653107	8893	79085449	703306897957
8844	78216336	691745275584	8894	79103236	703544180984
8845	78234025	691979951125	8895	79121025	703781517375
8846	78251716	692214679736	8896	79138816	704018907136
8847	78269409	692449461423	8897	79156609	704256350273
8848	78287104	692684296192	8898	79174404	704493846792
8849	78304801	692919184049	8899	79192201	704731396699
8850	78322500	693154125000	8900	79210000	704969000000

Quadratorum, & Cubicorum.

89.

Radices.	Qua-drati,	Cubi.	Radices.	Qua-drati,	Cubi.
8901	79227801	703206656701	8951	80120401	717157709351
8902	79245604	705444466808	8952	80138304	717398097408
8903	79263409	705682130327	8953	80136209	717638539177
8904	79281216	705819947264	8954	80174116	717879034664
8905	79299025	706151817625	8955	80192025	718119583875
8906	79316836	706395741416	8956	80209936	718360186816
8907	79334649	706633718649	8957	80227849	718600843493
8908	79352464	706871749312	8958	80245764	718841533912
8909	79370281	707109833429	8959	80263681	719082318079
8910	79388100	707347975000	8960	80281600	719323136000
8911	79405921	707586162031	8961	80299521	719564007681
8912	79423744	707824406528	8962	80317444	719804933128
8913	79441569	708062704497	8963	80335369	720045912347
8914	79459396	708361055944	8964	80353296	720286945344
8915	79477225	708539400875	8965	80371225	720528032125
8916	79495056	708777919296	8966	80389156	720769172696
8917	79512889	709016436213	8967	80407089	721010367003
8918	79530724	709254996632	8968	80425024	721251615232
8919	79548561	709493615559	8969	80442961	721492917209
8920	79566400	709732288000	8970	80466909	721734273000
8921	79584241	709971013961	8971	80478841	721975682611
8922	79602084	710209793448	8972	80496784	722217146048
8923	79619929	710448026407	8973	80514729	722458663317
8924	79637776	710687513024	8974	80532676	722700234424
8925	79655625	710926493125	8975	80550623	722941859375
8926	79673476	711165446776	8976	80568576	723183538176
8927	79691329	711404493983	8977	80586529	723423270833
8928	79709184	711643594752	8978	80604484	723607957352
8929	79727041	711882749689	8979	80622441	723908897739
8930	79744900	712121957000	8980	80646400	724150792000
8931	79762761	712361218491	8981	80658361	724392740141
8932	79780624	712600533568	8982	80676324	724634742168
8933	79798489	712839902237	8983	80694289	724876798087
8934	79816356	713099324504	8984	80712256	725118907904
8935	79834226	713318800375	8985	80730223	725361071425
8936	79852096	713558329856	8986	80748196	725693289256
8937	79869969	713797912953	8987	80766169	725845560803
8938	79887844	714037549672	8988	80784144	726087886272
8939	79905721	714277240019	8989	80802121	726330265669
8940	79923600	714516984600	8990	80820100	726572699000
8941	79941481	714756781621	8991	80838081	726815186271
8942	79959364	714996631888	8992	80856064	727057727488
8943	79977249	715236537807	8993	80874049	727300322657
8944	79995136	715476496384	8994	80892036	427542971784
8945	80013025	715716508625	8995	80910023	727785674875
8946	80030916	715956574536	8996	80928016	728028431936
8947	80048809	716196694123	8997	80946009	728271242973
8948	80066704	716436867392	8998	80964004	728514107991
8949	80084601	716677094349	8999	80982001	728757026999
8950	80102500	716917175000	9000	81000000	7290000000000

Tabula Numerorum;

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
9001	81018001	729243027001	9051	81920601	741463359651
9002	81036004	729486108008	9052	81938804	741709148608
9003	81054009	729729243027	9053	81956809	741954991877
9004	81072016	729972432064	9054	81974916	742200889464
9005	81090025	730215075125	9055	81993045	742446841375
9006	81108036	730458972216	9056	82011136	742692847616
9007	81126049	730702323343	9057	82029349	742938908193
9008	81144064	730945728512	9058	82047364	743185023112
9009	81162081	731189187729	9059	82065481	743431192379
9010	81180100	731432701000	9060	82083600	743677416000
9011	81198121	731670268331	9061	82104721	743923693981
9012	81216144	731919889728	9062	82119844	744179026328
9013	81234169	732163565197	9063	82137969	744415413047
9014	81252196	732407294744	9064	82156996	744662854144
9015	81270225	732651078375	9065	82174225	744909349625
9016	81288256	732894916096	9066	82192356	745155899496
9017	81306289	733138807913	9067	82210489	745462503763
9018	81324324	733382753832	9068	82228624	745649162432
9019	81342361	733626753899	9069	82240761	745805875509
9020	81360400	733870808000	9070	82264900	746142643000
9021	81378441	734114916261	9071	82283041	746389464911
9022	81396484	734359078648	9072	82301184	746636341248
9023	81414929	734603295167	9073	82319329	746883272017
9024	81432976	734847565824	9074	82337476	747130257224
9025	81450629	735091890625	9075	82355625	747377296875
9026	81468676	735336269976	9076	82373776	747624390976
9027	81486729	735580702683	9077	82391929	747871539533
9028	81504784	735825189952	9078	82410084	748118742551
9029	81522841	736069731389	9079	82428241	748366000039
9030	81540900	736314327000	9080	82446400	748613312000
9031	81558961	736558976791	9081	82464561	748860678441
9032	81577624	736803680768	9082	82482724	749108099368
9033	81595089	737048438937	9083	82500889	749355574787
9034	81613156	737293251304	9084	82519056	749603104704
9035	81631225	737538127875	9085	82537225	749850689125
9036	81649296	737783038696	9086	82555396	750098328056
9037	81667369	738028013653	9087	82573569	750346021503
9038	81685444	738273042872	9088	82591744	750593769472
9039	81703921	738518126319	9089	82609921	750841971969
9040	81721606	738763264000	9090	82628100	751089429000
9041	81739681	739008455921	9091	82646281	751337340571
9042	81757764	739253762088	9092	82664464	751589306688
9043	81775849	739499001907	9093	82682649	751833327357
9044	81793936	739744357184	9094	82700836	752081402584
9045	81812025	739989766125	9095	82719025	752329532375
9046	81830116	740235229336	9096	82737216	752577716736
9047	81848269	740480746823	9097	82755409	752825955673
9048	81866304	740726318592	9098	82773604	753074249192
9049	81884401	740971944649	9099	82791801	753322597299
9050	81902506	741217625000	9100	82810000	753571000000

Quadratorum, & Cubicorum.

91

Radices	Qua-drati.	Cubi.	Radices	Qua-drati.	Cubi.
9101	82828201	753819457301	9151	83740801	766312069951
9102	82846404	754067909208	9152	83759104	766563319808
9103	82964609	754316535727	9153	83777409	766814624577
9104	82882816	754565150864	9154	83795716	767065984264
9105	82901025	754813832625	9155	83814025	767317398875
9106	82919236	755062563016	9156	83832336	767568868416
9107	82937449	755311348043	9157	83850649	767820392893
9108	82955664	755560187712	9158	83868964	768071972312
9109	82973881	755809082029	9159	83887281	768323606679
9110	82992100	756058031000	9160	83905600	768575296000
9111	83010321	756307034631	9161	83923921	768827040281
9112	83028544	756556092928	9162	83942244	769078839528
9113	83046769	756805205897	9163	83965694	769330693747
9114	83064996	757054373544	9164	83978896	769582602944
9115	83083225	757303595875	9165	83997225	769834567125
9116	83101456	757552872896	9166	84015556	770086586296
9117	83119689	757802204613	9167	84033889	770338660463
9118	83137924	758051591032	9168	84052224	770590789632
9119	83156161	758301032159	9169	84070561	770842973809
9120	83174400	758550528000	9170	84088900	771095213000
9121	83192641	758800078361	9171	84107241	771347507211
9122	83210884	759049683848	9172	84125584	771599856448
9123	83229129	759299343867	9173	84143929	771852260717
9124	83247376	759549058624	9174	84162276	772104720024
9125	83265625	759798828125	9175	84180625	772357234375
9126	83283876	760048652376	9176	84198976	772609803776
9127	83302129	760298531383	9177	84217329	772862428233
9128	83320384	760548465152	9178	84235684	773115107752
9129	83338641	760798453689	9179	84254041	773367842339
9130	83356900	761048497000	9180	84272400	773620632000
9131	83375161	761298595091	9181	84290761	773873476741
9132	83393424	761348747968	9182	84309124	774126376568
9133	83411689	761798955637	9183	84327489	774379331487
9134	83429956	762049218104	9184	84345856	774632341504
9135	83448225	762299535375	9185	84364225	774885406625
9136	83466496	762549907456	9186	84382396	775138526856
9137	83484769	762800334353	9187	8440969	775391702203
9138	83503044	763050816072	9188	84419344	775644932672
9139	83521321	763301452619	9189	84437721	775898218269
9140	83539600	763551944000	9190	84456100	776159359800
9141	83557881	763802590221	9191	84474481	776404954871
9142	83576164	764053291288	9192	84492804	7766584405888
9143	83594449	764304047207	9193	84511249	776911912057
9144	83612736	764554857984	9194	84529636	777165473384
9145	83641025	764805723625	9195	84548025	777419089879
9146	83649316	765056644136	9196	84566416	777671761536
9147	83667609	765307619523	9197	84584809	777928488379
9148	83685904	765558649792	9198	84603204	778186270492
9149	83704201	765809734949	9199	84621601	778434108599
9150	83722500	766060875000	9200	84646000	778688006660

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
9201	84058401	778941947601	9251	85581001	791709840251
9202	84676804	779195950408	9252	85599504	791966611008
9203	84695209	779450008427	9253	85618009	792223437277
9204	84713616	779704121664	9254	85636516	792480319064
9205	84732025	779958290125	9255	85655025	792737256375
9206	84750436	780212513816	9256	85673536	792994249216
9207	84768849	780466792743	9257	85692049	793251297593
9208	84787264	780721126912	9258	85710564	793508401512
9209	84805681	780975516329	9259	85729081	793765560979
9210	84824100	781229961000	9260	85747600	794022776000
9211	84842521	781484460931	9261	85766121	794280946581
9212	84860944	781739016128	9262	85784644	794537472728
9213	84879369	781993626597	9263	85803169	794794754447
9214	84897790	782248292344	9264	85821696	795052191744
9215	84916225	782503013375	9265	85840225	795309684625
9216	84934656	782757789696	9266	85858756	795567233096
9217	84953089	783012621313	9267	85877289	795824837163
9218	84971524	783267508232	9268	85895824	796082496832
9219	84989961	783522450459	9269	85914361	796340212109
9220	85008400	78377448000	9270	85932900	796597983000
9221	85026841	784032500861	9271	85951441	796855809611
9222	85045284	784287609048	9272	85969984	797113691648
9223	85063729	784542772567	9273	85988529	797371629417
9224	85082176	784797991424	9274	86007076	797629622824
9225	85100625	785053265625	9275	86025625	797887671875
9226	85119076	785308595176	9276	86044176	798145376576
9227	85137529	785563980083	9277	86062729	798403936933
9228	85155984	785819420352	9278	86081284	798662452952
9229	85174441	786074915989	9279	86099841	798920424639
9230	85192900	786330467000	9280	86118400	799178752000
9231	85211361	786586073391	9281	86136961	799437135041
9232	85229824	786841735168	9282	86155524	799695573768
9233	85248289	787097452337	9283	86174089	799954968187
9234	85266756	787353224904	9284	86192686	800212618304
9235	85285225	787609052875	9285	86211225	800471424126
9236	85303696	787864936256	9286	86229796	800729885656
9237	85322169	788320875053	9287	86248369	800988602903
9238	85340644	788376869272	9288	86266944	801247375872
9239	85359121	788632918919	9289	86285521	801506204569
9240	85377600	788889024000	9290	86304100	801765089000
9241	85396081	789145184521	9291	86322681	802024029171
9242	85414564	789401400488	9292	86341264	802283025088
9243	85433049	789657671907	9293	86359849	802542076757
9244	85451536	789913998784	9294	86378436	802801184184
9245	85470025	790170381125	9295	86397025	803060347375
9246	85488516	790426818936	9296	86415616	803319566336
9247	85507009	790683312223	9297	86434209	803578841073
9248	85525504	790939860992	9298	86452804	803838171592
9249	85544001	791196465249	9299	86471401	804097557899
9250	85562500	791453125000	9300	86490000	804357000000

Quadratorum, & Cubicorum.

93.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
9301	86508601	804616497901	9351	87441201	817662670551
9302	86527204	804876051608	9352	87459904	817925022208
9303	86545809	805135661127	9353	87478609	818187429977
9304	86564416	805395326464	9354	87497316	818449893864
9305	86583025	805655047625	9355	87516025	818712413875
9306	86601636	805914824616	9356	87534736	818974990016
9307	86620249	806174657443	9357	87553449	819237622293
9308	86638864	806434546112	9358	87572164	819500310712
9309	86657481	806694490629	9359	87590881	819763055279
9310	86676100	806954491000	9360	87609600	820025856000
9311	86694721	807214547231	9361	87628321	820288712881
9312	86713344	807474659328	9362	87647044	820551625928
9313	86731962	807734827297	9363	87665769	820814595147
9314	86750593	807995051144	9364	87684496	821077620544
9315	86769225	808255330875	9365	87703225	821340702125
9316	86787856	808515666496	9366	87721956	821603839896
9317	86805489	808776058013	9367	87740689	821867033863
9318	86825124	809036505432	9368	87759424	822130284032
9319	86843761	809297008759	9369	87778161	822393590409
9320	86862400	809557568000	9370	87796900	822656953000
9321	86881041	809818183161	9371	87815641	822920371811
9322	86899684	810078854248	9372	87834384	823183846848
9323	86918329	810339581267	9373	87853129	823447378117
9324	86936976	810600364224	9374	87871876	823710965624
9325	86955625	810861203125	9375	87890625	823974609375
9326	86974276	811122097976	9376	87909376	824238109376
9327	86992929	811383048783	9377	87928129	824502065633
9328	87011584	811644055552	9378	87946884	824765878152
9329	87030241	811905118289	9379	87965641	825029746939
9330	87048900	812166237000	9380	87984400	825293672000
9331	87067561	812427411691	9381	88003161	825557653341
9332	87085224	812688642368	9382	88021924	825821690968
9333	87104889	812949929037	9383	88040689	826085784887
9334	87123556	813211271704	9384	88059456	826349935104
9335	87142225	813472670375	9385	88078225	826614141625
9336	87160896	813734125056	9386	88096996	826878404456
9337	87179559	813995635753	9387	88115769	827142723603
9338	87198244	814257202472	9388	88134544	827407099072
9339	87216921	814518825219	9389	88153321	827671530869
9340	87235600	814780504000	9390	88172100	827936019000
9341	87254281	815042238821	9391	88190881	828200563471
9342	87272964	815304029688	9392	88209664	828465164288
9343	87291649	815565876607	9393	88228449	828729821457
9344	87310336	815827779584	9394	88247236	828994534984
9345	87329025	816089738625	9395	88266025	829259304875
9346	87347716	816351753736	9396	88284816	829524131136
9347	87366409	816613824923	9397	88303609	829789013773
9348	87385104	816875252192	9398	88322404	830053952792
9349	87403801	817138135549	9399	88341201	830318948199
9350	87422500	817400375000	9400	88360000	830584000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.
9401	88378801	830849108201	9451	89321401	844176560851
9402	88397604	831114272808	9452	89340304	844444553408
9403	88416409	831179493827	9453	89359209	844712602677
9404	88435216	8316447718264	9454	89378116	844980708664
9405	88454025	831910105125	9455	89397025	845248871375
9406	88472835	832175495416	9456	89415936	845517090816
9407	88491649	832440942143	9457	89434849	845785366993
9408	88510464	832706445312	9458	89453764	846053699912
9409	88529281	832972004929	9459	89472681	846322089579
9410	88548100	833237621000	9460	89491600	846590536000
9411	88566921	833503293531	9461	89510521	846859039181
9412	88585744	833769022528	9462	89529444	847127599128
9413	88604569	834034807997	9463	89548369	847396215847
9414	88623396	834300649944	9464	89567296	847664889344
9415	88642225	834566548375	9465	89586225	847933619625
9416	88661056	834832503296	9466	89605156	848202406696
9417	88679889	835098514713	9467	89624089	848471250563
9418	88698724	835364582632	9468	89643024	848740151232
9419	88717551	835630707059	9469	89661961	849009108709
9420	88736400	835896888000	9470	89680900	849278123000
9421	88755241	836163125461	9471	89699841	849347194111
9422	88774084	836429419448	9472	89718784	849816322048
9423	88792929	836695769967	9473	89737729	850085506817
9424	88811776	836962177024	9474	89756676	850354748424
9425	88830625	837228640625	9475	89775625	850624046875
9426	88849476	837495160776	9476	89794576	850893402176
9427	88868329	837761737483	9477	89813529	851162814339
9428	88887184	838028370752	9478	89832484	851432283352
9429	88906041	838295060589	9479	89851441	851901809219
9430	88924900	838561807000	9480	89870400	851971392000
9431	88943761	838828609991	9481	89889361	852241031641
9432	88962624	839095469568	9482	89908314	852310728168
9433	88981489	839362385737	9483	89917289	852780481587
9434	89000356	839629358504	9484	89946256	853050291904
9435	89019225	839896387875	9485	89965225	853320159125
9436	89038096	840163473856	9486	89984196	853590083256
9437	89056969	840438016453	9487	90003169	853860064303
9438	89075844	840697815672	9488	90022144	854130102272
9439	89094721	840965071519	9489	90041121	854400197169
9440	89113600	841232384000	9490	90060100	854670349000
9441	89132481	841499753121	9491	90079081	854940557771
9442	89151364	841767178888	9492	90098064	855210823488
9443	89170249	842034661307	9493	90117049	855481146157
9444	89189136	842302200384	9494	90136636	855751525784
9445	89208025	842569795125	9495	90155025	856021962375
9446	89226916	842837448536	9496	90174016	856292455936
9447	89245809	843105157623	9497	90193009	856563006473
9448	89264704	843372923392	9498	90212004	856833613992
9449	89283601	843640745849	9499	90231001	857104278499
9450	89302500	843908625000	9500	90250000	857375000000

Quadratorum, & Cubicorum.

95.

Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.
9501	90269001	857045778501	9551	91221601	871257511151
9502	90288004	857919614008	9552	91240704	871531204608
9503	90367009	858187506527	9553	91259809	871804959377
9504	90326016	858458456064	9554	91278916	872078708464
9505	90345025	858729462625	9555	91298025	872353628875
9506	90364036	859060526216	9556	91317136	872626551616
9507	90383049	859271646843	9557	91336249	872900531691
9508	90402864	859542824512	9558	91335364	873174559112
9509	90421081	859814059229	9559	91374481	873448663879
9510	90440106	860085351000	9560	91393600	873722816000
9511	90459121	860356699831	9561	91412728	873997029481
9512	90478144	860628105728	9562	91431844	87427129328
9513	90497169	860899568697	9563	91450969	874545616547
9514	90516196	861171088744	9564	91470096	874829998144
9515	90535225	861442665875	9565	91489225	875994432125
9516	90554256	861714300896	9566	91508256	875368933496
9517	90573289	861985991413	9567	91527489	875643487463
9518	90592324	8621257739832	9568	91546624	875918098432
9519	90511361	862529545359	9569	91563761	876192767909
9520	90630400	862801408000	9570	91589000	876462493000
9521	90649441	863073327761	9571	91604041	876742270411
9522	90668484	863345304648	9572	91623184	877018117248
9523	90687529	863617338667	9573	91642329	877294015517
9524	90706576	863889429824	9574	91661476	877566971224
9525	90725625	864161578225	9575	91680624	877841984375
9526	90744676	864433783576	9576	91699776	878117054976
9527	90763729	864706046183	9577	91718929	878392183963
9528	90782784	864978305952	9578	91738084	878667368562
9529	90801841	865230742889	9579	91757241	878942611539
9530	90828908	865323177000	9580	91776400	879217912900
9531	90839961	865795668291	9581	91799561	879493269941
9532	90859024	866668216768	9582	91814724	879768685368
9533	90878089	866340822437	9583	91833889	880044158287
9534	90897155	866613485304	9584	91853056	880319688794
9535	90916225	866886205375	9585	91872225	880595276625
9536	90935296	867158982656	9586	91891396	880870922956
9537	90954369	867431817153	9587	91910569	881146625003
9538	90973444	867704708872	9588	91929744	881422385472
9539	90992521	867977657819	9589	91948921	881698203469
9540	91011608	868230664000	9590	91968100	881974079000
9541	91035681	868523727421	9591	91987281	882250012071
9542	91049764	868790848088	9592	92006464	882526002688
9543	91088849	869070026007	9593	92025649	882802050857
9544	91087938	869341261184	9594	92044836	883078156584
9545	91107025	869616533625	9595	92064025	883354319875
9546	91128116	869889903336	9596	92083216	883630540736
9547	91145209	870163310323	9597	92102409	883906819173
9548	91164304	870436774592	9598	92121604	884183155192
9549	91183401	870710296149	9599	92140801	884459548799
9550	91202500	870983875000	9600	92169000	884736000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
9601	92179201	885012508801	9651	93141801	898911521451
9602	92198404	885289075208	9652	93161104	899190975808
9603	92217609	885565699227	9653	93186409	899476488077
9604	92236816	885842380864	9654	93199716	899750058264
9605	92256025	886119130125	9655	93219025	900029680375
9606	92275236	886395917016	9656	93238336	900369372416
9607	92294449	886672771543	9657	93257649	900589116395
9608	92313664	886949683712	9658	93276964	900868918312
9609	92332881	887226653529	9659	93296281	901148778179
9610	92352100	887503681000	9660	93315600	901428696000
9611	92371325	887780766131	9661	93334921	901708671781
9612	92390544	888057908928	9662	93354244	901988705528
9613	92409769	888335109397	9663	93373569	902268797247
9614	92428996	888512367544	9664	93392893	902548946944
9615	92448225	888889683375	9665	93412215	902829154625
9616	92467456	889167056896	9666	93431556	903109420296
9617	92486689	889444488113	9667	93450889	903389743963
9618	92505924	889721977032	9668	93470224	903670125632
9619	92525161	889999523659	9669	93489501	903950565309
9620	92544406	890277128100	9670	93508900	904231063000
9621	92563641	890554790061	9671	93528141	904511618711
9622	92582884	890832509848	9672	93547584	904792232448
9623	92602129	891110287167	9673	93566929	905072964217
9624	92621376	891388122624	9674	93586276	905353634024
9625	92640625	8916600013015	9675	93605625	90563421875
9626	92659876	891944966376	9676	93624976	905915267776
9627	92679129	892221974883	9677	93644329	906196171733
9628	92698384	892500041152	9678	93663084	906477133752
9629	92717641	892778165189	9679	93683041	906758153839
9630	92736900	893056347000	9680	93702480	907039232000
9631	92756161	893334586591	9681	93721761	907320368241
9632	92775424	893612883968	9682	93741114	907601562568
9633	92794689	893891139137	9683	93766489	907882814987
9634	92813996	894169652104	9684	93779856	908164125504
9635	92833229	894448122875	9685	93799225	908446494125
9636	92852496	894726651456	9686	93818596	908726920856
9637	92871769	895005237853	9687	93837969	909008405703
9638	92891044	895283882072	9688	93857344	909289948672
9639	92910321	895562584119	9689	93876721	909571549769
9640	92919600	895841344000	9690	93896180	909853209000
9641	92948881	896120161721	9691	93915481	910134926371
9642	92968164	896399037288	9692	93934864	910416761888
9643	92987449	896677970707	9693	93954449	910698535557
9644	93006736	896996961984	9694	93973636	91098047384
9645	93026025	897236011125	9695	93993025	911262377375
9646	93045316	897515118136	9696	94012416	911544385536
9647	93064009	897794283023	9697	94031809	911826451873
9648	93083904	898073505792	9698	94051204	912108576392
9649	93103201	898352786449	9699	94076601	912390759099
9650	93122500	898632125000	9700	94090000	912673600000

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
9701	94109401	912955299101	9751	95082001	927144591751
9702	94128804	913237656408	9752	95101504	927429867008
9703	94148209	913520071927	9753	95121009	927715200797
9704	94167616	913802545664	9754	95140516	928000593064
9705	94187025	914085077625	9755	95160025	928286043875
9706	94206436	914367667816	9756	95179536	928571553216
9707	94225849	914650316243	9757	95199049	928857121093
9708	94245264	914931022912	9758	95218564	929142747512
9709	94264681	915215787829	9759	95238081	929428432479
9710	94284100	915498611000	9760	95257600	929714176000
9711	94303521	915781492431	9761	95277121	929999978081
9712	94322944	916064432128	9762	95296644	930285838728
9713	94342369	916347430097	9763	95316169	930571757947
9714	94361796	916630486344	9764	95335696	930857735744
9715	94381225	916913600875	9765	95355225	931143772125
9716	94400656	917196773696	9766	95374756	931429867096
9717	94420089	917480004813	9767	95394289	931716020663
9718	94439524	917763294232	9768	95413824	932002232832
9719	94458961	918046641959	9769	95433361	932288503609
9720	94478400	918330048000	9770	95452900	932574833000
9721	94497841	918613512361	9771	95472441	932861221011
9722	94517284	918897035048	9772	95491984	933147667648
9723	94536729	919180616067	9773	95511529	933434172917
9724	94556176	919464255424	9774	95531076	933720736824
9725	94575625	919747953125	9775	95550625	934007359375
9726	94595076	920031709176	9776	95570176	934294040576
9727	94614529	920315523583	9777	95589729	934580740433
9728	94633384	920599396352	9778	95609284	934867578952
9729	94653441	920883327489	9779	95628841	935154436139
9730	94672900	921167317000	9780	95648400	935441352000
9731	94692361	921451364891	9781	95667961	935728326541
9732	94711824	921735471168	9782	95687524	936015359768
9733	94731289	922019635837	9783	95707089	936302451687
9734	94750756	922303858904	9784	95726656	936589602304
9735	94770225	922588140375	9785	95746225	936876811625
9736	94789696	922872480256	9786	95765796	937164079656
9737	94809169	923156878553	9787	95785369	937451406403
9738	94828644	923441335272	9788	95804944	937738791872
9739	94848121	923725850419	9789	95824521	938026236069
9740	94867600	924010424000	9790	95844100	938313739000
9741	94887081	924295056021	9791	95863681	938601300671
9742	94906564	924579746488	9792	95883264	938888921088
9743	94926049	924864495407	9793	95902849	939176600257
9744	94945536	925149302784	9794	95922436	939464338184
9745	94965025	925434168625	9795	95942025	939752134875
9746	94984516	925719092936	9796	95961616	940039990336
9747	95004009	926004075723	9797	95981209	940327904573
9748	95023504	926289116992	9798	96000804	940615877592
9749	95043001	926574216749	9799	96020401	940993909399
9750	95062500	926859375000	9800	96040000	941192000000

Tabula Numerorum,

Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.	Radices.	Qua-dra-ti.	Cubi.
9801	96059601	941480149401	9851	97042201	955962722051
9802	96079204	941768357608	9852	97061904	956253878208
9803	96098809	942056624627	9853	97081609	956545093477
9804	96118416	942344950464	9854	97101316	956836367864
9805	96138025	942633335125	9855	97121025	957127701375
9806	96157636	942921778616	9856	97140736	957419094016
9807	96177249	943210280943	9857	97160449	957710545793
9808	96196864	943498842112	9858	97180164	958002056712
9809	96216481	943787462129	9859	97199881	958293626779
9810	96236100	944076141000	9860	97219600	958585256000
9811	96255721	944364878731	9861	97239321	958876944381
9812	96275344	944653675328	9862	97259044	959168691928
9813	96294969	944942530797	9863	97278769	959460498647
9814	96314596	945231445144	9864	97298496	959752364544
9815	96334225	945520418375	9865	97318225	960044289625
9816	96353856	945809450496	9866	97337956	960336273896
9817	96373489	946098541513	9867	97357689	960628317363
9818	96393124	946387691432	9868	97377424	960920420032
9819	96412761	946676900259	9869	97397161	961212581909
9820	96432400	946966168000	9870	97416900	961504893000
9821	96452041	947255494661	9871	97436641	961797083311
9822	96471684	947544880248	9872	97456384	962089422848
9823	96491329	947834324767	9873	97476129	962381821617
9824	96510976	948123828224	9874	97495876	962674279624
9825	96530625	948413390625	9875	97515625	962966796875
9826	96550276	948703011976	9876	97535376	963259373376
9827	96569929	948992692283	9877	97555129	963552009133
9828	96589584	949282431552	9878	97574884	963844704152
9829	96609241	949572229789	9879	97594641	964137458439
9830	96628900	949862087000	9880	97614400	964430272000
9831	96648561	950152003191	9881	97634161	964723144841
9832	96668224	950441978368	9882	97653924	965016076968
9833	96687889	950732012537	9883	97673689	965309068387
9834	96707550	951022105704	9884	97693456	965602119104
9835	96727225	951312257875	9885	97713225	965895229125
9836	96746826	951602469056	9886	97732996	966188398456
9837	96766569	951892739253	9887	97752769	966481627103
9838	96786244	952183068472	9888	97772544	966774915072
9839	96805928	952473456719	9889	97792321	967068262369
9840	96825600	952763904000	9890	97812100	967361669000
9841	96845281	953054410321	9891	97831881	967655134971
9842	96864964	953344975688	9892	97851664	967948660288
9843	96884649	953635600107	9893	97871449	968242244957
9844	96904336	953926283584	9894	97891236	968535888984
9845	96924025	954217026125	9895	97911025	968829592375
9846	96943716	954507827736	9896	97930816	969123355136
9847	96963409	954798688423	9897	97950609	969417177273
9848	96983104	955089608192	9898	97970404	969711058792
9849	97002801	955380587049	9899	97990201	970004999699
9850	97022500	955671625000	9900	98010000	970299000000

Quadratorum,& Cubicorum.

99.

Radices.	Qua-drati.	Cubi.	Radices.	Qua-drati.	Cubi.
9901	98029801	970593059701	9951	99022401	985371912351
9902	98049604	970887178808	9952	99042304	985669009408
9903	98069409	971181357327	9953	99062209	985966166177
9904	98089216	971475595264	9954	99082116	986263382564
9905	98109025	971769892625	9955	99102025	986560658875
9906	98128836	972064249416	9956	99121936	986857994816
9907	98148649	972358665643	9957	99141849	987155390493
9908	98168464	972653141312	9958	99161764	987452845912
9909	98188281	972947676429	9959	99181681	987750361079
9910	98208100	973242271000	9960	99201600	988047936000
9911	98227921	973536925031	9961	99221521	988345570681
9912	98247744	973831638528	9962	99241444	988643265128
9913	98267569	974126411497	9963	99261369	988941019347
9914	98287396	974421243944	9964	99281296	989238833344
9915	98307225	974716135875	9965	99301225	989536707125
9916	98327056	975011087296	9966	99321156	989834640696
9917	98346889	975306098213	9967	99341089	990132634063
9918	98366724	975601168632	9968	99361024	990430687232
9919	98386561	975896298559	9969	99380961	990728800209
9920	98406400	976191488000	9970	99400900	991026973000
9921	98426241	976486736961	9971	99420841	991325205611
9922	98446084	976782045448	9972	99440784	991623498048
9923	98465929	977077413467	9973	99460729	991921850317
9924	98485776	977372841024	9974	99480676	992220262424
9925	98505625	977668328125	9975	99500625	992518734375
9926	98525476	977963874776	9976	99520576	992817266176
9927	98545329	978259480983	9977	99540529	993115857833
9928	98565184	978555146752	9978	99560484	993414509352
9929	98585041	978850872089	9979	99580441	993713220739
9930	98604900	979146657000	9980	99600400	994011992000
9931	98624761	979442501491	9981	99620361	994310823141
9932	98644624	979738405568	9982	99640324	994609714168
9933	98664489	980034369237	9983	99660289	994908665087
9934	98684356	980330392504	9984	99680256	995207675904
9935	98704225	980626475375	9985	99700225	995506746625
9936	98724096	980922617856	9986	99720196	995805877256
9937	98743969	981218819953	9987	99740169	996105067803
9938	98763844	981515081672	9988	99760144	996404318272
9939	98783721	981811403019	9989	99780121	996703628669
9940	98803600	982107784000	9990	99800100	997002999000
9941	98823481	982404224621	9991	99820081	997302429277
9942	98843364	982700724888	9992	99840064	997601919488
9943	98863249	982997284807	9993	99860049	997901469657
9944	98883136	983293904384	9994	99880036	998201079784
9945	98903025	983590583625	9995	99900025	998500749873
9946	98922916	983887322536	9996	99920016	998800479936
9947	98942809	984184121123	9997	99940009	999100269973
9948	98962704	984480979392	9998	99960004	999400119992
9949	98982601	984777897349	9999	99980001	999700029999
9950	99002500	985074875000	10000	1000000000	1000000000000000

*JNDEX RERVM PRÆCIPVARVM,
earum præsertim quæ in Indice Capitum, & Propositionum non
comprehenduntur.*

A

- A** Descripta linea Pag. 69, Num. 1.
A Emula Quadratricis. Pag. 68. Prop. 2. Pag. 69, Num. 1.
E queponderantium inæqualium permutata proportio distantiarum. Pag. 140. N. 9. Pag. 141.
Aero-statica. Pag. 10. N. 20.
Algebra. Pag. 2, N. 4. Pag. 4. N. 7. Pag. 115, Ar. 5.
Architectonica Scientia. Pag. 19, Num. 42.
Arcuata figura. Pag. 87.
Arithmetica subdivisio. Pag. 3. N. 5.
Astrologia. Pag. 11, Num. 25. Pag. 12, 13.
Astronomia Subdivisio. Pag. 11, Num. 24.
Astronomia Observatrix. Pag. 13. N. 28.
 Systematica. Pag. 14. N. 29.
 Computatrix. Pag. 15, N. 32.

B

- B**areocolymbia. Pag. 9, N. 20.
Bareodynia. Ibidem.

C

- C**atoptrica. Pag. 7. N. 14.
Centrobaryca. Pag. 8, N. 18.
Centri definitio generalis. Pag. 21, N. 1.
Centrum Figuræ. Pag. 22, N. 3.
Centrum Magnitudinis. Pag. 22. N. 4.
Centri Gravitatis variæ definitiones. Pag. 22, 23.
 Tres illius species. Pag. 22. N. 8.

Centrum gravitatis Linearum dicit in cognitionem centri gravitatis planorum. Pag. 95 & 96, in Corollaris, & alibi passim.

Cent. gravitatis perimetri Sectoris circuli, quando sit in termino figuræ. Pag. 86 in Coroll.

Cent. gravitatis corporum mutatur, mutatis partibus. Pag. 139, Num. 4. Pag. 141, N. 11.

Centrum gravitatis plurium magnitudinum esse adhuc incognitum. Pag. 122, in Addit.

Centrorum gravit. quorundam compara-tio. Pag. 136.

Chorographia. Pag. 17. N. 37.

Cingulum qualis figura. Pag. 54. N. 1.

Circuli centrum esse etiam centrum gravitatis, & perimetri & plani, nova demonstratio. Pag. 83. prop. 11.

Circuli arcus centro gravit. dato, qua ratione habeatur centrum gravitatis complementi ad semicirculum. Pag. 72. in Corollaris. Pag. 81, Coroll. 3.

Qua ratione habeatur centrum gravit. ad similem arcum spectans. pag. 63.

Circuli arcu in gradibus dato, qua ratione ejus inveniatur centrum gravitatis. Pag. 81, Corol. 2. & 3.

Circulo proportionaliter in : & circum scriptarum figurarum, earundemque partium cent. gravit. invenire. Pag. 100. in Coroll. Pag. 101. in Scholio.

Circularium linearum centrum gravit. responderet centro gravit. planorum circularium. Pag. 107. Corol.

Circuli Sector ad peripheriam. pag 85. N. 1.

Circuli arcum in quamvis proportionem secare. Pag. 71, Coroll. 1.

Circulo inscribere quodcumque Polygo-num regulare. Pag. 71. Coroll. 2.

Corona qualis figura plana. Pag. 88. in fine.

Corpora regularia aucta, & imminuta. Pag. 128. initio.

Cossa, vide Algebra.

Cosmographia, vide Astronomia.

Cubi ad Sphæram proportio. Pag. 143, N. 16.

D

Deangula figura. 88. N. 7.

Demonstratio nova Propos. 6 & 7. Libri I. **E**quiperpondentium Archimedis. Pag. 34.

Diocatoptrica. Pag. 7. N. 16.

Dioptrica. Pag. 7. N. 15.

F

Fili metallini auxilio invenire centrum gravitatis linearum. Pag. 134, 135.

Fluxus & refluxus Maris. Pag. 143, N. 19.

Frustum Circuli. Pag. 85, N. 1.

Ellipticum. Pag. 113.

Parabolicum. Pag. 113.

I N D E X.

G.

- Geographia Subdivisio. Pag. 17. N. 36.
 Geographia Graphica. Pag. 17, N. 38.
 Geometria Subdivisio. Pag. 3, N. 4.
 Gnomonica. Pag. 18, N. 40.
 Gravitatis centrum, vide Centrum.
 Gravia tendere ad Centrum Vniversi.
 Pag. 138.
 Gravia non gravitare nisi sub se habeant
 corpus levius sc. Pag. 146, N. 4.
 Gravitas sumi debet in ordine ad exten-
 sionem. Ad Postulat. 1. Pag. 25. N. 2.
 & 3.
 Gravitatis auctio , sine augmento ex-
 tensionis. Ad Postul. 3. Pag. 27. N. 2
 & 3.

H.

- Harmonica proportio in numeris, pun-
 etorum, linearum , & superficierum
 Cubi. Pag. 136.
 Harmonicam proportionem servant
 centra gravitatis linearum , superfi-
 cierum , & corporum , in Pyramidi-
 bus. Pag. 136.
 Homogeneorum lex servanda in Analyti-
 Potestatum. Pag. 179.
 Hydatholcia. Pag. 9, N. 20.
 Hydrographia, vide Nautica.
 Hydrostatica. Pag. 9. N. 20.
 I.

- Irroropostatica. Pag. 8, N. 18.
 L.

- Laminæ metallinæ centrum gravitatis
 invenire. Pag. 133, 134.
 Linea non potest æquiponderare super-
 facie, neque hæc corpori. Ad Postul.
 3. Pag. 26. N. 1.
 Neque commune habere possunt
 centrum gravitatis. Pag. 32 , Co-
 roll. 2.
 Linea curua æquiponderare potest re-
 stæ. Ad Postul. 1. pag. 26. N. 3.
 Lineis æque convenit gravitas, atq; su-
 perficiebus Ad Propos. 7. Archimedis,
 Pag. 34 , & alibi.
 Linearum curvarum centrum gravitatis
 existere ex parte cava. Pag. 36. in Co-
 roll. Pag. 57.
 Linearum rectarum æqualium , arcibus
 circuli inscriptarum, diversarumque
 multitudinum, habitudo communi-
 um centrorum gravitatis inter se.
 pag. 43. 44. in Coroll.

Linearum centra gravitatis quomodo
 ad Superficies , & Corpora transfe-
 rantur. Pag. 107, Coroll. Pag. 130. in
 Scholio.

Logarithmis præfertur Tabula Quadra-
 torum & Cuborum , in extractione
 Radicum. Pag. 197.

Logarithmi pro numeris absolutis 5 fi-
 gurarū constructi, quomodo exhibe-
 ant numeros 10 figurarum. Pag. 201.
 Lunula quæ , & quotuplex. Pag. 86.
 Lunula Ellipticæ. pag. 121, in Scholio.

M.

- Magneticæ Philosoph : Auctor. Pag. 144.
 Magneticæ vis in Terra Pag. 146. N. 5.&c.
 Mathematicæ Subdivisio. Pag. 1. N. 1. 2.
 Mathematicæ Scientiæ Speculativæ , &
 Practicæ. pag. 2. N. 3.
 Mathematicæ Scientiæ mixtæ , & subal-
 ternatæ. Pag. 5. N. 8.
 Mathematicarum Scientiarum Ordo &
 Subdivisio. Pag. 20.
 Maxima & minima recta,in Quadratrice,
 & Adscriptis. Pag. 69. N. 1.
 Mechanica Scientia practica. Pag. 8. N.
 19.

Motus Perpetuus. Pag. 19. N. 43.

Multangulum Sectori , & Segmento pla-
 nè inscriptum. Pag. 94. 96.

Multangulorum circuli partibus in : vel
 circumscriptarum centrum gravita-
 varijs modis invenire. Pag. 95. in Co-
 rollarijs.

Multiplicatio in se. Pag. 155.

N:

Nautica. Pag. 17. N. 39.

Numerus Altera parte longior. Pag. 221.

- Cubicus. Pag. 153, 154.
 Figuratus. Pag. 153, 212.
 Planus. Pag. 153, 212.
 Polygonus. Pag. 212.
 Quadratus. Pag. 153, 154.
 Semiquadratus. 186.
 Solidus. Pag. 153.
 Sursolidus. Pag. 154.

Numerorum Quadratorum, & Cùbico-
 rum proprietates. Pag. 183.

O.

Optica , ejusque partes. Pag. 5, 6, 7.

Ovalis figura. Pag. 88 , N. 7. Pag. 109.
 Num. 2.

P.

- P.
- Paradoxa de Quadratura Circuli. Pag. 67, N. 2.
- Parallelogrammi Centrum gravitatis 4 modis inventire. Pag. 92. in Coroll.
- Penetratio quantitatis. Pag. 27. N. 2. 3.
- Perimeter Corporum quis, & quotuplex. Pag. 123.
- Perpetuæ, vide Optica.
- Planorum rectilineorum centra gravit. invenire, per Regulam universalem. Pag. 91. in Scholio.
- Polygonographia, sive inscriptio omnium Multangulorum regularium in circulo. Pag. 71. Coroll. 2.
- Polygona regularia idem habent centrum gravit. & Perimetri, & Plani, quod idem centrum est etiam figuræ. Pag 49 in Coroll.
- Polygonorum numerorum genera & nomina. Pag. 212.
- Eos oriri ex Progressionibus Arithmeticis. Pag. 214.
- Polygonorum Primorum figuræ qualcs sint, & quomodo fiant. Pag. 213.
- Polygoni Secundi componuntur ex Prismis. Pag. 225.
- Eorundem figuræ, & constructio. pag. 223, 224.
- Postulata Archimedis quintum & 8, universalius proponuntur. 28, 29.
- Octavum nullam committit Tautologiam. pag. 29.
- Potestas & Potentia quid. Pag. 153.
- Potestatum generatio. pag. 154, 155.
- Illarum Gradus & Radices. Pag. 154.
- Quomodo se habeant in Progressionibus Geometricis. pag. 154.
- Progressionum Arithmeticarum aliquot Proprietates. Pag. 215.
- Illarum præcipua quatuor, & quomodo ex tribus datis, habeatur quartum. Pag. 216.
- Proportionalibus Instrumentis inscribere lineas Geometricas, & Stereometricas. Pag. 187, 192.
- Prospectivæ Subdivisio. pag. 5. N. 9.
- Puncta quomodo admittant centrum gravitatis. Pag. 37. &c.
- Quadratricis Lineæ Principium & Finis. pag. 69, N. 1.
- Ipsius Emula, & Adscripta quæ. Pag. 68, 69.
- Quæ dicantur esse similes. Pag. 77.
- Prop. 8.
- Ejus ultimum punctum esse centrum gravit. semiperipherie circuli; ut & pluralitas Quadratricum, novum est inventum. Pag. 67. N. 4.
- Continuatam, esse unam ex Asymptotis. Pag. 76. Coroll.
- Quomodo caret Principio & Fine. Pag. 76, Coroll. 2.
- Ejus auxilio datur cuiusvis arcus centrum gravitatis. Pag. 80. in Coroll.
- Eiusdem in magna Tabella descriptæ usus. pag. 82 in Coroll.
- Quadratum militare Arithmeticum, & Geometricum. pag. 204. N. 5.
- Quadrati & quadranguli auctio, per continuam circumpositionem gnomonis. pag. 207, 208.
- Quadratura Circuli multos frustra occupavit. pag. 66. N. 1. 3.
- Eam esse scibilem. pag. 66. N. 2.
- Eandem dari, si detur cent. gravit. segmenti linea circularis. pag. 68. in Coroll. pag. 83.
- Eadem qualiter decipiat Quadratorem. pag. 83.
- R.
- Radices Potestatum. pag. 154.
- Earum extractio. Pag. 155.
- Compendium per Logarithmos pag 198, &c.
- Radici Quadratae & Cubicae unam figuram facile adiucere. Pag. 190, 195.
- Radices numerorum Polygonorum que, & quomodo inveniantur. pag. 217, 220, 226, 227.
- Radicibus datis, ex ipsis componere Polygons. pag. 218, 227
- Radices ex numeris Altera parte longioribus, & contra ex Radicibus, hujusmodi numeros invenire. pag. 22.
- S.
- Sectorum circuli in proportione dupla, & subdupla centra gravit. compendiose invenire. Pag. 130, 131.
- Sectoribus Sphære idem accommodatur. pag. 131.
- uricula, seu Securicula qualis figura. Secgap. 87.

I N D E X.

Securicula Elliptica. pag. 121 in Schol.	Tabula Radicū & Numerorū Poligonum Primorum. Pag. 214.
Sphæræ portionum centri gravit. inventio. pag. 130. in Scholio.	Secundorum. Pag. 226.
Statica ejusque Subdivisio. Pag. 8.	Tabula Radicum & Numerorum Altera parte Longiorum. Pag. 221.
T.	V.
Tabulæ structura, ex qua defumantur centra gravit. arcuum circuli. Pag. 63, Coroll. N. 2.	Virgæ mensoriæ seu Stereometricæ quot puncta, seu divisiones ex Tabulis Quad. & Cuborum commodè suscipiant, Pag. 190, 195.
Tabula Radicum, Potestatum, & earundem Charactrum. Pag. 154.	Virgarum Cubicarum in Austria usus. Pag. 194.
Tabula Potestatum earum, quarum Radices digitii sunt. Pag. 159.	Vranoscopia, sive Vranographia, vide Astronomia.
Tabula Compositionis & Resolutionis Potestatum. Pag. 160.	
Tabula constructioni Virgarum Cubicarum serviens. Pag. 196.	

PARS VLTIMÆ PROPOSITIONIS LIBRI, DE CENTRO GRAVITATIS SOLIDORVM, FED. COM mandini, per transpositionem verborum correcta, à Ioanne Francisco Iustiniano.

E R R O N E A

In fine Propositionis. —, quam dempto quadrato minoris basis à duabus tertijs quadrati majoris, habet id, quod reliquum est una cum portione à tertia quadrati majoris parte dempta, ad reliquam ejusdem tertiae portionem.

In fine Demonstrationis. —. quare dempta ad quadrato à duabus tertijs quadrati bc, erit id, quod relinquitur una cum dicta portione tertiae partis ad reliquam ejusdem portionem, ut cl ad lf. Cum igitur. &c.

C O R R E C T A.

quam dempto quadrato minoris basis à duabus tertijs quadrati majoris, una cum portione à tertia quadrati majoris parte dempta, habet id, quod reliquum est, ad reliquam ejusdem tertiae portionem.

Quare dempto ad quadrato à duabus tertijs quadrati bc una cum dicta portione tertiae partis, erit id, quod relinquitur, ad reliquam ejusdem portionem, ut cl ad lf.



ER-

Erratorum precipiorum Correccio.
 Reliqua enim, quæ Lectorem prudentem minus morantur, studio
 omissa sunt.

Pag.	vers.	Errata.	Correcta.	Pag.	vers.	Errata.	Correcta.
2	12 à fine.	contenta	contentæ	183	sub fine,	adde.	5. Numerus cuius
25	11 à fine.	G vicem	C vicem			vltima figura est 5, & penultima alia quam 2, vel 7; nec	est Cubus.
27	1	C A P U T I.	C A P U T . II.				5. Numerus par,
27	3	aliquæ,	aliquæ lineæ,			qui per 8 non est numerabilis; non est Cubus.	
27	18	linea	lineæ			2,500 ; 833 ; 2,500 ; 833,	
29	4 à fine.	majori	minoris			478, &c. 478 &c.	
33	5 à fine.	hoc libro	hac propositone			Bachetem Bachetum	
41	17	BC	BD	184	23	partiū 5000) partiū 2000)	diameter in diameter in
44	29	punctum l	punctum L			1000	100
44	13 à fine.	triangulos	triangulo	184	25	quaæ	quaæ
46	8 à fine.	FB, quarum	FB, (in figuris recte	188	9	ab plura	ad plura
		CF, FB, ob confusionem vitandam	188			(Secundæ tamē	
		omissæ sunt)				men auctæ aucta	
46	5 à fine.	HK	hk	189	10	adedito	addito.
47	14	Dhk	Dhk	191	6 à fine.		
47	4	ita in illis,	ita in illis, AM	218	4		
47	25	ita in illis, AM	ita in illis,				
52	14 à fine.	septima	octava	220	8 à fine.		
60	17	intra p	intra p				
60	8 à fine.	nomi	vltimi				
60	7 à fine.	vltr	hor (midiametri				
60	5 à fine.	ad semidiametrum	ad longitudinē le-				
63	11 à fine:	diametro	semidiametro				
72	2	Hd,	HV,				
72	12 à fine.	habebitur AT	habebitur AT				
72	12 à fine	ea AT	ea AT				
74	25	TPDGQ	TPDGQ				
76	14	codem	eadem				
77	2	Sit data	Sit, in eadēm Superiori figura data				
84	6 à fine.	cap. 2.	cap. 5.				
85	9 à fine.	HT recta	HT recta				
86	18 à fine.	ABCDV AEGFA	Littera V delenda				
93	15	iphis	ab iphis				
96	8	applicare (ti. EF applicari (nori FI					
102	7	G majori &c. mino-	GI majori &c. mi-				
111	20	recta NF	recta NF				
112	10 à fine.	& EK	& GK (ei figura				
116	10	Sit deinde	Sit deinde in sequē-				
130	6 à fine	Capite sexto	Capite quinto				
133	10 à fine.	3. Quod	4. Quod				
135	19	quaæ ratione	quam ratione				
147	2	proprius ad	propius ad				
156	3 à fine.	lila,	illa				
159	8	præfixisti.	præfixisti. Quando				
		Residuum paucarum est figurarum;					
		hoc est, quinq; tantum, vel pauciorū;					
		Radici inventæ per Logarithmos par-					
		vo labore adijcere poteris, numerato-					
		rem fractionis deceth figurarum, pe-					
		ea quaæ infra docturi sumus, Capite 7.					
162	17	gulares sunt.	gulares sunt (qui				
		numeri quomodo generentur, vide					
		infra Cap. 9.)					
163	6	Cuborum.	Quadratorum.				
167	in Tabu.	Q28 &c.	928 &c.				
171	16	53	35				
182	5	99, 08 &c.	99, 98 &c.				
182	7	120, &c.	20, &c.				
183	N. 7.	lis; non est Quadratus. lis; non est	Quadratus. Par autem numerus quivis,				
		qui per 4 non est numerabilis; nec	qui per 4 non est numerabilis; nec				
		ipse Quadratus est.	ipse Quadratus est.				

In Figoris

Pag. 36, deest recta FK.
 Pag. 41, quaæ figura sapius
 reperuntur, in media,
 prope A deest. Intertia
 inter E & F, deest T. Et
 supra p & u deest t.
 Pag. 52 littera F fracta est.
 Pag. 55, 38 deest pars linea
 KO.

Pag. 10, in prima figura de-
 est linea AD.
 Pag. 114 loco hujus figura,
 ea quaæ habetur pagina
 112 repetenda est.

J.R. 30.X.

Amherst 34 X.

