

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`



Digitized by Google

6^{ue}. inter Mathematicos in 4°.
Arm: 11°. tab. 3^a. num. 10.

Digitized by Google

14343
Sc. 8. 2 bis f. 1271

Théodose de Cyzique

Digitized by Google

J'ay emprunté ce Livre de [illegible]
[illegible]

Digitized by Google

341483

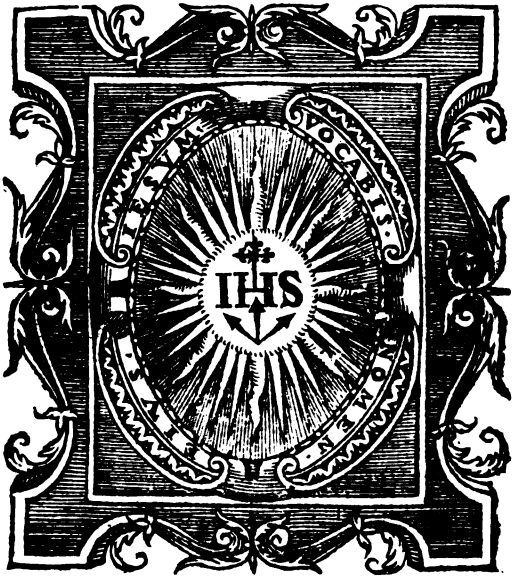
THEODOSII TRIPOLITAE SPHAERICORVM LIBRI III.

A CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERgenſi Societatis IESV

PERSPICVIS DEMONSTRATIONIBVS,
ac ſcholijs illuſtrati.

Item Eiuſdem

CHRISTOPHORI CLAVII
SINVS. LINEAE TANGENTES. ET SECANTES.
TRIANGVLA RECTILINEA. ATQVE SPHAERICA.



BIBLIOTHEQUE DE LA VILLE DE LYON

ROMAE,
Ex Typographia Dominici Baſæ. M. D. LXXXVI.
PERMISSV SVPERIORVM.

Digitized by Google

Digitized by Google

ILLVSTRISS. ET EXCELL. PRINCIPI,

DOM. IACOBO BONCOMPAGNO, Duci Soræ, & Marchioni Vignolæ,&c.

CHRISTOPHORVS CLAVIVS è Societate IESV. S. P. D.



QVANTVM sit, Illustrissime Princeps, ad perfectam Mathematicorum scientiam in sphęricis Elementis, & in Sinuum, linearumq; Tangentium atque Secantium, & in tota denique Triangulorum disciplina momenti, nemo melius intelligit, mea quidem sententia, quam qui in rerum cęlestium cognitionem neruos omnes intendit. Nam nec Orbium globorumve cælestium, nec siderum seu quæ vocantur errantia, seu quæ infixa sunt cælo, cursus ac magnitudo (quæ vna omnium iucundissima, & ad decus aptissima scientia est) sine eorum ope ac beneficio teneri potest. Locupletissimus testis est excellenti doctrina vir Ptolemæus eo libro, quem Constructionem magnam inscripsit: vbi quic-

Digitized by Google

quid ad cæleſtem doctrinam pertinet, id omne vel ſphæricis ex elementis, vel ex triangulorum doctrina, vel ex arcuum denique chordis (vnde omnis Sinuum, omnis linearum Tangentium ac Secantium diſciplina manauit) peracute demonſtrat: vt fruſtra laborem operamq; ſuſcipiat, quiſquis hoc ſine præſidio Demonſtrationes illas conetur attingere. Mitto quanta in Gnomonica, quanta in Coſmographia, Geodæſia, & vniuerſa pene Geometria earum rerum ſit opportunitas: ne aut in re perſpicua ſim multus, aut aliena diſputatio videatur. Quocirca fatebor, quod res eſt, Sapientiſſime Princeps, multas me annorum vigilias ac labores pro eo amore, quo ad Mathematicas voluptates incendor, in earum, quas dixi, rerum planam ac ſolidam cognitionem contuliſſe: & lucubrationes quaſdam ſepoſuiſſe, meos duntaxat in vſus. Verum vt eruditorum, & eorum, qui ſcripta noſtra tractabant, Gnomonica præſertim, vbi Sinuum, Triangulorum, cæterarumq; rerum frequens incidit mentio, poſtulationi concederem; commode me facturum exiſtimaui, ſi quæ priuatos in vſus temere collegiſſem, ea in ordinem adducta, & in vnum quaſi coacta corpus in commune conferrem: Et commentarios hoſce in tres Theodoſij Tripolitæ libros de ſphæricis elemẽtis, vna cum demon-

Digitized by Google

demonſtrationibus noſtris Sinuum, linearum Tangentium atque Secantium, præcipueq; Triangulorum tam Rectilineorum quam Sphæricorum diſciplina, paterer in apertum lucemq; proferri. Quæ quidem peropportuna mihi viſa res eſt ad declarandam noſtram in te voluntatem, perpetuamq; beneuolentiam, ſi cum tui nominis inſcriptione diuulgarem. Quibus enim titulis labores noſtros cohoneſtemus, niſi eorum virorum, qui vel eiuſdem ſtudij delectatione ducuntur, vel eas res, in quibus elaboramus, ſuo pondere momentoq; perpendunt? Scientiæ comes iucunditas eſt, & ea demum ſunt pretia rerum, quæ ſtatuerit cuiuſque cognitio. Tu Mathematicorum ſcientia præſtas, atq; idcirco mirificas inde voluptates hauris. Apud te maximo ſemper in pretio atque in honore fuit, quia quanti facienda eſſet, eius diuturnus vſus tractatioq; te docuit. Accedit, quod cum Societati noſtræ gens tua tot iam ſummæ liberalitatis officia tribuerit, vix videtur ſummam ingrati animi notam effugere poſſe, niſi cum ſe dedit occaſio, aliquid aliquando retribuat. Extant Gregorianæ liberalitatis quam ampliſſima monumenta: extant eius de Societate noſtra iudicia perhonorifica: Iura data atque amplificata. Conceſſæ immunitates: Collegia familiæ noſtræ in vltimis

Digitized by Google

mis etiam terrarum partibus excitata. quæ omnia, quantum tuo ſimus obſtricti nomini, non modo ijs, qui nunc ſunt, ſed omnibus etiam poſteris teſtabuntur. Quare quî poteram in quærendis honeſtis titulis operibus meis te, Princeps Ampliſſime, præterire? Appareat igitur in tuo nomine munuſculum hoc vigiliarum mearum tenue illud quidem & perexiguum: ſed tamen eiuſmodi, quod & noſtra in te ſtudia, & tua in nos officia grata quadam ſignificatione memoriæ cunctis gentibus patefaciat. Romæ Octauo Id. Decemb. M D LXXXV.

ERRA-

Digitized by Google

ERRATORVM CORRECTIO.

Pag.	Lin.	Errata.	Correctiones.
29.	22.	Quoniam igitur in	Quoniam in
36.	30.	atque punctum E,	atque punctum F,
44.	20.	Quod ſecundo loco	Quod primo loco
47.		Secunda figura cum prima paginæ 48. locum permutet.	
48.		Prima figura cum ſecunda paginæ 47. locum commutet: & in tertio caſu demonſtrationis adhibeatur ſecunda figura paginæ 48.	
48.	11.	A D C, B E.	A D C, G H.
54.	42.	& arcus C H,	& arcus C N,
58.	13.	incidant.	indicant.
61.	6.	arcus ſingulorum	arcus ſingulos
64.	4.	I O, I B.	I O, I P.
64.	4.	in margine pro [12. 1. huius] lege [12. huius]	
64.		linea antepenultima, in margine apponatur [22. huius.]	
65.	12.	ad minorem	ad maiorem
67.	6.	maiorem eſſe	minorem eſſe
69.	3.	per C,	per D,
70.	35.	A F C,	A F G.
75.	22.	F B, circuli minoris	F B, circuli maioris
77.	5.	quorum	quarum
77.	ultima.	& K L,	& K X,
80.	10.	Si igitur ſphæra	Si igitur in ſphæra
109.	30	in margine apponatur [14. quinti.] immediate ſupra [34. primi]	
112.		prope finem in margine pro [33. primi.] reponatur [34. primi.]	
127.		infra lineam vltimam pro [D F,] ponatur [H L.]	
170.	7.	Si o.	Si 60.
172.	43.	vel partem	vel per partem
176.	21.	quæ rectæ F E,	quàm rectæ F E,
187.		infra vltimam lineam pro [TABV] reponatur [L I N E Æ]	
188.	1.	L I N Æ	L I N E Æ
189.	2.	C A C,	C A D,
197.	28.	tangentem arcus	ad tangentem arcus
In tabulis tangentium, & ſecantium pag. 203. 209. 211. 221. 223. 225. 227. 233. 235. 237. 247. 249. 253. 255. 263. in margine dextro pro [39] ſcribe [29]			
In tabula ſecantium pag. 252. ſub gradu 14. è regione minuti 29. antepenultima littera, nempe 1. verſus dexteram debet eſſe 2.			
309.	17.	ſit angens B C,	ſi tangens B C,
315.	28.	differenua, hæc nempe	differentia hæc, nempe
322.	7.	in E.	in D.
334.	14.	ipſi D C, æqualis	ipſi D C, æquals
359.	5.	B C,	quàm B C,
374.	28.	propoſ. 45.	propoſ. 41. & 42.
375.	vltima.	propoſ. 45.	propoſ. 66.
377.	11.	propoſ. 45.	propoſ. 66.
377.	36.	C H,	C G,
378.	antepen.	propoſ. 45.	propoſ. 67.
388.	prima figura inuerſa eſt.		
395.	14.	triangulo ſphæricо	triangulo ſphærico rectangulo.
409.	1.	eſſe totum	eſſe ſinum totum
412.	25.	deleantur hæc verba [vt in propoſ. dictum eſt.]	
415.	16.	ad ſinum complemẽti,	ad ſinum arcus E F, hoc eſt, ad ſinum complementi.
433.	22.	theorema ſequens	problema ſequens.
446.	28.	arcu B Q,	arcu B K,
448.	30.	ſub A V, K V.	ſub A V, K Y,

Digitized by Google

ERRATORVM CORRECTIO.

Pag.	Lin.	Errata.	Correctiones.
471.	24.	arum B D,	arcum B D,
472.	penult.	angum	angulum
478.	21.	B D, notum	A D, notum
486.	3. & 10.	in margine pro [propos. 1.] ponatur	[propos. 2.]
492.	14.	vt æqualis.	fit æqualis.

Errata leuiora, quæ studio negleximus, prudens lector facilè emendabit.

Digitized by Google

THEODOSII TRIPOLITAE SPHAERICORVM LIBRI TRES.

PRAEFATIO.



VM & in Phœnicia, & in Africa vrbs, cui nomen Tripolis, à Geographis, atque Historicis describatur, certo non constat apud scriptores, vtra harum ciuitatum Theodosii patria fuerit. Quo item tempore floruerit, non satis inter eosdem conuenit: Non tamen leuis coniectura est, eum circa tempora Pompeij Magni vixisse: propterea quod eum simul cum Asclepiade medico (qui temporibus Pompeij Magni floruit, si Plinio credimus) in Bithynia floruisse scribit Strabo. Scripsit autem varia opuscula Mathematica, vt De Habitationibus, De Noctibus, & diebus, atque etiam tres hosce sphæ

A ricorum

ricorũ libros ſumma eruditione refertos, in quibus varias ſphæræ proprietates demõſtrat, quarum quidem cognitio magnopere eſt neceſſaria ad rerum cœleſtium doctrinam conſequendam. Etenim ſine his Aſtronomia ſuã dignitatẽ tueri nulla ratione poteſt: Gnomonice quoque, ſeu ratio horologiorum Solarium deſcribendorũ ex his maximè pendet. Adde quod & ad Geographiam, & ad Perſpectiuam rectè intelligendam non parum momenti habeant, vt interim alias vtilitates ſphæricorum elementorum taceamus.

QVONIAM verò duplex verſio Sphæricorum Theodoſii circumfertur, germana altera & propria Ioannis Penæ exemplari græco ad verbum reſpondens, altera Franciſci Maurolyci Abbatis Meſſanenſis ex traditione Arabum: nos priorem ſecuti ſumus, quæ nouem & quinquaginta propoſitionibus abſoluitur, inſeruimusq; varia ſcholia, quibus plurima theoremata neceſſaria, & ſcitu iucunda, à Theodoſio quidem omiſſa, ab Arabibus autem adiuncta, demonſtrauimus. In demonſtrationibus autem non ſumus ſecuti verba codicis Græci, ſed ſenſum, vt demonſtrationes ipſæ clariores fierent: adieci-

adiecimus q̃, nonnunquam corollaria quædam, & scholia, necnõ lemmata, vt illis vti possimus, quando res postulabit. In margine porro apposuimus numeros seriem propositionũ iuxta versionẽ Francisci Maurolyci referentes; vt facile à quouis propositiones Theodosii, quas nonnulli secundũ ordinẽ Arabũ citant, possint inueniri. Figuras quoque, quæ in græco exemplari extãt, plerunque negleximus, quòd illæ, quas Maurolicus pinxit, commodiores sint, & ad intelligendas res sphæricas multò faciliores. Postremo, ne demonstrationum cursus interrumperetur, citauimus propositiones Euclidis, & horum librorum in margine. Id quod & in sequentibus operibus obseruauimus. Citationes autem hoc modo intelligendæ sunt.

1. primi.	Prima propositio lib. 1. Euclid.	Coroll. 10. huius.	Corollarium propositionis decimæ huius lib.
18. vndec.	Decimaoctaua propositio lib. 11. Euclid.	Coroll. 1. 1. huius.	Corollarium propositionis primæ lib. 1. huius operis.
Coroll. 16. tertij.	Corollarium propositionis sextædecimæ lib. 3. Euclid.	Schol. 15. huius.	Scholium propositionis quintæ decimæ huius lib.
Coroll. 2. 33. sexti.	Corollarium secundum propositionis trigesimæ tertiæ sexti lib. Eucl.	Schol. 15. 1. huius.	Scholium propositionis quintæ decimæ lib. 1. huius operis.
Schol. 1. 2. octaui.	Scholium primum propositionis secundæ lib. 8. Euclid.	20. 1. Theod.	Propositio vigesimalib. 1. Theod.
4. huius.	Propositio quarta huius libri.	Coroll. 16. 1. Theod.	Corollarium propositionis sextædecimæ lib. 1. Theodosij.
12. 2. huius.	Propositio duodecima libri 2. huius operis.	Schol. 19. 1. Theod.	Scholium propositionis decimænonæ lib. 1. Theodosij.

Ex his aliæ citationes facilè percipientur, cum in omnibus eadem sit ratio.

Digitized by Google

THEODOSII SPHAERICORVM LIBER PRIMVS.

DEFINITIONES.

I

SPHAERA est figura solida comprehensa vna superficie, ad quam ab vno eorum punctorum, quæ intra figuram sunt, omnes rectæ lineæ ductæ sunt inter se æquales.

II.

Centrum autem Sphæræ, est eiusmodi punctū.

III.

Axis verò Sphæræ, est recta quædā linea per centrū ducta, & vtrinque terminata in sphæræ superficie, circa quā quiescentē circumuoluitur sphęra.

IIII.

Poli sphæræ sunt extrema puncta ipsius axis.

V.

Polus Circuli in Sphæra, est punctum in superficie sphæræ, à quo omnes rectæ lineæ ad Circuli circumferentiam tendentes sunt inter se æquales.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLIVM.

ADDITVR *in exemplari græco alia adhuc definitio, qua explicatur, quid sit planum ad planum similiter inclinari, atque alterum ad alterum. Sed quoniam inclinatio plani ad planum ab Euclide explicata est lib. 11. defin. 6. At vero, quando planum ad planum similiter inclinari dicitur, atque alterum ad alterum, eodem lib. defin. 7. declaratum est, statui eam omnino omittere hoc loco, & sequentem apponere non dissimilem definitioni 4. lib. 3. Euclidis, ita vt sextum locum obtineat.*

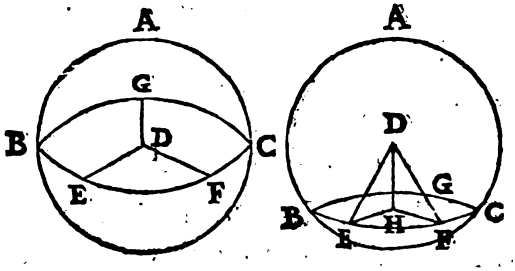
VI.

IN Sphæra æqualiter distare à centro sphæræ circuli dicuntur, cum perpendiculares, quæ à centro sphęrę in ipsorum plana ducuntur, sunt æquales. Longius autem abesse ille dicitur, in cuius planum maior perpendicularis cadit.

THEOREMA 1. PROPOS. 1.

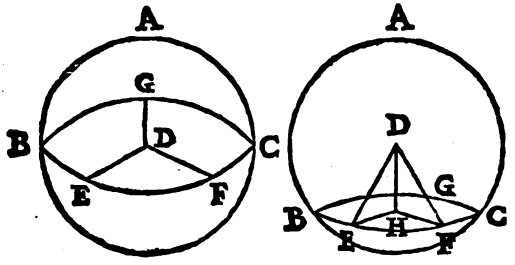
SI Sphærica superficies plano aliquo secetur, linea quæ fit in sphæræ superficie, est circumferentia circuli. 1.

SECETVR Sphærica superficies A B C, cuius centrum D, plano aliquo facicnte in superficie sphæræ lineam B E F C G. Dico B E F C G, circumferentiam esse circuli. Transeat enim primò planum secans per centrũ sphæræ D, ita vt D, sit in plano secante, in quo ex D, ad lineam factam B E F C G, ducantur lineæ rectæ quotcunque D E, D F, D G. Quoniam igitur omnes hæ lineæ ductæ, quotcunque fuerint, cum ex centro sphæræ ad eius superficiem cadant, inter se æquales sunt, erit, per defin. 15. lib. 1 Eucl. linea B E F C G, circumferentia circuli, cuius centrum D, idem quod sphæræ.



TRAN-

TRANSEAT deinde planum secans non per centrum sphæræ. Du-
11. vndec. catur autem ex D, centro sphæræ ad planum secans perpendicularis D H, emittãturq; ex H, rectę vtcunq; HE, HF, ad lineam B E F C G, & cõnectantur rectæ DE, DF. Quoniã igitur anguli DHE, DHF, recti sunt, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. erit tam quadratũ ex D E, quadratis ex DH, HE, quàm quadratũ ex D F, quadratis ex D H,



47. primi.

HF, æquale: Sunt autem quadrata ex D E, D F, inter se æqualia, quod & rectæ D E, D F, ex centro sphæræ in eius superficiẽ cadentes inter se æquales sint. Quadrata igitur ex D H, H E, simul quadratis ex D H, H F, simul æqualia erunt. Dempto igitur communi quadrato rectæ D H, reliqua quadrata rectarum H E, H F, inter se æqualia, & rectæ propterea H E, H F, inter se æquales erunt. Eodem argumento ostendemus, omnes lineas ex H, ad lineam B E F C G, cadentes esse æquales & inter se, & dictis duabus H E, H F. Linea ergo B E F C G, circumferentia erit circuli, ex defin. 15. lib. 1. Euclid. cuius centrum est punctum H, in quod perpendicularis D H, cadit. Quare si sphærica superficies plano aliquo secetur, &c. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

ITAQVE si planum secans per centrum sphæræ transierit, efficietur circulus idem centrum habens, quod sphæra. Si verò non per centrum transierit, efficietur circulus aliud habens centrum, quàm sphæra, illud videlicet punctum, in quod cadit perpendicularis ex centro sphætæ ad planum secans deducta. Nam semper demonstrabuntur lineæ rectæ cadentes ex hoc puncto in circumferentiam circuli esse æquales.

HOC EST.

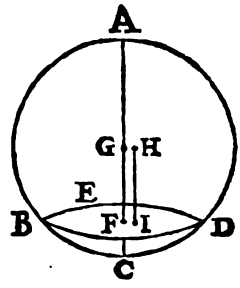
IDEM est sphæræ centrum, & circuli per sphæræ centrum traiecti. Et perpendicularis ducta à centro sphæræ in planum circuli per centrum sphæræ non traiecti, cadit in centrum circuli: quia punctum H, in quod perpendicularis D H, cadit, demonstratum est centrum esse circuli.

2. # PROBL. 1. PROPOS. 2.

DATAE Sphæræ centrum inuenire.

1. huius. SIT centrum inueniendum Sphæræ A B C D. Secetur eius superficies
2. tertij. plano quopiam faciente in ipsa lineam B D E, quæ circuli circumferentia
Coroll. 1. huius. erit. Sit huius circuli centrum F. Si igitur circulus B D E, per centrum sphæræ traijcitur, erit punctum F, centrum quoque sphæræ. Si verò per centrum
12. vndec. sphæræ non traijcitur, erigatur ex F, ad planum circuli B D E, perpendicularis

laris F G, quæ vtrinque ad ſuperficiem ſphæræ educta ad puncta A, C, ſecetur bifariam in G. Dico G, centrum eſſe ſphæræ. Si enim nõ eſt, ſit, ſi fieri poteſt, centrum H, ſecans diametros omnes bifariã, quod quidem in linea AC, nõ exiſtet, cũ ea in puncto G, ſolũ bifariã diuidatur, ſed extra illã. Demittatur ex H, centro ſphæræ ad planum circuli B D E, perpendicularis H I, quæ æquidiſtans erit lineæ F G; ac proinde in punctum F, non cadet: coirent em̃ tunc duæ parallelæ H I, G F, in F, puncto, quod fieri non poteſt. Quoniam verò perpendicularis ex centro ſphæræ in planũ circuli B D E, demiſſa cadit in eius centrum, erit I, centrum circuli B D E. Sed & F, ex conſtructione, centrum eſt eiuſdem circuli. Quod abſurdum eſt. Idem enim circulus vnum tantum habeat centrum neceſſe eſt. Non ergo aliud punctum præter G, centrum erit ſphæræ. Quare datæ ſphæræ centrum inuenimus. Quod faciendum erat.



11. vndec.
6. vndec.
Coroll. 1. huius.

COROLLARIVM.

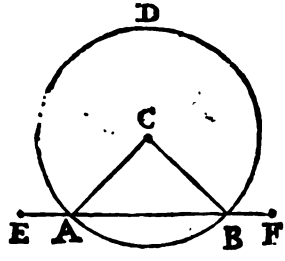
HINC conſtat, ſi in ſphæra ſit circulus non per centrum ſphæræ tranſectus, à cuius centro excitetur perpendicularis ad ipſius planum, in linea perpendiculari centrũ eſſe ſphæræ. Oſtenſum enim eſt, punctum G, quod perpendiculare A C, bifariã diuidit, eſſe ſphæræ centrũ.

THEOREMA 2. PROPOS. 3. 3.

SPHAERA planum, à quo non ſecatur, non tangit in pluribus punctis vno.

SI enim fieri poteſt, ſphæra planum, à quo non ſecatur, tangat in pluribus punctis vno, vt in A, & B. Inuento igitur C, centro ſphæræ, ducantur rectæ C A, C B: & per C A, C B, ducatur planum faciens quidem in ſuperficie ſphæræ circumferentiam circuli A B D, in plano autẽ ſecante rectam lineam E A B F. Quia igitur planũ tangens, in quo eſt recta E A B F, ſphæram non ſecat, atque adeò neque circulum A B D, in ſphęrę ſuperficie exiſtentem, ſit vt neq; recta E A B F, circulũ A B D, ſecet. Cadet ergo recta A B, tota extra circulũ. Quoniã verò duo puncta ſumpta ſunt A, B, in circũferentia circuli A B D, cadet eadem recta A B, à pũcto A, in punctũ B, ducta tota intra circulũ A B D. Quod eſt abſurdũ. Sphęra igit planũ, à quo nõ ſecatur, nõ tangit in pluribus pũctis vno. Quod erat demonſtrandũ.

2. huius.
1. huius.
3. vndec.
2. tertij.



COROLLARIVM.

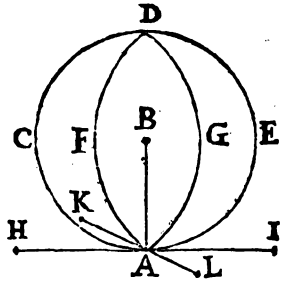
HINC fit, ſi duo puncta ſignentur in ſuperficie ſphæræ, rectam, quæ illa connectit, intra ſphæram cadere, quia videlicet cadit intra circulum, qui in ſphæræ ſuperficie circumferentiam habet. 2. tertij.

THEO-

Digitized by Google

4. ## THEOREMA 3. PROPOS. 4.

SI Sphæra planum tangat, quod eam non secet, recta linea ducta à centro sphæræ ad contactum, perpendicularis erit ad planum.

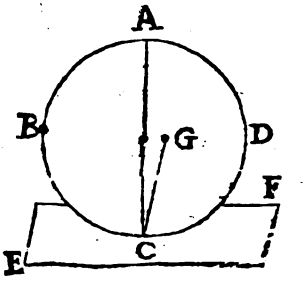


2. huius. 1. huius. 3. vndec. Coroll. 1. huius. 18. tertij. 4. vndec.

TANGAT Sphæra planum, quod ipsam non secet, in puncto A: Et inuento B, centro sphæræ, ducatur ab eo recta B A, ad punctum contactus A. Dico rectam B A, ad dictum planum perpendicularem esse. Nam per rectam A B, ducantur duo plana vtcunque se mutuo secãtia, quæ in superficie quidem sphæræ faciant circulorum circumferentias A C D E, A F D G, in plano autẽ tangente rectas H A I, K A L. quoniam igitur vterque circulus A C D E, A F D G, per centrum B, sphæræ traijcitur, erit quoque B, vtriusque centrum. Rursus quia planum tangens sphæram non secat, fit, vt neque rectæ H A I, K A L, in eo existentes eandem secent; ac proinde neque circulos A C D E, A F D G, in sphæræ superficie existentes. Tanget igitur recta H A I, circulum A C D E, in puncto A, & recta K A L, circulum A F D G, in eodem puncto A. Igitur recta B A, & ad rectam H A I, & ad rectam K A L, perpendicularis est. Quare eadem recta B A, & ad planum tangens, quod per rectas H A I, K A L, ducitur, perpendicularis erit. Si sphæra ergo planum tangat, quod eam non secet, &c. Quod ostendendum erat.

5. ## THEOREMA 4 PROPOS. 5.

SI Sphæra planum tangat, quod ipsam non secet, à contactu autem excitetur recta linea ad angulos rectos ipsi plano, in linea excitata erit centrum sphæræ.



22. vndec. 4. huius.

SPHAERA A B C D, tãgat in C, punctο planum E F, quod eam non secet, à puncto autem C, excitetur ad planum E F, perpendicularis C A. Dico in A C, centrum esse sphæræ. Si enim non est, sit G, centrum sphæræ extra rectam A C, si fieri potest, & à G, ad C, recta ducatur G C, quę ad planum E F, perpendicularis erit: Erat autẽ & A C, ad idem planum perpendicularis. Igitur ex eodem puncto C, ad idem planum E F, duæ perpendiculares ducuntur. Quod est absurdum.

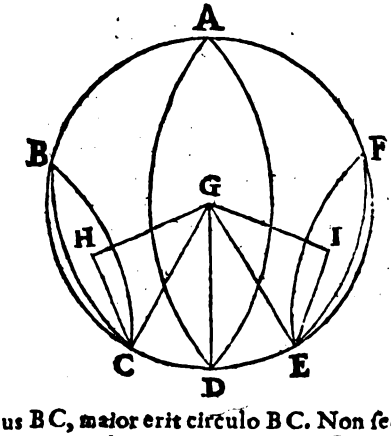
Digitized by Google

dum. Dato enim plano, à puncto, quod in illo datum est, duæ rectæ lineæ ad rectos angulos non excitantur. Quare si sphæra planum tangat, quod ipsam non secet, &c. Quod erat ostendendum. 13. vndec.

THEOREMA 5. PROPOS. 6. 6. 7.

CIRCVLORVM, qui in sphæra sunt, maximi sunt, qui per sphærę centrum ducuntur: aliorum autem illi inter se æquales sunt, qui æqualiter à centro distãt: qui vero longius à centro distant, minores sunt. Et circuli in sphæra maximi per sphæræ centrum transeunt: aliorum autem æquales à centro æqualiter distant: minores verò longius à centro distant.

IN sphæra A B C D E F, cuius centrum G, transeat circulus A D, per centrum G, & alij B C, F E, non per centrum. Dico A D, circulum esse omnium maximum, &c. Ducantur ex centro G, ad plana circulorum B C, F E, perpendiculares G H, G I, quæ in ipsorum centra cadent; ita vt H, I, centra sint circulorum B C, F E: Est autem G, centrũ sphæræ, centrũ quoq; circuli A D, per centrum sphæræ trajecti. Si igitur ex G, H, I, ad superficiem sphæræ rectæ ducantur G D, H C, I E, erũt hæ semidiametri circulorum A D, B C, F E. Connectantur autem rectæ G C, G E. Quoniam igitur in triangulo G H C, angulus H, rectus est, ex defin. 3. lib. 11 Eucl. erit quadratum ex G C, æquale quadratis ex G H, H C. Dempto ergo quadrato rectæ G H, maius erit quadratum ex G C, quadrato ex H C; atque adeò & recta G C, hoc est, sibi æqualis G D, (ducuntur enim G C, G D, ex centro sphæræ ad superficiem) maior erit, quàm recta H C. Quare circulus A D, maiorẽ habens semidiametrum, quàm circulus B C, maior erit circulo B C. Non secus ostendemus, circulum A D, quocunque alio, qui per centrum G, non transeat, maiorem esse. Maximus est ergo circulus A D. 11. vndec. Coroll. 1. huius. Coroll. 1. huius. 47. primi.

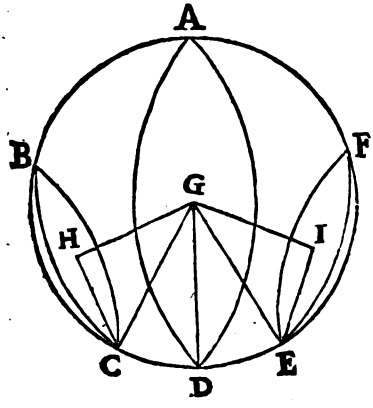


DISTENT iam circuli B C, F E, à centro G, æqualiter, hoc est, perpendiculares G H, G I, æquales sint, ex defin. 6. huius libri. Dico circulos B C, F E, æquales esse. Cum enim rectæ G C, G E, à centro sphæræ in eius su-

Digitized by Google

perficiem cadentes sint æquales, ac proinde & earum quadrata æqualia; sit autem tam quadratum ex G C, quadratis ex G H, H C, quàm quadratum ex
47. primi. G E, quadratis ex G I, I E, æquale; erũt quadrata ex G H, H C, simul æqualia quadratis ex G I, I E, simul. Demptis ergo æqualibus quadratis rectarum G H, G I, (positæ enim sunt hæ lineæ æquales) æqualia erunt reliqua quadrata rectarum H C, I E, ac proinde & rectæ H C, I E, æquales erunt: quæ cum sint semidiametri circulorum B C, F E, æquales erunt circuli ipsi B C, F E.

QVOD si alter horũ circulorũ, nempe B C, longius à centro G, ponatur distare, quàm alter F E, hoc est, perpẽdicularis G H, maior ponatur perpendiculari G I, ostendemus eodem fere modo, circulum B C, minorem esse circulo F E. Cum enim quadrata ex G H, H C, æqualia sint demonstrata quadratis ex G I, I E; si auferantur quadrata inæqualia rectarum inæqualium G H, G I, quorum illud maius est, (quòd & recta G H, maior ponatur quàm recta G I,) erit reliquum quadratum rectæ H C, minus quadrato reliquo rectæ I E; ac propterea & recta H C, minor erit, quàm recta I E. Igitur & circulus B C, circulo F E, minor erit.



SIT iam circulus omnium maximus A D. Dico eum per G, centrum sphæræ transire. Si enim non transeat per centrũ, erit alius quispiam circulus per centrum G, transiens maior circulo A D, non per centrũ transeũte, vt in hac propos. demonstratum est. Quare A D, non est maximus circulus. Quod est absurdum. Ponitur enim maximus. Transit ergo per G, centrum sphæræ.

DEINDE sint æquales circuli B C, F E. Dico eos à centro G, æqualiter distare. Constructa enim figura, vt prius, erunt semidiametri H C, I E, æ-
47. primi. quales. Et quoniam quadrata ex G H, H C, æqualia sunt quadratis ex G I, I E, vt demonstratum est; ablatis æqualibus quadratis linearum æqualium H C, I E, erunt reliqua quadrata rectarum G H, G I, æqualia; ac proinde & lineæ G H, G I, æquales erunt. Quæ cum perpendiculares sint, ex constructione, ad plana circulorum B C, F E, æqualiter à centro G, distabunt circuli B C, F E, ex defin. 6. huius lib.

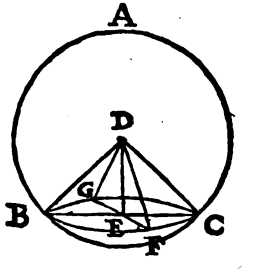
QVOD si alter circulorum B C, F E, nimirum circulus B C, minor ponatur altero circulo F E, ostendemus eodem ferè modo, perpendicularem G H, maiorem esse perpendiculari G I. Cum enim quadrata ex G H, H C, ostensa sint æqualia quadratis ex G I, I E; sit autem quadratum ex H C, minus quadrato ex I E; (quòd & semidiameter H C, circuli minoris minor sit semidiametro I E, circuli maioris) erit quadratum reliquum rectæ G H, reliquo quadrato rectæ G I, maius; atque adeo & recta G H, maior erit, quàm G I. Quare cum G H, G I, perpendiculares sint, ex constructione, ad plana circulorum, longius distabit, per defin. 6. huius lib. circulus B C, minor à centro G, quàm circulus maior F E. Itaque circulorum, qui in sphæra sunt, maximi

maximi sunt, qui per sphæræ centrũ ducũtur, &c. Quod erat demonstrandũ.

THEOREMA 6. PROPOS. 7. 8.

SI in sphæra sit circulus, à centro autem sphæræ ad centrum circuli connectatur recta linea, connexa linea ad circuli planum recta erit.

IN sphæra A B C, cuius centrum D, sit circulus B F C G, cuius centrũ E: Et recta D E, connectat duo centra D, E. Dico D E, rectam esse ad planũ circuli B F C G. Ductis enim duabus diametris vtcunque B C, F G, in circulo, ducantur ab earum extremis ad D, centrum sphæræ rectæ lineæ, B D, C D, F D, G D, quæ omnes inter se æquales erunt, cum à centro sphæræ ad eius superficiem cadant: Sunt autem & B E, C E, F E, G E, semidiametri circuli B F C G, æquales. Igitur duo triangula D E B, D E C, duo latera D E, E B, duobus lateribus D E, E C, & basim D B, basi D C, æqualem habent; ex quo fit, angulos D E B, D E C, æquales, atque adeò rectos esse. Recta igitur D E, rectę B C, ad rectos insistet angulos. Non aliter ostendemus, rectam D E, rectæ F G, ad rectos angulos insistere. Quamobrem & plano circuli B F C G, per rectas B C, F G, ducto ad rectos angulos insistet. Si igitur in sphæra sit circulus, &c. Quod ostendendum erat.



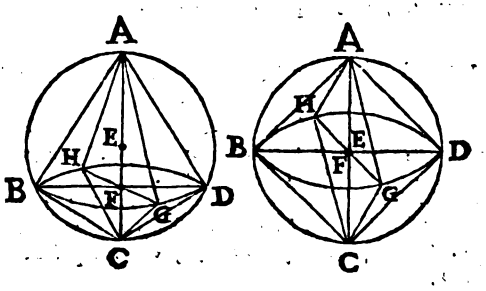
8. primi.

4. vndec.

THEOREMA 7. PROPOS. 8. 9.

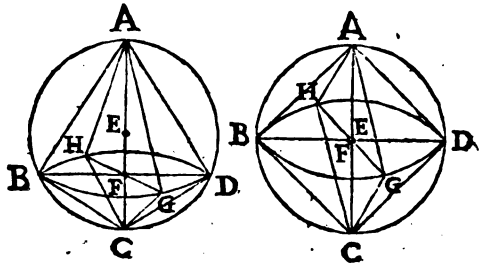
SI sit in sphæra circulus, & à centro sphæræ ad circulũ ducatur perpendicularis, quæ ad vtramq; partẽ producatur, cadet ea in polos ipsius circuli.

IN sphæra A B C D, cuius centrum E, sit circulus B G D H, in cuius planum à centro sphæræ E, perpendicularis deducta sit E F, quæ in vtramque partem protracta cadat in superficiem sphæræ ad puncta A, C. Dico A, C, polos esse circuli B G D H. Cadet enim perpendicularis E F, in centrum



11. vndec.

Coroll. 1. huius. trum circuli B G D H, atque adeo F, centrum erit circuli. Quòd si circulus B G D H, per centrum sphæræ ducatur, erit ipsum centrum sphæræ E, 12. vndec. idem quod F, centrum circuli; ex quo ad planum circuli excitata sit perpendicularis A C. Ductis igitur diametris B D, G H, vtcunque, ducantur ab earum extremis rectæ ad puncta A, C. Et quia A F, perpendicularis est ad planũ circuli B G D H, erunt anguli omnes, quos ad F, facit, recti, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. Quare duo triangula A F B, A F H, duo latera A F, F B, duobus lateribus A F, F H, æqualia habent, quę quidem angulos comprehendunt æquales, nempe rectos. Igitur baſes A B, A H, æquales erunt. Eodem modo oſtẽdemus & rectas A D, A G, & alias quaſcunque ex A, ad circumferentiam circuli B G D H, ductas tam inter ſe, quàm rectis A B, A H, æquales eſſe. Punctũ ergo A, polus eſt circuli BGDH, ex defin. 5. huius lib. Non aliter demonſtrabimus, & C, punctum eiuſdem circuli polum eſſe. Si igitur ſit in ſphæra circulus, & à centro, &c. Quod erat oſtendendum.



4. primi.

SCHOLIVM.

IN *verſione Maurolyci addantur ſequentia duo theoremata, quæ Arabes adiecerunt*.

I.

10. SI ſit in ſphæra circulus, a cuius centro educatur perpendicularis ad circuli planum, quæ in vtramque partem producatur, cadet hæc in vtrumque polum circuli.

12. vndec. IN *eadem figura ex* F, *centro circuli* B G D H, *erigatur recta* F A, *perpendicularis ad circuli planum, quæ occurrat ſuperficiei ſphæræ in punctis* A, C. *Dico* A, C, *eſſe polos circuli* B G D H. *Erunt enim rurſus ex defin.* 3. *lib.* 11. *Euclid. omnes anguli, quos ad* F, *facit recta* A F, *recti. Quare, vt prius, lineæ* A B, A D, A G, A H, *&c. æquales inter ſe erunt, &c.*

4. primi. Coroll. 2. huius. ALITER. *Quoniam perpendicularis* F A, *tranſit per centrum ſphæræ Et recta erit recta* E F, *ex* E, *centro ſphæræ ad planum circuli* B G D H, *perpendicularis. Quare vt demonſtratum eſt, cadet in polos eiuſdem circuli. Quod eſt propoſitum.*

8. huius.

SI ſit

II.

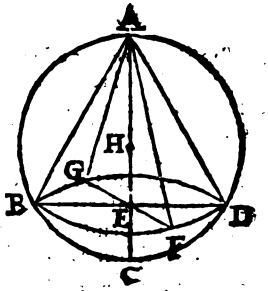
SI sit in sphæra circulus, & ab altero polorum eius recta ducatur per centrum illius, erit hęc ad planum circuli perpendicularis, & producta cadet in reliquum polum. II.

IN *eadem adhuc figura ex A, polo circuli* B G D H, *per centrum eius* F, *demittatur linea recta* A F, *occurrens superficiei sphæræ in* C. *Dico rectam* A F, *perpendicularem esse ad planum circuli* B G D H, *& C, esse reliquum polum eiusdem circuli. Quoniam enim duo triangula* A F B, A F D, *duo latera* A F, F B, *duobus lateribus* A F, F D, *& basim* A B, *basi* A D, *æqualem habent, ex defin. poli; habebunt quoque duos angulos* A F B, A F D, *æquales, atque adeo rectos. Igitur* A F, *rectæ* B D, *insistit ad angulos rectos. Similiter ostendemus, eandē* A F, *ad angulos rectos insistere rectæ* G H. *Quare & plano circuli* B G D H, *per rectas* B D, G H, *ducto eadē recta* A F, *ad rectos insistet angulos. Quod est primò propositum. Quoniam igitur* A F, *ad rectos est angulos plano circuli* B G D H, *ducta erit* F A, *ex centro circuli* F, *ad planum circuli perpendicularis. Quare, vt in hoc scholio proxime demonstratum est, in vtranque partem protracta in vtrumque polum circuli cadet, ac proinde* C, *reliquus polus erit circuli* B G D H, *quod est secundo loco propositum.* 8 primi. 4 vndec.

THEOR. 8. PROPOS. 9. 12.

SI sit in sphæra circulus, & ab altero polorum eius in ipsum ducatur perpēdicularis recta linea, cadet hæc in circuli centrum, & inde producta cadet in reliquum polum ipsius circuli.

IN Sphæra A B C D, sit circulus B F D G, à cuius polo A, ad eius planum perpendicularis ducatur A E, occurrens superficiei sphæræ in C. Dico E, centrum esse circuli B F D G, & C, reliquū polum. Ductis enim per E, duabus rectis vtcunque B D, F G, connectantur earum extrema cum polo A, rectis A B, A D, A F, A G, quæ omnes inter se æquales erūt, ex definitione poli. Omnes item anguli, quos recta A E, facit ad E, recti, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Erit igitur tam quadratū ex A B, quadratis ex A E, E B, quàm quadratum ex A G, quadratis ex A E, E G, æquale; atq; adeò cum quadrata rectarum A B, A G, æqualium æqualia sint, erunt quadrata ex A E, E B, simul quadratis ex A E, G E, simul æqualia. Dempto ergo communi quadrato rectæ A E, reliqua quadrata rectarum E B, E G, æqualia erunt, ac proinde & rectæ E B, E G, æquales. Eodem modo ostendemus, rectas E G, E D, æquales esse. Quare E, centrum est circuli B F D G; Quod est propositum. Quoniam igitur ex E, centro circuli 11. vndec. 47. primi.



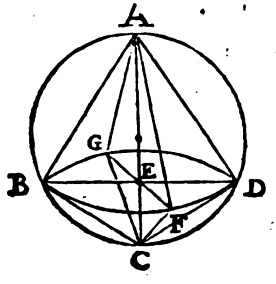
Digitized by Google

Coroll. 2. huius. culi B F D G, ad ipsius planum educta est perpendicularis E A, transibit hæc per H, centrum sphæræ, atq; adeo ex H, centro sphæræ eadem H E, ducta
8. huius. erit perpendicularis ad planum circuli B F D G. Quocirca H E, vtrinq; educta cadet in polos eiusdem circuli; ac proinde C, reliquus polus erit circuli B F D G. Si igitur sit in sphæra circulus, & ab altero polorum eius, &c. Quod ostendendum erat.

13. ## THEOR. 9. PROPOS. 10.

SI sit in sphæra circulus, linea recta per eius polos ducta, ad circulum recta est, transitq; per centrum circuli, & sphæræ.

IN sphæra A B C D, sit circulus B F D G, per cuius polos A, C, recta ducatur A C, occurrens plano circuli in E. Dico rectam A C, ad planum circuli rectam esse, transireq; per eius centrum, (hoc est, E, esse ipsius centrum) nec non per centrũ sphæræ. Ductis namq; per E, duabus rectis vtcunq; B D, F G, quarum extrema cum polis A, C, iungantur rectis, vt in figura; erunt tam A B, A G, A F, A D, inter se, quàm C B, C G, C F, C D, inter se æquales, ex defin. poli.



8. primi. Igitur duo triangula A B C, A D C, duo latera A B, A C, duobus lateribus A D, AC, & basim B C, basi D C, æqualem habent. Quapropter & angulos B A C, D A C, æquales habebunt. Quoniam igitur duo triangula A B E, A D E, duo latera A B, A E, duobus lateribus A D, A E; æqualia habent, angulosq; sub ipsis contentos B A E, D A E, æquales, vt proxime demonstratum est, erunt & anguli A E B, A E D, æquales, & ob id recti. Non aliter demonstrabimus, rectos esse angulos A E G, A E F. Recta igitur A E, duabus rectis B D, F G, ad rectos insistit angulos. Quare perpendicularis erit ad planũ
4. primi. 4. vndec. circuli B F D G, per rectas B D, F G, ductum. Quod est primo loco propositum. Quoniam igitur ex A, polo circuli B F D G, ad eius planum perpendi-
9. huius. cularis est ducta A E, cadet A E, in centrum ipsius. Est ergo E, centrum circuli B F D G. Rursus quia ex E, centro circuli B F D G, educta est ad eius pla-
Coroll. 2. huius. num perpendicularis E A, transibit hæc per centrum quoq; sphæræ. Quare recta A C, perpendicularis est ad planum circuli B F D G, transitq; per eius centrum, & sphæræ. Quod est propositum. Si sit igitur in sphæra circulus, linea recta per eius polos ducta, &c. Quod erat demonstrandum.

SCHOLIVM.

ADDVNTVR *hoc loco alia duo theoremata huiusmodi.*

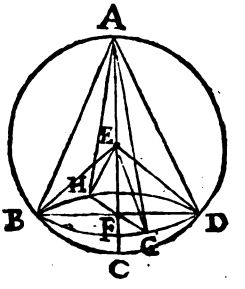
SI in

Digitized by Google

I.

SI in sphæra sit circulus, & ab altero polorum eius per centrum sphæræ recta linea ducatur, erit hæc ad planum circuli perpendicularis, & producta cadet in centrum ipsius, & in reliquum polum. 14.

IN *sphæra* A B C D, *cuius centrum* E, *sit circulus* B G D H, *a cuius polo* A, *per* E, *centrum sphæræ ducatur recta* A E, *occurrens plano circuli in* F, *& superficiei sphæræ in* C. *Dico* A E, *perpendicularem esse ad planum circuli, transireq; per eius centrum, & reliquum polum, hoc est,* F, *esse eius centrum; &* C, *reliquum polum. Ductis enim per* F, *duabus rectis vtcunque* B D, G H, *iungantur extrema cum punctis* A, *&* E, *vt in figura; eruntq;* A B, A H, A D, A G, *ex definitione poli, inter se æquales; nec non &* E B, E H, E D, E G, *semidiametri sphæræ inter se æquales. Quoniam igitur duo triangula* A B E, A D E, *duo latera* A B, A E, *duobus lateribus* A D, A E, *& basim* E B, *basi* E D, *habent æqualem; erunt anguli* B A E, D A E. *æquales. Itaque duo triangula* A B F, A D F, *duo latera* A B, A F, *duobus lateribus* A D, A F, *æqualia habent, angulosq; sub ipsis contentos* B A F, D A F, *æquales, vt proxime ostensum est. Quare anguli* A F B, A F D, *æquales erunt, atque adeo recti. Eodem modo demonstrabimus rectos esse angulos* A F H, A F G, *Recta igitur* A F, *duabus rectis* B D, G H, *insistit ad angulos rectos. Quare perpendicularis erit ad planum circuli* B G D H, *per rectas* B D, G H, *ductum. Itaque producta cadet & in centrum circuli, & in reliquum polum: ac proinde* F, *centrum erit circuli, &* C, *reliquus polus. Quod est propositum. Si in sphæra igitur sit circulus, &c. Quod erat ostendendum.*



1. primi.

8. primi.

4. primi.

4. vndec.

9. huius.

COROLLARIVM.

HINC fit, circulum maximum, qui per alterum polorum cuiuslibet circuli in sphæra transit, transire quoq; per polum reliquum. Nam si ex vno polo per centrum sphæræ diameter ducatur circuli maximi, qui per illum polum transit, cadet hæc in alterum polum, vt demonstratum est. Idem ergo circulus maximus per reliquum polum transibit.

Et quia diameter circuli maximi est quoq; diameter sphæræ, manifestum est, duos polos circuli cuiuslibet in sphæra per diametrum esse oppositos: atq; adeò inter ipsos interpositum esse semicirculum maximi circuli.

II.

SI in sphæra sit circulus, & à centro sphæræ per centrum circuli recta linea ducatur, cadet hæc in vtrumque polum circuli. 15.

IN *eadem figura ducatur per* E, *centrum sphæræ, &* F, *centrum circuli* B G D H, *recta*

recta E F, *in vtramque partem*. *Dico* E F, *cadere in vtrumque polum circuli* B G D H; *Quoniam enim recta* E F, *centrum sphæræ, & centrum circuli* B G D H, *connectens perpendicularis est ad planum eiusdem circuli, cadet eadem* E F, *vtrinque protracta in polum vtrumque eiusdem circuli*. *Quod est propositum.*

7. huius. 8. huius.

COROLLARIVM.

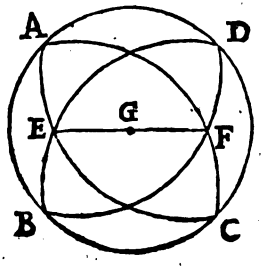
EX his omnibus constat, in sphæra quatuor hæc puncta, nempe duos polos cuiusq; circuli, eiusdem centrum, & centrum sphæræ, perpetuo in vna linea recta, nempe diametro sphæræ, existere, & ipsam quidem diametrum ad planum eiusdem circuli esse perpendicularem: Adeo vt recta per quælibet duo puncta ex his ducta transeat per reliqua duo, sitq; ad planum circuli perpendicularis: Et recta per vnum eorum ducta perpendicularis ad planum circuli, transeat quoq; per tria puncta reliqua.

16. THEOR. 10. PROP. 11.

IN sphęra maximi circuli se mutuo secant bifariam.

IN sphæra A B C D, secent se mutuo duo circuli maximi A C, B D, in punctis E, F. Dico se mutuo secare bifariam. Quoniam enim circuli maximi in sphæra per centrum sphæræ transeunt, transibunt circuli A C, B D, per sphæræ centrum, quod sit G. Et quoniam idem est sphæræ centrum, & circuli per sphæræ centrum traiecti, erit punctum G, quod sphæræ centrum ponitur, centrum quoq; vtriusq; circuli A C, B D, ita vt in vtroq; plano circulorum A C, B D, existat. Sunt autem & puncta E, F, in vtroq; eodem plano.

6. huius. Coroll. 1. huius.



Tria igitur puncta E, G, F, in vtroq; plano circulorum A C, B D, existunt; atq; adeo in communi eorum sectione erunt, cum solum communis eorum sectio sit in vtroq; plano: Est autem communis eorum sectio linea recta. Igitur tria puncta E, G, F, in linea recta ex E, per G, ad F, ducta existunt. quæ cum transeat per G, centrum vtriusq; circuli, & sphæræ, vt ostensum est, diameter erit & sphæræ, & vtriusq; circuli; atq; adeo vtrumque eorum bifariam secabit, ita vt semicirculi sint E A F, F C E, E B F, F D E: In sphæra ergo maximi circuli se mutuo secant bifariam.

3. vndec.

Quod erat demonstrandum.

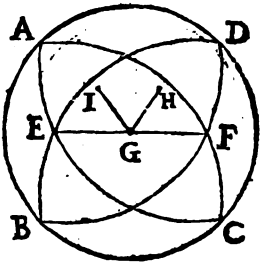
17. THEOR. 11. PROP. 12.

IN sphæra circuli, qui se mutuo bifariam secant, sunt maximi.

IN sphæ-

Digitized by Google

IN sphæra A B C D, circuli A E, B D, se mutuo secent bifariam in punctis E, F. Dico circulos A C, B D, esse maximos. Cum enim se mutuo secent bifariam in E, F, erit ducta recta E F, vtriusq; diameter, cum sola diameter circulũ quemcunq; bifariam diuidat; ac proinde diuisa recta EF, bifariã in G, erit G, vtriusq; circuli centrum: quod dico etiam esse sphæræ centrum, atq; adeo vtrumq; circulum per sphęræ centrum duci. Si namq; G, dicatur non esse centrum sphæræ, ac proinde circulos AC, BD, non esse per sphæræ centrum ductos; hoc ipso ostendemus, G, esse centrum sphæræ, atq; idcirco vtrumq; circulum per sphæræ centrum duci. Erigatur enim ex G, ad planum circuli AC, perpendicularis GH: Item GI, perpendicularis ad planum circuli BD. Quoniam igitur circuli A C, B D, ponuntur non transire per centrum sphæræ, transibit vtraq; perpendicularis G H, G I, per centrum sphæræ. Quare punctum G, in quo conueniunt, centrum erit sphæræ, aliàs centrum non existeret in vtraque: ac proinde vterq; circulus per centrum sphæræ traijcietur. Sunt ergo circuli A C, B D, per centrum sphæræ traiecti, maximi. In sphæra ergo circuli, qui se mutuo bifariam secant, sunt maximi. Quod erat ostendendum.



12. vndec.

Coroll. 2. huius.

6. huius.

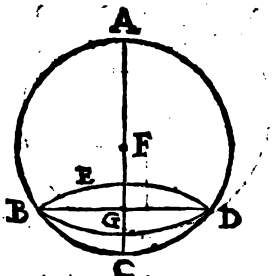
SCHOLIVM.

HIC vides mirabilem sane argumentandi modum. Nam ex eo, quòd G, dicitur non esse centrum sphæræ, demonstratum est demonstratione affirmatiua, G, esse centrum sphæræ. Quo modo argumentandi etiam vsus est Euclides lib. 9. propos. 12. & Cardanus lib. 5. de Proport. propos. 201. vt in scholio eiusdẽ propos. monuimus.

THEOREMA 12. PROPOS. 13. 18.

SI in sphæra maximus circulus circulum quépiam ad rectos angulos secet; & bifariam eum secat, & per polos.

IN sphæra maximus circulus A B C D, secet circulũ B E D, in punctis B, D, ad angulos rectos, hoc est, planũ circuli ABCD, rectum sit ad planum circuli B E D; sitq; cõmunis eorum sectio recta B D. Dico circulum A B C D, bifariam, & per polos secare circulum B E D. Sumpto enim F, centro circuli maximi A B C D, quod & centrũ sphęræ erit, (Nam cum circulus maximus ducatur per centrum sphæræ, erit eius centrum idem, quod sphæræ.) ducatur ex F, ad planũ circuli B E D, perpendicularis F G, quæ in



1. tertij.

6. huius.

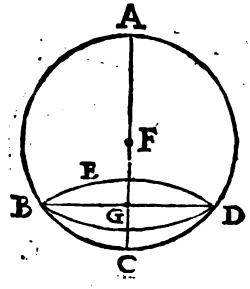
Coroll. 1. huius.

11. vndec.

C BD, com-

Digitized by Google

38 vndec. Coroll. 1. huius. B D, communem sectionem cadet. Cadat autem in punctum G. Et quoniam eadem cadit quoq; in centrum circuli B E D, erit G, centrum circuli B E D; atq; adeo B D, per G, ducta, diameter ejusdem: quæ cum diuidat circulum B E D, bifariam, diuidet quoq; eundem bifariam circulus maximus A B C D, per rectam B D, ductus. Quod est primo loco propositum. Quoniam verò recta F G, in plano est circuli A B C D, cadet ea producta in circumferentiam ad A, C, puncta, quæ in superficie sphæræ sunt: cadit autem & in vtrumq; polum circuli B E D, quòd ex F, centro sphæræ ad circuli planum perpendicularis sit ducta. Igitur A, C, poli sunt circuli B E D, ac proinde circulus maximus A B C D, per



8. huius.

polos circuli B E D, transit. quod secundo loco proponebatur demonstrandum. Si igitur in sphæra maximus circulus circulum quempiam, &c. Quod ostendendum erat.

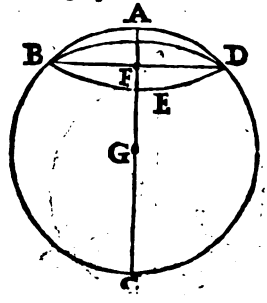
SCHOLIVM.

CAETERVM *hæc propos. vnà cum* 8. 9. 10. *& earum scholijs intelligenda etiam est, quando circulus* B D, *maximus est, & per sphæræ centrum transit. Eadem enim est ferè semper demonstratio, vt perspicuum est.*

19. ## THEOR. 13. PROPOS. 14.

SI in sphæra maximus circulus circulum non maximum bifariam secet; ad angulos rectos eum secat, & per polos.

IN sphæra maximus circulus A B C D, non maximum B E D, secet bifariam in punctis B, D, sitq; communis eorum sectio recta B D. Dico circulum A B C D, secare circulum B E D, ad angulos rectos, & per polos. Quia enim circulus B E D, bifariam secatur in B, D, hoc est, in semicirculos, erit B D, communis sectio diameter eius. Diuisa ergo B D, bifariam in F, erit F, centrum circuli B E D. Sumpto autem G, centro sphæræ, quod & centrũ erit maximi circuli A B C D, ducatur ex G, ad F, recta F G, quæ perpendicularis erit ad planum circuli B E D. Igitur & planum circuli maximi A B C D, per rectã F G, ductum ad idẽ planũ circuli B E D, rectũ erit. Secat igitur



8. huius.

7. huius.

38. vndec.

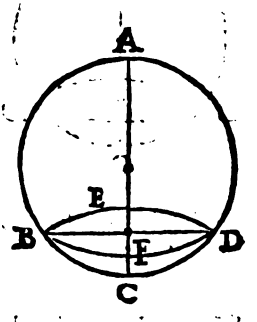
circulus

circulus maximus A B C D, circulum B E D, non maximum ad angulos rectos. Quod est primo loco propositum. Et quoniam ostensum est, recta F G, ex G, centro sphæræ ductam ad planum circuli B E D, esse perpendicularē, cadet F G, vtrinque producta in polos circuli B E D. Quare cum G F, in plano circuli A B C D, existens, producta cadat in circunferentiam eius ad puncta A, C, quæ etiam in superficie sphæræ sunt, erunt A, C, poli circuli B E D, atque adeo circulus maximus A B C D, circulū non maximū B E D, per polos A, C, secabit. quod secundo loco propositū fuit. Si igitur in sphæra maximus circulus circulum non maximum, &c. Quod erat ostendendum. 8. huius.

THEOREMA 14. PROPOS. 15. 20.

Si in sphæra maximus circulus, eorum, qui in sphæra sunt, circulorum aliquem per polos secet; bifariam, & ad angulos rectos eum secat.

IN Sphæra maximus circulus A B C D, secet circulum B E D, per polos A, C. Dico circulum A B C D, secare circulum B E D, bifariam, & ad angulos rectos. Connectat enim recta A C, polos A, C, occurrens plano circuli B E D, in F, puncto. Et quoniam recta A C, ad planū circuli B E D, perpendicularis est, transitq; per centrum sphæræ, & circuli B E D; erit F, centrum circuli B E D. Cum ergo circulus maximus A B C D, circulum B E D, secans transeat per rectam A C, ac proinde per centrū F, erit communis sectio B F D, diameter circuli B E D. Bifariam ergo secatur circulus B E D. Dico quod & ad angulos rectos. Cum enim recta A C, ostensa sit perpendicularis ad planum circuli B E D, erit quoque planū circuli maximi A B C D, per rectam A C, ductum ad idem planum circuli B E D, rectum. Igitur si in sphæra maximus circulus, &c. Quod demonstrandum erat. 10. huius. 18. vndec.



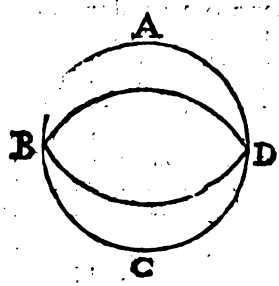
SCHOLIVM.

QVATVOR *alia theoremata hoc loco adduntur in alia versione, hoc ordine.*

I.

SI in sphæra maximus circulus per polos alterius cuiuspiam maximi circuli transeat, transibit vicissim hic per polos illius. 21.

Digitized by Google

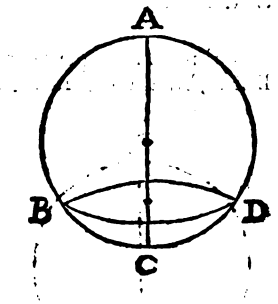


15.huius. 13.huius.

IN *sphæra transeat maximus circulus* A B C D, *per* A, C, *polos circuli maximi* B D. *Dico & maximum circulum* B D, *per polos maximi circuli* A B C D, *transire. Quoniam enim circulus maximus* A B C D, *circulum* B D, *secat per polos, secabit ipsum ad angulos rectos. Quare vicissim maximus circulus* B D, *circulum* A B C D, *ad angulos rectos secabit: atque adeo per ipsius polos eum secabit. Quod est propositum.*

II.

22. SI in sphæra circulus circulum per polos secet, circulus maximus est, & bifariam eum secat, & ad angulos rectos.

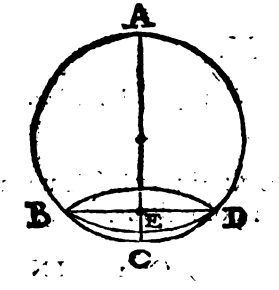


10.huius. 6.huius. 25.huius.

IN *sphæra circulus* A B C D, *secet circulum* B D, *per polos* A, C. *Dico ipsum esse circulum maximum, secareq; circulum* B D, *bifariam, & ad angulos rectos. Coniungat enim recta* A C, *polos* A, C, *quæ necessario in plano circuli* A B C D, *erit, quod circunferentia eius per eosdem polos* A, C, *ponatur transire. Quoniam vero recta* A C, *per* A, C, *polos circuli* B D, *ducta transit per centrum sphæræ, transibit quoque circulus* A B C D, (*cum per rectã* A C, *ducatur*) *per centrũ sphæræ: atque adeo maximus erit. Quare cum per* A, C, *polos circuli* B D, *ponatur transire, secabit eum bifariam, & ad angulos rectos. Quod est propositum.*

III.

23. SI in sphæra circulus circulum bifariam, & ad angulos rectos secet, circulus maximus est, & per polos eum secat.



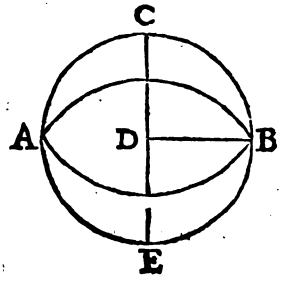
IN *sphæra circulus* A B C D, *secet circulum* B D, *bifariam, & ad angulos rectos. Dico ipsum esse circulum maximum, transireq; per polos circuli* B D. *Sit recta* B D, *communis circulorum sectio. Quoniam igitur circulus* A B C D, *circulum* B D, *secat bifariam, erit recta* B D, *nempe communis sectio circulorũ, diameter circuli* B D, *atque adeo diuisa recta* B D, *bifariam in* E: *erit* E, *eiusdem circuli centrum. Ducatur in plano circuli* A B C D, *recta* E A, *perpendicularis ad rectam* B D. *Et quoniam circulus* A B C D, *circulum*

lum B D, ponitur secare ad angulos rectos, erit ex defin. 4. lib. 11. Eucl. E A, ad planum circuli B D, rectas ac proinde cum ex E, centro ipsius educatur, in vtrunque polum eiusdem cadet. Cadit autem in circunferentiam circuli A B C D, in superficie sphæræ existentem ad puncta A, C. Sunt ergo A, C, poli circuli B D; atque adeo circulus A B C D, circulū B D, per polos A, C, secat. Quare ex præcedenti theoremate, maximus circulus est. Probatum autem est, quod & circulum B D, per polos secat. Constat ergo propositum. Schol. 8. huius.

IIII.

SI in sphæra sit circulus, & ab altero polorum eius recta cadens in planum ipsius ad angulos rectos æqualis sit semidiametro eius, circulus maximus est. 24.

IN sphæra sit circulus A B, à cuius altero polorum C, in planum eius cadens recta perpendicularis C D, æqualis sit ipsius semidiametro. Dico A B, esse circulum maximum. Cum enim C D, perpendicularis sit ad circulum A B, cadet ipsa in circuli centrum, & producta cadet in alterum polum, qui sit E. Est ergo D, centrum circuli A B; atque adeo perpendicularis C D, transit per centrum sphæræ. Ducatur per rectã C E, in sphæra planum vtcunque faciens in sphæra circulum A E B C, qui cum transeat per centrũ sphæræ, maximus erit: qui circulum A B, secet in punctis A, B, & iungatur semidiameter D B, cui ex hypothesi æqualis est C D. Quoniam vero C D, perpendicularis ponitur ad circulum A B, erit, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. angulus C D B, rectus. Quare B D, media proportionalis est inter C D, D E, hoc est, erit, vt C D, ad B D, ita B D, ad D E. Est autem C D, ipsi B D, æqualis. Igitur & D E, eidem B D, æqualis erit; atq; adeo & C D, D E, inter se æquales erunt. Cum ergo C E, ostensa sit transire per centrũ sphæræ, erit D, centrum sphæræ. Erat autem & centrum circuli A B. Idem ergo est centrum sphæræ, & circuli A B, ac proinde circulus A B, maximus est. Quod est propositum.



9. huius. Coroll. 2. huius. 1. huius. 6. huius. Schol. 13. 6. huius.

THEOREMA 15. PROPOS. 16. 25.

SI in sphæra sit maximus circulus, recta linea ducta ab eiusdem circuli polo ad circunferentiã æqualis est lateri quadrati inscripti in maximo circulo.

IN sphæra sit circulus maximus A B, à cuius polo C, ad eius circũferentiã ducatur recta C B. Dico C B, æqualẽ esse lateri quadrati in circulo A B, vel quotis

11.vndec. quouis alio maximo inscripti. Ducatur ex C, ad circulum A B, perpendicu
9.huius. laris C E, quæ in centrum ipsius cadet, quod sit E, & producta in reliquum polum, qui sit D, cadet. Iam per rectas C B, C D, planum ducatur faciens in sphæra circulum A D B C, qui cum per E, centrum sphæræ (Est enim E, centrum circuli maximi A B, quòd per centrum sphæræ transeat, idem, quod sphæræ) transeat, maximus erit, atq; adeo circulum maximum A B, bifariam secabit. Quod etiam inde patet, quòd per eius polos incedat. Hinc enim fit, vt ipsum bifariam diuidat. Sit ergo communis sectio diameter B E A. Et quoniam C E, perpendicularis ducta est ad circulum A B, erit eadē perpendicularis ad rectam A B, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Duæ ergo diametri A B, C D, in maximo circulo A D B C, sese mutuo secāt ad angulos rectos; ac propterea vt in lib. 4. Euclidis demonstratum est, C B, latus est quadrati in circulo maximo A D B C, atq; adeò & in maximo A B, descripti. Si igitur in sphæra sit maximus circulus, recta linea ducta, &c. quod demonstrandum erat.

1.huius.

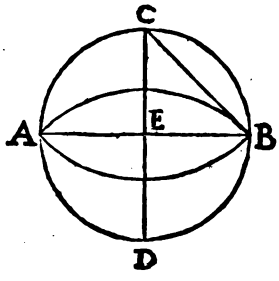
6.huius.

Coroll.1. huius.

6.huius.

11.huius.

15.huius.



6. quarti.

COROLLARIVM.

QVONIAM verò quatuor anguli recti ad centrum E, æquales sunt, atq; adeò quatuor arcus B C, C A, A D, D B, super quos ascenderunt, æquales, nempe quadrantes, perspicuum est, in sphæra polum maximi circuli abesse à circunferentia maximi circuli, quadrante maximi circuli. Abest enim C, polus circuli maximi A B, ab eius circunferentia quadrante C B, eademq; ratio de ceteris habenda est. Semper enim recta ducta à circunferentia maximi circuli ad eiusdem polum æqualis est lateri quadrati in maximo circulo inscripti, atq; adeò quadrantem in maximo circulo subtendet.

26. tertij.

16.huius.

SCHOLIVM.

CONVERSVM *quoq; huius demonstratur in alia versione hoc theoremate.*

26. SI in sphæra sit circulus, & ab eius polo ad circunferentiam ducta recta æqualis sit lateri quadtati in eo descripti, circulus ipse maximus est.

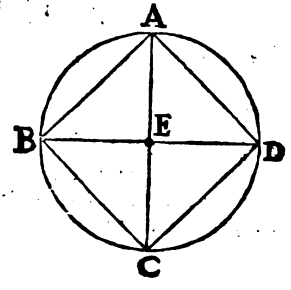
IN eadem figura ex C, polo ad circunferentiā circuli A B, ducta recta C B, sit æqualis lateri quadrati in circulo A B, descripti. Dico A B, circulum esse maxi-
11. vndec. *mum. Ducatur enim ex C, ad circulum A B, perpendicularis C E, quæ in eius*
9.huius. *centrum cadet, quod sit E. Ducta autem semidiametro E B, erit ex defin. 3. lib. 11. Eucl. angulus E, rectus. Igitur quadratum in circulo A B, descripti, æquale est*
47. primi. *quadratis ex B E, C E: sed quadratum semidiametri B E, dimidium est quadrati in circulo A B, descripti, vt mox ostendemus. Igitur & quadratum ex C E, eiusdem quadrati in circulo A B, descripti dimidium erit; atque adeo quadrata ex B E, C E, inter se æqualia, necnon & lineæ propterea B E, C E, æquales erunt. Quare cum C E, ducta sit ex C, polo circuli A B, ad ipsum circulum perpendicu-*
Schol. 15. huius. *laris, ostensaq; sit semidiametro B E, æqualis; erit circulus A B, maximus.*

LEMMA.

LEMMA.

IN omni circulo quadratum ſemidiametri dimidium eſt quadrati in ipſo circulo deſcripti.

IN circulo, cuius centrum E, ductæ ſint duæ diametri A C, B D, ſeſe ad angulos rectos ſecantes in E, centro. Iunctis igitur rectis AB, BC, CD, DA, quadratum erit A B C D, in circulo inſcriptum, vt conſtat ex propoſ. 6. lib. 4. Eucl. Quoniam vero quadrata ex ſemidiametris æqualibus E A, E B, æqualia inter ſe, æqualia ſimul ſunt quadrato ex A B; dimidium erit quadratum ſemidiametri E A, quadrati ex A B, quod in circulo deſcribitur. Quod eſt propoſitum. Ex quo conſtat, in ſuperiori figura, quadratum ſemidiametri B E, dimidium eſſe quadrati ex C B, quod æquale ponitur ei, quod in circulo A B, inſcribitur.

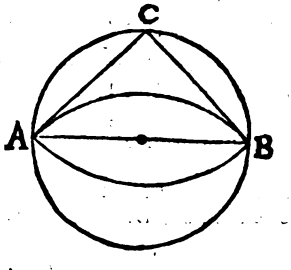


47. primi.

THEOR. 16. PROPOS. 17. 27.

SI in ſphæra ſit circulus, à cuius polo in ipſius circunferentiam ducta recta linea æqualis ſit lateri quadrati inſcripti in maximo circulo, ipſe circulus maximus erit.

IN ſphæra ſit circulus A B, à cuius polo C, ad eius circunferentiam recta ducta C A, æqualis ſit lateri quadrati in maximo circulo ſphæræ deſcripti. Dico A B, circulum eſſe maximum. Per rectam enim A C, & centrũ ſphæræ planum ducatur, faciens in ſphæra circulũ A C B, qui maximus erit, cum per ſphæræ centrum ducatur. Ducatur quoq; ex C, recta linea C B, ad B, punctũ, in quo circulus maximus A C B, circulũ A B, ſecat; eritq; per defi nit. poli, recta C B, rectæ C A, æqualis. Cũ ergo A C, ponatur latus quadrati in maximo circulo A C B, deſcripti, erit quoque C B, latus eiuſdem quadrati; atque adeò duo arcus A C, C B, quadrantes erunt conficientes ſemicirculũ A C B, quòd quatuor latera quadrati æqualia ſubtendãt quatuor circuli arcus æquales. Recta igitur A B, communis



1. huius.
6. huius.
28. tertij.

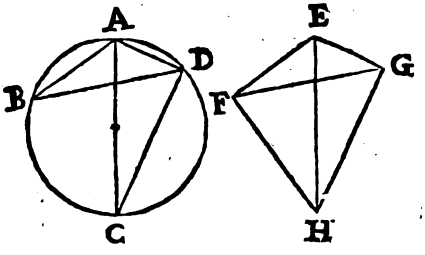
Digitized by Google

munis sectio circulorum diameter erit circuli maximi A C B; ac proinde & sphæræ. Quoniamverò circulus maximus A C B, circulum A B, per polos se-
15. huius. cans secat bifariam, erit quoq; A B, communis sectio diameter circuli A B, ac proinde cum & sphæræ diameter sit, circulus maximus erit A B. Si in sphæra ergo sit circulus, à cuius polo, &c. Quod erat demonstrandum.

28. ## PROBL. 2. PROP. 18.

LINEAM rectam describere æqualem diametro circuli cuiuslibet in sphæra dati.

IN sphæra sit datus circulus quilibet A B C D, cuius diametro rectam æqualem oporteat describere. Sumptis tribus punctis in circunferentia circuli vtcunq; A, B, D, & iunctis rectis A B, A D, B D, constituatur triangulo
Schol. 22. primi. A B D, triangulum æquale E F G, ita vt latus E F, lateri A B, & E G, ipsi A D, & F G, ipsi B D, æquale sit. Deinde ex G, F, ducantur ad rectas E F, E G, perpendiculares F H, G H, coeuntes in H, connectaturq; recta E H. Dico E H, æqualem esse diametro circuli ABCD. Ducta enim diametro A C, iungatur recta D C. Quoniam vero quatuor anguli quadrilateri E F H G, quatuor rectis æquales sunt, suntq; E F H, E G H, recti; erunt F E G, F H G, duobus re-



Schol. 32. primi.

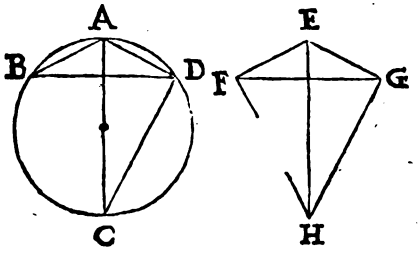
ctis æquales; atq; adeo in quadrilatero E F H G, duo quilibet anguli ex ad-
Schol. 22. tertij. uerso duobus rectis æquales erunt. Quare circa ipsum circulus describi potest: Quo descripto erunt anguli E F G, E H G, eidem segmento, cuius chorda E G, insistentes, æquales. Est autem angulus E F G, angulo A B D, æqua-
27. tertij. 8. primi. lis; quod duo latera E F, F G, duobus lateribus A B, B D, æqualia sint, & ba-
27. tertij. sis E G, basi A D, ex constructione: & angulus A B D, angulo A C D, æqualis est. Igitur & angulus E H G, angulo A C D, æqualis erit. Est autem & rec-
31. tertij. tus angulus E G H, angulo A D C, æqualis, quòd hic quoque rectus sit in semicirculo A D C, existens. Igitur triangula E H G, A C D, duos angulos duobus angulis æquales habent, necnon & latus E G, lateri A D, quod æqua-
26. primi. lium angulorum vni subtenditur, æquale. Quare & latus E H, lateri A C, æquale erit. Lineam igitur rectam E H, describimus æqualem diametro A C, circuli A B C D. Quod erat faciendum.

29. ## PROBL. 3. PROPOS. 19.

LINEAM rectam describere æqualem diametro datæ sphæræ.

IN

IN sphæra data sumptis vtcunque duobus punctis A, B, describatur ex A, polo, & interuallo A B, circulus B D, cuius diametro æqualis recta describatur F G: & fiat supra F G, triangulum E F G, habens vtrumque reliquorum laterum E F, E G, rectæ ductæ A B, æquale. Deinde ex F, G, ad E F, E G, perpendiculares educantur F H, G H, coeuntes in H; iungaturq; recta E H. Dico E H, æqualem esse diametro datæ sphæræ. Ducta enim sphæræ diametro A C, traijcia tur per rectas A B, A C, planum faciens in sphæra circulũ A B C D, qui maximus erit, cum per diametrum sphæræ, atque adeo per centrum eiusdem ducatur. Quare idẽ per A, polũ circuli B D, ductus circulum B D, bifariam secabit; ac propterea communis sectio B D, diameter erit circuli B D. Iunctis autem rectis A D, D C, erunt duo latera A B, B D, duobus lateribus E F, F G, æqualia, nec non & bases A D, E G, æquales. Est enim F G, diametro B D, æqualis, ex constructione: & vtraque E F, E G, rectæ A B, vel A D. Igitur & anguli A B D, E F G, æquales erunt. Est autem angulo A B D, angulus A C D, æqualis: & angulo E F G, angulus E H G, vt in præcedenti propos. demonstratum est. Igitur & anguli A C D, E H G, æquales erunt. Sunt autem & recti A D C, E G H, æquales, & latus A D, lateri E G, quod vni æqualium angulorum obijcitur, æquale. Igitur & recta E H, rectæ A C, æqualis erit. Lineam igitur rectam E H, descripsimus æqualẽ diametro A C, datæ sphæræ. Quod faciendum erat.



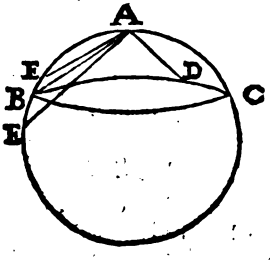
18. huius. Schol. 22. primi. 1. huius. 6. huius. 15. huius. 8. primi. 27. tertij. 26. primi.

SCHOLIVM.

ADDITVR *in alia versione sequens hoc Theorema.*

LINEA recta à polo cuiusuis circuli in sphæra ad superficiem sphæræ ducta, quæ sit æqualis lineæ rectæ ab eodem polo ad circunferentiam circuli ductæ, in circuli circunferentiam cadit. 30.

IN *sphæra ex* A, *polo circuli* B C, *recta ducta sit vtcumque* A D, *ad eius circunferentiã, quæ minor erit diametro sphæræ, atque adeo diametro circuli maximi in sphæra, cum diameter sphæræ sit omnium rectarum in sphæra ductarũ maxima. Ducatur iam ex eodem polo* A, *ad superficiem sphæræ recta* A E, *quæ ipsi* A D, *æqualis sit. Dico rectam* A E, *cadere in circunferentiam circuli* B C. *Si enim fieri potest, non cadat in eius circunferentiam. Et per rectam* A E, *& centrum sphæræ ducatur planũ faciens in sphæ-*

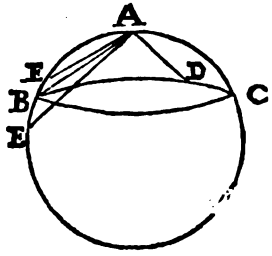


1. huius.

D ra circu-

Digitized by Google

6.huius. *ra circulum* A B C, *qui maximus erit, cum per centrum sphæræ transeat. Secet autem circulus* A B C, *circulum* B C, *in punctis* B, C. *Non cadet ergo recta* A E, *in puncta* B, C. *cum ponatur non cadere in circunferentiam circuli* B C. *Ducta igitur recta* A B, *erit hæc, ex defin. poli, rectæ* A D, *atque adeo rectæ* A E, *æqualis. Et quia vtraque* A B, A E, *minor est diametro maximi circuli* A B C, *vt dictum est,*

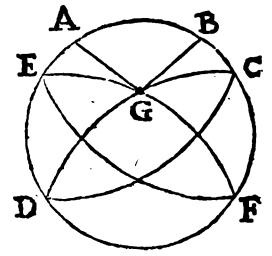


28. tertij. *erunt arcus* A B, A E, *cum sint segmenta semicirculo minora, æquales, pars & totum. Quod est absurdum. Cadet ergo recta* A E, *in circunferentiam circuli* B C. *Quod est propositum.*

PROBL. 4. PROP. 20.

31. ## PER duo puncta data in sphærica superficie maximum circulum describere.

IN sphærica superficie data sint duo puncta A, B, per quæ describere oporteat circulum maximum. Si ergo puncta A, B, sint opposita ex diametro sphęræ, certum est, infinitos circulos maximos per ipsa duci posse, ductis nimirum infinitis planis per diametrum sphæræ puncta illa connectentem. Si autem puncta A, B, non sint in sphæræ diametro, describatur ex A, polo, & interuallo quod lateri quadrati in maximo circulo descripti æquale sit, circulus C D, qui maximus erit, cum recta ex A, polo ad eius circunferentiam ducta æqualis sit lateri quadrati in circulo maximo descripti, propter interuallum, quo circulus C D, descriptus est. Similiter ex B, polo, & interuallo eodē, quo prius, circulus describatur E F, qui rursus erit maximus. Secet autem hic priorem in puncto G, a quo ad polos A, B, rectæ ducantur G A, G B; quarum vtraque, ex constructione, æqualis erit lateri quadrati in maximo circulo descripti. Tanto enim interuallo ex polis A, B, circuli C D, E F, descripti sunt. Aequales ergo sunt G A, G B. Iam ex G, polo, & interuallo G A, circulus describatur A E D F C B, qui maximus erit; cum recta G A, ex G, polo ad eius circunferentiam ducta æqualis sit lateri quadrati in maximo circulo inscripti, vt demonstratum est. Quoniam vero recta G B, æqualis ipsi G A, ducta ad superficiem sphæræ cadit in circunferentiam circuli A E D F C B, describtus propterea erit circulus maximus A E D F C B, per data duo puncta A, B, in superficie sphæræ. Per duo ergo puncta data in sphærica superficie maximum circulum descripsimus. Quod faciendum erat.



17. huius.

17. huius.

17. huius.

Schol. 29. huius.

PROBL.

Digitized by Google

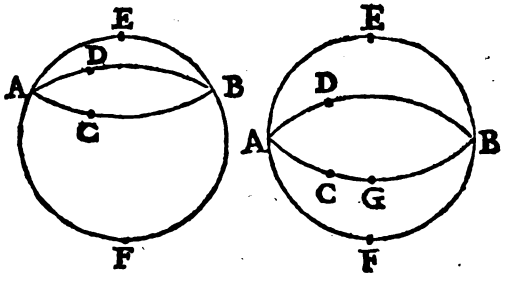
PROBL. 5. PROP. 21.

32.

CVIVSLIBET circuli in ſphæra dati polum inuenire.

SIT inueniendus polus circuli A B, in ſphæra dati, ſitq; primum circulus A B, non maximus. Sumptis duobus punctis in circunferentia vtcumque C, D, diuidatur vterque arcus C A D, C B D, bifariam in A, & B, punctis, per quæ deſcribatur maximus circulus A E B; ſeceturq; arcus A E B, bifariam in E. Dico E, polum eſſe circuli A B; Quoniam enim arcus A C, A D, æquales ſunt, necnon B C, B D, erunt toti arcus A C B, A D B, æquales. Quare maximus circulus A E B, cum circulum non maximum A B, bifariam ſecet in A, & B, ſecabit eum per polos. Punctum ergo E, æqualiter diſtans a circunferentia circuli A B, polus eſt circuli A B. Eodem modo ſi reliquus arcus A F B, ſecetur bifariam in F, erit F, alter polus circuli A B.

10. tertij. 20. huius.



14. huius.

SED ſit iam datus circulus A B, maximus. Sumptis rurſus punctis C, D, vtcumque, & diuiſis arcubus C A D, C B D, bifariam in A, B, oſtendemus, vt prius, totos arcus A C B, A D B, eſſe æquales, ac propterea vtrumque eſſe ſemicirculũ circuli maximi. Diuiſo ergo altero ſemicirculo, nempe A C B, bifariam in G, erit recta G A, ſubtendens quadrantem circuli, latus quadrati in maximo circulo A B, deſcripti; vt ex prop. 6. lib. 4. Eucl. cõſtat. Itaq; ex polo G, & interuallo G A, circulus deſcribatur A E B, qui maximus erit, cũ recta ex G, polo ad eius circunferentiã ducta nimirũ ad punctũ A, ſit æqualis lateri quadrati in circulo maximo A B, deſcripti. Diuidatur deniq; arcus A E B, biſariam in E. Dico E, polum eſſe circuli A B. Cum enim maximus circulus A C B, tranſeat per G, polum maximi circuli A E B, tranſibit viciſsim maximus circulus A E B, per polos maximi circuli A C B. Quare punctum E, æqualiter remotum à circunferentia circuli A C B, polus eſt circuli A C B. Eodem modo diuiſo arcu A F B, bifariam in F, erit F, alter polus circuli A C B. Cuiuſlibet ergo circuli in ſphæra dati polum inuenimus. Quod erat faciendum.

30. tertij. 17. huius. Schol. 15. huius.

SCHOLIVM.

IN *alia verſione demonſtrantur ſequentia duo theoremata:*

I.

SI in ſuperficie ſphæræ acceptum fuerit punctum aliquod, & 33.

Digitized by Google

ab eo puncto ad circunferentiam circuli cuiuspiam in sphæra dati cadant plures, quàm duæ rectæ lineę æquales, acceptum punctum polus est ipsius circuli.

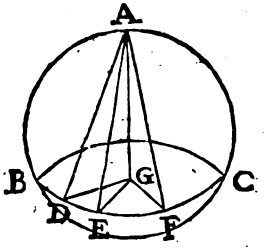
IN *superficie sphæræ* A B C, *acceptum sit punctum* A, *a quo ad circunferentiã circuli* B G, *cadant plures, quàm duæ, rectæ lineæ æquales* A D, A E, A F. *Dico* A, *polum esse circuli* B C. *Demittatur enim ex* A, *in planum circuli* B C, *perpendicularis* A G, *iungãturq; rectæ* D G, E G, F G, *eruntq; ex* 3. *defin. lib.* 11. *Eucl. omnes tres anguli ad* G, *recti. Quare tam quadratum ex* A D, *quadratis ex* A G, G D, *quàm quadratum ex* A E, *quadratis ex* A G, G E, *& quadratum ex* A F, *quadratis ex* A G, G F, *æquale erit. Cum ergo quadrata rectarum æqualiũ* A D, A E, A F, *æqualia sint, erunt & quadrata ex* A G, G D, *simul quadratis ex* A G, G E, *simul, nec non quadratis ex* A G, G F, *simul æqualia: demptoq; communi quadrato lineæ* A G, *æqualia erunt reliqua quadrata linearum* G D, G E, G F, *atque adeo & rectæ* G D, G E, G F, *æquales erunt. Igitur* G, *centrum erit circuli* B C: *ac proinde recta* G A, *quæ ex centro* G, *ad circulum* B C, *perpendicularis est ducta, in polum circuli* B C, *cadet. Punctum ergo* A, *polus est circuli* B C. *Quod est propositum.*

11. vhdee.

47. primi.

9. tertij.

Schol. 8. huius.



II.

34. IN sphæra circuli, à quorum polis rectæ ad eorum circunferentias ductæ sunt æquales, inter se equales sunt. Et circulorum equalium equales sunt rectę ab eorum polis ad circunferentias ductæ.

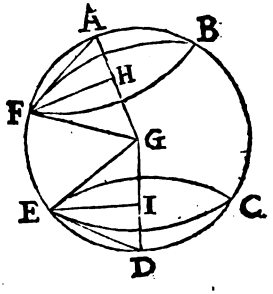
IN *sphæra* A B C D E F, *cuius centrum* G, *sint duo circuli* B F, C E, *a quorum polis* A, D, *rectæ* A F, D E, *ad eorum circunferentias ductæ sint æquales. Dico circulos* B F, C E, *æquales esse. Ducantur ex polis* A, D, *ad plana circulorum perpendiculares* A H, D I, *quæ cadent in eorum centra* H, I, *& inde productæ in reliquos polos: atque adeo & in* G, *centrum sphæræ. Ductis igitur semidiametris sphæræ* F G, E G, *& semidiametris circulorũ* F H, E I, *cum latera* A G, G F, *lateribus* D G, G E, *sint æqualia, & basis* A F, *basi* D E; *erunt anguli* A G F, D G E, *æquales. Sunt autem anguli* H, I, *ex defin.* 3. *lib.* 11. *Eucl. recti. Triangula igitur* F G H, E G I, *duos angulos duobus angulis æquales habent: habent autem & latus* F G, *lateri* E G, *quod recto angulo opponitur*.

11. vndec.

9. huius.

10. huius.

8. primi.



Digitized by Google

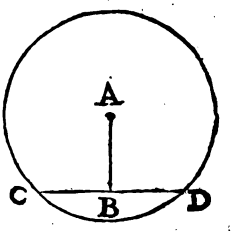
tur æquale: Igitur & semidiametri F H, E I, æquales erunt, atque adeo & circuli B F, C E, æquales. quod primo loco propositum est. 26. primi.

SINT iam circuli B F, C E, æquales. Dico & rectas A F, D E, ab eorum polis ad circunferentias ductas esse æquales. Constructis enim eisdem, erunt semidiametri F H, E I, æquales, & circuli ipsi æqualiter a centro sphæræ distabunt. Perpendiculares ergo G H, G I, æquales erunt; atque adeo & reliquæ lineæ A H, D I, erunt æquales. Quoniam igitur latera A H, H F, lateribus D I, I E, æqualia sunt, continentq; angulos H, I, æquales, cum recti sint ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erūt bases A F, D E, æquales. Quod secundo loco propositum erat. 6. huius. 4. primi.

THEOR. 17. PROPOS. 22.

SI in sphæra recta linea per centrum ducta rectam aliquam lineam non per centrum ductam bifariam secet, ad angulos rectos ipsam secabit. Quod si ad angulos rectos eam secet, bifariam quoque ipsam secabit.

IN sphæra, cuius centrum A, recta A B, per centrum ducta rectam C D, non per centrum ductam secet bifariam in B. Dico ipsam C D, secari ad angulos rectos. Ducto enim per rectas A B, C D, plano, quod circulum faciat C D, qui maximus erit, cum per centrum sphæræ transeat. Quoniam igitur in circulo C D, recta A B, per eius centrum A, transiens rectam C D, non per centrum ductam secat bifariam in B, ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos ipsam secet, bifariam ipsam secabit. Si igitur in sphæra recta linea, &c. Quod demonstrandum erat.



1. huius. 6. huius. 3. tertij.

SCHOLIVM.

ADDITVR hic in exemplari græco theorema aliud, quod idem prorsus est, quod prop. 7. demonstratum est. Vnde superuacaneū esse duximus, illud hic repetere.

FINIS LIBRI PRIMI THEODOSII.

THEO-

Digitized by Google

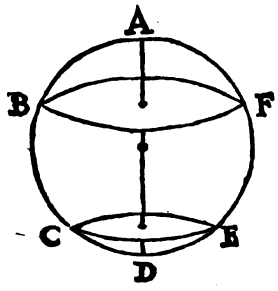
THEODOSII SPHAERICORVM LIBER SECVNDVS.

DEFINITIO.

IN ſphæra circuli ſe mutuo tangere dicuntur, cum communis ſectio planorum vtrumque circulum tetigerit.

1. THEOREMA 1. PROPOS. 1.

IN ſphæra paralleli circuli circa eoſdem polos ſunt.



21.1.huius.
10.1.huius.
Schol. 14. vndec.
8.1. huius.

IN ſphæra ABCDEF, paralleli circuli ſint BF, CE. Dico eos circa eoſdem polos eſſe. Sint enim A, D, poli circuli B, F, & cõnectatur recta AD, quæ ad circulum BF, recta erit, tranſibitq; per centrum ſphæræ. Quoniam igitur recta AD, ad circulũ BF, perpendicularis eſt, erit quoque ad circulũ parallelum CE, perpendicularis. Quare cũ tranſeat per centrum ſphæræ, vt oſtenſum eſt, cadet in polos circuli CE. Sunt ergo A, D, poli circuli CE: ſunt autem & poli circuli BF. In ſphæra igitur paralleli circuli BF, CE, circa eoſdem polos A, D, ſunt. Quod erat demonſtrandum.

2. THEOREMA 2. PROPOS. 2.

IN ſphæra circuli, qui ſunt circa eoſdem polos, ſunt paralleli.

IN

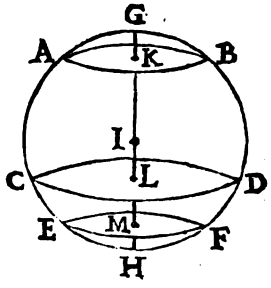
Digitized by Google

IN eadem sphæra A B C D E F, circa eosdẽ polos A, D, sint circuli B F, C E. Dico eos parallelos esse. Connexa enim recta A D, erit hæc ad vtrunq; circulum perpendicularis. Quare plana circulorum B F, C E, parallela sunt. In sphæra igitur circuli, qui sunt circa eosdem polos, sunt paralleli. Quod ostendendum erat. 10.1.huius. 14.vndec.

SCHOLIVM.

SED & hoc theorema sequens in alia versione demonstratur.

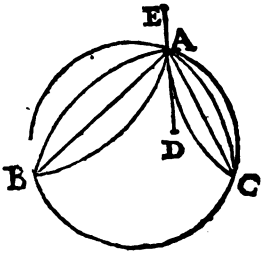
IN sphæra non sunt plures circuli æquales, & paralleli, quàm duo. 3.



IN sphæra quacunque sint, si fieri potest, plures quàm duo circuli æquales, & paralleli, nempe tres A B, C D, E F, qui circa eosdem polos erunt. Sint ergo eorum poli G, H, & iungatur recta G H, quæ transibit per I, centrum sphæræ, & per K, L, M, centra circulorum; perpendicularisq; erit ad circulos A B, C D, E F. Quoniam igitur circuli A B, C D, E F, æquales sunt, ipsi æqualiter distabunt à centro sphæræ I. Per defin. ergo 6. lib. 1. huius, perpendiculares I K, I L, I M, æquales erunt, nempe pars I L, & totum I M. Quod est absurdum. In sphæra igitur non sunt plures circuli æquales, & paralleli, quàm duo. Quod demonstrandum erat. 1. huius. 10.i.huius. 6.1.huius.

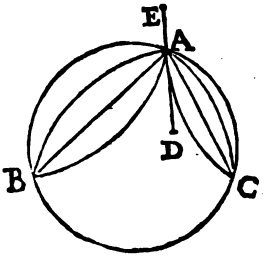
THEOREMA 3. PROPOS. 3. 4.

SI in sphæra duo circuli secent in eodem puncto circunferentiam illius maximi circuli, in quo polos habent, se mutuo tangent illi circuli.



IN sphæra duo circuli A B, A C, secent in puncto A, circunferentiam maximi circuli A B C, qui per illorum polos transeat. Dico circulos A B, A C, se mutuo tangere in A. Quoniam enim circulus maximus A B C, secat circulos A B, A C, per polos, bifariam ipsos secabit, & ad angulos rectos. Communes ergo sectiones circuli A B C, & circulorum A B, A C, nempe rectæ A B, A C, diametri sunt circulorum A B, A C. Sit quoque communis sectio planorum, in quo circuli A B, A C, existunt, recta D E, quæ per punctum A, transibit, propterea quod plana circulorum in A, ponantur 25.i.huius.

Digitized by Google



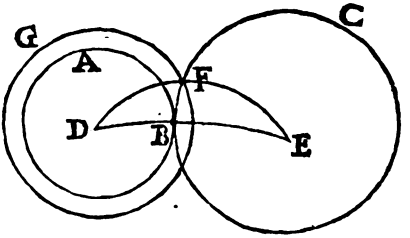
19.vndec. tur ſecare circulum A B C. Et quoniam plā num circuli A B C, ad plana circulorū A B, A C, rectum eſt oſtenſum, erunt vicisſim plana circulorum A B, A C, ad planum circuli A B C, recta; atque adeo & D E, communis ipſorum ſectio ad idem planū circuli A B C, perpendicularis erit. Igitur & ad diametros A B, A C, in eodem plano exiſtentes perpendicularis erit, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Quare D E, vtrumque circulum A B, A C, tanget in A; ac proinde per defin. huius lib. circuli A B, A C, ſe mutuo tangent in A, puncto. Si igitur in ſphæra duo circuli ſecent, &c. Quod erat oſtendendum.

Coroll. 16. tertij.

5. THEOREMA 4. PROPOS. 4.

SI in ſphæra duo circuli ſe mutuo tangant, maximus circulus per eorum polos deſcriptus, per eorum contactum tranſibit.

IN ſphæra tangant ſe mutuo circuli A B, C B, in B; & per D, polum circuli A B, & E, polum circuli C B, deſcribatur circulus maximus D E. Dico circulum D E, per contactum B, tranſire. Non tranſeat enim, ſi fieri poteſt, per tactum B, ſed ſecet circunferentiam v. g. circuli C B, in F. Polo igitur D, & interuallo D F, circulus deſcribatur F G, qui, cum ad maius interuallum deſcriptus ſit, quàm circulus A B, ſecabit circulū C B, in F; quandoquidem circulus A B, eundem tangit in B, puncto, vltra quod circulus G F, ex polo D, deſcriptus eſt. Quoniam vero in ſphæra duo circuli G F, C F, ſecant in eodē puncto F, maximum circulum D F E, per eorum polos deſcriptum, tangent ſe mutuo in F, duo circuli G F, C F: Sed & mutuo ſeſe ſecant in F, vt dictum eſt. Quod eſt abſurdum. Non ergo circulus maximus D E, ſecat alibi circulos A B, C B, quàm in B, contactu, atque adeo per eorum tactū tranſibit. Itaque ſi in ſphæra duo circuli ſe mutuo tangant, &c. Quod oſtendendum erat.



20.huius.

3.huius.

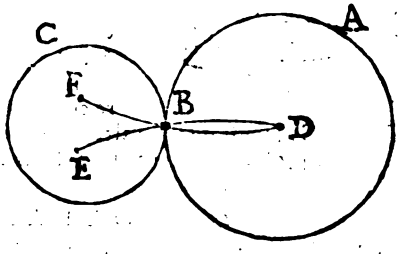
6. THEOR. 5. PROPOS. 5.

SI in ſphęra duo circuli ſe mutuo tangant, ma-

ximus

ximus circulus descriptus per vnius polos, & per contactum amborum circulorũ, per reliqui quoque circuli polos transibit.

IN sphæra duo circuli A B, C B, tangãt se mutuo in B, sintq; D, E, poli ipsorum. Dico maximum circulum per D, polum circuli A B, & per contactum B, descriptum transire quoque per E, polum circuli C B. Si enim fieri potest, non transeat per E, sed per aliud quoduis punctum F, cuiusmodi est circulus maximus D B F: Et per polos D, E, maximus circulus describatur D E, qui omnino per contactum B, transibit; atque adeo duo circuli maximi D B F, D B E, se mutuo secabunt in D, & B, ac proinde bifariam. Semicirculus ergo erit vterq; arcus D B. Quoniam vero circulus maximus per alterũ polorũ cuiuslibet circuli in sphæra transiens, transit quoque per reliquum polum, estq; inter duos polos eiusdem circuli semicirculus circuli maximi interpositus; fit, vt existente D, vno polorum circuli A B, punctum B, sit alter polus. Quod est absurdũ. Est enim B, in circunferentia circuli. Transit igitur circulus maximus D B, per E. Quocirca, si in sphæra duo circuli se mutuo tangant, &c. Quod erat ostendendum.

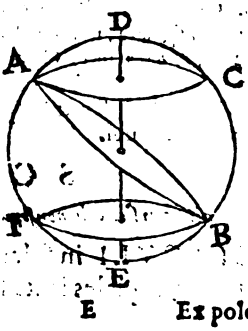


2c.1.huius.
4.huius.
11.1.huius.
Coroll. 10. 1.huius.

THEOREMA 6. PROPOS. 6. 7.

SI in sphæra maximus circulus aliquem circulorum in spherica superficie descriptorum tangat, tanget & alterum ei æqualem, & parallelum.

IN sphæra maximus circulus A B, tangat circulum A C, in A. Dico circulũ A B, tangere quoque alterum circulum ipsi A C, æqualem, & parallelum. Sit enim D, polus circuli A C: ac per D, A, circulus maximus describatur D A: qui, cum per D, polũ circuli A C, & per contactum A, transeat, transibit per polos quoque circuli A B. Assumpto autem E, reliquo polo circuli A C, ducatur recta D E, quæ per centrum sphæræ transibit, atque adeo sphæræ diameter erit.



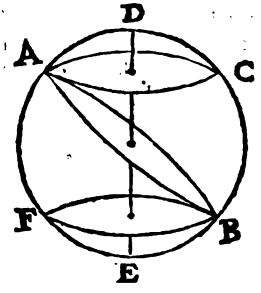
E Ex polo

20.1.huius.
5.huius.
20.1.huius.

Digitized by Google

Ex polo igitur E, & ad interuallum E B, circulus describatur B F. Dico circulum maximum A B, tangere quoque circulum B F, in B, & circulum B F, æqualem esse, ac parallelum circulo A C. Quoniam enim recta D E, per polos circulorũ A C, B F, transiens perpendicularis est ad ipsos circulos, erunt circuli A C, B F, paralleli. Rursus quia circuli maximi in sphæra bifariam se secant, semicirculus erit A C B; atque adeo semicirculo D C E, æqualis. Dempto ergo communi arcu B D, æquales remanebũt arcus D A, E B; atque adeo rectæ D A, E B, à polis D, E, ad circunferentias circulorum A C, B F, ductæ æquales. Quare æquales sunt circuli A C, B F. Denique quia circuli A B, B F, in eodem puncto B, secant maximum circulũ A E B, in quo quidem polos habent, se mutuo tangent in B, circuli A B, B F. Quare circulus maximus A B, tangens in sphæra circulum A C, tangit quoque alterum circulum B F, ipsi A C, æqualem, & parallelũ. Ac proinde si in sphæra maximus circulus aliquem circulorum, &c. Quod erat demonstrandum.

20. huius. 24. vndec. 21. 1. huius. 29. tertij. Schol. 2. 2. huius. 3. huius.



COROLLARIVM.

HINC perspicuum est, puncta contactuum A, B, per diametrum esse opposita. Ostensum enim est, A C B, esse semicirculum, ac propterea rectam ex A, ad B, ductam esse diametrum sphæræ, seu circuli maximi A C B, &c.

8. THEOREMA 7. PROPOS. 7.

SI sint in sphæra duo æquales, & paralleli circuli, maximus circulus, qui eorum alterum tetigerit, reliquum quoque tanget.

IN eadem figura sint duo circuli æquales, & paralleli A C, B F, & maximus A B, tangat A C. Dico eundem A B, tangere quoque B F. Si enim A B, non tangat ipsum B F, tanget vtique alterum ipsi A C, æqualem, & parallelum. Cum ergo & B F, eidem A C, æqualis ponatur, & parallelus, erunt tres circuli in sphæra, nempe A C, B F, & ille alius, quem A B, tangit, inter se æquales, & paralleli. Quod est absurdum. Non enim plures circuli æquales sunt, & paralleli in sphæra, quàm duo. Tanget igitur circulus A B, circulũ B F. Quamobrẽ, si sint in sphæra duo æquales, & paralleli circuli, &c. Quod erat ostendendum.

6. huius. Schol. 2. huius.

SCHOLIVM.

IN *alia versione demonstratur & sequens theorema.*

9. CIRCVLI in sphæra paralleli, quos maximus aliquis circulus tangit, æquales inter se sunt.

IN ea-

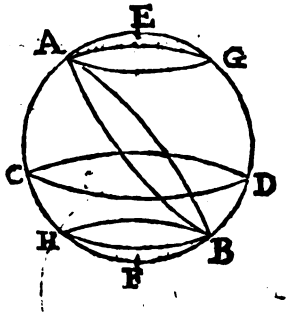
Digitized by Google

IN eadem adhuc figura sint duo circuli paralleli A C, B F, quos tirculus maximus A B, tangat in A, B. Dico circulos A C, B F, æquales inter se esse. Quoniam enim paralleli ponuntur circuli A C, B F, ipsi circa eosdem polos erunt, qui sint D, E: per quos, & polos circuli A B, circulus maximus describatur A F B, qui per contactus A, B, transibit. Quoniam vero circuli maximi in sphæra se mutuo secant bifariam, semicirculus erit A D B, atque adeo semicirculo D B E, æqualis. Dempto ergo arcu communi D B, æquales remanebunt arcus D A, E B: ac proinde & rectæ D A, E B, ex polis D, E, ad circunferentias circulorum A C, B F, ductæ æquales. Quare circuli A C, B F, æquales erunt. Quod est propositum. 1. huius. 20. 1. huius. 4. huius. 29. tertij. Schol. 21. huius.

THEOR. 8. PROP. 8. 10.

SI in sphæra maximus circulus ad aliquē sphæræ circulum obliquus sit, tanget is duos circulos æquales quidem inter se, parallelos autem prædicto circulo, ad quem obliquus est.

IN sphæra maximus circulus A B, ad circulum quemcunque C D, obliquus sit. Dico circulum A B, tangere duos circulos inter se quidem æquales, parallelos autem ipsi C D. Sint E, F, poli circuli C D, per quos, & polos circuli A B, circulus maximus describatur E A B, secans A B, in A, & B. Ex polo deinde E, & interuallo E A, circulus describatur A G. Et quoniam circuli A B, A G, in eodem puncto A, secant maximum circulū E A B, in quo polos habent, ipsi se mutuo tangent in A. Circulus igitur maximus A B, tangens circulum A G, tanget alterum illi æqualem, & parallelum, qui sit B H. Quia vero circuli paralleli A G, B H, circa eosdē polos sunt E, F: Sunt autem E, F, poli etiā circuli C D; erunt tres circuli A G, C D, B H, circa eosdem polos; atque adeo paralleli inter se erūt. Tangit igitur maximus circulus A B, duos A G, B H, æquales quidem inter se, parallelos autem ipsi C D, ad quem obliquus est. Quocirca, si in sphæra maximus circulus ad aliquem, &c. Quod ostendendum erat. 21. 1. huius. 20. 1. huius. 3. huius. 6. huius. 1. huius. 2. huius.



SCHOLIVM.

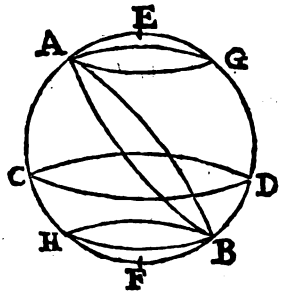
ALIVD *theorema hoc loco adjicitur in alia versione, videlicet.*

SI in sphæra maximus circulus aliquem circulorum in sphæri- 11.

Digitized by Google

ca ſuperficie tangat, obliquus erit ad alios circulos, quos ſecat, paral lelos ei, quem tangit.

IN eadem figura maximus circulus A B, *tangat circulum* A G, *ſecet autem circulum* C D, *ipſi* A G, *parallelum*. *Dico circulum* A B, *obliquum eſſe ad circulum* C D. *Quoniã enim maximus circulus* A B, *tangens circulum* A G, *non tranſit per ipſius polos*, (*Si namque per ipſius polos duceretur, ſecaret ipſum bifariam, non autem tangeret.*) *atque adeo neque per polos circuli* C D; (*habent enim parallelicirculi* A G, C D, *eoſdem polos*) *non ſecabit maximus circulus* A B, *circulum* C D, *ad angulos rectos: Aliàs tranſiret per eius polos*. *Igitur obliquus eſt ad circulum* C D. *Quod eſt propoſitum*.



15.1.huius.

1.huius.

13.1.huius.

12.

THEOR. 9. PROPOS. 9.

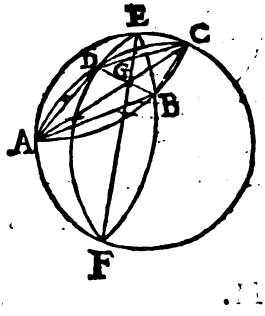
SI in ſphæra duo circuli ſe mutuo ſecent, maximus circulus per eorum polos ductus ſecabit bifariam ſegmenta ipſorum circulorum.

IN ſphæra ſe mutuo ſecent duo circuli A B C D, E D F B, in punctis B, D, & per eorum polos deſcribatur maximus circulus A F C E, ſecans circulos dictos in punctis A, C, E, F. Dico circulum A F C E, ſecare bifariã ſegmenta B A D, B C D, B E D, B F D. Quoniam enim circulus maximus A F C E, circulos A B C D, E D F B, ſecat bifariam, & ad angulos rectos, quòd per eorum polos ductus ſit, erunt communes ſectiones A C, E F, quas cum ipſis facit, diametri ipſorum ſecantes ſeſe in G. Secabunt enim ſe mutuo rectæ A C, E F, cum in eodẽ plano circuli A F C E, exiſtant, ſitq; punctum E, inter puncta A, & C; atque punctum E, inter eadem puncta. Connectantur rectæ B G, D G: Eruntq; tria puncta B, G, D, in vtroque plano circulorum A B C D, E D F B; atque adeo in cõmuni eorum ſectione: Eſt autem communis eorum ſectio linea recta. Igitur recta erit B G D. Et quoniam circulus A F C E, oſtenſus eſt ſecare ad angulos rectos vtrumque circulum A B C D, E D F B, erit viciſsim vterque rectus ad circulum A F C E; atque adeo & B D, communis eorum ſectio ad eundem perpendicularis erit. Recti igitur erunt anguli B G A,

25.1.huius.

3.vndec.

19.vndec.



Digitized by Google

li B G A, D G A, B G C, D G C, ex definit. 3. lib. 11. Eucl. Quare diameter A C, cum per centrum circuli A B C D, transeat, secetq; rectam B D, ad angulos rectos, bifariam eam secabit. Itaque cum latera A G, G B, æqualia sint lateribus A G, G D, contineantq; angulos æquales, nempe rectos, erunt bases A B, A D, subtendentes arcus A B, AD, inter se æquales, ac proinde & arcus A B, A D, æquales erunt. Eodem modo ostendemus arcus C B, C D, æquales esse; nec non & arcus E B, E D; & F B, F D. Circulus igitur A F C E, segmenta B A D, B C D, B E D, B F D, bifariam diuidit. Quapropter si in sphæra duo circuli se mutuo secent, &c. Quod demonstrandum erat. 3. tertij. 4. primi. 28. tertij.

SCHOLIVM.

DVO *alia theoremata in alia versione hoc loco adduntur, hæc videlicet.*

I.

SI in sphæra duo circuli se mutuo secent, circulus alius eorum segmenta bifariam secans, it per polos eorum, estq; circulus maximus. 13.

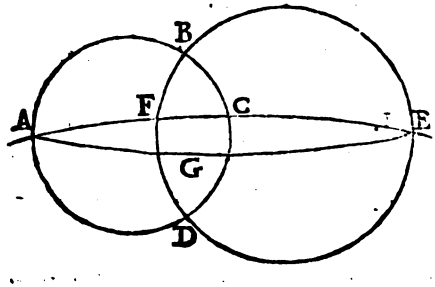
IN *eadẽ figura secent se mutuo duo circuli* A B C D, E D F B, *in punctis* B, D, *& alius quispiã circulus* A F C E, *secet segmenta* B A D, B C D, B E D, B F D, *bifariã. Dico ciculũ* A F C E, *ire per polos ipsorũ, esseq; circulũ maximũ. Quoniã enim arcus* A D, A B, *æquales sunt, nec nõ* C D, C B; *erũt toti arcus* A D C, A B C, *æquales, & propterea semicirculi. Eodemq; modo semicirculi erũt* E D F, E B F. *Circulus igitur* A F C E, *bifariam secat circulos* A B C D, E D F B, *atque adeo communes sectiones* A C, E F, *se intersecantes in* G, *ipsorum diametri sunt. Quòd si connectantur rectæ* B G, D G; *cum tria puncta* B, G, D, *in vtroque plano circulorum* A B C D, E D F B, *sint, atque adeo in communi ipsorum sectiones sit autem communis sectio linea recta*; 3. vndec. *recta erit* B G D. *Quoniam vero subtensæ rectæ* D A, D C, *subtensis rectis* B A, B C, 29. tertij. *singulæ singulis æquales sunt, ob æquales arcus, angulosq; continent æquales, nempe rectos in semicirculis existentes; æquales erunt anguli* D A C, B A C. *Quod etiã ita probari poterit. Quoniam latera* D A, A C, *lateribus* B A, A C, *æqualia sunt, basisq;* D C, *basi* B C, *æqualis, erunt anguli* D A C, B A C, *æquales. Rursus quia latera* A D, A G, *lateribus* A B, A G, *æqualia sunt, angulosq; continent æquales, vt demonstratum est; æquales erunt anguli* A G D, A G B, *ac propterea recti.* 31. tertij. 4. primi. 8. primi. 4. primi. *Perpendicularis igitur est* B G D, *ad rectam* A C. *Eodem modo ostendemus rectam eandem* B G D, *ad* E F, *perpendicularem esse. Quare eadem* B G D, *perpendicularis erit ad planum circuli* A F C E, *per rectas* A C, E F, *ductum; ac proinde & vtrumque planum circulorum* A B C D, E D F B, *per rectam* B G D, *ductum ad idem planum circuli* A F C E, *rectum erit: & vicissim circulus* A F C E, *ad circulos* A B C D, E D F B, *rectus erit. Itaque circulus* A F C E, *circulos* A B C D, E D F B, *& bifariam & ad angulos rectos secat. Quare maximus est, transitq; per ipsorum polos. Quod est propositum.* 4. vndec. 18. vndec. Schol. 15. huius.

SI

Digitized by Google

II.

14. SI in sphæra duo circuli se mutuo secent, maximus circulus secans bifariam duo illorum segmenta quæcumque, habens tamen arcum inter illa segmenta positum semicirculo inæqualem; transit per polos ipsorum, duoq; reliqua segmenta bifariam secat.



IN *sphæra duo circuli* A B C D, E B F D, *se mutuo secent in punctis* B, D: *Et maximus circulus* A F C E, *secet duo quæcumque illorum segmẽta, nempe,* B A D, B E D, *bifariam in punctis* A, E, *& arcus* A F C E, *interceptus inter dicta segmenta non sit semicirculus. Dico circulum* A F C E, *transire per polos circulorum* A B C D, E B F D, *secareq; reliqua segmenta* B C D, B F D, *bifariam. Si enim circulus* A F C E, *non transeat per ipsorũ polos, describatur, si fieri potest, alius circulus maximus* A G E, *per eorum polos, qui segmenta ipsorum bifariam secabit: atque adeo per puncta* A, E, *transibit. Secabunt se igitur circuli maximi* A F C E, A G E, *in* A, E, *bifariam: ac propterea semicirculus erit* A F C E. *Quod est contra hypothesim. Transit ergo circulus* A F C E, *per polos circulorum* A B C D, E B F D. *Quare omnia segmenta ipsorum secabit bifariam. Quod est propositum.*

9.huius. 11.1.huius. 9.huius.

15. ## THEOR. 10. PROP. 10.

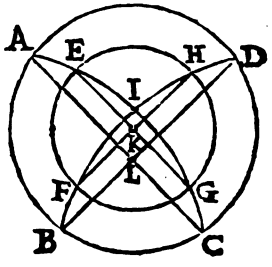
SI sint in sphæra paralleli circuli, per quorum polos describantur maximi circuli; parallelorum quidem circunferentiæ inter maximos circulos interceptæ, similes sunt; maximorum autem circulorum circunferentiæ inter parallelos circulos interceptæ, sunt æquales.

SINT in sphæra circuli paralleli A B C D, E F G H, quorũ pólus I: (sunt enim paralleli circuli in sphæra circa eosdem polos.) Per I, autẽ circuli maximi describantur vtcumque A E I G C, B F I H D. Dico circunferentias parallelorum A B, E F, similes, nec non B C, F G; Item C D, G H; & D A, H E: circun-

1.huius.

circunferentias vero maximorum circulorum inter parallelos, nempe A E, B F, C G, D H, æquales esse. Sint enim communes sectiones circuli A I C, & parallelorum rectæ A C, E G, quæ parallelæ erunt: communes vero sectiones circuli B I D, & parallelorum eorundem, rectæ B D, F H, quæ similiter parallelæ erũt. Et quia circuli maximi A I C, B I D, per polos parallelorum descripti secant parallelos bifariam; erunt A C, B D, diametri circuli A B C D, & punctum L, vbi se intersecant, centrũ eiusdem: Item E G, F H, diametri circuli E F G H, & punctum K, vbi se intersecant, centrum eiusdẽ. Quoniam igitur rectæ E K, K F, rectis A L, L B, parallelæ sunt, suntq; in diuersis planis, erunt anguli E K F, A L B, ad centra K, L, æquales. Quare circunferentiæ A B, E F, per ea, quæ in scholio propos. 33. lib 6. Euclid. ostendimus, similes erunt. Eodemq; modo similes erunt B C, F G, & C D, G H, nec non D A, H E.

16. vndec.



15. huius.

10. vndec.

RVRSVS, quia rectæ ex polo I, ad puncta A, B, C, D, demissæ æquales sunt, ex defin. poli, erunt quoque arcus I A, I B, I C, I D, æquales: Et eodem modo æquales erunt arcus I E, I F, I G, I H. Reliquæ igitur circunferentiæ A E, B F, C G, D H, æquales inter se erunt. Quapropter, si sint in sphæra paralleli circuli, &c. Quod erat demonstrandum.

28. tertij.

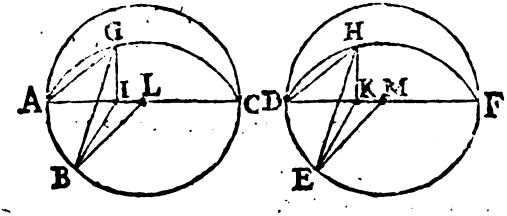
THEOR. 11. PROP. 11. 16.

SI in diametris circulorum æqualium æqualia circulorum segmenta ad angulos rectos insistant, à quibus sumantur æquales circunferentiæ, quarum quælibet inchoata ab extremitate sui segmenti, sit minor semisse circunferentiæ integri segmenti, à punctis autem æquales circunferentias terminantibus ducãtur æquales rectæ lineę ad circunferentias circulorum primo positorum; ipsæ circulorum primo positorum circunferentiæ interceptæ inter illas rectas lineas, & extremitates diametrorum, erunt æquales.

IN dia-

Digitized by Google

IN diametris A C, D F, circulorum æqualium A B C, D E F, insistant ipsis circulis ad angulos rectos segmenta circulorũ æqualia A G C, D H F: sumanturq; æquales arcus A G, D H, ita vt puncta G, H, secent segmenta A G C, D H F, non bifariam. Ex G, H, denique in circunferentias circulorum A B C, D E F, cadant rectæ æquales G B, H E. Dico circunferentias A B, D E, esse æquales. Demittantur ex G, H, rectæ G I, H K, ad plana circu-
11. vndec. culorum A B C, D E F, perpendiculares, quæ in communes sectiones A C,
38. vndec. D F, cadent in puncta I, K. Sumptis quoque L, M, centris circulorũ A B C, D E F, ducantur rectæ L B, B I, A G; M E, E K, D H: cadantq; primum puncta I, K, in semidiametros A L, D M. Quoniam igitur arcus A G C, D H F, æquales sunt, nec non & arcus A G, D H; æquales quoque erunt arcus, C G,
27. tertij. F H; ac propterea anguli G A C, H D F, illis insistentes æquales. Sunt autem & anguli A I G, D K H, æquales, quòd recti sint ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Itaque duo triangula A I G, D K H, habent duos angulos G A I, A I G, duobus angulis H D K, D K H, æquales. Habent autem & latus A G, lateri D H, æquale, (ob æqualitatẽ arcuum A G, D H.) quod angulis æqualibus I, K, subtenditur. Igitur & latus A I, lateri D K, & latus G I, lateri H K, æquale erit. Quoniam vero anguli G I B, H K E, recti sunt ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erunt quadrata ex G B, H E, quæ inter se æ-
47. primi. qualia sunt, ob æqualitatem rectarum G B, H E, quadratis ex G I, I B, & ex H K, K E, æqualia, ac propterea quadrata ex G I, I B, quadratis ex H K, K E, æqualia erunt. Ablatis ergo quadratis æqualibus rectarum æqualiũ G I, H K, remanebunt quadrata rectarũ I B, K E, æqualia; & idcirco & rectæ I B, K E, æquales. Et quia A L, D M, semidiametri circulorum æqualiũ æquales sunt; ostensæ autem quoque sunt æquales A I, D K, erunt & reliquæ I L, K M, æquales. Quare latera I L, L B, lateribus K M, M E, æqualia erunt: sunt au-
8. primi. tem & bases I B, K E, ostensæ æquales. Igitur & anguli L, M, ad centra æqua-
26. tertij. les erunt; ac proinde & arcus A B, D E, æquales erunt.



29. tertij.

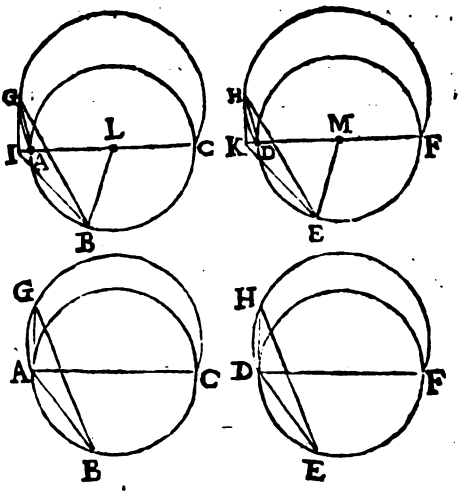
26. primi.

CADANT deinde puncta I, K, in semidiametros L A, M D, productas ad A, & D: quod quidem contingere potest, quando segmenta A G C, D H F, semicirculo sunt maiora; fiatq; eadem constructio, quæ prius. Ostendemus, vt prius, angulos G A C, H D F, esse æquales; ac propterea cum tam
27. tertij. G A C, G A I, quàm H D F, H D K, duobus sint rectis æquales, erũt & G A I,
13. primi. H D K, æquales. Cum ergo & anguli I, K, æquales sint, nempe recti, & late-
29. tertij. ra G A, H D, æqualia, ob æquales arcus A G, D H, erunt, vt prius, rectæ
26. primi. G I, I A, rectis H K, K D, æquales; ac propterea & totæ I L, K M, inter se æquales erunt. Igitur, vt prius, ostendemus rectam I B, rectæ K E, & angu-
47. primi. lum L, angulo M, æqualem esse: ac denique arcum A B, arcui D E.
8. primi.
26. tertij. CADANT tertio perpendiculares ex G, H, demissæ in plana circulo-

rum

Digitized by Google

rum A B C, D E F, in puncta A, D: quod etiam contingere potest, quando segmenta A G C, D H F, semicirculo sunt maiora. Ductis igitur rectis A B, D E, erũt anguli G A B, H D E, recti, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. Quare, vt prius, æqualia erunt quadrata rectarũ G A, A B, quadratis rectarum H D, D E: Sunt autẽ quadrata ex G A, H D, æqualia, quòd & rectæ G A, H D, æquales sint, ob æquales arcus A G, D H. Igitur & quadrata ex A B, D E, æqualia erunt; & propterea & rectæ A B, D E, æquales. Quare & arcus A B, D E, æquales erunt. Quod est propositum. Itaque si in diametris circulorum æqualium æqualia circulorum segmenta ad angulos rectos insistant, &c. Quod erat demonstrandum.



47. primi.

29. tertij.

THEOR. 12. PROPOS. 12. 16.

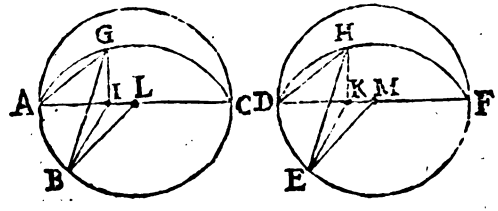
SI in diametris circulorum æqualium, æqualia segmenta circulorum erigantur, & ab ipsis segmentis æquales circunferentiæ ad extremitates segmentorum desumantur minores dimidijs ipsorum partibus, ab ipsis autem circulis æquales circunferentiæ sumantur ad easdem partes, quæ sunt ad extremitates diametrorum, rectæ lineæ ductæ à punctis in circunferentijs segmentorum ad puncta in circunferentijs circulorum, erunt æquales.

REPETANTVR figuræ propositionis præcedentis, cum eisdẽ constructionibus, ponanturq; arcus A B, D E, æquales. Dico & rectas G B, H E, æquales esse. Quoniam enim, vt in præcedenti propos. demonstratum est,

27. tertij.
29. tertij.
26. primi.

Digitized by Google

rectæ A I, I G, rectis D K, K H, æquales sunt; erunt & reliquæ I L, K M, ex semidiametris A L, D M, vt in prima figura, vbi puncta I, K, cadunt in semidiametros A L, D M, vel certe erunt & totæ I L, K M, æquales; vt in secunda figura, vbi puncta I, K, cadunt in semidiametros A L, D M, productas ad A, & D. Quia igit I L, L B, rectis K M, M E, æquales sunt; cõtinentque angulos ad L, M, æquales, ob æqualitatẽ arcuũ A B, D E; erunt & bases I B, K E, æquales. Quamobrem cum latera G I, I B, lateribus H K, K E, æqualia sint, contineantq; angulos G I B, H K E,



47. tertij.

4. primi.

4. primi. æquales, nimirum rectos, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erunt & bases G B, H E, æquales. quod est propositum. Facilius idem concludetur, si perpendiculares ex G, H, in plana circulorum A B C, D E F, demissæ cadant in puncta A, D,

29. tertij. vt in tertia figura. Nam quia rectæ G A, A B, rectis H D, D E, æquales sunt, ob æquales arcus A G, D H, & A B, D E, continentq; angulos æquales, vt-

4. primi. pote rectos, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erunt bases G B, H E, æquales. Si igitur in diametris circulorum æqualium, æqualia segmenta, &c. Quod erat ostendendum.

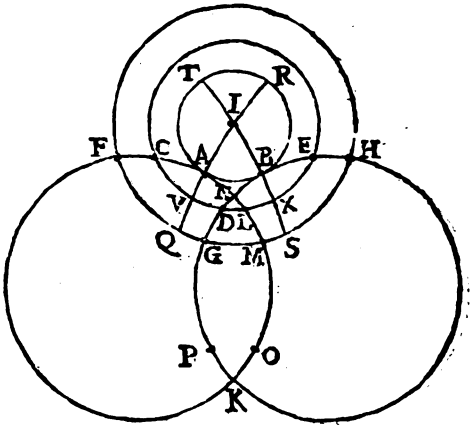
18. ## THEOREMA 13. PROPOS. 13.

SI in sphæra sint paralleli circuli, & describantur maximi circuli, qui vnum quidem parallelorum tangant, reliquos vero secent; circunferentię parallelorum interceptæ inter eos maximorum circulorum semicirculos, qui non concurrunt, similes erunt; maximorum vero circulorum circunferentiæ inter duos quoscunque parallelos interceptæ, erunt æquales.

1. huius. SINT in sphæra paralleli circuli A B, C D E, F G H, qui eundem polũ habebunt, nempe I. Circuli autem maximi A F K, B H K, tangant parallelũ A B, in punctis A, B, & reliquos secent in punctis F, C, L, M; H, E, D, G; seipsos autẽ mutuo secent in K, N, vt sint semicirculi K M N, N F K; K G N, N H K. Maximi enim circuli se secant mutuo bifariam. Sumatur quoque ar-

21. huius.

cus



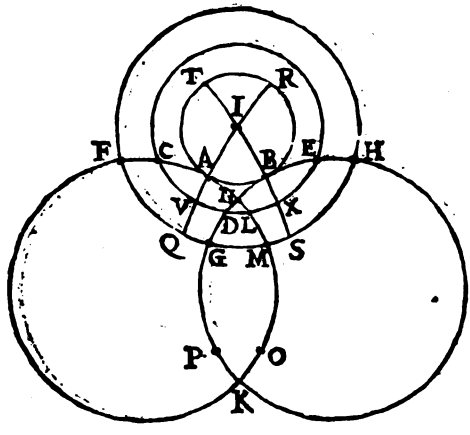
eius K O, arcui N A, & arcus K P, arcui N B, æqualis, vt sint quoque semicirculi A M O, O F A; B G P, P H B. Erunt igitur semicirculi A M O, B H P, non coeuntes, cũ se mutuo non secent. Eodem modo nõ coeuntes erunt semicirculi B G P, A F O. Dico arcus parallelorum A B, L E, M H, interceptos inter semicirculos A M O, B H P, non coeuntes similes esse, necnon & arcus A B, C D, F G, interceptos inter semicirculos B G P, A F O, non concurrentes similes esse: Arcus vero maximorum circulorum A C, A L, B D, B E, æquales esse; necnon & arcus C F, L M, D G, E H: quorum illi inter parallelos A B, C D E, hi vero inter parallelos C D E, F G H, interijciuntur: Eodemq; pacto æquales esse arcus A F, A M, B G, B H, inter parallelos A B, F G H, interiectos. Per polum enim I, & puncta contactuum A, B, circuli maximi describantur Q A I R, S B I T, secantes parallelos in Q, S, V, X. Transibunt hi circuli maximi per polos quoque circulorum A F K, B H K; ac proinde bifariam secabunt segmenta C A L, D B E, C V L, D X E: necnõ segmenta F A M, G B H, F Q M, G S H. Præterea ijdem circuli ad angulos rectos secabunt parallelos A B, C D E, F G H, & maximos circulos A F K, B H K. Quoniam igitur diametris circulorum æqualium A F K, B H K, insistunt ad angulos rectos segmenta circulorum æqualia, nempe semicirculi inchoati à punctis A, B, & per I, transeũtes, donec iterũ secent circulos A F K, B H K; suntq; arcus æquales A I, B I, quòd ex defin. poli recta I A, I B æquales sint; qui quidem minores sunt dimidijs semicirculorum partibus: (cum enim dimidij sint arcuum A I R, B I T, quòd, ex defin. poli, rectæ ex I, ad puncta A, B, R, T, atque adeo arcus quoque sint æquales: sint autem arcus A I R, B I T, semicirculo minores, quòd semicirculi tendant ex A, & B, per I, vsque ad circulos A F K, B H K; erunt arcus A I, B I, minores dimidijs partibus illorum semicirculorum.) sunt quoque æquales rectæ I C, I E, ex poli defin. erunt arcus A C, B E, æquales: Est autem A C, ipsi A L, & B E, ipsi B D, æqualis, propterea quòd arcus C A L, D B E, bifariam secantur, vt demonstratum est. Quatuor ergo arcus A C, A L, B E, B D, æquales sunt. Eodem modo ostendemus, æquales esse quatuor arcus A F, A M, B H, B G; ac propterea & reliquos C F, L M, E H, D G, qui quidem singuli inter binos parallelos intercipiuntur. Quod secundo loco proponebatur demonstrandũ.

Q V I A vero arcus toti C A L, D B E, æquales sunt, quòd ipsorum dimidia æqualia sint, vt demonstratum est; erunt & rectæ subtensæ C L, D E, æquales, quæ quidem arcubus quoque C V L, D X E, subtenduntur; ac propterea

20 1.huius.
5.huius.
9.huius.
15.1.huius.
28.tertij.
28.tertij.
11.huius.
9.huius.
3 9.tertij.

28. tertij.

9. huius.



30. huius.

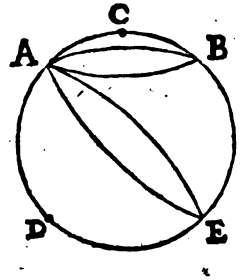
pterea & arcus parallelorum C V L, D X E, æquales erunt. Cum ergo secetur bifariam in V, X, vt dictum est, æquales erunt eorum medietates, nimirum quatuor arcus C V, V L, D X, X E. Si igitur arcubus æqualibus C V, D X, communis arcus addatur V D, æquales erunt arcus C D, V X: Est autem arcus V X, arcui A B, similis. Igitur & C D, eidem A B, similis erit. Non secus ostendemus F G, eidem A B, similem esse; nec non & arcus E L, H M, eidem arcui A B, esse similes. Quod secundo loco proponebatur demonstrandum. Si ergo in sphæra sint paralleli circuli, &c. Quod ostendendum erat.

PROBL. 1. PROP. 14.

CIRCVLO in sphæra dato, qui minor sit quàm circulus maximus, datoq; aliquo puncto in eius circunferentia, per illud punctum describere circulum maximum, qui tangat datum circulum.

IN sphæra datus circulus sit non maximus A B, cuius polus C, oporteatq; per A, punctum in eius circúferentia datum, describere maximum circulum, qui circulum A B, tangat. Per polum C, & punctum A, describatur circulus maximus C A D E B, in quo sumatur quadrans A D, & polo D, interuallo D A, circulus describatur A E, qui maximus erit, quòd recta subtensa D A, latus sit quadrati in maximo circulo descripti. Dico circulum maximum A E, tangere circulum A B, in A. Quoniam enim duo circuli A B, A E, eundem circulum C A D, per eorum polos transeuntem se-

20. 1. huius.



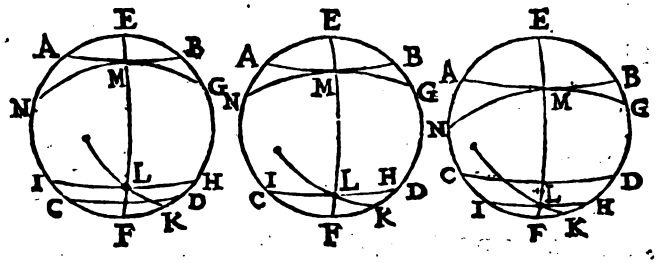
17. 1. huius.

tem secant in eodem puncto A, ipsi se mutuo tangent in puncto A. Circulo igitur in sphæra dato, &c. Quod faciendum erat. 3.huius.

PROBL. 2. PROPOS. 15. 19.

CIRCVLO in sphæra dato, qui minor sit maximo circulo, & puncto aliquo dato in sphæræ superficie, quod sit inter datum circulum, & alium eidem æqualem, & parallelum, per punctum illud datum describere maximum circulum, qui tangat datum circulum maximo minorẽ.

SIT in sphæra datus circulus non maximus A B, cui æqualis sit & parallelus C D, datumq; punctum sit G, inter duos circulos A B, C D; oporteatq; per G, circulum maximum describere, qui tangat circulum A B. Sint E, F, poli parallelorum A B, C D, (habent enim paralleli eosdem polos.) & per E, G, circulus maximus describatur E A C, qui per reliquum polum F, transibit, ex corollſcholij propos. 10. lib. 1. huius. In hoc accipiatur quadrans B H; cadetq; punctum H, vel supra D, vel in D, vel infra D: Quodcũque autẽ horũ cõtingat, ita rẽ exequemur. 1. huius. 20.1.huius.



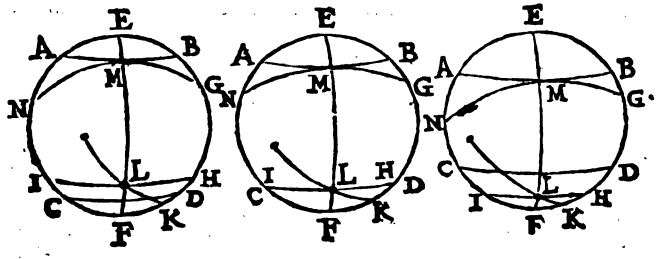
Ex polo E, ad interuallum E H, vel ex polo F, ad interuallum F H, circulus describatur H I, qui ipsis A B, C D, parallelus erit, existetq; vel supra C D, vel idem erit qui C D, vel infra C D, situs erit, prout punctum H, supra D, vel in D, vel infra D, positum fuerit. Sumatur rursum quadrans G K, eritq; punctum K, vltra H, cum G H, quadrante minor sit. Polo deinde G, interuallo autem G K, circulus describatur K L, qui maximus erit, quòd recta subtendens quadrantẽ G K, æqualis sit lateri quadrati in maximo circulo descripti. Secet autem K L, circulum H I, in L, & per L, F, circulus maximus describatur F L, qui per reliquum polum E, transibit, ex corol. scholij propos. 10. lib. 1. huius. Secet autem hic circulus E L E, circulum A B, in M. Eruntq; arcus M L, B H, circulorum maximorum per E, F, 2.huius. 17.1.huius. 20.1.huius.

Digitized by Google

10. huius. E, F, polos parallelorum transeuntium, intercepti inter parallelos AB, HI, æquales, ac propterea existente B H, quadrante per constructionem, erit & L M, quadrans. Polo igitur L, interuallo autem L M, circulus describatur
17.1.huius. M N, qui maximus erit, quòd recta subtendens quadrantem L M, æqualis sit lateri quadrati in maximo circulo descripti. Quoniam vero maximus circulus K L, transit per L, polum maximi circuli N M, transibit vicissim ma-
Scho.15.1. huius. ximus circulus N M, per G, polum circuli K L: atque ita transit maximus circulus N M, per datum punctum G. Dico iam eundem tangere circulum A B, in M. Quoniã enim circuli A B, G N, in eodem puncto M, secãt maximũ
9.huius. circulum E F, in quo polos habent, ipsi se mutuo tangent in M. Descriptus est ergo per G, circulus maximus G N, tangens circulum A B, in M. Quare circulo in sphæra dato, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

QVOD *si punctum* G, *datum sit præcise in medio arcus* B D, *erit quadrans* GF. *Polo igitur* G, *interuallo*ꝙ; G F, *circulus descriptus* F E, *secabit* H I, *in* L, *puncto, quod rursum erit polus circuli tangentis, vt prius. Si vero* G, *punctum datum sit idem, quod* D, *erit polus circuli tangentis in medio arcus* D C A, *cum hic arcus semicirculus sit. Circulus autem ex illo polo descriptus tanget* A B, *in* A, *&* C D, *in* D, *vt*
9.huius. *patet: quoniam videlicet circulus hic, maximus, & parallelus* A B, C D, *secãt in pũctis* A, D, *circunferentiã maximi circuli* A C D B, *in quo polos habent.*



QVONIAM *vero sicut* L, *polus est ostensus circuli maximi* G N, *tangentis, circulum* A B, *ita quoque ostendi potest, aliud punctũ, in quo maximus circulus* K L, *circulum* H I, *ex altera parte secat, polum esse alterius cuiusdam circuli maximi, qui per* G, *transeat, tangatq; circulum* A B, *in alio puncto: perspicuum est per pũctum in sphæra datum inter duos circulos æquales, & parallelos describi posse duos circulos maximos, qui circulum* A B, *tangant in duobus punctis.*

THEOR. 14. PROPOS. 16.

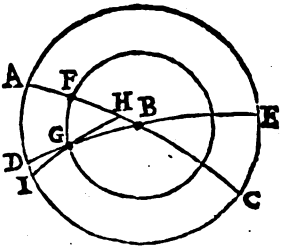
20.

MAXIMI circuli, qui similes circũferentias

18.al-

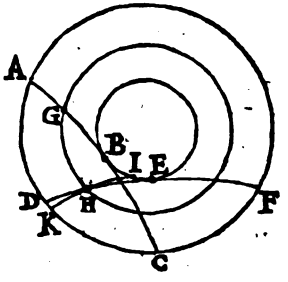
parallelorum circulorum in ſphæra auferunt, aut per parallelorum polos tranſeunt, aut eundem vnum parallelum tangunt.

IN ſphæra maximi circuli A B C, D B E, auferant ex parallelis A D C, F G, circunferentias ſimiles A D, F G. Dico maximos circulos A B C, D B E, aut tranſire per polos parallelorum A D C, F G, aut vnum eundem parallelum tangere. Aut enim alter illorum, nempe A B C, tranſit per polos parallelorum, atque ita oſtendemus, alterum per eoſdem tranſire, aut nõ tranſit quidẽ per polos parallelorũ, ſed alterũ tamen illorũ tangit, atq; ita demonſtrabimus, alterum eundem tangere; aut deniq; neque per polos parallelorum incedit, neq; alterum illorum tangit: quo poſito concludemus circulos maximos datos aliquẽ aliũ parallelum tangere datis parallelis minorẽ. Tranſeat enim primum A B C, per polos parallelorum. Dico & D B E, per eoſdem trã ſire, hoc eſt, pũctum B, in quo ſe ſecant maximi circuli A B C, D B E, polum eſſe parallelorum A D C, F G. Si namque B, non eſt eorum polus, ſit H, polus ipſorum. Et quia circulus A B C, ponitur tranſire per eorum polos, erit H, in circunferentia A B C. Per H, G, deſcribatur circulus maximus H G, ſecans A D C. in I. Eruntq; arcus A I, F G, ſimiles, cum intercipiantur inter maximos circulos A H, H I, per polum H, deſcriptos: Ponitur autem & arcus A D, eidem arcui F G, ſimilis. Similes ergo ſunt arcus A I, A D; atque adeo cum ſint eiuſdem circuli, inter ſe æquales erunt, totum & pars. Quod eſt abſurdum. Non ergo aliud punctum, præter B, polus erit parallelorum, ſi alter circulorum A B C, D B E, nempe A B C, per illorum polos ducitur, Quare vterque circulus maximus A B C, D B E, per polum B, parallelorum tranſit, ſi vnus ipſorum tranſit.



20.1.huius. 10.huius.

SED iam duo maximi circuli A B C, D E F, auferant rurſum ex parallelis A D C, B E, circunferentias ſimiles A D, B E, & neuter illorum tranſeat per parallelorum polos, ſed alter, nempe A B C, vnum eorum, puta B E, tangat in B. Dico & circulum D E F, eundem B E, tangere in E. Si enim non tangit, ſed ſecat, deſcribatur per E, punctũ in parallelo B E, datũ maximus circulus G E H, tangens parallelum B E, in E; eruntq; ſemi circuli, quorum alter ex E, per G, ducitur, alter vero ex B, per A, tranſit, non coeuntes, vt conſtat ex figure propoſ. 13. huius libri, & ex demonſtratis ibidem. Igitur



14.huius. 13.huius.

Digitized by Google

Igitur arcus B E, A G, similes erunt: Ponuntur autem & similes B E, A D. Similes ergo sunt inter se A G, A D; ac proinde, cum sint eiusdem circuli, inter se æquales erunt, totum, & pars. Quod est absurdū. Nullus ergo alius circulus maximus per E, ductus præter D E F, parallelum B E, tangit in E, si A B C, eundem in B, tangit. Quare si A B C, tangit B E, tanget & D E F, eundem B E.

POSTREMO maximi circuli A B C, D E F, auferant ex parallelis A D C, G H, circunferentias similes A D, G H; & neuter illorum per parallelorum polos ducatur, aut alterum eorum tangat. Dico circulos maximos A B C, D E F, tangere alium quendam parallelum ipsis A D C, B E, minorē. Quoniam enim circulus maximus A B C, neque transit per polos parallelorum, neque alterum ipsorum tangit, erit circulus maximus A B C, ad vtrumque parallelorum A D C, G H, obliquus. Si enim rectus esset, transiret per ipsorum polos, quod non ponitur. Tanget igitur A B C, duos circulos æquales inter se, & parallelos vtrique A D C, G H. Tangat ergo parallelum B E, qui minor erit vtroque A D C, G H; (cum A B C, ipsos secet) atque adeo & alter sibi æqualis, & parallelus minor erit vtroque A D C, G H: ac proinde paralleli A D C, G H, positi erūt inter illos duos, quos circulus A B C, tangit. Dico & D E F, eundem B E, tangere. Si enim non tangit, describatur per punctum H, quod est inter circulum B E, & sibi æqualem, ac parallelum, ut ostendimus, circulus maximus K H, tangens B E, in I; eruntq; semicirculi, quorum alter ex I, per H, alter vero ex B, per G, transit, non coeuntes, vt constat ex figura propos. 13. huius libri, & ex demonstratis ibidem. Igitur arcus A K, G H, similes erunt: Ponuntur autem & A D, G H, similes. Similes igitur sunt A K, A D; atque adeo, cum sint eiusdem circuli, inter se æquales erunt, totum & pars. Quod est absurdum. Nullus ergo alius circulus maximus per H, descriptus, præter D E F, parallelum B E, tangit, si A B C, eundem tangit in B. Quare si A B C, tangit circulum B E, tanget & D E F, eundem B E. Quapropter maximi circuli, qui similes circunferentias, &c. Quod erat ostendendum.

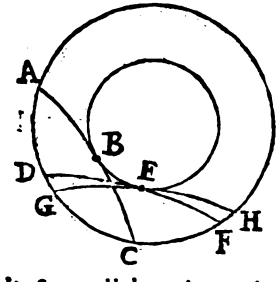
13. huius.

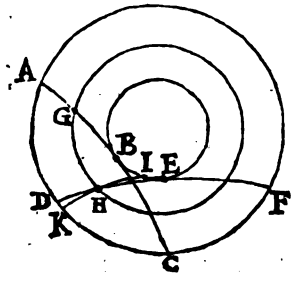
8. huius.

13. huius.

15. huius.

13. huius.





SCHOLIVM.

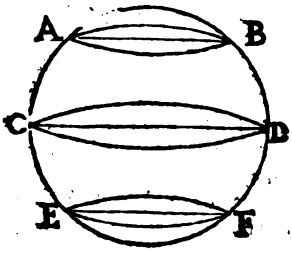
MANIFESTVM *autem est, circulos maximos* A B C, D E F, *ita tangere eundem parallelum* B E, *vt semicirculi eorum à contactibus per arcus similes procedentes non coeant. Alias non essent arcus ablati similes, vt constat ex propos. 13. huius libri.*

THEO-

THEOREMA 15. PROPOS. 17. 21.

IN sphæra paralleli circuli, inter quos & maximum parallelorum æquales circunferentiæ maximorum circulorum intercipiuntur, sunt inter se æquales: Illi vero, inter quos, & maximum parallelorum maiores maximorum circulorum circunferentiæ intercipiuntur, sunt minores.

SINT in sphæra paralleli circuli A B, C D, E F; sitque C D, maximus parallelorum. Inter circulum vero C D, & vtrumq; parallelorum A B, E F, intercipiantur æquales circunferentiæ A C, C E, maximi alicuius circuli A C E F D B. Dico parallelos A B, E F, æquales esse. Sint enim communes sectiones parallelorum, & circuli A C E F D B, rectæ A B, C D, E F, quæ parallelæ inter se erunt. Transeat autem primum circulus maximus A C E F D B, per polos parallelorum. Quo posito, secabit circulus A C E F D B, parallelos A B, C D, E F, bifariam, & ad angulos rectos; atq; adeo diametri erunt A B, C D, E F, parallelorum. Quoniam vero arcus A C, B D, æquales sunt, nec non & arcus C E, D F; ponaturque A C, æqualis ipsi C E; erunt A C, B D, simul ipsis C E, D F, simul æquales: Sunt autem semicirculi æquales C A B D, C E F D: quia circuli maximi C D, A C E F D B, se mutuo bifariam diuidunt. Igitur reliqui arcus A B, E F, æquales erunt; ac propterea & rectæ A B, E F, hoc est, diametri circulorum A B, E F, æquales. Circuli ergo A B, E F, æquales sunt.



16. vndec.

25. huius.

20. huius.

11. huius.

29. tertij.

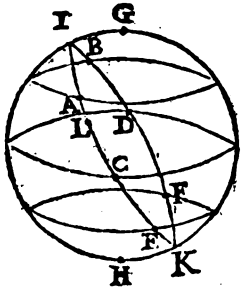
QVOD si arcus A C, maior ponatur arcu C E. Dico circulum A B, minorem esse circulo E F. Posita enim eadem constructione, & demonstratione, erunt vt prius, arcus A C, B D, æquales, nec non C E, D F, cum ergo A C, maior ponatur quam C E, erunt duo arcus A C, B D, simul, maiores duobus arcubus C E, D F, simul. Reliquus igitur A B, ex semicirculo C A B D, minor erit reliquo E F, ex semicirculo C E F D; ac propterea & recta A B, hoc est, diameter circuli A B, minor erit, quàm recta E F, hoc est, quàm diameter circuli E F, vt in scholio propos. 29. lib. 3. Eucl. à nobis est demonstratum, cum arcus A B, E F, semicirculo sint minores. Quare minor erit circulus A B, circulo E F. quod est propositum.

10. huius.

SED iam circulus maximus A C E F D B, non transeat per polos parallelorum A B, C D, E F; sintque rursus arcus A C, C E, æquales. Dico adhuc circulos A B, E F, esse æquales. Sint enim G, H, poli parallelorum A B, C D, E F, & per G, H, ac polos circuli maximi A C E F D B, circulus maximus de-

Digitized by Google

20.1.huius. 15.1.huius. scribatur G I H K, qui circulum A C E F D B, secabit duobus in punctis, vt in I, K, ad angulos rectos. Quoniam igitur circulus maximus G I H K, per polos maximorum circulorum A C E F D B, C D, transit, ex constructione, trā-
Schol.15 1. huius. sibunt hi vicissim per illius polos. Puncta igitur C, D, vbi se duo hi circuli intersecant, poli erunt circuli G I H K; (alias non vterque circulus A C E F D, C D, per polos circuli G I H K, transiret) ac proinde ductæ rectę C I, C K, ex defin. poli, æquales erunt, ac propterea & arcus C I, C K, inter se erunt æquales. Sunt autem & arcus A C, C E, per hypothesim, æquales. Reliqui igitur arcus A I, E K, æquales quoque erunt. Rursus quia semicirculus I G K, semicirculo G K H, æqualis est; (Diuidunt enim se mutuo circuli A C E F D B, & G I H K, bifariam; ac proinde I G K, semicirculus est; Arcus autem G K H, semicirculus est propter G, H, polos parallelorum.) dempto communi arcu G K, erunt reliqui arcus G I, H K, æquales. Quoniam igitur in diametro circuli I C K D, segmenta circulorū æqualia I G K, K H I, quæ semicirculi sunt,



2 8.tertij.

11.1.huius.

11. 1. huius. vt ostendimus, insistunt ad angulos rectos, suntque arcus I G, K H, æquales, & non sunt segmentorum semisses, siue quadrantes, cum G, H, non sint poli circuli I C K D: Item æquales sunt arcus I A, K E, vt demonstratum est;
15.huius. erunt rectæ demissæ G A, H E, æquales. Quare circuli A B, E E, æquales inter se erunt.

Schol. 2 8.1 huius. QVOD si arcus A C, maior ponatur arcu C E; Dico circulum A B, minorem esse circulo E F. Sumpto enim arcu C L, qui æqualis sit arcui C E, erit,
6.1. huius vt proxime demonstratum est, parallelus per L, descriptus æqualis parallelo E F: sed parallelus A B, minor est, quàm parallelus per L, descriptus, cum ille longius à maximo parallelorum, atque adeo à centro sphæræ, absit. Minor igitur quoque est parallelus A B, quam E F. Quod est propositum. In sphæra ergo paralleli circuli, inter quos & maximum parallelorum, &c. Quod erat demonstrandum.

22. ## THEOR. 16. PROPOS. 18.

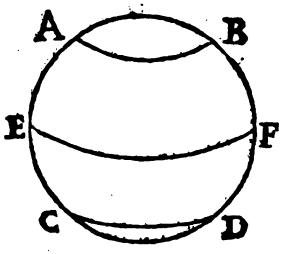
IN sphæra circunferentiæ maximorum circulorum interceptæ inter maximum parallelorum, & duos alios circulos æquales, & parallelos, sunt æquales: illæ vero, quæ intercipiuntur inter maiorem parallelum, & maximum, sunt minores.

IN sphæra sint duo paralleli æquales A B, C D, & maximus parallelorū sit E F: Hos autem omnes parallelos secet maximus alius circulus A C D B. Dico arcus A E, F C, nec non B E, F D, æquales esse. Si enim non sunt æquales,

Digitized by Google

les, sit A E, maior. Erit igitur circulus A B, minor circulo C D. quod est contra hypothesim. Sunt ergo æquales arcus A E, E C, nec non B F, F D. 17. huius.

QVOD si circulus A B, maior ponatur circulo C D; Dico arcum A E, minorem esse arcu E C. Si enim non est minor, erit vel æqualis, vel maior. Si æqualis, erunt circuli A B, C D, æquales: si maior, erit circulus A B, minor circulo C D, quorum vtrũque est cõtra hypothesim. Minor ergo est arcus A E, quam E C. Quamobrem In sphæra circunferentiæ maximorum circulorum interceptæ, &c. Quod ostendendũ erat.

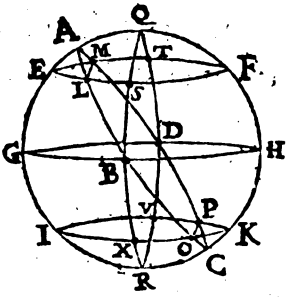


17. huius.

THEOR. 17. PROPOS. 19. 23.

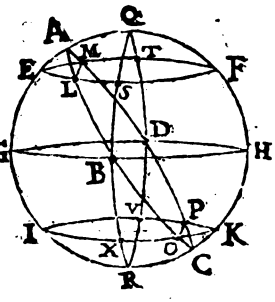
SI in sphæra maximus circulus parallelos aliquot circulos in sphærica superficie descriptos secet quidẽ, non tamen per polos, in partes inæquales eos secabit, excepto maximo parallelorum: De parallelorum autem segmentis in vno hemisphæriorum interceptis, ea quæ sunt inter maximum parallelorum, & polum conspicuum, sunt maiora semicirculo; reliqua vero, quæ sunt inter maximũ parallelorum, & polum occultum, sunt semicirculo minora: Æqualium denique ac parallelorum circulorum alterna segmenta sunt inter se æqualia.

IN sphera maximus circulus A B C D, parallelos E F, G H, I K, secet in L, M; B, D; & O, P, non per polos, qui sint Q, R; & sit G H, parallelorum maximus, & Q, polus conspicuus, & R, occultus in hemisphærio, quod supra circulum maximum A B C D, extat, & ad partes F, vergit. Dico circulum A B C D, parallelos non bifariam secare, excepto maximo G H; hunc enim bifariam secat: segmentum autem L F M, inter maximũ parallelum, & polum Q, conspicuum semicirculo esse maius, & O K P, minus. Si denique paralleli E F, I K, æquales sint, alterna segmẽ



11. 1. huius

G 2 ta



20.1.huius. 22.1.huius. 15.1.huius.

ta L F M, O I P, æqualia esse. Per polum enim Q, & punctum B, circulus maximus describatur Q B R D; qui per reliquum polum R, transibit ex coroll. scholij propos. 10. lib. 1. huius; nec non per punctum D, cum vtrumque circulum G B H D, A B C D, bifariam diuidat; circuli autem hi secentur bifariam in B, D. Ex quo fit, circulum Q B R D, parallelum E F, secare supra circulum A B C D, at parallelum I K, infra tandem; vt in punctis S, T; & V, X. Quoniam vero circulus Q B R D, parallelos E F, I K, bifariam secat, erunt S F T, V K X, semicirculi; ac propterea arcus L F M, semicirculo maior, & O K P, semicirculo minor erit. Quod est propositum.

SINT iam paralleli E F, I K, æquales. Dico alterna segmenta L F M, O I P, æqualia inter se esse; nec non segmenta alterna L E M, O K P. Nam per polos parallelorũ, & polos circuli A B C D, describatur circulus maximus A G C H, qui diuidet segmenta L A M, O C P, bifariam. Æquales ergo sunt arcus A L, A M, inter se, & C O, C P, inter se. Et quoniam circulus maximus A G C H, transit per polos maximorum circulorum G H, A C; transibunt vicissim hi per illius polos. Puncta igitur B, D, poli sunt circuli A G C H; ac propterea rectæ B A, B C, æquales erunt, ex defin. poli; atque idcirco & arcus ipsi B A, B C, æquales erunt: Sunt autem & arcus B L, B O, æquales; propterea quòd æquales ponuntur paralleli E F, I K. Igitur & reliqui arcus A L, C O, æquales erunt: Sunt autem arcus A L, C O, dimidij arcuum L A M, O C P; propterea quòd A L, ipsi A M; & C O, ipsi C P, ostensus est æqualis. Æquales ergo sunt quoque arcus L A M, O C P, ac proinde & rectæ subtensæ L M, O P, æquales erunt. Quare ex circulis æqualibus E F, I K, auferent æquales arcus, maiorem quidem L F M, maiori O I P, & minorem L E M, minori O K P, (hoc est alternum segmentum alterno segmento) æqualem. Quod est propositum. Itaque si in sphæra maximus circulus parallelos aliquot circulos in sphærica superficie descriptos secet quidem, &c. Quod erat demonstrandum.

Schol.15.1.huius. 28.tertij. 18.huius. 29.tertij. 28.tertij.

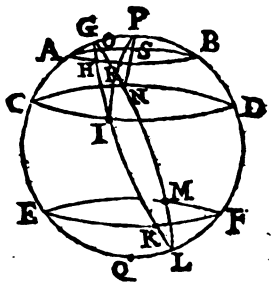
24. THEOREMA 18. PROPOS. 20.

SI in sphæra maximus circulus parallelos aliquot circulos secet, non tamen per polos; de parallelorum assumptis circumferentijs in vno hemisphærio, illæ quæ propius accedunt ad polũ conspicuum, erunt maiores, quàm vt similes esse possint illis, quæ ab eodem conspicuo polo longius absunt.

IN sphæ-

Digitized by Google

IN sphæra parallelos A B, C D, E F, secet in H, O; I, N; K, M, non tamen per polos, circulus maximus G H I K L M N O, sitque supra hemisphærium G B L, polus conspicuus P, occultus autem Q. Dico arcum O B H, maiorem esse, quàm vt similis sit arcui N D I, & N D I, maiorem, quàm vt similis sit arcui M F K. Per polum enim parallelorum P, & puncta I, N, describãtur duo circuli maximi P I, P N, secantes parallelum A B, supra circulũ G I L N, in R, S: eritque arcus R B S, arcui I D N, similis. Cum ergo arcus O B H, maior sit arcu R B S, maior quoque erit, quam vt similis sit arcui N D I. Eodem modo ostendemus arcum N D I, maiorem esse, quàm vt similis sit arcui M F K, si nimirum per polum P, & puncta K, M, duo alij circuli maximi describantur. Igitur si in sphæra maximus circulus parallelos aliquot, &c. Quod demonstrandum erat.



20. huius.

10. huius.

COROLLARIVM.

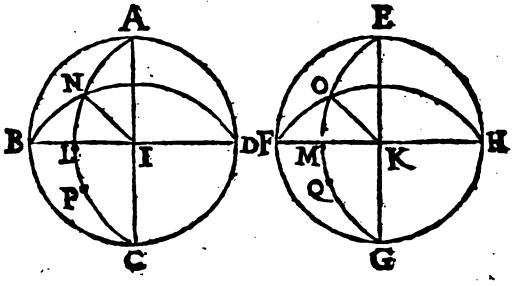
HINC fit, simpliciter arcum O B H, maiorem esse partem sui paralleli A B, quàm arcum N D I, sui paralleli, &c. quandoquidem arcus R B S, tanta pars est sui paralleli, quanta est arcus I D N, sui paralleli, cum hi arcus demonstrati sint esse similes, &c.

THEOREMA 19. PROPOS. 21.

25.

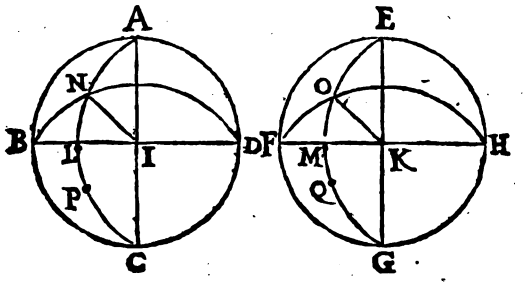
SI in sphæris æqualibus maximi circuli ad maximos circulos inclinentur, ille cuius polus sublimior supra planum subiectum est, inclinatior erit: illi vero circuli, quorum poli æqualiter distant à subiectis planis, æqualiter inclinantur.

IN sphæris æqualibus A B C D, E F G H, quarum centra I, K, ad circulos maximos A B C D, E F G H, quorum poli L, M, inclinẽtur duo circuli maximi B N D, F O H, quorum poli, P, Q; sitque primum polus P, sublimior supra planum circuli A B C D, quàm polus Q, supra planũ circuli E F G H. Dico cir-



culum

culum B N D, inclinatiorem esse ad circulum A B C D, quàm F O H,
20.1.huius ad E F G H. Describantur enim per L, P, polos, & per polos, M, Q, circuli maximi A N C, E O G; sitque communis sectio circulorum A B C D, B N D, recta B D; circulorum autem A B C D, A N C, recta A C; & circulorum B N D, A N C, recta N I: quæ omnes rectæ per centrum sphæræ I, transibunt, cum circuli maximi per idem centrum sphæræ ducantur. Eodem ordine sint in alia sphæra communes sectiones circulorum, vt recta F H, circulorum E F G H, F O H; recta vero E G, circulorum E F G H, E O G; & recta O K, circulorum F O H, E O G: quæ omnes rectæ similiter per centrum
25.1.huius sphæræ K, transibunt. Et quoniam circulus A N C, per polos circulorum A B C D, B N D, transiens, eos secat ad angulos rectos; erit vicissim vterque
19.vndec. circulus A B C D, B N D, ad circulum A N C, rectus, atque adeo & recta B D, communis eorum sectio, ad eundem circulum A N C, perpendicularis erit. Quare anguli A I D, N I D, recti erunt, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ac proinde A I N, angulus erit inclinationis circuli B N D, ad circulum A B C D, ex defin. 6. lib. 11. Eucl. Eodem modo erit E K O, angulus inclinationis circuli F O H, ad circulũ E F G H. Quoniam vero P, polus circuli B N D, sublimior ponitur supra circulum A B C D, quàm polus Q, circuli F O H,



supra circulum E F G H, erit maior arcus C P, arcu G Q. Hi enim arcus, cum sint perpendiculares ad circulos A B C D, E F G H, altitudines polorum P, Q, supra ipsos circulos metiuntur. Sunt autem arcus P N, Q O, æquales, cum sint quadrantes. Poli enim P, Q, à circulis maximis B N D,
Coroll. 16. huius. F O H, per quadrantem absunt. Arcus ergo C N, maior erit arcu G O, ac proinde A N, reliquus ex semicirculo A N C, minor erit reliquo E O, ex semicir-
Schol. 27. tertij. culo E O G. Quare angulus A I N, angulo E K O, minor erit, ac proinde magis inclinatus erit circulus B N D, ad circulum A B C D, quam circulus F O H, ad circulum E F G H, vt in explicatione definitionis 7. lib. 11. Eucl. scripsimus.

SED sint iam arcus C P, G Q, æquales, hoc est, poli B, Q, æqualiter distent à planis circulorum A B C D, E F G H. Dico circulos B N D, F O H, æqualiter inclinari ad circulos A B C D, E F G H. Quoniam enim arcus C P, G Q, æquales sunt, si addantur quadrantes P N, Q O, erunt & arcus C H, G O, æquales; ac propterea & reliqui arcus A N, E O, ex semicirculis æqua-
27.tertij. les erunt. Anguli igitur A I N, E K O, æquales erunt, ac propterea, ex defin. 7. lib. 11. Eucl. similes, siue æquales erunt inclinationes circulorũ B N D, F O H, ad circulos A B C D, E F G H. Si igitur in sphæris æqualibus maximi circuli ad maximos circulos, &c. Quod erat ostendendum.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLIVM.

HINC *fit, si circulorum maximorũ ad alios inclinatorum poli æqualiter distent à polis maximorum, ad quos inclinantur, inclinationes esse æquales: cuius vero polus vicinior sit polo eius, ad quem inclinantur, inclinationem esse maiorem.* Nam si arcus L P, M Q, *sint æquales, erunt &* C P, G Q, *æquales, cum quadrantes sint* C L, G M; *atque adeo poli* P, Q, *circulorum inclinatorum æqualiter distabunt à subiectis planis circulorum* A B C D, E F G H. *Quare, vt demonstratum est in hac propos. æquales erunt inclinationes circulorum* B N D, F O H, *ad circulos* ABCD, EFGH. *Si vero arcus* L P, *minor sit arcu* M Q, *erit reliquus arcus* C P, *ex quadrante maior arcu* G Q, *reliquo ex quadrante. Igitur, vt ostendimus in hac propos. maior erit inclinatio circuli* B N D, *ad circulum* A B C D, *quam circuli* F O H, *ad circulum* E F G H. Coroll. 16. 1. huius.

CONVERSVM *quoque huius Theorematis, & scholij demonstrabimus in hunc modum.*

SI in sphæris æqualibus maximi circuli ad maximos circulos æqualiter inclinentur, erunt distantiæ polorum ipsorum à subiectis planis æquales: Illius verò, qui magis inclinatur, sublimior erit polus. Item distantiæ polorum illorum circulorum, qui æqualiter inclinantur, à polis circulorum, ad quos inclinantur, æquales erunt: Distantia vero poli illius circuli, qui magis inclinatur, à polo circuli, ad quem inclinatur, minor erit.

SI *namque circuli* B N D, F O H, *ad circulos* A B C D, E F G H, *æqualiter inclinentur, erunt anguli* A I N, E K O, *æquales, ex defin. 7. lib.* 11. Eucl. *ac propterea & arcus* A N, E O, *æquales erunt. Additis igitur quadrantibus* N P, O Q, *æquales erunt arcus* A P, E Q, *ac propterea & reliqui* C P, G Q, *ex semicirculis æquales erunt.* 26. tertij.

SI *verò circulus* B N D, *ad circulum* A B C D, *magis inclinetur, quam circulus* F O H, *ad circulum* E F G H, *erit minor angulus* A I N, *angulo* E K O, *vt in definitionem 7. lib.* 11 Euel *scuipsimus; ac propterea & arcus* A H, *minor erit arcu* F O. *Additis igitur quadrantibus* N P, O Q, *minor erit arcus* A P, *arcu* E Q, *ac proinde reliquus* C P, *ex semicirculo* A N C, *reliquo* G Q, *ex semicirculo* F O G, *maior erit.* Scho. 26. tertij.

RVRSVS, *si circuli æqualiter inclinentur, erunt arcus* C P, G Q, *vt proxime ostendimus, æquales. Cum ergo quadrantes sint* C L, G M; *erunt & arcus* L P, M Q, *æquales.* Coroll. 16. 1. huius.

SI *denique circulus* B N D, *magis inclinetur, erit ex proxime demonstratis, arcus* C P, *maior arcu* G Q. *Reliquus igitur* L P, *ex quadrante* C L, *minor erit reliquo* M Q, *ex quadrante* G M, *&c.*

DVO *quoque alia Theoremata in alia versione hoc loco adiecta sunt, videlicet.*

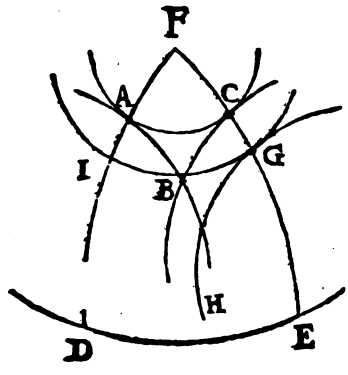
I.

CIRCVLI maximi tangentes eundem parallelum, æqualiter inclinantur ad maximum parallelorum: qui vero maiorem parallelum tangit, inclinatior est ad maximum parallelorum. Et circuli 26.

æqua-

Digitized by Google

æqualiter inclinati ad maximum parallelorum, tangunt eundem parallelum: Qui vero inclinatior est ad maximum parallelorum, maiorem parallelum tangit.



20.1.huius
5.huius.
25.1.huius.
28.tertij.
21.huius.

MAXIMI *circuli* A B, C B, *tangant eundem parallelum* A C, *sitque parallelorum maximus* D E. *Dico circulos* A B, C B, *æqualiter inclinari ad circulum* D E. *Sit enim* F, *polus parallelorum, & per* F, *& contactus* A, C, *circuli maximi describantur* F A D, F C E, *qui per polos circulorum* A B, C B, *transibunt; atque adeo ipsos ad angulos rectos secabunt. Quare arcus* A F, C F, *metientur altitudinem poli* F, *circuli* D E, *supra circulos* A B, C B; *ac proinde cum arcus* A F, C F; *æquales sint, propterea quòd rectæ subtensæ* F A, F C, *æquales sunt, ex defin. poli, æqualiter inclinabitur circulus* D E, *ad circulos* A B, C B; *& hi vicissim ad illum æqualiter inclinabuntur.*

TANGAT *iam maximus circulus* G H, *maiorem parallelum* G I. *Dico maiorem esse inclinationem circuli* G H, *ad maximum parallelorum* D E, *quàm circuli* A B. *Descripto enim per* F, *& contactum* G, *circulo maximo* F G E, *metietur eodem modo, vt proxime demonstratum est, arcus* F G, *altitudinem poli* F, *circuli* D E, *supra circulum* G H. *Est autem arcus* F G, *maior arcu* F A, *quòd circulus* G I, *maior ponatur circulo* A C, *ac proinde à polo* F, *remotior. Igitur magis inclinabitur circulus* D E, *ad circulum* G H, *quàm ad circulum* A B; *& vicissim* G H, *magis ad* D E, *inclinabitur, quàm* A B.

20.1.huius.
21.1.huius.

RVRSVS *circuli maximi* A B, C B, *æqualiter inclinentur ad circulum* D E, *maximum parallelorum. Dico illos eundem parallelum tangere. Per* F, *enim polum parallelorum, & polos circulorum* A B, C B, *circuli maximi describantur* F A D, F C E, *secantes circulos* A B, C B, *in* A, C. *Et quoniam eos secant ad angulos rectos; metientur arcus* F A, F C, *altitudinem poli* F, *circuli* D E, *supra circulos* A B, C B: *sunt autem arcus* F A, F C, *æquales, quòd circuli* A B, C B, *æqualiter ponantur inclinari ad circulum* D E, *atque adeo & hic vicissim ad illos. Si igitur ex polo* F, *interuallo* F A, *vel* F C, *circulus describatur* A C, *tanget hic circulos* A B, C B; *propterea quod circulus* A C, *& circuli* A B, C B, *in eisdem punctis* A, C, *secant circulos maximos* F D, F E, *qui per eorum polos transeunt.*

Schol. 21. huius.
3.huius.

IAM *vero circulus maximus* G H, *magis inclinatus sit ad circulum* D E, *Dico illum tangere maiorem parallelum. Descripto enim per* F, *polum parallelorum, & per polum circuli* G H, *circulo maximo* F G, *qui circulum* G H, *secabit ad angulos rectos, nimirum in puncto* G; *metietur rursus arcus* F G, *altitudinem poli* F, *circuli* D E, *supra circulum* G H: *Est autem* F G, *maior quàm* F A, *quod magis inclinatus ponatur circulus* G H, *quàm* A B. *Igitur circulus ex polo* F, *& interuallo* F G, *descriptus maior erit circulo ex eodem polo* F, *& interuallo* F A, *descripto.*

20.1.huius.
25.1.huius.
Schol. 21. huius.

Cum

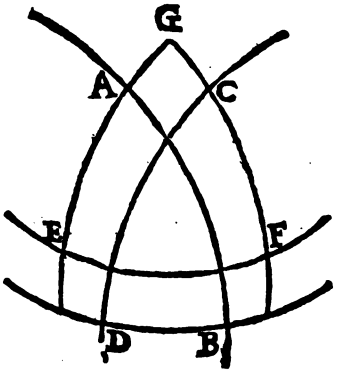
Digitized by Google

Cum ergo A B, A C, se mutuo tangant in A, & G H, G I, se mutuo quoq; tangant in G, constat propositum. 3. huius.

II.

CIRCVLI maximi ad maximum parallelorum æqualiter inclinati, polos habent in circunferentia eiusdem paralleli. Et circuli maximi, qui polos habent in circunferentia eiusdem paralleli, ad maximum parallelorum æqualiter inclinantur. 27.

CIRCVLI maximi A B, C D, quorum poli E, F, æqualiter sint inclinati ad D B, maximum parallelorum. Dico eorum polos E, F, esse in eodem parallelo. Descriptis enim per G, polum parallelorum, & per E, F, polos circulorum A B, C D, maximis circulis G E, G F, qui recti erunt ad circulos A B, C D; erunt arcus E G, F G, distantiæ polorum E, F, à polo G: sunt autem æquales, quòd circuli A B, C D, ponantur æqualiter inclinati ad circulum D B. Igitur circulus E F, ex polo G, & intervallo G E, vel G F, descriptus, parallelus est circulo D B; in quo quidem parallelo E F, circuli A B, C D, polos E, F habent. Quod est propositum.



20. 1. huius.

25. 1. huius.

Schol. 21. huius;

2. huius.

SED iam circuli maximi A B, C D, habeant polos E, F, in parallelo, E F. Dico eos æqualiter inclinari ad D B, maximum parallelorum. Erunt enim ex defin. poli, rectæ G E, G F, æquales, atque ob id arcus E G, F G, æquales quoque erunt. Cum ergo ijdem arcus sint distantiæ polorum E, F, à G, polo parallelorum; æqualiter inclinati erunt circuli A B, C D, ad D B, parallelorum maximum.

28. tertij. Schol. 22. huius.

SEQVITVR iam in codice græco propositio 22. cuius demonstratio longissima est. Vnde quoniam in alia versione multo brevius, dilucidiusque eadem demonstratur, visum est hoc loco inserere alia tria theoremata alterius versionis, vt facilius deinde propositionem 22. huius libri demonstremus. Est autem primum Theorema secunda pars propos. 1. lib. 3. Theodosij, quamuis magis vniuersale sit, vt hic proponitur. Primum ergo Theorema, quod ordine tertium est in hoc scholio, ita se habet.

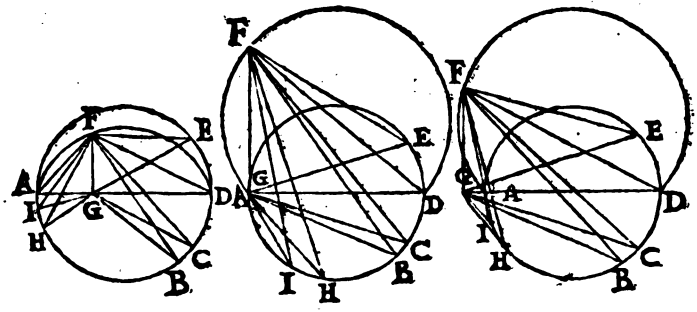
III.

SI super diametro circuli constituatur rectum circuli segmentum, diuidatur autem segmenti insistētis circunferentia in duas inæquales partes, & à puncto sectionis ad circunferentiam circuli primi plurimæ rectæ lineæ cadant; erit recta subtendens minorem partem insistentis segmenti omnium minima: quæ autem maiorem subtendit, omnium maxima. Reliquarum vero propinquior maximæ remotiore semper maior est: At propinquior minimæ remotiore semper 28.

Digitized by Google

minor est. Duæ vero rectæ lineæ æquales ab eodem puncto in circumferentiam circuli cadunt, à maxima æqualiter distantes.

SVPER *diametro* A D, *circuli* A B C D E, *constituatur rectum circuli segmentum* A F D, *quod secetur non bifariam in* F, *sitque minor pars* A F, *& maior* D F: *Cadant autem ex* F, *plurimæ rectæ lineæ* F A, F I, F H, F B, F C, F D, F E. *Dico omnium minimam esse* F A; *maximam vero* F D: *At* F C, *maiorem, quàm* F B, *&c. Et* F I, *minorem, quàm* FH. *&c. Denique duas* F E, F C, *æquales esse, si æqualiter distent*
11. vndec. *à maxima* F D, *hoc est, si arcus* D E, D C, *æquales sint. Demittatur enim ex* F, *in plá-*
38. vndec. *num circuli* A B C D E, *perpendicularis* F G, *quæ in* A D, *communem sectionem cadet: eritque punctum* G, *vel inter puncta* A D, *vt in prima figura; (Id quod semper continget, quando segmentum* A F D, *semicirculo maius non est, quamuis idem accidere possit in segmento maiore.) vel idem quod* A, *vel extra circulum in diametro* D A, *protracta, vt posteriores duæ figuræ indicant. Id quod solum in segmento, quod semicirculo maius sit, contingere potest. In prima autem figura non erit* G, *centrum circuli* A B C D E, *quod* G F, *non dividat bifariam segmentum* A F D: *Multò minus in posterioribus duabus figuris erit* G, *centrum circuli* A B C D E. *Iungantur rectæ* G I, G H, G B, G C, G E, *eruntque omnes anguli ad* G, *recti, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.*



7. vel 8. tertij. 7. vel 15 vel 8. tertij. 47. primi. 19. primi. 47. primi.

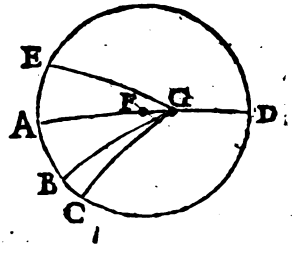
Quoniam vero rectarum ex G, *in circulum* A B C D E, *cadentium in prima figura, & tertia minima est* G A: *In omnibus autem figuris maxima est* G D; *&* G C, *maior, quàm* G B; *atque* G I, *minor, quàm* G H; *duæ denique* G C: G E, *æquales: erunt propterea in prima, & tertia figura duo quadrata rectarum* A G, G F, *minora duobus quadratis rectarum* I G, G F: *quibus cum æqualia sint quadrata rectarum* F A, F I; *minus quoque erit quadratum ex* F A, *quadrato ex* F I; *atque adeo & recta* F A, *minor erit quàm* F I. *Eodem modo ostendemus* F A, *in eadem figura prima, & tertia minorem esse, quàm* F H, *&c. In secunda verò figura minor quoque est* F A, *quam* F I, *vel* F H, *&c. propterea quòd in triangulis* A I F, A H F, *(in quibus angulus* A, *rectus est, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ac proinde alij acuti.) recta* F A, *subtendit angulum acutum* F, *vel* H, *at recta* F I, *vel* F H, *&c. angulum rectum* A. *Minima ergo omnium est recta* F A. *Rursus in omnibus figuris erunt duo quadrata ex* G D, G F, *maiora duobus quadratis ex* G C, G F: *quibus cum æqualia sint quadrata ex* F D, F C; *maius quoque erit quadratum ex* F D, *quadrato ex* F C; *ac proinde & recta* F D, *maior erit, quam recta* F C. *Non aliter ostendemus, rectam* F D, *maio-*

maiorem esse, quàm F B, &c. Maxima ergo omnium est recta F D. Praterea in eadem figura erunt duo quadrata ex G C, G F, maiora duobus quadratis ex G B, G F: quibus cum æqualia sint quadrata ex F C, F B; erit quoque quadratum ex F C, maius quadrato ex F B; ac proinde & recta F C, maior erit, quàm F B. Now aliter ostendemus, rectam F C, quæ propinquior est maximæ F D, maiorem esse quacunque alia remotiore, &c. Adhuc in omnibus figuris erunt duo quadrata ex G I, G F, minora duobus quadratis ex G H, G F: quibus cum æqualia sint quadrata ex F I, F H; erit quoque quadratum ex F I, minus quadrato ex F H; propterea & recta F I, minor, quàm F H, erit. Eodem modo demonstrabimus, rectam F I, quæ propinquior est minimæ F A, minorem esse quacunque alia remotiore, &c. Postremo erunt duo quadrata ex G C, G F, æqualia duobus quadratis ex G E, G F: quibus cum æqualia sint quadrata ex F C, F E, æqualia quoque erunt quadrata ex F C, F E; atque adeò & recta F C, F E, æquales erunt. Constat ergo id, quod proponitur. Cæterum vt ex demonstratione patet, eam rectam dicimus propinquiorem maximæ F D, quæ cadit in punctum vicinius puncto D: Illam verò propinquiorem minimæ F A, quæ cadit in punctum propinquius puncto A. 47. primi. 47. primi. 47. primi.

IIII.

SI in sphæræ superficie intra circuli cuiusque peripheriam punctum signetur præter eius polum, ab eo autem ad circuli circunferétiam plurimi arcus circulorum maximorum ducantur semicirculo minores; maximus est, qui per circuli polum ducitur; minimus autem, qui ei adiacet: Reliquorum verò propinquior maximo, remotiore semper maior est: Duo verò arcus ab eodem maximo, vel minimo æqualiter remoti inter se æquales sunt. 31.

SIT in sphæra circulus A B C D E, cuius polus F, signeturq; in sphæræ superficie intra peripheriam circuli præter polum F, punctum quodlibet G, à quo plurimi arcus maximorum circulorum ad circunferentiam circuli A B C D E, ducantur, quorum G A, in vtramque partem eductus transeat per polum F; arcus verò G B, propinquior sit ipsi G A, quàm G C; duo denique G B, G E, æqualiter distent ab eodem G A, vel à G D; sintque omnes hi arcus semicirculo minores: quod tum demum erit, cum se mutuo non intersecabunt in alio puncto, quàm in G. Cum enim circuli maximi se mutuo diuidant bifariam, erunt arcus G A, G E, semicirculo minores, cum nondum se intersecent. Eademq; ratione erunt alij arcus ex G, exeuntes minores semicirculo, si se mutuo non intersecent. Quòd si vnus eorum, vt v. g. arcus G A, esset semicirculus, transirent omnes alij per punctum A, essentq; semicirculi quoque: Si vero G A, esset semicirculo maior, secarent eum omnes alij, antequam ad circunferentiam peruenirent, essentq; semicirculo maiores, vt patet. Vnde nihil colligi posset. Dico arcum G A, omnium esse maximum, & G D, minimum: G B, verò maiorem esse arcu G C; duos denique G B, G E, esse æquales. Quoniam enim arcus A D, secat circulum A B C, bifariam, & ad angulos rectos; erit recta subtensa A D, dia- 11. huius. 15. huius.

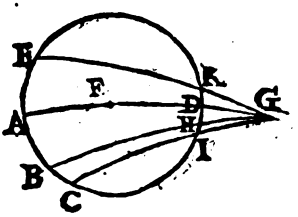


meter circuli A B C; & super ipsam rectum circuli segmentum A G D, constitutum; quod quidem inæqualiter secatur in G, (Nam quia, ex defin. poli, rectæ subtensæ
28. tertij. F A, F D, æquales sunt, erunt quoque arcus F A, F D, æquales; ac proinde arcus A D, sectus erit bifariam in F, atque ob id in G, non bifariam) maiorq; pars est G A,
Schol. 21. huius. & minor G D. Igitur rectarum ductarum ex G, ad circunferentiam circuli A B C, maxima est G A, & minima G D: G B, verò maior quàm G C; & G B, G E, æqua-
Schol. 28. tertij. les. Quare cum arcus, quibus subtenduntur, ponantur semicirculo minores, erit & arcus G A, maximus, & G D, minimus: G B, verò maior, quàm G C; Arcus de-
28. tertij. nique G B, G E, æquales.

V.

32. SI in sphæræ superficie extra circuli cuiusque peripheriam punctum signetur præter eius polum, ab eo autem ad circuli circunferentiam plurimi arcus circulorum maximorum ducantur semicirculo minores, secantesq; circunferentiam circuli; maximus est, qui per circuli polum ducitur; Reliquorum verò maximo propinquior, remotiore semper maior est: Minimus autem est ille, qui inter punctum, & circuli circunferentiam extra circulum interijcitur; Reliquorum verò minimo propinquior, remotiore semper minor est: Duo verò arcus ab eodem maximo, vel minimo æqualiter remoti inter se æquales sunt.

IN sphæra circulus sit A B C D E, cuius polus F, signeturq; in sphæræ superficie extra peripheriam circuli, punctum quodvis G, præter alterum polum circuli A B C D E: & à G, plurimi arcus maximorum circulorum ducantur ad circunferentiam circuli A B C D E, ipsam secantes; quorum G D F A, per polum F, transeat; arcus verò G H B, propinquior sit ipsi G D F A, quàm G I C: duo denique G H B, G K E, æqualiter distent ab eodem G D F A, vel à G D, sintque omnes hi arcus semicirculo minores: quod tum demum erit, cum se mutuo non intersecabunt in alio puncto, quàm in G, veluti in antecedenti theoremate est ostensum. Dico arcum G A, esse omnium maximum; & G B, maiorem quàm G C: Minimum autem esse G D; & G H, minorem quàm G I: Denique duos arcus G B, G E,



25. huius. Item G H, G K, æquales esse. Quoniam enim arcus G A, secat circulum A B C D E, bifariam, & ad angulos rectos; erit recta subtensa A D, diameter circuli A B C D E, & super ipsam rectum circuli segmentũ constitutum D G, quod initium sumens à D, per G, ducitur, donec in alio puncto A, circulum A B C D E, iterum secet: quod quidem non bifariam sectum est in G, (quòd G, non ponatur polus circuli A B C D E, in quo dictum segmentum bifariam dividitur, vt in præcedenti theoremate ostensum est.) maiorque pars est à puncto G, vsque ad A, cum in ea sit reliquus polus, (alias arcus G D A, per vtrumque polum duceretur.) minor vero D G. Igitur rectarum ex G,
Schol. 21. huius. ad circunferentiam circuli A B C D E, ductarum, maxima est G A, & minima G D,
G B, ver-

Digitized by Google

G B, verò maior quàm G C; & G B, G E, æquales. Item G H, minor quàm G I; & G H G K, æquales. Quapropter cum arcubus semicirculo minoribus subtendantur, ex hypotheſi, erit quoque arcus G A, omnium maximus, & G D, minimus: at G B, maior, quàm G C: & G H, minor quàm G I: Denique G B, G E, item an G. H, G K, æquales inter ſe. Quod eſt propoſitum. Schol. 28. tertij. 28. tertij.

PERSPICVVM autem eſt in proximis duobus theorematibus arcus ſingulorũ ex G, ductos non debere eſſe maiores ſemicirculo: alias non auferrent maiores lineas maiores arcus, & contra, vt conſtat ex ſcholio propoſ. 28. lib. 3. Eucl.

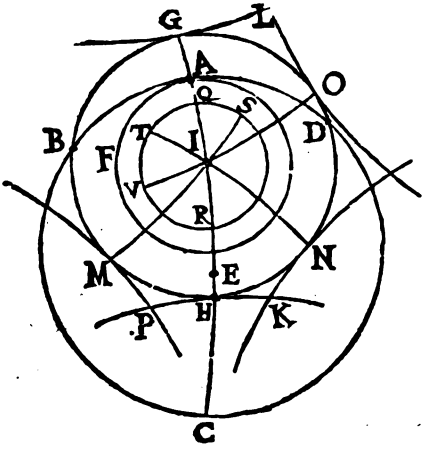
THEOREMA 20. PROPOS. 22. 33.

SI in ſphæra maximus circulus vnum quidem circulum tangat, alium vero ei parallelum ſecet, poſitum inter ſphæræ centrum, & eum circulum, quem tangit maximus circulus, polus autem maximi circuli fuerit inter vtrumque parallelorum, deſcribanturque maximi circuli tangentes duorum parallelorum maiorem: hi omnes erunt inclinati ad maximum circulum, & eorum rectiſſimus quidem erit ille, cuius contactus erit in eo puncto, in quo maius ſegmentum paralleli maioris bifariam diuiditur; humillimus vero & maxime inclinatus, cuius contactus erit in eo puncto, in quo minus ſegmentum bifariã diuiditur: Reliquorum autem illi quidem, qui æqualiter diſtant ab alterutro eorum punctorum, in quibus ſegmenta bifariam ſecantur, ſunt ſimiliter inclinati: qui vero contactum remotiorem habet à puncto, in quo maius ſegmentum bifariam ſecatur, inclinatior perpetuo eſt, quam qui contactum eidem puncto propiorem habet. Poli denique maximorum circulorum erunt in vno circulo, qui & minor erit eo circulo,

quem

quem tangit maximus in principio circulus, & eidem parallelus erit.

IN ſphæra maximus circulus A B C D, cuius polus E, tangat circulum A F, ſecet autem alium huic parallelum G B H D, poſitum inter ſphæræ centrum,& circulum A F, ita vt circulus G B H D, maior ſit,quam A F; ſitque E, polus circuli maximi A B C D, inter vtrumque circulum A F, G B H D. Quoniam verò maximus circulus A B C D, ſecat circulum G B H D,non bifariam,cum non tranſeat per eius polos,hoc eſt,per polos parallelorum, erit ſegmentum B H D, ad polum conſpicuum,qui ſit I, maiꝰ ſemicirculo,& B G D, minus.Ducatur per E, polum circuli A B C D, & I, polũ parallelorũ circulus maximus G A C, qui ſecabit ſegmenta B G D, B H D, bifariam:puncta autem M, N,æqualiter diſtent ab H; & O, magis diſtet ab H, quàm N. Tangant autem parallelum G B H D, in punctis G, H, M, N, O, circuli maximi G L, H K, M P, N K, O L, qui quidem omnes inclinati erunt ad maximum circulum A B C D, cum non tranſeant per E, polum ipſius. Cum enim E, polus ponatur inter parallelos A F, G B H D, non poterunt circuli tangentes circulum G B H D, per E, tranſire, alias ſecarent ipſum, cum alter polus,per quem etiam neceſſario tranſeunt,ſit extra dictos parallelos, vt patet. Dico circulum H K, eſſe rectiſsimum,hoc eſt, minime inclinatum,humilimum autem,id eſt, maximè inclinatum eſſe G L; At M P, N K, ſimiliter inclinari, & O L, magis quàm N K: Polos denique horum circulorum tangentium eſſe in vno eodemque parallelo,qui minor ſit,quàm A F. Quoniam enim E, polus eſt circuli A B C D, erit E A, quadrans maximi circuli; ſumatur ei æqualis arcus H Q; eritque punctum Q, inter puncta A, & I, cum arcus H A, maior ſit quadrante,(quòd E A, quadrans ſit oſtenſus.) & H I, quadrante minor,propterea quòd arcus ex I,polo per H, vſque ad maximum parallelorum porrectus ſit quadrans. Si igitur ex polo I, ad interuallum I Q, circulus deſcribatur Q T R, erit is ipſi A F,parallelus, & eo minor. In hoc ergo parallelo Q T R, dico eſſe polos omnium circulorum parallelum G B H D, tangentium. Per polum enim I,& puncta contactuum deſcribantur circuli maximi M I S, N I T, O I V; qui tranſibunt quoque per polos tangentium. Quia vero arcus H I, M I, N I, O I, G I, æquales ſunt,quòd ex definitione poli, rectæ illis arcubus ſubtenſæ æquales ſint,eademque ratione & arcus I Q, I S, I T, I V, I R, æquales ſunt;erunt toti arcus H Q, M S, N T, O V, G R, æqua-



19.huius.
20.1.huius.
9.huius.
14.huius.
Coroll. 10. 1.huius.
Coroll. 16. 1.huius.
Coroll. 16. 1. huius.
2. huius.
20.1.huius
5.huius.
28. tertij.

Digitized by Google

æquales; atque adeò cum HQ, sit quadrans, omnes illi arcus quadrantes erunt. Quare cum demonstratum sit eos transire per polos tangentium, erunt puncta Q, S, T, V, R, poli circulorum tangentium, quæ quidem omnia sunt in parallelo QTR, quod vltimo loco proponebatur demonstrandum. Iam vero quia arcus circulorum maximorũ ex E, polo circuli maximi ABCD, ad Q, S, T, V, R, polos tangentium ducti metiuntur distantias poli E, à polis tangentium; estque omnium maximus EQ; minimus autem ER; æquales verò ES, ET; & denique ET, maior, quàm EV, quòd omnes hi arcus sint semicirculo minores; (est enim EQ, quadrante EA, minor; atque adeo reliqui eum non secabunt citra punctum Q, ideoque semicirculo minores erunt.) erit circulus HK, minimè inclinatus ad circulum maximum ABCD; & GL, maximè; at MP, NK, æqualiter, seu similiter; & OL, magis quàm NK, quod primo loco demonstrandum proponebatur. Quocirca si in sphæra maximus circulus. &c. Quod erat demonstrandum.

Coroll. 16. 1. huius.

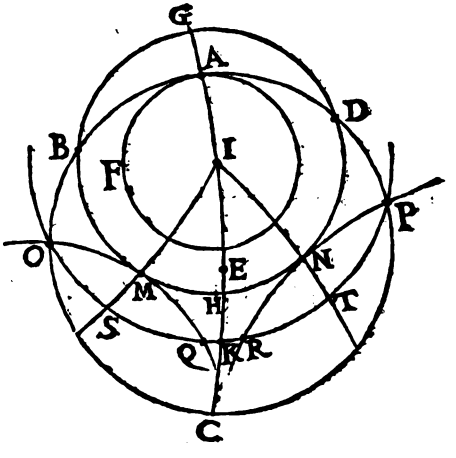
Schol. 21. huius.

Schol. 22. huius.

THEOR. 21. PROPOS. 23. 34.

IISDEM positis, si circunferẽtiæ circulorum tangentium à contactibus ad nodos sint æquales; prædicti circuli maximi similiter inclinati erũt.

RVRSVS in sphæra maximus circulus ABCD, cuius polus E, tangat circulum AF, secet autem alium huic parallelum GBHD, positum inter sphæræ centrum, & circulum AF, ita vt GBHD, maior sit, quàm AF; sitque E, polus maximi circuli ABCD, inter vtrumque circulum AF, GBHD. Tangãt deinde in punctis M, N, circuli maximi MO, NP, circulũ GBHD, secantes ABCD, in O, P, nodis, sintque arcus MO, NP, æquales. Dico circulos MO, NP; similiter inclinari ad maximum circulum ABCD. Ducatur enim per E, polum circuli ABCD, & I, polum parallelorum circulus maximus GAC: Itẽ per I, polum parallelorũ, & puncta contactuum circuli maximi IM, IN, qui per polos quoque circulorum tangentium transibũt; atque adeo ipsos ad angulos rectos secabunt.



20. 1. huius.

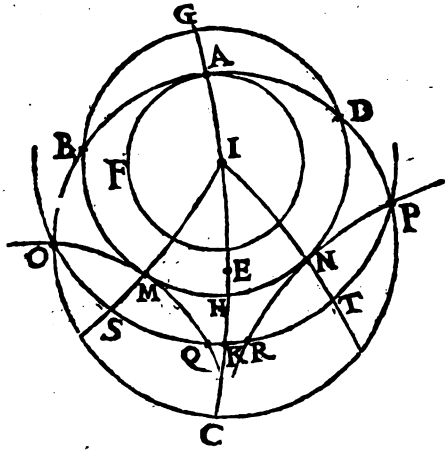
5. huius.

15. 1. huius.

Quoniam igitur segmenta circulorum æqualia, nempe semicirculi, qui tendunt ex M, & N, per I, donec iterum secent circulos tangentes MO, NP, insistunt diametris circulorum MO, NP, (est enim communis sectio circulorum

Digitized by Google

11. huius. lorum maximorum IM, MO, diameter vtriusque, cum se mutuo secent bifariam) ad angulos rectos, & diuiduntur non bifariam in I, quod I, polus parallelorum non sit polus tangentium; ponunturque arcus MO, NP, æquales;
14. huius. erunt ductæ rectæ IO, IB, æquales. Si igitur ex I, polo parallelus describatur OK, ad interuallum IO, transibit is quoque per P. Et quia circulus maximus IM, transiens per polos circulorum MO, OQ, se secantium in
9. huius. O, Q, secat eorum segmenta bifariam, æquales erunt arcus MO, MQ, & SO, SQ; Eodemque argumento æquales erunt arcus NP, NR, & TP, TR; nec non KO, KP, & CO, CP; propterea quòd circulus maximus IkC,
9. huius. transiens per polos circulorum OKP, OCP, secat eorum segmenta bifariam in K, & C. Cum ergo arcus MO, NP, ponantur æquales, erunt & toti OMQ, PNR, quorum



29. tertij. ipsi dimidij sunt, æquales; atque adeo & rectæ
28. tertij. subtensæ OQ, PR, æquales erunt. Igitur & arcus OSQ, PTR, æquales erunt; ac proinde & eorum dimidij OS, PT, æquales erunt. Sunt autem & toti KO, KP, ostensi æquales. Reliqui ergo KS, KT, æquales erunt; atque adeo, cum sint vnius eiusdemque circuli, similes inter se erunt. Quia verò arcubus KS, KT, similes sunt arcus HM, HN; erunt quoq; æquales arcus HM, HN. Itaque cum segmentum BHD, bifariam
10. huius. secetur in H, sintque æquales arcus HM, HN; erunt circuli MO, NP, similiter inclinati ad circulum ABCD. Quare ijsdem positis, si circunferentiæ à contactibus, &c. Quod erat demonstrandum.

FINIS LIBRI II. THEODOSII.

THEO-

Digitized by Google

THEODOSII SPHAERICORVM LIBER TERTIVS.

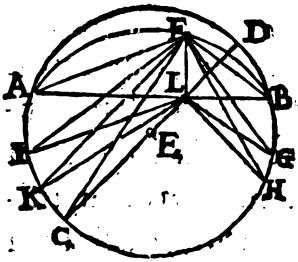
THEOREMA 1. PROPOS. 1.

SI recta linea circulum in partes inæquales secet, super qua constituatur rectum circuli segmentum, quod non sit maius semicirculo; diuidatur autem segmenti insistentis circunferentia in duas in æquales partes: Recta linea subtendens earum minorem, minima est linearum rectarum ductarum ab eodem puncto ad minorem partem circunferentiæ primi circuli: Rectarum verò ductarum ab eo ipso puncto ad circunferentiam interceptam inter illam minimam rectam, & diametrum, in quam cadit perpendicularis deducta ab illo puncto semper minimæ propior remotiore minor est. Omnium autem maxima est ea, quæ ab illo eodē puncto ducitur ad extremitatem eiusdem diametri: Item recta subtendens maiorem circunferentiam segmenti insistentis, minima est earum, quæ cadunt in circunferentiam interceptam inter ipsam, & diametrum, semperque huic propior remo

Digitized by Google

tiore minor est. Si verò recta linea subiectum circulum secans sit eius diameter, & reliqua omnia eadem sint, vt supra; recta linea subtendens minorem partem circunferentiæ segmenti insistentis, minima est rectarum ductarum ab illo eodem puncto ad primi, & subiecti circuli circunferentiam; ea verò, quæ maiorem partem circunferentiæ segmenti insistentis subtendit, maxima est.

RECTA linea A B, secet circulum A C B D, cuius centrum E, in partes inæquales, quarum maior sit A C B: Insistat autem ipsi A B, rectum circuli segmentum A F B, semicirculo nõ maius, quod in partes inæquales diuidatur in F; sitque minor pars B F: Ex F, demittatur in circulum A C B D, perpendicularis F L, quæ in A B, communem sectionem cadet: Per E, autem, & L, diameter agatur C D; & ex F, in circunferentiam A C B, maioris segmenti circuli A C B D, plurimæ rectæ cadãt F B, F G, F H, F C, F A, F I, F K. Dico omnium minimam esse F B, & F G, minorem, quàm F H; Omnium autem maximam esse F C. Item F A, esse omnium minimam, quæ



ex F, in portionem A C, cadent; & F I, minorem, quàm F K. Ducantur ex L, lineæ rectæ L G, L H, L I, L K; eruntque ex defin. 3. lib. 11. Eucl. omnes anguli ad L, quos recta F L, facit, recti. Quoniam igitur recta L D, est omnium
21. vndec.
28. vndec.
7. tertij.
rectarum ex L, cadentium minima, & L B, minor, quàm L G, L H, L C, L K, L I, L A; erunt quadrata ex F L, L B, minora quadratis ex F L, L G: Est autem tam quadratum ex F B, quadratis ex F L, L B, quàm quadratum ex F G, quadratis ex F L, L G, æquale. Igitur erit quoq; quadratum ex F B, minus quadrato ex F G; atq; adeo & recta F B, minor erit quàm F G. Nõ aliter ostẽdemus, rectã F B, minorẽ esse, quàm F H, F C, F K, F I, F A. Quare F B, omniũ minima est.
47. primi.
7. tertij.
RVRSVS quia L G, minor est, quàm L H, erunt quadrata ex F L, L G, minora quadratis ex F L, L H: Est autem tam quadratum ex F G, quadratis ex F L, L G, quàm quadratum ex F H, quadratis ex F L, L H, æquale. Igitur & quadratum ex F G, quadrato ex F H, minus erit; atq; adeo & recta F G, minor erit, quàm recta F H.
47. primi.
7. tertij.
AMPLIVS quia L C, omnium ex L, cadentium maxima est; erunt quadrata ex F L, L C, maiora quadratis ex F L, L K: Est autem tam quadratum ex F C, quadratis ex F L, L C, quàm quadratum ex F k, quadratis ex F L, L k, æquale. Igitur & quadratum ex F C, maius erit quadrato ex F K; ac proinde & recta F C, maior erit, quàm recta F K. Non aliter demonstrabimus, rectam F C, maiorem esse, quàm F I, & F A. Est ergo recta F C, omnium maxima.
47. primi.

ITEM.

Digitized by Google

ITEM quia L A, minor est, quàm L I, L k, L C; erunt quadrata ex F L, L A, minora quadratis ex F L, L I: Est autem tam quadratum ex F A, quadratis ex F L, L A, quam quadratum ex F I, quadratis ex F L, L I, æquale. Igitur & quadratum ex F A, minus erit quadrato ex F I; atque ob id recta quoque F A, minor erit, quàm recta F I. Eodem modo ostendemus, rectam F A, maiorem esse, quàm F K, F C. Est ergo F A, omnium rectarum ex F, in arcum A C, cadentium minima. 7. tertij. 47. primi.

DENIQVE quia L I, minor est, quàm L K; erunt quadrata ex F L, L I, minora quadratis ex F L, L K: Est autem tam quadratum ex F I, quadratis ex F L, L I, quàm quadratum ex F K, quadratis ex F L, L K, æquale. Igitur & quadratum ex F I, minus erit quadrato ex F K, ideoque & recta F I, minor erit, quàm recta F K. 7. tertij. 47. primi.

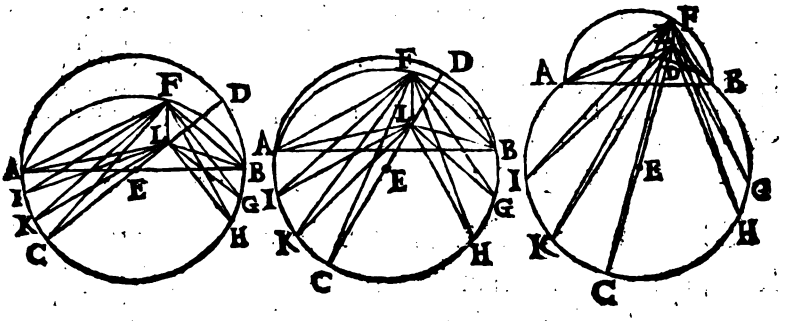
QVOD si recta A B, secet circulum A C B D, bifariam, ita vt sit eius diameter, demonstratum à nobis iam est theoremate tertio scholij propos. 21. præcedentis libri, rectam F B, minimam esse, & F A, maximam. Vnde non est necesse, idem hoc loco demonstrare. Immo plura ibi sunt demonstrata, quàm hic proponuntur. Si recta igitur linea circulum in partes inæquales secet, &c. Quod ostendendum erat.

THEOREMA 2. PROPOS. 2. 30. secundi huius.

SI recta linea secans circulum segmentum auferat, quod semicirculo minus non sit, super ipsa autem recta linea statuatur aliud circuli segmentum, quod & semicirculo maius non sit, & inclinatum sit ad alterum segmentum, quod semicirculo maius non est; diuidatur vero insistentis segmenti circunferentia in partes inæquales: Recta linea subtendens, minorem circunferentiæ partem minima est rectarum omnium ductarum ab illo puncto, à quo ipsa ducitur, ad subiecti circuli circunferentiam illam, quæ semicirculo minor non est: & reliqua omnia, quæ in præcedeti, sequuntur.

RECTA linea A B, à circulo A C B D, cuius centrum E, auferat segmentum A C B, semicirculo non minus, sed vel semicirculo æquale, vt in prima figura, vel maius, vt in alijs figuris; & super recta A B, statuatur segmentum aliud circuli A F B, semicirculo non maius, sed vel semicirculo æquale, vt in postrema trium figurarum, vel minus, vt in primis duabus figuris, & inclinatum ad segmentum alterum A D B, quod semicirculo maius non est, cuius A C B, vel semicirculo æquale, vel maius ponatur. Diuidatur quoque cir-

cunferentia A F B, in F, in partes inæquales, & sit F B, minor. Ex F, demittatur in planum circuli A C B D, perpendicularis F L, quæ ad partes segmenti A D B, cadet, propterea quod segmentum A F B, ad segmentum A D C, est inclinatum, ita vt punctum L, sit vel intra segmentum A D B, vel extra, vel certe in ipsa circunferentia A D B. Per centrum autem E, & punctum L, diameter agatur C D, & ex F, in circunferentiam A C B, plurimæ rectæ cadant F B, F G, &c. Dico omnium minimam esse F B; & F G, minorem quàm F H; omnium autem maximam esse F C: Item F A, esse omnium minimam, quæ ex F, in circunferentiam A C, cadunt; & F I, minorem quàm F K. Ducantur ex L, rectæ lineæ L B, L G, L H, L A, L I, L K, eruntque omnes anguli ad L, quos facit perpendicularis F L, recti, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.



7. vel 8. vel 25. tertii. Quoniam igitur recta L D, est omnium minima, (hæc autem linea nihil est omnino in ea figura, vbi punctum L, cadit in D.) & L B, minor, quàm L G, L H, L C, L K, L I, L A, & omnium maxima L C, & c. demonstrabimus, vt in præcedenti, rectam F B, esse omnium minimam, & F G, minorem quàm F H: Item F C, omnium maximam, & F A, minimam omnium ex F, in circunferentiam A C, cadentium; & F I, minorem quàm F K. Si igitur recta linea secans circulum, &c. Quod erat ostendendum.

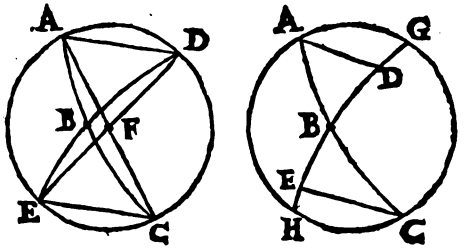
7. vel 8. vel 25. tertij. & 47. primi.

3. THEOREMA 3. PROPOS. 3.

SI in sphæra duo circuli maximi se mutuo secent, ab eorum verò vtroque æquales circunferentiæ sumantur vtrinque à puncto, in quo se secant: Rectæ lineæ, quæ extrema puncta circunferentiarum connectunt ad easdem partes, æquales inter se sunt.

IN sphæra duo circuli maximi A B C, D B E, se mutuo secent in B, & in eo quoque vtrinque à B, sumantur duo arcus æquales B A, B C, & B D, B E, & iungan-

sunganturque rectæ A D, C E. Dico rectas A D, C E, æquales esse. Polo enim B, & interuallo B A, circulus describatur, qui etiam per C, transibit, ob æqualitatem arcuum B A, B C. Aut igitur idem circulus transit etiam per C, atque adeo & per E, ob æqualitatem arcuum B D, B E, aut non. Transeat primũ per D, & E, vt in priori figura; sintque communes sectiones circulorum maximorũ, & circuli A D C E, rectæ A C, D E. Et quoniã circuli maximi A B C, D B E, per B, polum circuli A D C E, transeuntes secant ipsum bifariã,



erunt A C, D E, diametri circuli A D C E, & F, centrum; ac proinde rectæ F A, F D, rectis F C, F E, æquales. Cum ergo & angulos æquales comprehendant ad verticem F; erunt & rectæ A D, C E, æquales.

15.huius. 15.primi. 4.primi.

SED non transeat iam circulus ex B, polo descriptus ad interuallum B A, per D, sed vltra punctum D, atque adeò & vltra punctum E, excurrat. Producantur arcus B D, B E, ad G, H. Quoniam igitur arcus B G, B H, æquales sunt, quòd ex defin. poli, rectæ subtensæ B G, B H, æquales sint: Sunt autem & B D, B E, ex hypothesi, æquales; erunt & reliqui D G, E H, æquales. Et quoniam rectæ ductæ A G, C H, æquales sunt, vt proxime demonstratum est in prima parte huius propos. erunt & arcus A G, C H, æquales. Quia igitur circulus maximus G B H, per polum B, ductus secat circulum A G C H, bifariam, & ad angulos rectos, insistet segmentum G H, rectum diametro circuli A G C H. Cum ergo arcus D G, E H, æquales sint, & minores dimidio arcu G D H; sintque arcus G A, H C, ostensi quoque æquales; erunt rectæ D A, E C, inter se æquales. Si igitur in sphæra duo maximi circuli se mutuo secent, &c. Quod erat demonstrandum.

28.tertij. 15.huius. 12.huius.

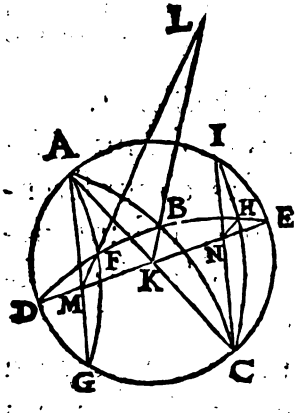
THEOREMA 4. PROPOS. 4. 2.

SI in sphæra duo maximi circuli se mutuo secent, ab eorumque altero æquales circunferentiæ sumantur vtrinque à puncto, in quo se intersecant, & per puncta terminantia æquales circunferentias ducantur duo plana parallela, quorum alterum conueniat cum communi sectione ipsorum circulorum extra sphæram versus prædictum punctum; fit verò vna illarum æqualium circunferentiarum maior vtralibet circunferentiarum in alte-

Digitized by Google

ro maximo circulo interceptarum inter prædictũ punctum, & vtrumque planorum parallelorum: Ea circunferentia, quæ est inter illud punctum, & planum, quod non conuenit cum communi sectione ipsorum circulorum, maior est, quam ea eiusdem circuli circunferentia, quæ est inter idem punctum, & planum, quod conuenit cum communi sectione circulorum.

IN sphæra duo maximi circuli A B C, D B E, se mutuo secent in B, & in A B C, sumantur arcus B A, B C, æquales, & per A, C, puncta duo plana pa-
2.1. huius. rallela inter se ducantur facientia in superficie sphæræ circunferentias circulorum A F G, C H I, quæ secent circunferentiam D B E, in punctis F, H; sit verò arcus B A, vel B C, maior vtralibet circunferentiarum B F, B H, inter punctum B, & plana parallela interceptarum. Ex polo deinde B, & interuallo B A, vel B C, circulus describatur A D C E, qui puncta F, H, transcendet, propterea quòd arcus B F, B H, minores ponuntur arcubus B A, B C. Producantur arcus B F, B H, vsque ad circunferentiam circuli A D C E, ad puncta D, E; sintque communes sectiones circuli A D C E, & circulorum A F G, C H I, rectæ A G, C I; communes autem sectiones circulorum maximorum, & circuli A D C E, rectæ A C, D E; quæ ipsius diametri erunt, atque adeo eiusdem centrum K, cum circuli maximi ipsum per B, polum bifariam secent: Secet autem recta D E, rectas A G, C I, in M, N.



15.1. huius. Sit quoque maximorum circulorum communis sectio K B, recta, cum qua producta ad partes B, conueniat planum A F G, productum extra sphæram in puncto L. Quo posito, non conueniet alterum planum C H I, cum recta K B, ad partes B, ne cum sibi parallelo plano A F G, conueniat. Dico arcum B H, maiorem esse arcu B F. Sint enim rectæ F M, H N, communes sectiones circuli D B E, & circulorum A F G, C H I. Et quoniam planum A F C, conuenit productum cum recta K B, producta in L, erit L, punctum tam in plano D B E, quàm in plano A F G; atque adeo in cõmuni eorum sectione, nempe in recta M F. Producta ergo M F, coibit cum K B, producta in L. Quoniam verò planum D B E, secat plana pa-
16. vndec. rallela A F G, C H I, erunt sectiones factæ M F, N H, parallelæ. Rursus quia
16. vndec. planum A D C E, eadem plana parallela secat, erunt quoque sectiones factæ
29. primi. A G, C I, parallelæ. Anguli ergo alterni K A M, K C N, æquales sunt:

sunt

sunt autem & anguli A K M, C K N, ad verticem æquales, & latera K A, K C, æqualia, cum sint semidiametri circuli A D C E. Igitur & latera K M, K N, æqualia erunt: sunt autem & semidiametri K D, K E, æquales. Reliquæ ergo rectæ D M, E N, æquales erunt. Rursus quoniam recta B K, ex B, polo circuli A D C E, ad eiusdem centrum K, ducta, recta est ad planum circuli, erit angulus M K L, in triangulo K L M, rectus, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Angulus igitur K M L, acutus erit. Cum ergo duo anguli F M N, H N M, duobus sint rectis æquales; erit angulus H N M, obtusus. Quare, vt mox, lemmate sequenti ostendemus, arcus E H, minor erit, arcu D F; atque adeo, cum æquales sint arcus B D, B E, quòd rectæ subtensæ B D, B E, ex defin. poli, sint æquales, maior erit arcus B H, arcu B F. Si igitur in sphæra duo maximi circuli se mutuo secent, &c. Quod erat demonstrandum.

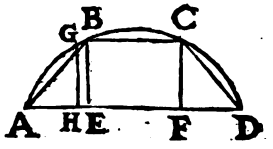
15. primi. 26. primi. Schol. 8. huius. 17. primi. 29. primi. 28. tertij.

LEMMA.

QVOD *autem arcus* EH, *arcu* DF, *minor sit, facile demonstrabimus, hoc proposito theoremate prius demonstrato.*

SI arcui circuli recta subtendatur, ad quam ex arcu duæ perpendiculares demittantur auferentes versus terminos arcus duos arcus æquales; auferent eædem duas rectas ex recta subtensa æquales. Et si duæ perpendiculares ad rectam subtensam ducantur auferentes duas rectas æquales; auferent eædem duos arcus æquales.

ARCVI circuli A B C D, subtendatur recta A D, ad quam ex arcu demittantur duæ perpendiculares B E, C F, auferentes duos arcus A B, D C, æquales. Dico easdem auferre æquales rectas A E, D F. Ducta enim recta B C, erunt A D, B C, parallelæ, ob æqualitatem arcuum A B, D C: sunt autem & B E, C F, parallelæ. Parallelogrammum igitur est B E F C, atque adeò & rectæ B E, C F, æquales. Et quoniam æqualibus arcubus A B, D C, rectæ subtensæ A B, D C, æquales sunt; erunt quadrata ex A B, D C, æqualia. Cum ergo tam illud æquale sit quadratis ex A E, B E, quam hoc quadratis ex D F, C F; si auferantur æqualia quadrata rectarum B E, C F, æqualia erunt quadrata rectarum A E, D F; ac proinde & rectæ A E, D F, æquales erunt. quod primo loco proponebatur.



Schol. 27. tertij. 28. primi. 34. primi. 29. tertij. 47. primi.

SED iam perpendiculares B E, C F, auferant æquales rectas A E, D F. Dico easdem auferre æquales arcus A B, D C. Si enim non sunt æquales, sit, si fieri potest, maior arcus A B, à quo æqualis abscindatur A G, & ex G, ad A D, perpendicularis ducatur G H. Erit igitur, vt proxime demonstratum est, recta A H, rectæ D F, æqualis, atque adeò & recta A E, pars toti: Quod est absurdum. Non est ergo arcus A B, maior arcu D C: eademque ratione neque minor erit. Æqualis ergo est.

quod

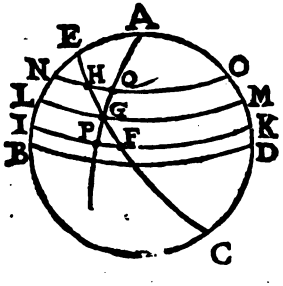
quod eſt propoſitum. Ex his conſtat, arcum H E, in figura propoſitionis minorem eſſe arcu D F. Nam cum angulus F M K, acutus ſit, & H N K, obtuſus, ſi ex M, N, ad D E, perpẽdiculares ducerentur, caderent hæ in arcus D F, B H, auferrentque, vt in proximo lemmate oſtendimus, arcus æquales. Quare arcus H E, minor eſt arcu D F.

3.

THEOR. 5. PROPOS. 5.

SI in circunferentia maximi circuli ſit polus parallelorum, huncque maximum circulum ſecẽt ad angulos rectos duo alij maximi circuli, quorũ alter ſit vnus parallelorum, alter verò obliquus ſit ad parallelos; ab hoc autem obliquo circulo æquales circunferentiæ ſumantur deinceps ad eandem partem maximi parallelorum, perque illa puncta terminantia æquales circunferentias deſcribantur paralleli circuli: Circunferentiæ maximi illius circuli primo poſiti inter parallelos interceptæ inæquales erunt, ſemperque ea, quæ propior fuerit maximo parallelorum, remotiore maior erit.

IN circunferentia maximi circuli A B C D, ſit A, polus parallelorum, eumque ſecent duo maximi circuli B D, E C, ad angulos rectos, quorum B D, ſit maximus parallelorum, & E C, ad parallelos obliquus: & per F, G, H, puncta, quæ ex obliquo circulo arcus æquales auferunt F G, G H, deſcribantur paralleli I K, L M, N O, ex polo A. Dico arcum I L, maiorẽ eſſe arcu L N. Per polum enim A, & punctum G, circulus maximus deſcribatur A P, ſecans parallelos in P, Q. Quoniam igitur in ſphæræ ſuperficie intra peripheriam circuli I K, punctum G, ſignatum eſt præter polum A, & ex G, duo arcus G P, G F, circulorum maximorum cadunt in circunferentiam circuli I K; erit arcus G P, omnium minimus; atque adeo minor quam G F: quod arcus G P, G F, minores ſint ſemicirculo, cum ſe non interſecent, antequam parallelum I K, diuidunt. Rurſus quia in ſuperficie ſphæræ extra peripheriam circuli N O, punctum G, ſignatum eſt præter eius polum; erit



20. 1. huius

Schol. 21. 3. huius.

erit & arcus GQ, omnium ex G, cadentium minimus, hoc est, minor, quàm GH: quod arcus GQ, GH, minores sint semicirculo, cum se non intersecent, antequàm parallelo NO, occurrant. Vterque igitur arcus FG, GH, vterque GP, GQ, maior est. Et quoniam recta per G, & centrum sphæræ ducta, id est, communis sectio circulorum maximorum AP, EC, secant paralleli IK, planum intra sphæram; (non enim recta illa ad centrum sphæræ perueniet, hoc est, ad centrum maximi circuli BD, nisi prius planum circuli IK, secet; quòd parallelus IK, positus sit inter maximum parallelorum, & punctum G.) secabit eadem recta planum paralleli NO, extra sphæram, si recta illa, & planum circuli ad partes G, producantur: propterea quòd punctum G, positum est inter maximum parallelorum, & parallelum NO. Quoniam igitur duo circuli maximi AP, EC, se mutuo secant in G, puncto, & à circulo EC, vtrinque à puncto G, duo arcus æquales sumpti sunt GF, GH, & per F, H, plana parallela circulorum IK, NO, ducta, quorum NO, occurrit communi sectioni circulorum maximorum AP, EC, extra sphæram, vt ostensum est, estque vterque arcuum GF, GH, maior vteroque arcuum GP, GQ, erit arcus GP, maior arcu GQ: Est autem arcus GP, arcui IL, & arcus GQ, arcui LN, æqualis. Igitur & arcus IL, arcu LN, maior erit. Quare si in circunferentia maximi circuli sit polus, &c. Quod demonstrandum erat. Schol. 28 huius. 4. huius. 10. huius.

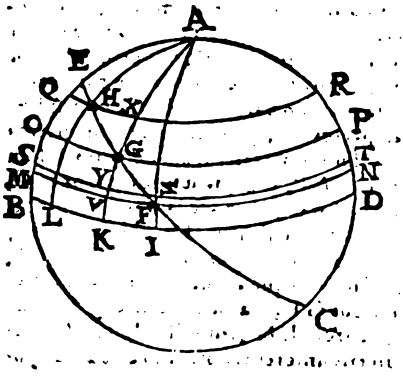
THEOREMA 6. PROPOS. 6.

SI in circunferentia maximi circuli sit polus parallelorum, huncq; maximum circulum ad angulos rectos secent duo alij circuli maximi, quorum alter sit vnus parallelorũ, alter verò obliquus sit ad parallelos; sumantur autem ab obliquo circulo æquales circunferentiæ deinceps ad easdem partes maximi illius paralleli, & per puncta terminantia æquales circũferentias, perq; polum, describantur maximi circuli: Hi circunferentias inæquales intercipient de maximo parallelorum, quarum propior maximo circulo primo posito semper erit remotiore maior.

IN circunferentia maximi circuli ABCD, sit A, polus parallelorum, eumque secent duo maximi circuli BD, EC, ad angulos rectos, quorum BD, sit parallelorum maximus, at EC, ad parallelos obliquus, ex quo sumantur

Digitized by Google

arcus æquales F G, G H; & per puncta F, G, H, perque polum A, circuli maximi describantur A I, A K, A L, secantes B D, in I, K, L. Dico arcum K L, maiorem esse arcu I K. Describantur enim per eadem puncta P, G, H, parallelι M N, O P, Q R, secantes A K, in V, X. Erit igitur arcus M O, maior arcu O Q; atque adeo, cũ arcui M O, arcus V G, & arcui O Q, arcus G X, sit æqualis; erit & V G, maior, quàm G X: Sumatur arcus G Y, ipsi G X, æqualis, & per Y, parallelus describatur S T, secans circulum A I, in Z. Quoniam igitur arcus G Y, G X, æquales sunt, nec non G F, G H, erunt ductæ rectæ H X, Y F, æquales. Et quia circulus maximus A I, per polum A, secat circulum S T, ad angulos rectos, & bifariam; erit communis sectio, nempe recta ex Z, ad alteram sectionem ducta diameter circuli S T; super quam insistit semicirculus rectus ad circulum A I, nempe semicirculus à puncto Z, incipiens, & per S, vsq; ad alteram sectionem progrediens, (hoc est, segmentum circuli, quod semicirculo maius non est.) auferetque recta illa ex circulo A I, segmentum semicirculo maius, quod nimirum à puncto Z, per I, vsque ad alteram sectionem cum circulo S T, ducitur, atque est Y Z, arcus insistentis semicirculi quadrante minor, (propterea quòd arcus I k, qui illi est similis, quadrante quoque minor est. quod ita ostendi potest. Quoniam circuli maximi B D, E C, recti sunt ad maximum circulum A B C D, erit hic vicissim ad illos rectos, ac proinde per illorum polos transibit. Quare eorum segmenta, quæ semicirculi sunt, bifariam secabit, id est, in quadrantes. Quadrans ergo est arcus circuli B D, positus inter B, & illud punctum, vbi se mutuo secant circuli B D, E C, ideoque I K, quadrante minor. Nam circulus A k, cadit inter puncta B, I, cum circulum A B C D, secet in altero polo.) atque adeo reliquus arcus ex semicirculo insistente interceptus inter Y, & alteram sectionem cum circulo A I, quadrante maior; erit recta Y Z, omnium rectarum ex Y, cadẽtium in circumferentiam Z I, minima; atq; adeò minor quàm Y F, hoc est, quàm H X, quam æqualẽ ostendimus esse rectæ Y F. Quocirca cum circulus Q R, minor sit circulo S T, auferet recta H X, maior maiorem arcum ex suo circulo, quàm recta Y Z, minor ex suo, vt mox ostendemus. Maior igitur est arcus H X, quàm vt similis esse possit arcui Y Z: Est autem arcui H X, arcus k L, & arcui Y Z, arcus I k, similis. Igitur & k L, maior est, quàm vt similis sit ipsi I k; ac proinde, cum sint in eodem circulo, maior erit arcus k L, quàm I k. Quamobrem, si in circumferentia maximi circuli sit polus parallelorum, &c. Quod demonstrandum erat.



LEMMA.

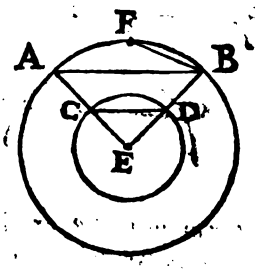
QVOD autem recta H X, maiorem arcum auferat ex suo circulo quàm recta Y Z, ex suo, perspicuum fiet, si prius theorema quod sequitur, demonstretur.

ÆQVALES.

Digitized by Google

ÆQVALES rectæ lineæ ex circulis inæqualibus auferunt arcus inæquales; maiorque est arcus minoris circuli, quàm vt similis sit arcui maioris circuli.

SINT circuli inæquales A B, C D, circa idem centrum E, descripti: ducantur autem ex E, duæ rectæ vtcunque E A, E B, secantes circulum C D, in punctis C, D: eruntq; arcus A B, C D, similes, cum illis idem angulus E, insistat ad centrum. Et quoniam rectæ E A, E B, proportionaliter sunt sectæ in punctis C, D, quòd E A, E B, æquales sint, necnon E C, E D; erunt rectæ ductæ A B, C D, parallelæ; atque adeo triangula E A B, E C D, similia, habentia angulos E A B, E C D, inter se æquales, nec non & angulos E B A, E D C, & angulũ E, communem. Quare erit, vt E A, ad A B, ita E C, ad C D: Est autem E A, maior quam E C. Igitur & A B, maior erit, quàm C D. Accommodetur igitur ipsi C D, in circulo A B, æqualis B F; eritq; arcus A B, maior, quàm F B. Quare cum arcus C D, arcui A B, sit similis; erit arcus C D, maior, quàm vt similis sit ipsi F B. Æquales igitur rectæ F B, C D, ex circulis inæqualibus A B, C D, inæquales arcus auferunt, maiorq; est arcus C D, circuli minoris, quàm vt similis sit arcui F B, circuli minoris. quod est propositum.



Schol. 33. sexti.

2. sexti.

Coroll. 4. sexti.

4. sexti.

14. quinti.

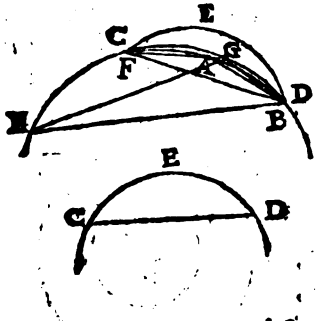
1. quarti. Schol. 28. tertij.

HINC perspicuum est, multo magis maiorem lineam ex circulo minore auferre arcum maiorem, quàm vt similis sit ei, quem ex circulo maiore aufert linea minor. Cum enim recta C D, æqualis ipsi F B, auferat arcu C D, maiorem, quàm vt similis sit arcui F B; multo magis linea maior quàm C D, auferet maiorem arcum, quàm vt similis sit arcui F B; cum illa maior maiorem arcum abscindat, quam C D. Quare in propos. hac sexta etiam recta H X, maior existens, quàm recta Y Z, auferet ex circulo minore Q R, arcum H X, maiorem, quàm vt similis sit arcui Y Z, quem recta Y Z, aufert ex S T, circulo maiore.

Schol. 28. tertij.

HOC autem lemmate demonstrato, facile etiam ostendemus, æquales rectas lineas ex circulis inæqualibus auferre arcus inæquales simpliciter, ita vt arcus minoris circuli simpliciter maior sit arcu circuli maioris, & non solũ maior, quàm vt similis sit. Sint enim rectæ lineæ C D, B F, æquales, auferatq; C D, arcum minoris circuli C E D, & F B, arcum circuli maioris F G B. Dico simpliciter arcum C E D, maiorem esse arcu F G B. Congruente enim recta C D, rectæ F B, cadet necessariò arcus C E D, extra arcũ F G B; atque adeo arcus C E D, maior erit arcu F G B, cum ille hunc totum intra se

contineat, sintq; ambo arcus in eandē partem caui, atq; eadem extrema puncta habeant, vt vult Archimedes in suppositionibus ante lib. 1. de sphæra & cylindro. Neque vero arcus C E D, arcui F G B, congruet, aut intra ipsum cadet. Nam si dicatur congruere, congruet etiam tota circumferentia circuli C E D, toti circumferentiæ circuli F G B, atque adeo æquales erunt circuli. quod est absurdum, cum inæquales ponantur: Si vero arcus C E D, dicatur cadere intra arcum F G B, cuiusmodi est arcus C A D, quoniam vt paulo ante in hoc lemmate ostensum est, arcus C E D, id est, C A D, maior est, quàm vt similis sit arcui F G B, sumatur arcus H F B, arcui C A D, similis, atque adeo maior arcu F G B: Assumpto autem in arcu C A D, puncto A, vtcunque, ducantur rectæ A F, A B; productaque recta F A, donec arcum F G B, secet in G, ducantur rectæ G H, G B. Itaque quoniam arcus C A D, H F B, similes sunt, erunt anguli C A D, H G B, in illis segmentis existentes, æquales. Quia vero angulus C A D, angulo C G B, maior est, externus interno; & angulus C G B, angulo H G B, maior quoque, totum parte; erit multò maior angulus C A D, angulo H G B. quod est absurdū. Ostensus enim est æqualis. Non ergo arcus C E D, cadet intra arcū F G B: sed neq; ei congruit, vt demōstratū est. Cadet ergo extra, atq; adeo maior erit arcus C E D, arcu F G B, vt dictū est.



ad. primi.

HINC etiam liquido constat, multo magis maiorem lineam ex circulo minore auferre arcum maiorem simpliciter eo, quem minor linea ex circulo maiore aufert.

THEOR. 7. PROPOS. 7.

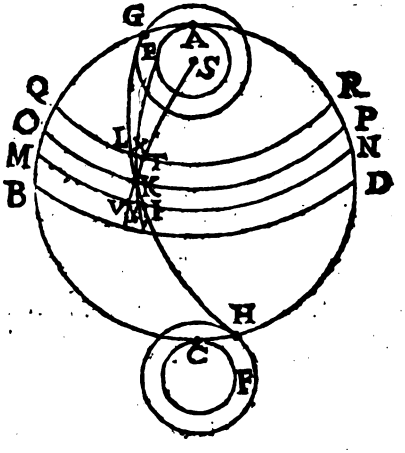
SI in sphæra maximus circulus tāgat aliquem sphæræ circulum, alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus sit, tangatq; circulos maiores illis, quos tangit maximus circulus primo positus, fuerintq; eorum contactus in maximo circulo primo posito, & sumantur à circulo obliquo cir-

cum-

Digitized by Google

cunferentiæ æquales, & continuæ ad easdem partes maximi parallelorum; per puncta autem terminantia æquales circunferentias describantur paralleli circuli: Hi circumferentias inæquales intercipient de maximo circulo primo posito, quorum ea, quæ propior erit maximo parallelorum, erit maior remotiore.

IN sphæra maximus circulus A B C D, tangat circulum A E, in puncto A, atque adeo & alium C F, illi æqualem: Alius autem circulus maximus G H, ad parallelos obliquus tangat alios duos circulos maiores illis, quos A B C D, tangit, sintque puncta contactuum G, H, in maximo circulo A B C D; sitq; B D, maximus parallelorum: Ex obliquo denique circulo G H, sumantur arcus æquales I k, K L, & per puncta I, k, L, paralleli describantur M N, O P, Q R. Dico arcum M O, maiorem esse arcu O Q. Nam per k, & S, polum parallelorum circulus maximus describatur S k, secans parallelos in punctis T, V. Item per k, describatur maximus circulus k E, tangens parallelum A E, in E, secansq; parallelos alios in X, Y; ita tamen, vt hæc puncta X, Y, sint inter puncta L, T, & V, I. quod ita fiet. Quoniam per k, duo circuli describi possunt tangentes circulum A E, quorum vnus inter arcus k G, k S, cadit, alter vero extra ipsos; (Nã si ambo ex eadem parte circulum A E, tangerent, secarent sese mutuo prope puncta contactuum, quòd alter alteri occurreret. quod est absurdum; cum se intersecent in puncto, quod ipsi K, opponitur inter alterum polum, & maximum parallelorũ.) si prior sumatur, cadet puncta X, Y, inter puncta L, T, & V, I, vt patet. Igitur quoniã in sphæræ superficie intra peripheriam circuli M N, punctum k, signatum est præter polum S, & ex k, tres arcus cadunt in eius circunferentiam k V, k Y, k I; erit k V, omnium minimus, & k Y, minor, quàm k I. Rursus quia in superficie sphæræ extra peripheriam circuli Q R, signatum est punctum K, præter eius polum, & ex K, in eius circunferentiam cadunt tres arcus K T, K X, K L, erit K T, omnium minimus, & k K, minor quam K L. Vterque igitur arcus k I,



6. 3. huius.

30. 1. huius

15. 1. huius

schol. 15. 3. huius.

schol. 22. 3 huius.

schol. 21. 3 huius.

Digitized by Google

KI, KL, vtroque KY, KX, maior est. Et quoniam recta per K, & sphęræ centrũ ducta, id est, communis sectio maximorum circulorum GH, EY, secat planum paralleli QR, extra sphæram, si recta illa, & planum circuli QR, producantur ad partes K, vt in demonstratione propos. 5. huius lib. dictum est; erit arcus KY, maior arcu KX: Sed arcui KY, arcus MO, & arcui KX, arcus OQ, æqualis est; Sunt enim semicirculi, quorum vnus ex A, per B, alter vero ex E, per K, ducitur, non conuenientes, vt ex ijs, quæ in demonstratione propos. 13. secundi lib. diximus, perspicuum est. Igitur & arcus MO, maior erit arcu OQ. Si ergo in sphæra maximus circulus tangat, &c. Quod demonstrandum erat.

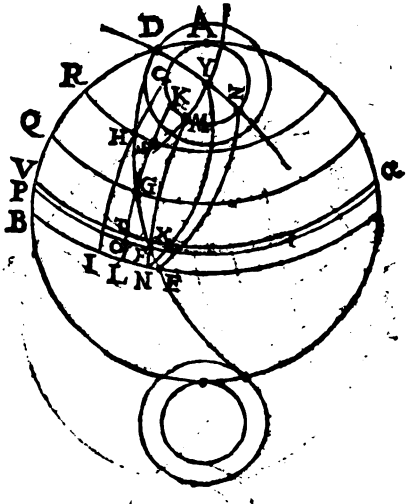
4. huius. 13. 2. huius

6. THEOREMA 8. PROPOS. 8.

SI in sphæra maximus circulus aliquem sphæræ circulum tangat, aliquis autem alius maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo positus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo posito; sumantur autem de obliquo circulo æquales circunferentiæ continuæ ad easdem partes maximi parallelorum, perque puncta terminantia æquales circunferentias describantur maximi circuli, qui & tangant eundem circulum, quem tangebat maximus circulus primo positus, & similes parallelorũ circunferentias intercipiant, habeantque eos semicirculos, qui tendunt à punctis contactuum ad puncta terminantia æquales obliqui circuli circunferentias, per quæ describuntur, eiusmodi, vt minime conueniant cum illo circuli maximi primo positi semicirculo, in quo est contactus obliqui circuli inter apparentem polum, & maximum parallelorum: Inæquales intercipient

cipient circunferentias de maximo parallelorum, quarum propior circulo maximo primò posito semper erit maior remotiore.

IN sphæra maximus circulus A B, tangat circulum A C, in A; atque adeo illûm illi æqualem, & parallelum: & alius circulus maximus D E, ad parallelos obliquus tangat alios parallelos maiores, sintque cõtactus in circulo AB, cuiusmodi est punctum D; & sit B E, parallelorum maximus: Ex obliquo autem circulo D E, sumantur arcus æquales F G, G H; & per puncta F, G, H, circuli maximi describantur C I, K L, M N, tangentes parallelum A C, in C, K, M, secantesque B E, maximum parallelorum, in I, L, N, ita vt similes arcus parallelorum intercipiant, eorumque semicirculi à punctis C, K, M, incipientes, & per F, G, H, transeuntes non conueniant cum semicirculo circuli A B, ab A, incipiente, & per B, transeunte. Dico arcum I L, maiorem esse arcu L N. Describantur enim per F, G, H, paralleli P F, Q G, R H, secantes circulum K L, in O, S. Erit ergo arcus P Q, maior arcu Q R; quibus cum sint æquales arcus G O, G S, erit & G O, maior, quàm G S. Fiat G T, ipsi G S, æqualis, & per T, parallelus describatur V T, secans circulum M N, in X. Et quoniam communis sectio circulorum M N, V X, hoc est, recta ab X, sectione, ad alteram sectionem ducta aufert segmentum, quod incipit ab X, & transit per V, vsq; ad alteram sectionem, semicirculo minus; (Nam circulus maximus M N, secans parallelum V X, non per polos aufert segmentum maius semicirculo, quod nimirum est inter maximum parallelorum, & polum conspicuum, quale est segmentum incipiens ab X, & transiens per α, vsque ad alteram sectionem cum circulo M N.) aufertque ex maximo circulo M N, segmentum maius semicirculo, quod nimirum ab X, incipiens per N, ad alteram sectionem transit; estque segmentum X V, ad segmentum X M, inclinatum versus partes R. Nam si per N, & Y, polum parallelorum circulus maximus describatur Y N, erit hic sectus ad B E. Esto M N, qui inter hos duos est positus. (Quoniam enim ex puncto F, duo circuli tangentes parallelum A C, duci possunt, vnus ad sinistram circuli maximi Y N, & ad dexteram alter, pos priorem eligimus, vt nimirum ponatur inter maximos circulos Y N, B E.) ad eundem B E, inclinatus



6. 2. huius.

7 huius.

13. 2. huius.

19. 2. huius.

15. 1. Huius Schol. 17. 2. huius.

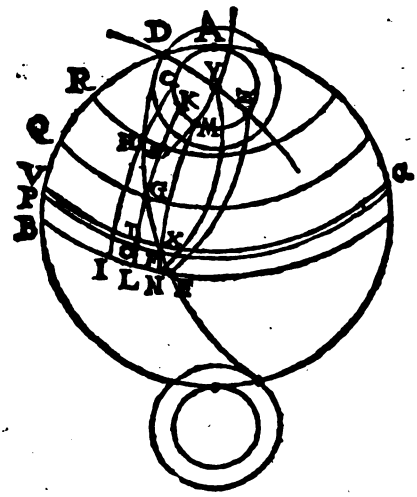
Digitized by Google

clinatus est ad partes R, & vicissim B E, atque adeò & sibi parallelus V X, ad M N, ad easdem partes R, erit inclinatus. Item segmentum incipiens ab X, & per V, vsque ad alteram sectionem transiens sectum est inæqualiter in T, est-
2.huius. que minor pars T X, vt mox ostendemus. Igitur recta T X, minor est, quàm
3.huius. recta T F: Sed recta T F, æqualis est rectæ H S. Igitur & recta T X, minor erit quàm recta H S; atque adeo, vt in lemmate propos. 6. huius lib. demonstratum est, maior erit arcus H S, quàm vt similis esse possit arcui T X. Cum ergo ar-
13.2.huius. cus I L, arcui H S, & arcus L N, arcui T X, sit similis, maior erit quoque arcus I L, quàm vt similis sit arcui L N; atque adeo, cum in eodem circulo sint, erit I L, maior, quam L N. Si igitur sphæra maximus circulus aliquem sphæræ circulum tangat, &c. Quod erat ostendendum.

LEMMA. I.

QVOD autem arcus T X, minor sit semisse segmenti, quod ab X, incipit, et per V, vsque ad alteram sectionē protenditur, ita demonstrabimus. Per E, ducatur circulus maximus E Z, tangens parallelum A C, in Z, puncto, quod sit ad dexteram circuli maximi N Y: cùm ex E, duo circuli tangētes A C, describi possint,

Schol. 15.2. huius.



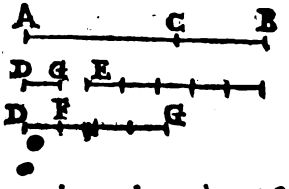
vnus ad sinistram circuli N Y, et ad dexteram alter. Eritq́, E Z, quadrans. Nam circulus maximus Z Y, per Y, polum circuli A C, & per Z, cōtactum descriptus
5.2.huius. *trāsit quoq; per polum circuli tangentis E Z. Quare idem circulus Y Z, secabit*
9.2.huius. *segmenta circulorum B E, E Z, bifariam. Cum ergo hi*
13.1.huius *maximi circuli se bifariam secent, secabitur segmētum à puncto E, per Z, vsque ad alteram sectionem, in duos quadrantes in puncto Z; atque adeo E Z, quadrans erit. Eodem modo quadrans erit E D, si per polum Y, & contactum D, circulus maximus Y D, describatur. Est autem & arcus circuli maximi*
Corol. 16.1 huius. *inter E, & Y, polum, quadrans. Igitur circulus maximus ex E, tanquam polo, & interuallo E Z, descriptus transibit per puncta Y, D. Non aliter ostendemus N M, esse quadrantem; atque adeo circulum maximum ex N, polo, & interuallo N M, descriptum transire per Y, polum parallelorum, qualis est M Y, atque adeo secare arcum B D, vltra punctum D, & ar-*

& arcum N B, vltra arcum D B, ideoque & arcum X V, vltra eundem arcum D B: propterea quòd maximi circuli Z Y D, M Y, se mutuo secant in Y, polo, & punctum M, est inter D, & Z. Quoniam verò circulus maximus M Y, ductus per Y, polum paralleli A C, & per contactum M, transit etiam per polum circuli tangentis N M; transibit per polos circulorum X V, & N M, se mutuo secantium in X. Quare bifariam secabit ipsorum segmenta. Cum ergo vltra punctum V, secet segmentum ab X, per V, vsque ad aliud punctum, vbi se mutuo secãt circuli X V, N M, vt proxime est ostensum; erit X V, arcus minor semisse segmenti ab X, per V, vsque ad alteram sectionem; ac proinde multo minor semisse eiusdem segmenti erit T X. quod est propositum. 5. 2. huius. 9. 2. huius.

LEMMA. II.

PROPOSITIS duabus magnitudinibus inæqualibus, reperire aliam mediam, quæ datæ cuicunque magnitudini commensurabilis sit.

SINT propositæ duæ magnitudines inæquales A B, A C, & data alia quæcunque D G: oporteatq; inuenire aliam mediam, hoc est, quæ maior quidem sit, quàm A C, minor vero, quàm A B, & ipsi D G, commensurabilis. Sit primum D G, minor, quàm B C, excessus inter magnitudines A B, A C; & E, multiplex ipsius D G, proxime maior quàm A C. Quo posito, erit E, minor, quàm A B. Si enim æqualis esset, si detraheretur ex E, vna magnitudo ipsi D G, æqualis (quę quidem minor ponitur, quàm B C,) maneret adhuc reliqua multiplex ipsius D G, maior quàm A C. Non ergo E, esset multiplex ipsius D G, proxime maior, quàm A C. Quod est absurdum. Non ergo æqualis est E, ipsi A B; atque adeo multo magis neque maior erit. Minor igitur est, quàm A B; atque adeo cum maior quoque sit quàm A C, & ipsi D G, commensurabilis, quòd eius multiplex sit, constat propositum.



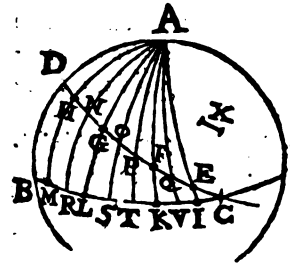
SED iam data magnitudo D G, non minor sit, quàm B C. Diuisa igitur D G, bifariam, & dimidia parte rursus bifariam, & sic deincops, donec relinquatur pars D F, minor quàm B C; sit E, ipsius D F, multiplex proximè maior, quàm A C; eritq; E, ipsi D F, commensurabilis; atque adeo & ipsi D G: propterea quod vtraque E, & D G, ipsi D F, commensurabilis est. Rursus eodem pacto, vt paulo ante demonstrauimus, erit E, minor, quam A B. Cum ergo maior quoque sit, quàm A C, & ipsi D G, commensurabilis; constat propositum. 1. decimi. 12. decimi.

Digitized by Google

8. ## THEOREMA 9. PROPOS. 9.

SI polus parallelorum sit in circunferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos secent, quorum circulorum alter sit vnus parallelorũ, alter verò ad parallelos obliquus sit: & ab hoc obliquo circulo sumantur æquales circunferentiæ, quæ continuæ quidem non sint, sed tamen sint ad easdem partes maximi illius paralleli; per polum autem, & singula puncta æquales circunferentias terminantia describantur maximi circuli: Inæquales circunferentias de maximo parallelo intercipient, quarum ea, quæ propior erit maximo circulo primo posito, semper erit maior remotiore.

IN circunferentia maximi circuli A B, sit A, polus parallelorum, eumque secent duo maximi circuli B C, D C, ad angulos rectos, quorum B C, sit maximus parallelorum, & D C, ad parallelos obliquus; ex quo sumantur arcus æquales non continui E F, G H: & per puncta E, F, G, H, & polum
20. 1. huius A, describantur maximi circuli A E I, A F K, A G L, A H M. Dico arcum M L, maiorem esse arcu K I. Aut enim intermedius arcus F G, vtrique æqualium E F, G H, commensurabilis est, aut incommensurabilis. Sit primum commensurabilis. Inuenta autem maxima communi mensura X, diuidantur tres arcus E F, F G, G H, in partes ipsi X, æquales, vt in prima figura apparet; & per puncta diuisionum, & polum A, circuli maximi ducantur. Quoniam igitur arcus E Q, Q F, F P, &c. æquales sunt, maior erit arcus M R, arcu R L, & R L, maior, quàm L, S, &c. Igitur cum M R, maior sit quàm K V, & R L, maior quàm V I, erit & totus M L, maior toto K I. quod est propositum.



4. decimi.

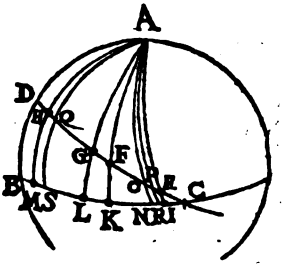
20. 1. huius.

4. huius.

SED iam sit arcus intermedius F G, incommensurabilis vtrique arcuum æqualium E F, G H. Dico Rursus arcum M L, maiorem esse arcu K I. Si enim maior non est, erit vel minor, vel æqualis. Sit primum, si fieri potest, M L, minor quàm K I, vt in secunda figura,

 ex

& ex K I, ſumatur K N, ipſi M L, æqualis; & per N, & A, circulus maximus deſcribatur A O N, ſecans circulum C D, & in O. Deinde per lemma 2. præcedentis propoſ. inueniatur arcus F P, maior quidem, quàm F O, minor verò quàm F E, & ipſi F G, commenſurabilis: ſitque G Q, ipſi F P, (qui minor eſt, quàm E F, atque adeo minor etiam quàm G H, ipſi E F, æqualis.) æqualis: & per P, Q, & A, circuli maximi deſcribantur A P R, A Q S. Quoniam igitur arcus P F, G Q, æquales ſunt non continui, eſtque vtrique illorum commenſurabilis arcus intermedius FG; erit, vt demonſtratum iam eſt in prima figura, arcus S L, maior arcu K R. Igitur & multo maior erit, quàm K N; ac proinde & M L, multo maior erit, quàm K N: Sed & K N, ipſi M L, æqualis poſitus eſt. Quod eſt abſurdum. Non ergo M L, minor eſt quàm K I.

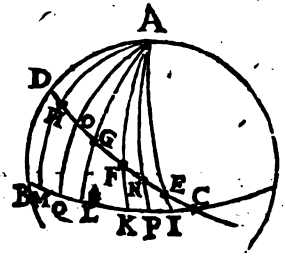


20. 1. huius

SIT deinde, ſi fieri poteſt, arcus M L, æqualis arcui K I, vt in tertia figura. Diuiſis autẽ arcubus E F, G H, bifariã in N, O, deſcribantur per N, O, & A, circuli maximi A N P, A O Q. Erit igitur arcus M Q, maior arcu Q L, & K P, maior quàm P I. Quare Q L, minor erit, quàm dimidiũ ipſius M L; & K P, maior, quàm dimidium ipſius K I. Cum ergo M L, K I, ponãtur æquales; erit Q L, minor, quàm K P, quod eſt abſurdum. Quoniam enim arcus F N, G O, dimidij æqualium arcuum E F, G H, æquales ſunt non continui, non poterit Q L, minor eſſe, quàm K B; vt proximè in ſecunda figura demonſtratum eſt. Non ergo arcus M L, arcui K I, æqualis eſt: ſed neque minor eſt oſtenſus. Maior ergo eſt. Si igitur polus parallelorum ſit in circunferentia, &c. Quod erat demonſtrandum.

20. 1. huius

6. huius.



SCHOLIVM.

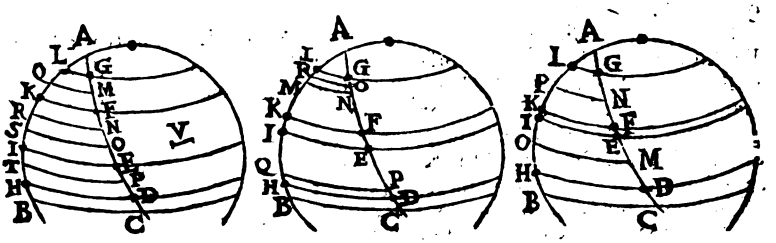
SICVT Theodoſius in hac propoſitione 9. idem demonſtrauit de arcubus non continuis, quod de continuis propoſ. 6. docuit, ita in alia verſione demonſtrantur tribus Theorematibus eadem de arcubus non continuis, quæ Theodoſius de continuis demonſtrauit propoſ. 5. 7. & 8. Primum autem theorema eiuſmodi eſt.

I.

SI polus parallelorum ſit in circunferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos ſecẽt, quorum circulorum alter ſit vnus parallelorum, alter verò ad parallelos obliquus ſit, & ab hoc obliquo circulo ſumantur æquales circunferentiæ, quæ continuæ quidem non ſint, ſed tamen ſint ad eaſdem partes maximi illius pa- 7.

ralleli; per singula autem puncta æquales circunferentias terminantia, describãtur paralleli circuli. Circunferentię maximi illius circuli primo positi inter parallelos interceptæ, inæquales erunt, semperq; ea, quæ propior fuerit maximo parallelorum, remotiore maior erit.

IN *circunferentia maximi circuli* A B, *sit polus parallelorum, quem alij duo maximi* B C, A C, *secent ad angulos rectos, sitque* B C, *parallelorum maximus, &* A C, *ad parallelos obliquus. Sumantur arcus non continui æquales* D E, F G; *ac per* D, E, F, G, *paralleli ducantur* D H, E I, F K, G L. *Dico arcum* H I, *maiorem esse arcu* K L. *Aut enim arcus intermedius* E F, *vtrique æqualium* D E, F G, *commensurabilis*
4. decimi. *est, aut incommensurabilis. Sit primum commensurabilis. Inuenta autem maxima mensura* V, *secentur tres arcus* D E, E F, F G, *in partes ipsi* V, *æquales, & per puncta diuisionum paralleli describantur, vt in prima figura apparet. Quoniam igitur*



5. huius. *arcus continui* D P, P E, E O, *&c. æquales sunt; erit arcus* H T, *maior arcus* T I, *&* T I, *maior, quàm* I S, *&c. Quare cum* H T, *maior sit, quàm* K Q, *&* T I, *maior quam* Q L; *erit totus* H I, *maior toto* K L. *Quod est propositum.*

SED *iam* E F, *incommensurabilis sit vtrique* D E, F G. *Dico adhuc arcum* H I, *maiorem esse arcu* K L. *Si enim maior non est, erit vel minor, vel æqualis. Sit primum minor; & ex* K L, (*vt in secunda figura*) *auferatur ipsi* H I, *æqualis* K M; *& per* M, *parallelus ducatur* M N. *Deinde per Lemma* 2. *Propos.* 8. *huius lib. reperiantur arcus* F O, *maior quidem, quàm* F N, *minor verò quam* F G; *& commensurabilis intermedio arcui* E F: *Sitque* E P, *ipsi* F O, (*qui minor est, quàm* F G, *atque adeo minor etiam, quam* D E, *ipsi* F G, *æqualis.*) *æqualis, ac per* O, P, *paralleli describantur* O R, P Q. *Quoniam igitur arcus non continui* P E, F O, *æquales sunt, estque vtrique illorum commensurabilis arcus intermedius* E F; *erit, vt iam est demonstratum in prima figura, arcus* Q I, *maior arcu* K R. *Ergo & multo maior erit, quàm* K M; *ac proinde multo magis arcus* H I, *maior erit quàm* K M: *Sed &* H I, *æqualis ponitur ipsi* K M. *Quod est absurdum. Non ergo* H I, *minor est, quàm* K L.

SIT *deinde, si fieri potest, arcus* H I, *arcui* K L, *æqualis, vt in tertia figura. Diuisis autem arcubus* D E, F G, *bifariam in* M, N, *ducantur per* M, N, *paralleli* M O,
5. huius. N P. *Erit igitur arcus* H O, *maior, quàm* O I; *&* K P, *maior, quàm* P L. *Quare* O I, *minor erit, quam dimidium ipsius* H I, *&* K P, *maior dimidio ipsius* K L. *Cum*

ergo

Digitized by Google

ergo H I, K L, *penantur æquales, minor erit* O I, *quàm* K P. *Quod est absurdum. Quia enim arcus* E M, F N, *dimidij æqualium* D E, F G, *æquales sunt, & non continui, non poterit* O I, *minor esse, quam* K P, *vt in secunda figura demonstratum est. Non ergo arcus* H I, *arcui* K L, *æqualis est: Sed neque minor est ostensus. Maior igitur est. Quod est propositum.*

II.

SI in sphæra maximus circulus tangat aliquem sphæræ circulum, alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus sit, tangatque circulos maiores illis, quos tangit maximus circulus primò positus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo posito; & sumantur à circulo obliquo circunferentiæ æquales, quæ continuæ quidem non sint, sed tamen sint ad easdem partes maximi parallelorum; per puncta autem terminantia æquales circunferentias describantur paralleli circuli: H I circunferentias inæquales intercipient de maximo circulo primò posito, quarum ea, quæ propior erit maximo parallelorum, maior erit remotiore. 9.

HOC *Theorema demonstrabitur ex propos. 7. huius lib. quemadmodum præcedens Theorema ex propos. 5. demonstratum fuit: dummodo duo circuli maximi* A B, A C *præcedentis Theorematis tangant duos parallelos, vt in propos. 7. huius lib. dictum est. Reliqua constructio figuræ à constructione præcedentis Theorematis non differt, &c.*

III.

SI in sphæra maximus circulus aliquem sphæræ circulum tangat, aliquis autem alius maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo positus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo posito, sumantur autem de obliquo circulo æquales circunferentiæ, quæ continuæ quidem non sint, sed tamen sint ad easdem partes maximi parallelorum, per quę puncta terminantia æquales circunferentias describantur maximi circuli, qui & tangant eundem circulum, quem tangebat maximus circulus primo positus, & similes parallelorum circunferentias intercipiant, habeantque eos semicirculos, qui tendunt à punctis contactuum ad puncta terminantia æquales obliqui circuli circunferentias, per quæ describuntur, eiusmodi, vt minimè cõueniant cum illo circuli maximi primò positi semicirculo, in quo est contactus obliqui circuli inter apparentem polum, & maximum parallelorum: Inæquales intercipient circunferentias de maximo parallelorum, quarum propior circulo maximo primò posito, semper erit maior remotiore. 10.

HOC

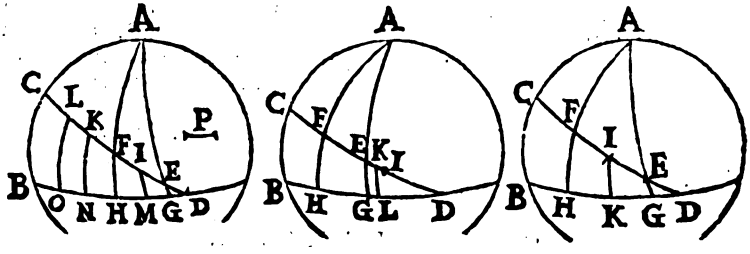
HOC etiam Theorema demonstrabitur ex propos. 8. huius lib. quemadmodum propositio 9. ex propos. 6. fuit ostensa, dummodo maximi circuli propos. 9. ex A, prodeuntes tangant eundem circulum minorem illo, quem D C, tangere debet, &c.

11. THEOREMA 10. PROPOS. 10.

SI polus parallelorum sit in circunferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos secent, quorum alter sit vnus parallelorum, alter verò sit obliquus ad parallelos; in hoc autem obliquo circulo sumatur duo quælibet puncta ad easdem partes maximi illius paralleli, perq; polum parallelorum, & per vtrumque illorum punctorum describantur maximi circuli: Erit, vt circunferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primò positum, & proximum maximum circulum per polum, & per vnum punctorum descriptum, ad circunferentiam obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam, ita circunferentia maximi parallelorum intercepta inter duos magnos circulos per polum, perque vtrumque punctorum descriptos, ad circunferentiam aliquam, quæ sit minor, quam circunferentia obliqui circuli inter vtrumque punctum intercepta.

SIT polus A, parallelorum in circunferentia maximi circuli A B, quem duo alij maximi circuli B D, C D, secent ad angulos rectos, & sit B D, parallelorum maximus, & C D, ad parallelos obliquus; in quo sumptis duobus
2 o.1.huius punctis vtcunque E, F, describantur per A, polum, & per E, F, circuli maximi A E G, A F H. Dico, vt est arcus B H, ad arcum C F, ita esse arcum H G, ad arcum minorem arcu F E. Aut enim arcus C F, F E, commenturabiles sunt, aut incommensurabiles. Sint primum commensurabiles, vt in prima fi-
3.decimi. gura; & inuenta eorum maxima mensura P, diuidantur arcus C F, F E, in ar-
2 o.1.huius cus maximæ mensuræ æquales, perque puncta diuisionum, & polum A, circuli maximi ducantur I M, K N, L O. Quoniam igitur arcus continui C L, L K,

K F, F I, I E, æquales ſunt, erit arcus B O, maior quàm O N, & O N, maior quàm N H, &c. Igitur maior erit proportio B O, ad C L, quàm O N, ad L K; & maior proportio O N, ad L K, quàm N H, ad K F, &c. Quare, cum ſint quotcunque magnitudines B O, O N, N H, & totidem numero C L, L K, 6. huius. 8. quinti.



K F, ſitque maior proportio primæ B O, ad primã C L, quàm ſecundæ O N, ad ſecundam L K; & maior ſecundæ O N, ad ſecundam L K, quàm tertiæ N H, ad tertiam K F; maior erit proportio B H, ad C F, quàm N H, ad K F: 34. quinti. Sed proportio N H, ad K F, maior adhuc eſt proportione H M, ad F I, vt oſtenſum eſt. Multo ergo maior eſt proportio B H, ad C F, quàm H M, ad F I: Sed adhuc maior eſt proportio H M, ad F I, quàm H G, ad F E; propterea quòd arcus H M, M G, multitudine æquales ſunt arcubus F I, I E; eſtque maior proportio primæ H M, ad primam F I, quæ ſecundæ M G, ad ſecundam I E, vt dictum eſt. Multo igitur maior eſt proportio B H, ad C F, quàm H G, ad F E. Sit vt B H, ad C F, ita H G, ad P. Erit ergo maior proportio quoque H G, ad P, quam H G, ad F E; ac proinde P, arcus minor erit arcu F E. Quare eſt, vt arcus B H, ad arcum C F, ita arcus H G, ad arcum P, arcu F E, minorem. Quod eſt propoſitum. 8. quinti. 34. quinti. 8. quinti. 10. quinti.

SED iam ſint arcus C F, F E, incommenſurabiles, vt in ſecunda figura. Dico adhuc, vt eſt arcus B H, ad arcum C F, ita eſſe arcum H G, ad arcum arcu F E, minorem. Si enim non ita ſit, erit, vt B H, ad C F, ita H G, vel ad arcũ arcu F E, maiorem, vel ad ipſummet F E. Sit primum, ſi fieri poteſt, vt B H, ad C F, ita H G, ad arcum F I, arcu F E, maiorem. Inueniatur per lemma 2. propoſ. 8. huius lib. arcus F K, maior quidem quàm F E, minor autem quàm F I, & ipſi C F, commenſurabilis, ducaturque per K, & A, polum circulus maximus K L. Quoniam igitur commenſurabiles ſunt arcus C F, F K, erit, vt demonſtratum iam eſt in prima figura, vt B H, ad C F, ita H L, ad arcum arcu F K, minorem: Sed vt B H, ad C F, ita ponebatur H G, ad F I. Igitur erit quoque, vt H G, ad F I, ita H L, ad arcum arcu F K, minorem: & permutando, vt H G, ad H L, ita F I, ad arcum arcu F K, minorem: Sed H G, arcus minor eſt arcu H L. Igitur & arcus F I, minor erit, quàm arcus arcu F K, minor, totum quàm pars. Quod eſt abſurdum. Non ergo eſt, vt B H, ad C F, ita H G, ad arcum arcu F E, maiorem. 20. 1. huius.

SIT deinde, ſi fieri poteſt, vt B H, ad C F, ita H G, ad F E, vt in tertia figura. Diuiſo arcu F E, bifariam in I, deſcribatur per I, & per A, polum cir- 20. 1. huius

culus

culus maximus I K. Quoniam igitur arcus continui F I, I E, æquales sunt, erit
6. huius. H K, maior quàm K G; atque adeo H K, maior erit dimidio ipsius H G. Quare
8. quinti. maior erit proportio H K, ad F I, quàm arcus dimidij ipsius H G, ad F I;
15. quinti. Sed vt dimidium arcus H G, ad F I, dimidium arcus F E, ita est totus arcus H G, ad totum arcum F E. Igitur maior erit proportio H K, ad F I, quam H G, ad F E: Ponitur autem, vt H G, ad F E, ita B H, ad C F. Igitur maior erit quoque proportio H K, ad F I, quàm B H, ad C F; atque adeo arcus H K, ad ar-
10. quinti. cum arcu F I, maiorem erit, vt B H, ad C F. Quod est absurdum. Demonstratum enim proxime fuit in secunda figura, non posse esse, vt est arcus B H, ad C F, ita arcum H K, ad arcum arcu F I, maiorem. Non ergo est, vt B H, ad C F, ita H G, ad F E: sed neque, vt B H, ad C F, ita est H G, ad arcum arcu F E, maiorem, vt demonstratum est. Igitur erit, vt B H, ad C F, ita H G, ad arcum arcu F E, minorem. Quare si polus parallelorum sit in circunferentia, &c. Quod ostendendum erat.

COROLLARIVM.

HINC fit, maiorem esse proportionem arcus B H, ad arcum C F, quàm arcus H G, ad
10. huius. arcum F E. Cum enim sit, vt B H, ad C F, ita H G, ad arcum arcu F E, minorem: Sit autem
8. quinti. maior proportio arcus H G, ad arcum arcu F E, minorem, quàm ad F E; erit quoque maior proportio B H, ad C F, quàm H G, ad F E.

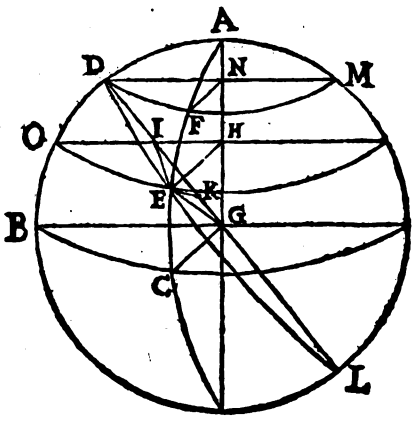
12. ## THEOR. 11. PROPOS. 11.

SI polus parallelorum sit in circunferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos secent, quorum alter sit vnus parallelorum, alter vero sit obliquus ad parallelos; alius autem maximus circulus per polos parallelorum transiens obliquum circulū secet inter maximum parallelorum, & eum, quem obliquus circulus tangit: Diameter sphæræ ad diametrum eius circuli, quem tãgit obliquus circulus, maiorem rationem habet, quàm circunferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primo positum, & maximum circulum per polos parallelorum transeuntem, ad circunferentiam obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam.

IN

Digitized by Google

IN circunferentia maximi circuli A B, ſit parallelorum polus A, eumque duo alij circuli maximi B C, D E, ad angulos rectos ſecent, quorum B C, ſit maximus parallelorum, & D E, ad parallelos obliquus tãgens parallelum D F. Per polum quoq; A, alius circulus maximus deſcribatur A E, ſecans obliquũ D E, in puncto E, inter maximũ parallelorum B C, & parallelum D F, quem obliquus tangit, poſito. Dico diametrum ſphæræ ad diametrum paralleli D F, maiorem habere rationẽ, quàm circunferẽtiam B C, ad circunferentiam D E. Sit A G, recta communis ſectio circulorũ A B, A E; & B G, communis ſectio circulorũ A B, B C; eruntq; A G, B G, ſemidiametri ipſorum, (cum ſe mutuo ſecent bifariã circuli maximi in ſphæra) atque adeo & ſphæræ, ſecantes ſe ſe in G, centro ſphæræ, & circulorum maximorum. Sit quoque D L, communis ſectio circulorum A B, D E, quæ quoque diameter ſphæræ erit tranſiens per centrum G. Rurſus D M, ſit communis ſectio circulorum A B, D F; eritque D M, diameter circuli D F, propterea quòd circulus A B, parallelum D F, ſecet bifariam per polos. Item F N, C G, ſint communes ſectiones circulorum D F, B C, cum circulo A E. Ex polo A, interuallo vero A E, parallelus deſcribatur O E, ſintque O H, E H, communes eius ſectiones cum circulis A B, A E; Eruntque & F N, E H, C G, ſemidiametri circulorum D F, O E, B C, quòd ipſos bifariam ſecet circulus maximus A E, per polos; atque adeo communes ſectiones diametri ſint occurrentes diametris D M, O H, B G, in centris N, H, G. Eſt enim & O H, diameter circuli O E, cum eum circulus A B, per polum A, bifariam ſecet. Sit rurſum E G, communis ſectio circulorum maximorum A E, D E, quæ etiam diameter erit tranſiens per G, centrum ſphæræ. Denique E I, communis ſectio circulorum D E, O E. Et quoniam recta A G, ducta per polos paralleli O E, recta eſt ad planum paralleli, caditque in eius centrum H; erit angulus O H G, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. in triangulo G H I, rectus; atque adeo angulus H G I, acutus. Latus igitur G I, maius erit latere H I. Auferatur recta I K, rectæ I H, æqualis, iungaturque recta E K. Rurſus quia vterq; circulus D E, O E, rectus eſt ad circulum A B; erit & E I, communis eorum ſectio ad eundem perpendicularis: ac proinde, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. vterque angulus E I H, E I K, rectus. Quoniam igitur duo latera E I, I H, trianguli E I H, duobus lateribus E I, I K, trianguli E I K, æqualia ſunt, angulosq; continent æquales, nẽpe rectos, vt oſtendimus, erunt anguli quoq; I H E, I K E, æquales. Quia verò maior eſt proportio rectæ G I, ad rectam I k, quàm anguli I k E, hoc eſt anguli O H E, ſibi æqualis,



11.1.huius.

15.1.huius.

15.1.huius.

10.1.huius.

19.primi.

19.vndec.

4.primi.

Digitized by Google

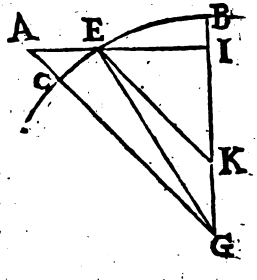
10. vndec. ad angulũ I G E, vt mox demonstrabimus: Est autem angulus O H E, angulo B G C, æqualis; (sunt enim rectæ O H, B G, communes sectiones planorum pa-
16. vndec. rallelorũ O E, B C, factæ à plano A B, parallelæ; necnõ & rectæ E H, C G; communes sectiones eorundem planorum factæ à plano A E.) erit quoque maior proportio rectæ G I, ad rectam I K, hoc est, ad rectam sibi æqualem I H, quàm anguli B G C, ad angulum D G E: Vt autem angulus B G C, ad angulum D G E,
3. sexti. ita est arcus B C, ad arcum D E. Maior igitur proportio quoq; erit rectæ G I,
4. sexti. ad rectam I H, quàm arcus B C, ad arcum D E: Est autem, vt G I, ad I H, ita
15. quinti. G D, ad D N, hoc est, ita tota diameter D L, ad totam diametrum D M. (sunt enim D N, O H, communes sectiones planorum parallelorum D F,
16. vndec. O E, factæ à plano A B, parallelæ.) Igitur maior quoque proportio erit D L, diametri sphæræ ad D M, diametrum paralleli D F, quàm arcus B C, ad arcum D E. Quapropter, si polus parallelorum sit in circunferentia maximi circuli, &c. Quod demonstrandum erat.

LEMMA.

QVOD *autem maior sit proportio rectæ G I, ad rectam I K, quàm anguli I K E, ad angulum I G E, hoc theoremate proposito demonstrabimus.*

IN omni triangulo rectangulo, si ab vno acutorum angulorum vtcunque ad latus oppositum linea recta ducatur; erit maior proportio huius lateris ad eius segmentum, quod prope angulum rectum existit, quàm anguli acuti, quem linea ducta cum prædicto latere, effecit, ad reliquum angulum acutum trianguli.

SIT triangulum rectangulum E G I, habens angulum I, rectum, ducaturque ab angulo acuto I E G, ad latus oppositum G I, recta linea E K, vtcunque. Dico maiorem esse proportionem rectæ G I, ad I K, quàm anguli acuti I K E, ad angulum acutum I G E. Ducatur enim
31. primi. *per G, recta G A, ipsi E K, parallela, occurrens rectæ I E, protractæ in A. Et quoniam angulus I, rectus est,*



erit angulus I E G, acutus, & propterea A E G, obtusus. Latus igitur E G,
19. primi. *in triangulo G E I, maius est latere G I; in triangulo verò A E G, minus latere A G. Quare arcus circuli ex centro G, ad interuallum G E, descriptus secabit rectam G I, productam vltra I, nempe in B, rectam verò G A, citra A, vt in C. Quoniam igitur triangulum G A E, maius est sectore G C E, maior erit proportio trianguli G A E, ad*
8. quinti. *triangulum G E I, quàm sectoris G C E, ad triangulum G E I: Est*
8. quinti. *autem maior adhuc proportio sectoris G C E, ad triangulum G E I, quàm*

ad

ad sectorem G E B, quòd triangulum G E I, minus sit sectore G E B. Multo igitur maior erit proportio trianguli G A E, ad triangulum G E I, quàm sectoris G C E, ad sectorem G E B: ac proinde & componendo maior erit proportio trianguli G A I, ad triangulum G E I, quàm sectoris G C B, ad sectorem G E B: Est autem vt triangulum G A I, ad triangulum G E I, ita recta A I, ad rectam I E; & vt sector G C B, ad sectorem G E B, ita angulus B G C, ad angulum B G E. Maior igitur erit quoque proportio A I, ad I E, quàm anguli B G A, hoc est, quàm anguli sibi æqualis I K E, ad angulum I G E: Vt autem A I, ad I E, ita est G I, ad I K. Igitur & maior erit proportio rectæ G I, ad rectam I K, quàm anguli I K E, ad angulum I G E. Quod est propositum.

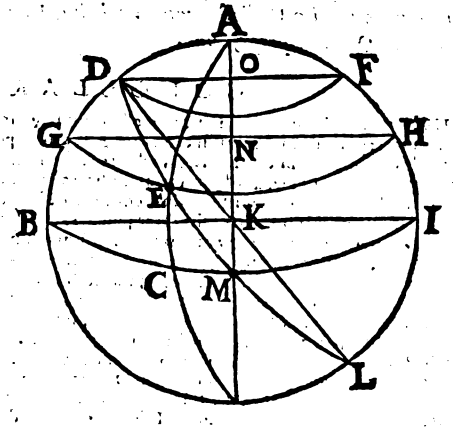
28. quinti. 1. sexti. Corol. 1. 33 sexti. 29. primi. 2. vel 4. sexti.

SCHOLIVM.

ADDITVR in alia versione hoc loco sequens Theorema.

13. IISDEM positis, Diameter Sphæræ ad diametrum paralleli per punctum obliqui circuli, per quod maximus circulus è polo transit, descripti, minorem rationem habet quàm circunferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primo positum, & maxmum circulum per polos parallelorum transeuntem, ad circunferentiam obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam.

SINT descripti circuli, vt in præcedenti propos. Dico minorem esse proportionem diametri sphæræ ad diametrum paralleli G E, quàm circunferentiæ B C, ad circunferentiam D E. Sint G H, B I, communes sectiones circulorum G E, B C, cum circulo A B, quæ diametri illorum erunt, cum A B, per eorum polos ductus ipsos secet bifariã, & ad angulos rectos. Erit ergo B I, diameter etiã sphæræ. Et quoniã circulus D E, ponitur rectus ad A B, transibit D E, per polos ipsius A B. Eodem modo B C, per polos eiusdem A B, transibit, cum rectus ad ipsum ponatur. Quare M, punctum, vbi se mutuo secant, polus erit circuli A B; ac propterea segmẽtum D E L, quod rectum est ad circulum A B, inæqualiter diuidetur in E, puncto, vbi circuli D E, G E, se inter secant, minorq; pars erit E D: quandoquidem arcus M D, M L, æquales sunt, quod rectæ illis subtensæ, ex defin. poli, æquales sint.

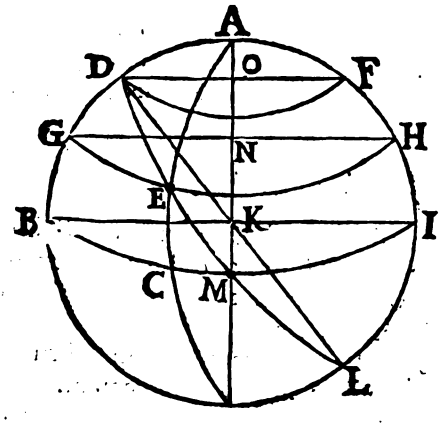


15. 1. huius. 13. 1. huius. 28. tertij.

Digitized by Google

schol. 21. huius. Recta igitur ducta E D, minor erit, quàm recta E G; ac proinde cum circulus G E, minor sit circulo D E, maior erit circunferentia E G, quàm circunferentia D E.

lemma 6. huius. Si enim recta recta E D, æqualis aufert ex circulo G E, maiorem arcum, quàm recta D E, ex circulo D E; multo magis recta E G, quæ maior est, quàm recta E D, vt ostendimus, maiorem arcum auferet, &c. Quare minor erit proportio arcus B C, ad arcum G E, quàm ad arcum D E. Quoniam vero est, vt arcus B C, ad totam circunferentiam circuli B C, ita arcus G E, ad totam circũferentiã circuli G E, propter similitudinem arcuum B C, G E; (In hoc enim consistit similitudo arcuum, vt ad suorum circulorum circunferentias integras eandem habeant proportionem, vt in scholio propos. 33. li. 6. Eucl. tradidimus) atque adeo permutando, vt arcus B C, ad arcũ G E, ita tota circunferentia circuli B C, ad totam circunferentiam circuli G E: erit quoque minor proportio circunferentiæ circuli B C, ad circunferentiã circuli G E, quàm arcus B C, ad arcum D E: Vt autem circunferentia circuli B C, ad circunferentiam circuli G E, ita est diameter B I, (quæ sphæræ etiam diameter est.) ad diametrum G H, vt Pappus demonstrauit, & nos in libello Archimedis de dimensione circuli ostendimus. Igitur minor quoque erit proportio diametri sphæræ B I, ad G H, diametrum paralleli G E, quàm arcus B C, ad circunferentiam D E. Quod est propositum.



COROLLARIVM.

HINC fit, ijsdem positis, maiorem esse rationem circunferentiæ B C, maximi parallelorum interceptæ inter maximum circulum A B, primo positum, & maximum circulum A C, per polos parallelorum transeuntem, ad circunferentiam D E, obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam, quàm sinus totius ad sinum circunferentiæ A E, maximi circuli per polos parallelorum transeuntis; minorem vero, quàm sinus totius ad sinum circunferentiæ A D, maximi circuli primò positi inter polos parallelorum, & obliquum circulum interceptæ. Quoniam enim hoc Theoremate ostensum est, maiorem esse rationem arcus B C, ad arcum D E, quàm diametri sphæræ ad diametrum paralleli G E: vt autem diameter B I, sphæræ ad G H, diametrum circuli G E, ita est B K, semidiameter, hoc est, sinus totus, ad G N, semidiametrum, hoc est, ad sinum arcus A E. (Cum enim arcus A G, A E, æquales sint sitque G N, sinus arcus A G; erit quoque G N, sinus arcus A E.) Maior igitur erit quoque ratio arcus B C, ad arcum D E, quàm sinus totius B K, ad G N, sinum arcus A E.

15. quinti. 10. 2. huius. 11. huius. RVRSVS, quoniã ostensum est, minorem esse rationem arcus B C, ad arcum D E, quàm diametri sphæræ ad diametrum paralleli D F: Vt autem diameter sphæræ B I, ad D F, diametrum paralleli D F, ita est B K, sinus totus ad D O, sinum arcus A D. Minor igitur quoque est proportio arcus B C, ad arcum D E, q̃ sinus totius ad sinũ arcus A D. Quod est propositũ.

CÆTERVM quid sit sinus, ex sequenti tractatione intelliges.

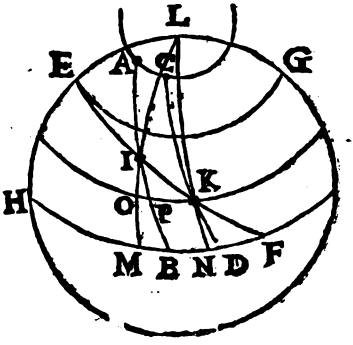
THEO-

Digitized by Google

THEOREMA 12. PROPOS. 12. 14.

SI in sphæra maximi circuli tangant vnum, eundemq; parallelorum, intercipiantq; similes parallelorum circunferentias inter vtrũque maximorum circulorum interiectas; alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus circulos tangat maiores illis, quos tangunt maximi circuli primò positi, secetq; obliquus idem circulus eosdem maximos circulos primò positos in punctis positis inter maximum parallelorum, & circulum, quem tangunt circuli maximi primo positi: Diameter sphæræ ad diametrum circuli, quem tangit obliquus circulus, maiorem rationem habet, quàm circunferentia maximi paralleli intercepta inter circulos primo positos, eundemq; circulum tangentes ad circunferentiam obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam.

IN sphæra duo maximi circuli A B, C D, tangant eundem parallelum A C, intercipiantq; similes parallelorum circunferentias inter ipsos interiectas; alius autem circulus maximus E F, tangat parallelum E G, maiorem parallelo A C, in E, sitque obliquus ad parallelos, & secet duos priores A B, C D, inter maximum parallelorum H F, & parallelum A C, in punctis I, K. Dico maiorem esse rationem diametri sphæræ ad diametrum paralleli E G, quàm circunferentiæ B D, ad circunferentiam I K. Per L, enim polum parallelorum, & puncta E, I, K, maximi circuli describantur E H, L M, L N; ac per K, parallelus K O, secans circulum A B, in P. Quoniam igitur maior est ratio diametri sphæræ ad diametrum circuli E G, quàm arcus H M, ad arcum E I; ratio



20. huius.

11. huius.

coroll. 10. huius. tio autem arcus H M, ad arcum E I, maior est, quàm arcus M N, ad arcum I K; erit quoq; maior ratio diametri sphæræ ad diametrum circuli E G, quàm arcus M N, ad arcum I K. Et quia arcus P K, similis est arcui B D, ex hy-
10. 2. huius. pothesi, & arcus O K, similis arcui M N; estque arcus P K, minor arcu O K; erit quoque arcus B D, minor arcu M N; ac proinde minor erit ratio arcus B D,
8. quinti. ad arcum I K, quàm arcus M N, ad eundē arcum I K. Cum ergo ostensum sit, rationem diametri sphæræ ad diametrum circuli E G, maiorem esse, quàm arcus M N, ad arcum I K; Multo maior erit ratio diametri sphæræ ad diametrum circuli E G, quàm arcus B D, ad arcum I K. Si igitur in sphæra maximi circuli tangant vnum, &c. Quod erat demonstrandum.

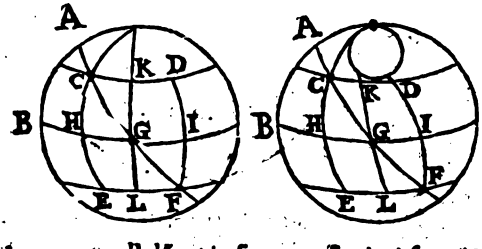
SCHOLIVM.

IN *exemplari græco habetur, maiorem esse rationem duplæ diametri sphæræ ad diametrum circuli* E G, *quàm arcus* B D, *ad arcum* I K. *Quod quidem ex nostra demonstratione liquidò constat. Cum enim diameter sphæræ maiorem habeat rationem ad diametrum circuli* E G, *quàm arcus* B D, *ad arcum* I K; *multo maiorem rationem habebit dupla diametri sphæræ ad diametrum circuli* E G, *quàm arcus* B D, *ad ar-*
8. quinti. *cum* I K; *propterea quòd dupla diametri sphæræ ad diametrum circuli* E G, *maiorem rationem habet, quàm diameter sphæræ ad eandem diametrum circuli* E G.

35. ## THEOR. 13. PROPOS. 13.

SI in sphæra paralleli circuli intercipiant circunferentias maximi alicuius circuli vtrinq; æquales ab illo puncto, in quo ipse maximus circulus secat maximum parallelorum; per puncta autem terminantia æquales circunferentias, & per parallelorum polos describantur maximi circuli, aut si describantur maximi circuli, qui vnum eundemque parallelorum tangant: æquales intercipient circunferentias de maximo parallelorum.

IN sphæra A B, paralleli circuli C D, E F, auferant de maximo circulo A F, duas circunferentias æquales G C, G F, vtrinque à puncto G, in quo circulus A F, secat maximum parallelorum B G; & per puncta C, G, F, ducãtur maximi circuli siue per polos parallelorum, vt in priori figura, siue tangẽtes vnum eundemque parallelũ, vt in figura posteriori, secantes maximum parallelorum in H, L.



Digitized by Google

H,I. Dico arcus G H, G I, æquales esse. Quoniam enim arcus G C, G F, æquales ponuntur, erunt paralleli C D, E F, æquales. Igitur & arcus G K, G L, æquales erunt. Quare rectæ ductæ C K, F L, æquales erunt; ac proinde in circulis æqualibus C D, E F, arcus æquales auferent C K, F L; & idcirco inter se similes erunt arcus C k, F L: Est autem arcus G H, arcui C K, & arcus G I, arcui F L, similis. Igitur & arcus G H, G I, similes inter se erunt, ac proinde, cum sint eiusdem circuli, æquales inter se. Si igitur in sphæra maximus circulus, &c. Quod demonstrandum erat. 17. 2. huius. 18. 2. huius. 3. huius. 28 tertij. 10. vel 13. 2. huius.

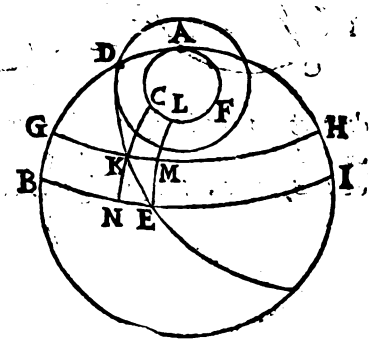
SCHOLIVM.

HINC *etiam constat, ijsdem positis, omnes arcus maximorum circulorum inter parallelos interceptos inter se æquales esse, quales sunt* C H, H E, K G, G L, D I, I F. *Cum enim arcus* G C, G H, *arcubus* G F, G I, *æquales sint, erunt & rectæ* C H, F I, *æquales; ac propterea & arcus* C H, F I, *æquales erunt: Sunt autem arcui* C H, *arcus* K G, D I, *& arcui* F I, *arcus* L G, E H, *æquales. Igitur omnes illi sex arcus æquales erunt.* 3. huius. 28. tertij. 10. vel 13. 2. huius.

THEOREMA 14. PROPOS. 14. 16.

SI in sphæra maximus circulus aliquem circulum tangat, alius autem maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo positus: inæquales intercipient circunferetias parallelorũ circulorum, quarum propiores vtriuis polorum maiores erunt, quàm vt similes sint remotioribus.

IN sphæra maximus circulus A B, tangat circulum A C; & alius maximus D E, tãgat alium maiorẽ D F, secetque duos parallelos quoscũq; G H, B I, in k, E. Dico arcus k H, E I, inæquales esse, maioremque esse k H, polo conspicuo propiorem, quàm vt similis sit arcui E I, remotiori: vel ipsum E B, polo occulto propiorẽ esse maiorem, quàm vt arcui K G, remotiori similis sit. Per puncta enim E, K, describantur maximi circuli L E, C N, tangentes circulum A C, ita vt semicirculi à C, per N, & ab A, per B; procedentes non conueniant: item semicirculi ab L, per E, & ab A, per I, tendentes non coeant. Erunt igitur arcus M H, E I, similes. Quare k H, maior est, quàm vt arcui E I, similis sit. Eodem modo,



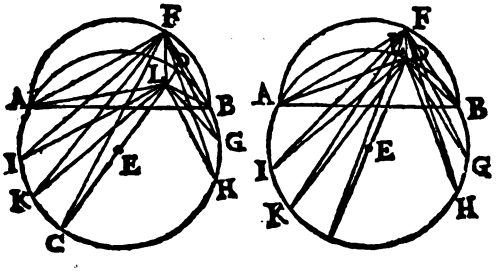
15. 2. huius. 13. 2. huius.

modo, quoniam similes sunt arcus B N, G k, erit B E, alteri polo propior maior, quàm vt similis sit arcui G k, ab eodem polo remotiori. Itaque si in sphæsa maximus circulus aliquẽ circulum tangat, &c. Quod erat demonstrandum.

FINIS LIBRI III. THEODOSII.

AD LECTOREM.

POTERVNT, si placet, hæ duæ figuræ tribus illis propositionis secundæ lib. 3. ádiungi, vt omnes casus lineæ perpendicularis F L, perficiantur. In prima namque harum figurarum segmentum insistens A F B, est semicirculus, cadit q́, perpendicularis F L, intra segmentum A D B: In posteriore autẽ eadem F L, in ipsam circunferentiam A D B, cadit, existente eodem segmento insistente A F B, semicirculo; quemadmodum & in tertia figura dictæ propositionis idem segmentum insistens A F B, semicirculus est, lineá, perpendicularis F L, extra segmentum A D B, cadit. Hoc, benigne lector, te latere noluimus.



Digitized by Google

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

SINVS, VEL SEMISSES RECTARVM IN CIRCVLO SVBTENSARVM:

LINEÆ TANGENTES: ATQVE SECANTES.



Digitized by Google

Digitized by Google

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

SINVS, VEL SEMISSES RECTARVM in circulo subtensarum:

LINEÆ TANGENTES, ATQVE SECANTES.

PRÆFATIO.

DICI vix potest, quantam in rebus tã Astronomicis, quàm Geometricis, vtilitatẽ habeat Sinuũ cognitio: cũ innumerabilia pene problemata Astronomica, & Geometrica ad vsum per calculum & rationem Sinuũ reuocentur, vt tum ex nostris triangulis rectilineis, ac sphæricis, tum ex Almagesto Ptolemæi, ex nostra Gnomonica, & ex alijs variorum Astronomorum libris manifestum est. Quare, cũm à paucis admodum Sinuum demonstrationes sint explicatæ, operæ pretiũ me facturum arbitror, si, quanta potero breuitate, ac perspicuitate, ex varijs auctoribus, præsertim ex Ptolemæo, Purbachio, atque

Sinuũ vtilitas.

N 2

atque Iohanne Regiomontano, demonstrationes colligam, quibus omnium arcuum sinus & chordas cognitas habeamus, vt & tabulas Sinuum, ac chordarum iam à multis scriptoribus supputatas examinare, (facile enim error in numerorum impressione committitur) & nouas alias, quando res tulerit (posito Sinu toto vel diametro quotcunq; particularum) condere possimus.

QVONIAM vero Recentiores summa felicitate ex sinubus alias lineas collegerũt, nimirum Tangentes, atque Secantes, vt facilius quadam, ac breuius demonstrarent; de hisce etiam lineis agemus. Habent enim lineæ hæ egregium vsum in rebus Astronomicis & Geometricis, vt ex nostris triangulis planis, ac sphæricis fiet perspicuum. Initium autem sumemus à definitionibus.

DEFINITIONES.

I.

Complementi arcus quid.

COMPLEMENTVM arcus alicuius, est excessus, quo quadrans eum superat, si arcus minor est quadrante, vel ab eo superatur, si est quadrante maior.

CHOR-

II.

CHORDA est linea recta arcum quemcunque in circulo subtendens. Chorda quid.

III.

SINVS rectus est dimidium chordæ subtendentis duplū eius arcus, cuius dicitur sinus rectus. Sinus rectus quid.

Vel aliter.

SINVS rectus est linea perpendicularis cadens ab vno extremo arcus, cuius dicitur sinus rectus, in diametrum circuli ab altero extremo eiusdem arcus ductam.

IIII.

SINVS versus est pars diametri circuli inter extremum dati arcus, cuius dicitur sinus versus, & sinum rectum eiusdem arcus interceptæ. Sinus versus quid.

V.

SINVS complementi alicuius arcus est sinus rectus alterius arcus, qui complementum est illius arcus, cuius dicitur sinus complementi. Sinus complementi quid.

VI.

SINVS totus est semidiameter circuli, hoc est, sinus rectus, vel versus quadrantis circuli. Sinus totus quid.

VII.

SINVS tam rectus, & versus, quàm complementi alicuius anguli rectilinei est sinus illius arcus, qui in circulo descripto ex angulo inter duas rectas angulum constituentes interijcitur. Sinus anguli rectilinei quid.

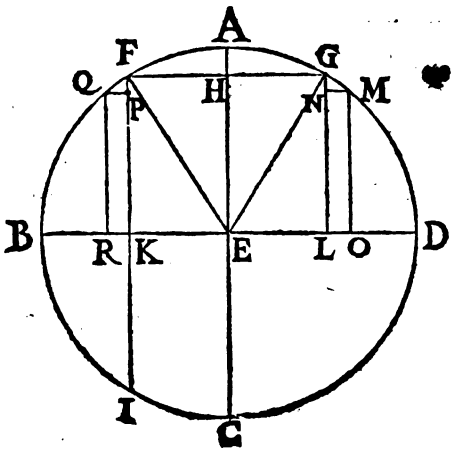
EXPO-

Digitized by Google

EXPONATVR *circulus* A B C D, *cuius centrum* E, *per quod ducantur duæ diametri* A C, B D, *sese ad rectos angulos secantes & totum circulum in quatuor quadrantes æquales dividentes, vtpote qui angulis rectis æqualibus in centro subtenduntur: sumanturque arcus æquales* A F, A G: *Item* B F, B I; *& rectæ ducantur* F G, F I, *secantes diametros in* H, *&* K. *Arcus igitur* F B, *dicitur complementum arcus* F A; *quia quadrans* A B, *arcum* F A, *superat arcu* F B. *Eadem ratione arcus* F A, *complementum nominatur arcus* F B. *Item arcus* B I, *complementum appellatur arcus* A I; *quia arcu* B I, *superatur quadrans* A B, *ab arcu* A I.

26. tertij.

Exépla definitionum.



RECTA *deinde* F G, *chorda dicitur arcus* F A G; *&* *recta* F I, *chorda arcus* F B I. *Et quia diameter* A C, *secãs arcũ* F A G, *bifariã secat quoq; rectã* F G, *bifariã, vt ex coroll.* 1. *propos.* 10. *lib.* 13. *Eucl. cõstat; (quod tamẽ in lẽmate sequẽti brevius ostẽdemus.) erit recta* F H, *sinus rectus arcus* F A, *iuxta priorẽ definitionem sinus recti: quia est dimidium chordæ* F G, *subtendentis arcũ* F A G, *duplum arcus* F A, *cuius* F H, *dicitur sinus. Itaq; si quemlibet arcũ, eiusq; chordam bifariã secemus, dimidium chordæ dicetur sinus, rectus dimidiati arcus. Hinc factum est, vt Sinus recti à plerisque dicantur Semisses rectarum in circulo subtensarum. Eadem quoque recta* F H, *erit sinus rectus eiusdem arcus* F A, *secundum posteriorem definitionem sinus recti: quoniam perpendicularis est, ducta ab* F, *extremo dicti arcus ad diametrum* A C, *ab altero extremo* A, *eiusdem arcus ductam; propterea quod recta* E A, *secans rectã* F G, *bifariam, secat eandẽ ad angulos rectos.*

Sinus recti cur dicatur semisses rectarum in circulo subtensarum. 3. tertij.

RECTA *vero* A H, *sinus versus est eiusdem arcus* F A; *cum sit pars diametri* A C, *inter* A, *extremum dicti arcus, & sinum eius rectum* F H, *intercepta. Dicitur autem versus hic Sinus, quia verso modo collocatur, si cum sinu recto conferatur. Hunc nonnulli dicunt sagittam, quoniam instar sagittæ est in arcu* F A G, *à chorda* F G, *excussæ.*

Sinus versus cur dicatur sagitta.

RECTA *porrò* F K, *est sinus complementi arcus* F A; *quia est sinus rectus arcus* F B, *qui complementum est arcus* F A.

Sinus° versus cõpleméti alicuius arcus quid.

RECTA *autem* K B, *est sinus versus complementi arcus* F A, *hoc est; sinus versus arcus* F B, *qui complementum est arcus* F A.

Sinus rect° prim° ac secundus: ltẽ sinus primus & sin° secundus apud quosdam quid.

NONNVLLI *porro Astronomi Sinum, quem nos rectum diximus, appellant Sinum rectum primum; Sinum vero, quem Sinum complementi diximus, vocant Sinum rectum secundum. Vt rectam* F H, *appellant sinum rectum primum arcus* F A; *rectam vero* F K, *sinum rectum secundum eiusdem arcus. Sunt alij etiam, qui sinum rectum simpliciter appellent sinum primum, versum autem, dicant sinum secundum.*

Quod

Digitized by Google

Quod dixerim, vt intelligãs auctores, qui varie de sinubus sunt locuti. Nos communem modum loquendi retinuimus. Caterum cum scriptores de sinu aliquo loquuntur, semper intelligunt sinum rectum: nisi illum vocent sinum complementi, aut versum.

Quando fit mentio alicuius sinus absolute, intelligit sinus rectus.

SEMIDIAMETER *deinde* A E, *sinus est tam rectus, quàm versus quadrantis* A B: *qui totus dicitur, siue maximus, propterea quòd maximus sit omnium sinuum tam rectorum, quàm complemẽtorum, immo vero & maior omnibus sinubus versis illorum arcuum, qui quadrante minores sunt: Solum minor est sinubus versis illorum arcuum, qui quadrante sunt maiores, vt infra dicemus, qui quidem rarius in vsum veniunt, quàm alij. Vel certe dicitur totus, siue maximus, quia in tabula Sinuum, in qua Sinus recti tantummodo ponuntur, omnium Sinuum maximus est ille, qui quadranti, seu gradibus 90. respondet, vt ex tabula Sinuum, quam infra ponemus, perspicuum erit.*

Sinus totus vel maximus cur sic dicatur.

POSTREMO, *ducta recta* E F, *erit recta* F H, *sinus rectus anguli* F E H: *recta autem* F K, *sinus complementi eiusdem anguli: & recta* A H, *eiusdem anguli sinus versus: quoniam recta* F H, *est sinus rectus arcus* F A, *in circulo descripto ex angulo* F E H, *interceptus inter rectas* E F, E A, *angulum dictum constituentes: recta autem* F K, *est sinus complementi eiusdem arcus: & recta* A H, *sinus versus.*

Duo arcus semicirculum conficientes eũdem habẽt sinum, quẽadmodum & duo arcus circulũ conficientes, eãdẽ chordã: sinus tñ versus habent differentes, conficientes totã diametrum.

CAETERVM *duo arcus semicirculum constituentes eundem prorsus habent sinum, tam rectum, quàm complementi: quemadmodũ & duo arcus circulum conficientes vnam eandemq; chordam habent: sinus tamen versi eorum differunt, conficiuntq; totam circuli diametrum. Vt duo arcus* F A, F C, *conficientes semicirculum* A B C, *eundem habent sinum rectum* F H, *quemadmodum & duo arcus* F A G, F C G, *eorum dupli, circulum conficientes, eandem habent chordam* F G, *cuius dimidium est sinus rectus* F H, *vt vult prior definitio sinus recti: qui quidem sinus rectus* F H, *linea perpendicularis est, ducta à communi extremo* F, *vtriusque arcus* F A, F C, *ad diametrum* A C, *ab extremis reliquis* A, C, *eorundem arcuum ductam, vt vult posterior sinus recti definitio. Iidem duo arcus* F A, F C, *eundem sinum complementi habent* F K: *propterea quòd arcus* F B, *cuius sinus rectus est* F K, *est complementum vtriusque arcus. Sinus tamen versi ijdem non sunt, sed* A H, *est sinus versus arcus* F A: *& C H, est sinus versus arcus* F C: *qui quidem duo sinus versi diametrum* A C, *constituũt. Vbi vides sinum versum* C H, *arcus* F C, *quadrantem superantis maiorem esse semidiametro, seu sinu toto* C E.

Sinus versus arcus quadrãte maioris maior est sinu toto.

SIC *etiam duo anguli duobus rectis æquales eundem sinum habent tam rectum, quàm complementi. Vt patet in angulis* A E F, F E C, *quorum vtriusque sinus rectus est* F H: *sinus autem complementi* F K: *propterea quod arcubus* A F, F C, *insistunt, quorum vtriusque sinus rectus est* F H, *complementi autem sinus* F K, *vt dictum est. Sinus tamen versi eorundem angulorum ijdem non sunt, sed* A H, *sinus versus est anguli* A E F, *nempe arcus* A F; *& H C, est sinus versus anguli* F E C, *puta arcus* F C. *Conficiunt autem ambo sinus versi totam diametrum* A C.

Duo anguli duob⁹ rectis æquales eundẽ sinũ habent, sed sinus versos differẽtes, vpote q totã diametrũ cõficiant.

RVRSVM *sinus rectus cuiusuis arcus æqualis est segmento diametri inter centrum, & sinum rectum complementi eiusdem arcus interiecto: Sinus autem complementi cuiuslibet arcus æqualis est segmento diametri inter centrum, & sinum rectum eiusdem arcus posito. Vt* F H, *sinus rectus arcus* F A, *æqualis est segmento diametri* E K: *& F K, sinus complementi eiusdem arcus* F A, *æqualis est segmento diametri* E H, *ob parallelogrammum* H K: *sunt enim tam rectæ* H F, E K, *quàm rectæ* K F, E H, *parallelæ, propter rectos angulos* H, E, K, F. *Hinc fit, si sint duo arcus, quorum vnus alterius sit complementum, vtriusuis sinum rectum æqualem esse complemento sinus*

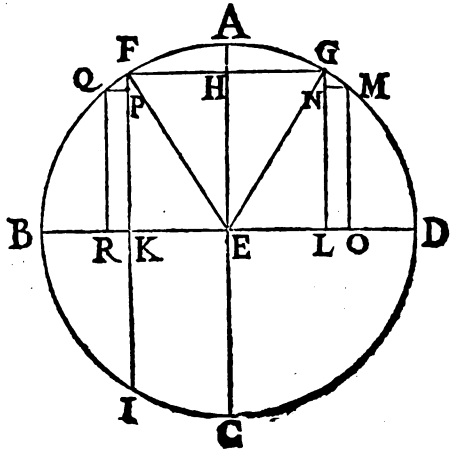
Sinus rectus, q̃ cõplementi, cui segmento diametri sit æqualis. 34. primi. 28. primi.

versi

Duorum arcuum, quorum vnus alterius est complemétum, sinus rectꝰ vtriuslibet æqualis est complemento sinus versi alterius arcus.

verſi alterius arcus. Vocamus autẽ cõplementum ſinus verſi ſe quentium diametri, quo ipſe ſinus verſus à ſemidiametro ſuperatur, ſi eius arcus quadrante minor eſt, vel ſemidiametrum ſuperat, ſi eius arcus maior eſt quadrante. Vt H E, dicimus complementum tam ſinus verſi A H, arcui F A, reſpondentis, quàm ſinus verſi C H, arcuũ F C, reſpondentis. Vides igitur, duorum arcuum F A, F B, quorum vnus alterius eſt complementum, ſinum rectum F K, arcus F B, æqualem eſſe ipſi H E, complemento ſinus verſi A H, alterius arcus F A: Et ſinum rectum F H, arcus F A, æqualem eſſe ipſi E K, complemento ſinus verſi B K, alterius arcus F B. Eadem ratione, quoniam arcus F B, complementum eſt arcus F C, vides ſinum rectum F H, arcus F C, æqualem eſſe ipſi E K, complemento ſinus verſi B K, alterius arcus F B: Et ſinum rectum F K, arcus F B, æqualem eſſe ipſi E H, complemento ſinus verſi C H, alterius arcus F C. Sic etiam ſinus complemẽti arcus cuiuſuis æqualis eſt complemẽto ſinus verſi eiuſdem arcus. Vt F K, ſinus complementi arcus A F, vel F C, æqualis eſt ipſi H E, complemento ſinus verſi A H, vel C H, arcus A F, vel F C.

Complementum ſinus verſi quid.



§4. primi.

PARI ratione in eodem circulo, vel in circulis æqualibus, ſinus tam recti, quàm verſi, aut ſinus complementorum arcuum æqualium, & quadrante minorum, æquales ſunt: Et contra, æqualium ſinuũ tam rectorum, quàm verſorum, aut ſinuum complementorum, arcus quadrãte minores æquales ſunt. Arcuũ verò inæqualium, & quadrante minorum, ſinus inæquales ſunt, ſinus quidem tam rectus quàm verſus maioris maior, minoris verò minor; ſinus autem complemẽti maioris arcus minor, & minoris maior; Et contra, inæqualium ſinuum tam rectorum, quam verſorum, aut ſinuum complementorum, inæquales arcus ſunt, maioris quidem ſinus tam recti quàm verſi maior arcus, & minoris minor; maioris autem ſinus complementi arcus minor, & minoris maior. Sint enim arcus æquales B F, D G. Dico eorum ſinus rectos F K, G L, æquales eſſe; Item ſinus verſos K B, L D, nec non ſinus complementoriũ E K, E L. Cum enim arcus B F, D G, æquales ſunt, erunt quoque anguli B E F, D E G, æquales. Sunt autẽ & recti anguli K, L, æquales, nec non & latera E F, E G, æqualia, vtpote ſemidiametri. Igitur & tam latera F K, G L, quàm latera E K, E L, inter ſe æqualia erunt, nempe ſinus recti inter ſe, & ſinus complementorum inter ſe. Detractis autem E K, E L, æqualibus ex ſemidiametris E B, E D, reliqui erunt ſinus verſi K B, L D, æquales. quod eſt propoſitum. Sint iam ſinus æquales ſiue recti F K, G L, ſiue verſi K B, L D, ſiue ſinus complementorum E K, E L. Dico arcus B F, D G, eſſe æquales. Nam ſi F K, G L, ſint æquales, erunt eorum

In eodem circulo, aut æqualibus, arcuum æqualium ſinus æquales ſunt; & contra. At arcuũ inæqualium ſinus inæquales ſunt; & contra.

27. tertij.

26. primi.

quadrata

quadrata æqualia. Cum ergo quadrata rectarum E F, E G, æqualia quoque sint, & illi quidem æqualia sint quadrata ex F K, K E, huic vero quadrata ex G L, L E; ac proinde duo quadrata ex F K, K E, duobus quadratis ex G L, L E, æqualia: si auferantur duo æqualia quadrata rectarum F K, G L, æqualia remanebunt quadrata ex E K, E L; ac proinde & rectæ E K, E L, æquales erunt. Quare cum latera E F, E K, lateribus E G, E L, æqualia sint, & basis F K, basi G L, æqualis; erunt anguli F E B, G E D, æquales; ac proinde & arcus B F, D G, æquales erunt. Quod si sinus complementorum E K, E L, sint æquales, ostendemus eodem modo, rectas F K, G L, æquales esse. Quare vt prius, erunt arcus B F, D G, æquales. Si tandem sinus versi K B, L D, ponantur æquales; ijs ablatis ex semidiametris E B, E D, relinquentur sinus complementorum E K, E L, æquales. Quare rursus ostendemus, vt prius, arcus B F, D G, æquales esse. quod erat ostendendum. Iam vero sit arcus B F, maior arcu D M, & ducatur sinus M O. Dico sinum rectum F K, maiorẽ esse sinu recto M O: Item sinũ versum K B, maiorẽ sinu verso O D: sinũ vero cõplementi E K, minorẽ sinu cõplementi E O. Posito enim arcu D G, æquali arcui B F, erunt, vt demonstrauimus, tam sinus recti F K, G L, quàm versi K B, L D, & sinus cõplementorũ E K, E L, æquales. Cum ergo L D, maior sit, quàm O D, erit quoque sinus versus K B, sinu verso O D, maior: Item cũ E L, minor sit, quàm E O, erit quoque sinus cõplementi E K, minor sinu cõplementi E O. Ducatur M N, ad G L, perpendicularis, eritque N L, ipsi M O, æqualis. Cum ergo G L, maior sit, quàm N L, hoc est, quàm M O, erit quoq; sinus rectus F K, maior sinu recto M O. quod demonstrandum erat. Sit denique non sinus rectus F K, maior sinu recto M O, quàm sinus versus K B, sinu verso O D; & sinus complementi E O, maior sinu complementi E K. Dico sinui maiori tam recto, quàm verso respondentem arcum B F, maiorem esse arcu D M, qui minori sinui tam recto, quàm verso respondet. At maiori sinui complementi arcum respondentem D M, minorem esse arcu B F, qui minori sinui complementi respondet. Nam si F K, maior sit, quàm M Q, auferatur K P, ipsi M O, æqualis, & ducatur P Q, ad F K, perpendicularis, ducaturque Q R, ad B E, perpendicularis, quæ ipsi P K, hoc est, ipsi M O, æqualis erit: ac proinde, vt paulò ante ostensum est, erunt arcus B Q, D M, æquales, propter æqualitatem sinuum rectorum Q R, M O. Cum ergo arcus B F, arcu B Q, maior sit, erit idem arcus B F, arcu D M, maior. Quòd si K B, maior sit, quàm O D, abscindatur B R, ipsi D O, æqualis, ducaturque R Q, ad B E, perpendicularis. Eruntq; arcus B Q, D M, vt paulo ante monstrauimus, æquales, ob æqualitatem sinuum versorum R B, O D. Quare cũ arcus B F, maior sit arcu B Q, erit idem arcus B F, arcu D M, maior. Si tandem maior sit E O, quàm E K, detrahatur E L, ipsi E K, æqualis, ducaturque ad E D, perpendicularis L G: Eruntq; arcus B F, D G, ob æqualitatem sinuum complementorum E K, E L, æquales, vt paulo ante fuit ostensum. Quam ob rem cum arcus D M, arcu D G, sit minor, erit idem arcus D M, arcu B F, minor. Quod est propositum.

47. primi.

8. primi.

26. tertij.

34. primi.

34. primi.

IDEM prorsus dicendum est de sinubus angulorum. Nam & anguli æquales habent sinus æquales tam rectos, quam complemẽtorum, & versos, &c. propterea quod æquales anguli insistunt in centro æqualibus arcubus, &c.

Anguli æquales habent sinus æquales, &c.

POSTREMO, in omni triangulo rectangulo, si latus recto angulo oppositum ponatur sinus totus, reliqua duo latera sunt sinus recti reliquorum angulorum acutorum, quibus opponuntur. Vt in triangulo rectangulo E K F, in quo E F, est sinus totus, vtpote semidiameter circuli ex E, descripti, latus F K, est sinus rectus anguli F E K, ex defin. 6. Sic quoque si idem circulus ex F, describeretur, esset latus E K, sinus rectus anguli E F K, ex eadem defin. 6. Quod etiam hinc patet, quòd angulus E F K,

Si in triangulo rectangulo latus recto angulo oppositum fit sinus totus, erit vtrumuis laterum reliquorum sinus rectus anguli acuti oppositi.

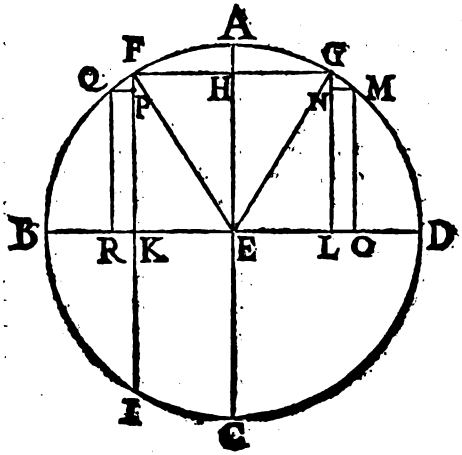
29. primi. 34. primi. *æqualis est angulo alterno* A E F: *cuius sinus rectus est, ex defin. 6. recta* F H, *quæquidem æqualis est lateri* E K. *Eodem pacto vtrumuis reliquorum laterum in triangulo rectangulo est sinus complementi anguli acuti sibi adiacentis, nempe sinus complementi illius arcus, cuius alterum latus est sinus rectus. Vt in eodem triangulo rectangulo* E K F, *latus* F K, *est sinus complementi anguli* E F K, *siue arcus* F A, *cuius sinus recto* F H, *alterum latus* E K, *æquale est. Item latus* E K, *æquale est ipsi* F H, *sinui complementi anguli* F E K, *siue arcus* F B, *cuius alterum latus* E K, *sinus rectus est. Sed iam lemma, cuius supra facimus mentionem, demonstremus.*

Si in triangulo rectangulo latus recto angulo oppositi sit sinus totus, erit vtrumui reliquorum alterum latus sinus rectus est.

LEMMA.

Recta linea è centro ducta secans aliam rectã bifariã secat quoque arcum, cui illa subtenditur, bifariam: Et si arcum secet bifariam, secabit quoque rectam ei subtensam bifariam.

SECET in eadem figura recta E A, *rectam* F G, *bifariam in* H. *Dico eandem secare quoque arcum* F G, *bifariã in* A, *& contra. Ducta enim recta* E G; *quoniã duo latera* E F, E H, *triãguli* E F H, *æqualia sunt duobus lateribus* E G, E H, *trianguli* E G H, *vtrumq; vtrique; basis* H F, *basi* H G, *ponitur æqualis; erit angulus* F E H, *angulo* G E H, *æqualis. Igitur arcus* A F, *arcui* A G, *æqualis erit. Quod est propositũ.*



8. primi. 26. tertij.

VERVM secet iã recta E A, *arcum* F G, *bifariam in* A. *Dico eandem secare quoque rectam* F G, *bifariam in* H. *Quoniam enim arcus* A F, A G, *æquales sunt, erunt quoq; anguli* F E H, G E H, *æquales. Igitur cum & duo latera* E F, E H, *trianguli* E F H, *duobus lateribus* E G, E H, *trianguli* E G H, *æqualia sint; erunt & bases* H F, H G, *æquales. Quod est propositum.*

27. tertij. 4. primi.

EX hoc sequitur, rectam E A, *quæ arcum* F G, *bifariam secat in* A, *secare quoque rectam* F G, *bifariam in* H; *vt supra posuimus.*

QVOD

QVONIAM vero Sinus totus (hoc est, semidiameter cuiusuis circuli) intelligitur ab Astronomis diuisus in aliquot partes æquales, vt ratione harum partium omnes alios sinus metiantur, proportiones ve omnium sinuum ad sinum totum, siue ad semidiametrum in numeris exprimant: explicãdum paucis erit, in quot partes semidiametrum distribuerint: Neque enim omnes eodem modo eam sunt partiti. Ptolemæus namque semidiametrum secat in 60. partes æquales, totam vero diametrum in 120. Quamlibet deinde partem concipit diuisam esse in 60. Minuta, & quodlibet Minutum in 60. Secunda. Hanc diuisionem omnes fermè antiqui, & nonnulli ex recentioribus, inter quos est Orontius, secuti sunt. Supputauit autem Ptolemæus lib. 1. Almagesti tabulam omnium chordarum, quæ arcubus semicirculi dimidiato gradu sese ordine superantibus, initio facto ab arcu 30. Minutorum, respondẽt, in partibus, quarum 120. tota diameter continet. Orontius vero tabulam condidit omnium sinuum, qui arcubus quadrantis vno Minuto sese ordine superantibus, initio facto ab arcu 1. Minuti, respondent, in partibus, quarum 60. semidiameter, seu sinus totus continet. Arzahel vero Arabs constituit semidiametrum partium 150, ac proinde totam diametrum partium 300. quas quidem partes rursus distribuit in Minuta, & Secunda, vt Ptolemæus. Sed vtrouis modo semidiameter, siue diameter diuidatur, permolestum est, alios omnes sinus siue chordas in eiusmodi partibus inuestigare, cum semper multiplicatio, diuisio, extractioq; radicum per fractiones Astronomicas instituenda sit: Vel certe Partes in Minuta, ac Secunda conuertendæ, & contra, Minuta ac Secunda in Partes: quæ res valde laboriosa est non solum parum exercitatis in Arithmetica, verum etiam peritissimis.

Omnes sinus exprimunt ur in partibus, in quas sinus totus concipitur esse diuisus.

Semidiameter circuli in quot partes secetur à Ptolemæo & Arzahele.

QVAMOBREM alij Astronomi, inter quos est Georgius Purbachius, Ioannes Regiomontanus. Petrus Appianus, semidiametrum, hoc est, sinum totum, in multo plures particulas æquales partiti sunt, vtpote in partes 10000000. vel 100000. Ita enim opus non erit partes has in Minuta, ac Secunda distribuere: cum vna harum partium sit vel multo minor, quàm vnum Secũdum semidiametri in partes 60. secundum Ptolemæum diuisæ, vel certe non multo maior. Nam vnum Secundum est $\frac{1}{21600}$ totius semidiametri diuisæ in 60. partes, cum 60. partes contineant 21600. Secunda: At vna particula semidiametri diuisæ in partes 10000000. vel 100000. est $\frac{1}{10000000}$. vel $\frac{1}{1000000}$. totius semidiametri. Constat autẽ minutiã hãc $\frac{1}{10000000}$. esse multo minorẽ illa $\frac{1}{2115000}$. hanc vero $\frac{1}{6000000}$. non esse multo maiorẽ illa eadem $\frac{1}{2116000}$. Itaque etiãsi in sinu aliquo negligatur interdum vna ferme particula ex 10000000. particulis sinus totius, multò tamen minor error committetur, quàm si negligatur vnum fere secundum ex 21600. Secundis, in quæ sinus totus intelligitur esse diuisus: Si vero negligatur vna ferè particula ex 100000. particulis sinus totius, non multò maior error cõmittetur, quàm si negligatur vnum fere secundum ex 21600. secundis, in quæ sinus totus distribuitur.

Cõmodior est diuisio semidiametri, vel totius in particulas 10000000. vel 100000. quàm in 60.

SVNT etiam, qui distribuant sinum totum in partes 6000000. vel 60000. extantq; tabulæ sinuũ à Ioan. Regiom. compositæ, in quibus sinus totus tot particulas ponitur continere: sed magis in vsu est apud Astronomos diuisio sinus totius in particulas 10000000. vel 100000. Immo communis fere vsus omnium obtinuit, vt in supputationibus, quæ ex sinubus depromuntur, sinus totus statuatur particularum 100000. qualem & nos tam in Sphæra, quàm in Gnomonica alijsque operibus constituimus: quanuis, quo maior fuerit sinus totus, eo etiam accuratior supputatio atque calculus reddatur. Constrinxit porrò Ioan. Regiom. tabulam omnium Sinuum,

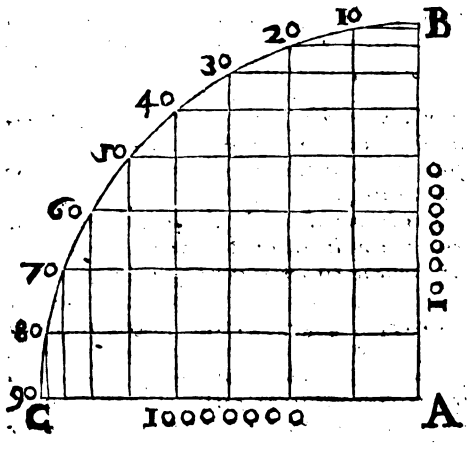
Quantus sit sinus totus secundum communem vsum, & quis ab auctore statuatur. Item eo fieri calculũ

accuratiorem, quo maior fuerit sinus totus.

qui arcubus quadrantis vno Minuto sese ordine superantibus respondent, in partibus sinus totius in partes 10000000. diuisi, initio facto ab arcu 1. Minuti: quam nos summa cura, ac diligentia examinauimus, & in quibusdam locis correximus; quoniam propter typographorum incuriam mendis omnino non carebat. Hanc tabulam emendatam infra subijciemus, si prius demonstrationes ex Ioanne Regiomontano paratissimum decerptas exponamus, quibus omnium arcuum sinus numeris exprimi possint in partibus sinus totius in quotuis partes distributi. Post tabulæ vero vsum subijciemus quoque Ptolemæi & aliorum demonstrationes, quibus omnium arcuum chordæ numeris exprimantur, ex quibus rursus facili negotio tabulæ sinuũ construi potest.

ATQVE in primis, si in plano aliquo Quadrans tantæ magnitudinis construeretur, vt eius arcus commode in 90. gradus, & singuli gradus in 60. Minuta sitemque vtraque eius semidiameter, siue sinus totus, in 10000000. partes æquales, vel etiam in plures, pauciores ve diuidi posset, facili negotio sine vlla supputationis molestia, aut labore, omnium sinuũ magnitudines cognoscerẽtur, si ex singulis arcus Minutis rectæ ad vtramque semidiametrũ perpendiculares ducerentur. Vt in quadrãte hoc

Quo pacto omnes sinus possint cognosci in maximo aliquo quadrante, sine vllo supputationis labore, aut molestia.



A B C, si arcus B C, in Gradus, ac Minuta secetur; (Nos ob spatij angustias eum in nouem partes secuimus, vt singulæ denos complectãtur gradus.) Item vtraque semidiameter in 10000000. particulas, vel in plures, pauciores ve distribuatur, atque ad vtramque semidiametrum perpendiculares ducantur: erunt perpendiculares ad semidiametrum A B, ductæ, sinus recti arcuum quadrantis à puncto B, incipientium, quibus æquales sunt portiones semidiametri A C, inter punctum A, & perpẽdiculares ad semidiametrum A C, ductas. Quot ergo particulas cõtinebunt hæ portiones ex illis 10000000. tot particularũ erunt sinus recti arcũ quadrantis. Eodem modo

14 primi.

tam sinus complementorum arcuum eorundem, quàm sinus versi cognoscentur. Perpendiculares enim ad semidiametrum A C, demissæ sunt sinus complementorum, quibus æquales sunt portiones semidiametri A B, inter punctum K, & perpendiculares ad semidiametrum A B, ductas: Portiones vero eiusdem semidiametri A B, inter punctum B, & dictas perpendiculares sunt sinus versi eorundem arcuum à puncto B, incipientium. Sed quoniam fieri non potest, vt Quadrans tantæ magnitudinis reperiatur, qui commode tot diuisiones recipiat, inuestigabimus sinuum magnitudines per demonstrationes Geometricas, posito sinu toto quotcunq; particularum, sequentibus propositionibus. Satis autem erit, sinus rectos omnium arcuum inquiramus: ex his enim cognitis & sinus complementarum, & versi eorundem arcuum patefient, vt in vsu tabulæ Sinuum exponemus.

14. primi.

THEO-

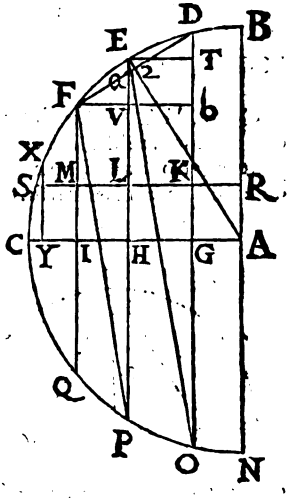
Digitized by Google

THEOR. 1. PROPOS. 1.

IN Quadrante circuli ſumptis arcubus æqualibus, ſi ab eorum terminis ad alterutram ſemidiametrorum, vel ad rectam ſemidiametro parallelam, perpendiculares ducantur; erunt ſegmenta ſemidiametri, vel illius parallelæ inter illas perpendiculares intercepta, inæqualia, maiuſq; erit illud, quod alteri ſemidiametro propinquius eſt.

Perpẽdiculares ex arcubus quadrãtis æqualibus ad alterutrã ſemidiametrorum, vel ad rectam ſemidiametro parallelam ductæ aufertũt ſegmenta inæqualia, maiuſq; eſt illud, qđ alteri ſemidiametro ppinquius eſt.

SIT Quadrans ABC, in quo arcus æquales ſint D E, E F, à quorum terminis ad ſemidiametrum A C, vel ad rectam R S, ipſi A C, parallelam perpendiculares duçantur D K G, E L H, F M I. Dico ſegmenta G H, H I, vel K L, L M, inæqualia eſſe, maiuſque eſſe G H, quàm H I, vel K L, maius, quàm L M. Completo enim ſemicirculo B C N, producantur rectæ D G, E H, F I, vſque ad O, P, Q. Ductis quoque rectis E T, F V, ad D O, E P, perpendicularibus, iungantur rectæ E O, F P. Et quoniam arcus D E, E F, æquales ſunt, erunt anguli quoque D O E, E P F, illis inſiſtentes, æquales: Sunt autem & recti anguli T, V, æquales. Igitur cum tres anguli trianguli E O T, tribus angulis trianguli F P V, ſint æquales; quòd tam illi, quàm hi duobus rectis ſint æquales; erit & reliquus angulus T E O, reliquo angulo V F P, æqualis: ac propterea æquiangula erũt triágula E O T, F P V. Quare erit vt O E, ad E T, ita P F, ad F V: Eſt autẽ recta O E, maior, quàm recta P F; quod illa centro propinquior ſit, quàm hæc. Igitur & recta E T, maior eſt, quàm recta F V. Cum ergo recta E T, æqualis ſit ſegmentis G H, K L, ob parallelogramma T H, T L; & recta F V, ſegmentis H I, L M, ob parallelogramma V I, V M; erit quoque ſegmentum G H, maius ſegmento H I, & ſegmentum K L, ſegmento L M. In quadrante ergo circuli ſumptis arcubus æqualibus, &c. Quod erat demonſtrandum.



27. tertij.

32. primi.

4. ſexti. 15. tertij.

34. primi.

BREVIVS. Ducatur recta D F, ſecans ſemidiametrum ductam A E, in Z, & rectam E H, in a, producanturque recta F V, vſque ad b. Quoniam igitur arcus D F, ſectus eſt bifariam in E, ſecta quoque erit recta D F, bifariam in Z, ex lemmate in definitionibus poſito, ac proinde D a, maior erit quàm a F.

a Fexti. a F. Cum ergo sit, vt D a, ad a F, ita b V, ad V F, erit quoque b V, maior, quàm V F, hoc est, G H, maior, quàm H I; & K L, maior quàm L M.

COROLLARIVM.

Differentiæ sinuũ rectorũ à principio quadrãtis vsq; ad eius finem sensim decrescunt: adeo vt finis minorũ arcuũ maiores habeãt differẽtias, quàm finis arcuũ maiorũ; dũmodo arcus habeãt differentias æquales.

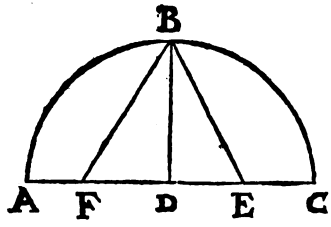
CONSTAT ex hac propositione, si quotcunque arcus quadrãtis à semidiametro eadẽ incipientes habeant æquales differentias, excessusve; sinus rectos minorum arcuum habere maiores differentias, quàm sinus arcuum maiorum; adeo vt differentiæ sinuum à principio quadrantis ad finem vsque semper decrescant. Nam si in eadem figura huius propos. accipiatur arcus F X, arcubus D E, E F, æqualis, ducaturque recta X Y, ad semidiametrum A C, perpendicularis, habebunt quatuor arcus B X, B F, B E, B D, æquales excessus, cum B X, ipsum B F, superet arcu F X; & B F, ipsum B E, arcu E F, qui arcui F X, positus est æqualis; & arcus B E, arcum B D, arcu D E, qui arcui E F, æqualis est. Sinus autem recti eorum arcuum sunt A Y, A I, A H, A G, vt supra in expositione definitionum docuimus, cum sint partes semidiametri A C, inter centrum A, & sinus complementorum interiectæ, vt patet. Et quoniam in hac propos. demonstrauimus, rectam G H, maiorem esse, quàm H I, & H I, maiorem, quàm I Y; liquet, excessum G H, inter sinus arcuum minorum B E, B D, maiorem esse excessu H I, inter sinus arcuum maiorum B F, B E: Item excessum H I, inter sinus arcuum minorum B F, B E, maiorem esse excessu I Y, inter sinus maiorum arcuum B X, B F. Eademque ratio est de cæteris. Constat igitur, differentias sinuum rectorum sensim decrescere à principio quadrantis vsque ad eius finem: Id quod perspicuè ex sinuum tabula apparet.

PROBL. 1. PROPOS. 2.

Latera Decagoni, & Pentagoni in vno eodemq; circulo quo pacto inueniantur.

LATERA Decagoni, & Pentagoni æquilateri in vno eodemq; circulo inuestigare.

QVAMVIS hæc latera inueniantur per ea, quæ ab Euclide lib. 4. sunt demonstrata: nihilominus eadem à Ptolemæo lib. 1. Almagesti cap. 9. inuestigantur ratione alia, quæ ad plurimorum sinuum inuentionem multum conducit. Est autem hæc ratio. Sit circulus, vel (quod satis est) semicirculus A B C, ad cuius diametrum A C, ex D, centro educatur perpendicularis D B. Diuisa quoque semidiametro C D, bifariam in E, ducatur recta E B, cui æqualis abscindatur E F, iungaturque recta F B. Dico rectam B F, esse latus Pentagoni, & D F, latus Decagoni in circulo A B C. Cum enim recta C D, secta sit bifariam in E, eique addita D F; erit rectangulum sub C F, D F, vna cum quadrato rectæ D E, æquale quadrato rectæ E F, ideoq; quadrato rectæ E B, quæ ipsi E F, æqualis est: Est autem quadratum rectæ E B, æquale quadratis rectarum B D, D E. Igitur rectangulum sub C F, D F, vnà cum quadrato rectæ D E, æquale est quadratis rectarum B D, D E: Ac proinde, dempto communi quadrato rectæ D E, relinquetur rectangulum sub C F, D F, æquale quadrato rectæ B D, hoc est, quadrato rectæ C D. Quamobrem erit, vt C F, ad C D, ita C D, ad D F; propterea que recta C F, diuisa erit in D, extrema ac media ratione. Cum igitur maius segmentum C D, sit latus Hexagoni in circulo A B C, ex co-



6. secundi.

47. primi.

17. sexti.

roll

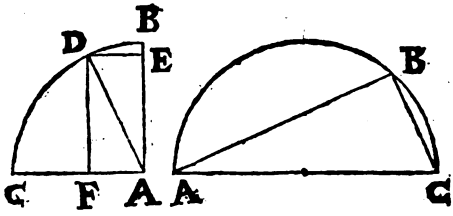
roll. propos. 15. lib. 4. Eucl. erit minus segmentum D F, latus Decagoni in eodem circulo, vt ad propos. 9. lib. 13. Eucl. demonstrauimus. Rursus quoniam quadrato lateris Hexagoni B D, vna cum quadrato lateris Decagoni D F, æquale est quadratum lateris Pentagoni in eodem circulo: Est autem eisdem quadratis rectarum B D, D F, æquale quadratum rectæ B F; erit quadratum lateris Pentagoni æquale quadrato rectæ B F; ac propterea recta B F, lateri Pentagoni æqualis. Latera igitur Decagoni, & Pentagoni æquilateri in vno eodemque circulo inuestigauimus. Quod faciendum erat. 10. tertij. dec. 47. primi.

PROBL. 2. PROPOS. 3.

Ex sinu recto cuiusuis arcus quadrante minoris cognito, sinum complementi eiusdem arcus; Itē ex chorda cuiusuis arcus semicirculo minoris, chordam reliqui arcus semicirculi cognoscere.

Ex sinu recto cuiusuis arcus quadrante minoris cognito, sinum complementi eiusdem arcus, & ex chorda cuiusuis arcus quadrante minoris cognita, chordam reliqui arcus semicirculi cognoscatur.

SIT primo cognitus sinus rectus D E, arcus B D, cuius arcus complementi sinus sit D F, quem cognoscere debemus. Ducta recta D A, erit quadratum rectæ D A, æquale quadratis rectarum D E, E A. Si igitur ex quadrato sinus totius D A, noti (Ponitur enim sinus totus particularum certo numero comprehensarum) detrahatur quadratū sinus recti D E, cogniti in partibus sinus totius D A, relinquetur quadratum rectæ E A, notum; ac proinde per radicem quadratam recta E A, in eisdem partibus nota erit. Cum ergo recta E A, æqualis sit sinui complementi arcus B D, hoc est, rectæ D F, cognitus erit D F, sinus complementi arcus B D, cuius sinus rectus D E, notus est positus. 47. primi.



34. primi.

SIT deinde cognita chorda A B, arcus A B, & chorda B C, subtendens reliquum arcum B C, semicirculi, quam iubemur inuestigare. Quoniam angulus B, rectus est in semicirculo, erit quadratum diametri A C, æquale quadratis chordarum A B, B C. Si igitur ex quadrato diametri A C, notæ (Ponitur enim diameter diuisa in particulas certo numero comprehensas) demetur quadratum chordæ A B, notæ in partibus diametri A C, notum relinquetur quadratum chordæ B C; ac proinde per radicem quadratam chorda B C, in eisdem partibus nota efficietur. Ex sinu igitur recto cuiusuis arcus, &c. cognouimus. Quod faciendum erat. 31. tertij. 47. primi.

COROLLARIVM.

Sinus versus cognoscitur ex cognito sinu recto.

HINC efficitur, sinum versum cuiusuis arcus cognosci quoque ex cognito sinu recto. Quoniam enim ex sinu recto D E, cognoscitur sinus complementi D F, hoc est, A E, si sinus complementi recto.

Digitized by Google

complementi dati arcus B D, auferatur ex sinu toto A B, notus relinquetur sinus versus E B, dati arcus B D. Pari ratione, si sinus rectus D E, hoc est, A F, dati arcus B D, dematur ex sinu toto A C, notus relinquetur sinus versus C F, complementi dati arcus B D.

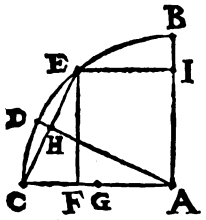
THEOR. 2. PROPOS. 4.

Cuiusuis arc⁹ quadrãte minoris sin⁹ rectus medio loco ꝓportionalis est inter semisé sinus totius, & sinũ versum alteri⁹ arc⁹, q prioris duplus est, & quadrante quo queminor.

SINVS rectus cuiuslibet arcus quadrante minoris medio loco proportionalis est inter semissem semidiametri, seu sinus totius, & sinum versum arcus alterius, qui prioris arcus duplus est, & quadrante quoque minor.

SIT arcus quicunque C E, quadrante minor, cuius dimidium sit C D. Diuisa autem semidiametro A C, bifariã in G, ducatur ex E, ad A C, perpendicularis E F, iungaturque recta A D, quæ ductã chordam C E, secabit in H, bifariam, ex lemmate à nobis ad definitiones supra demonstrato, atque adeo & ad angulos rectos. Erit igitur C H, sinus rectus arcus C D, & C F, sinus versus arcus C E, qui duplus est arcus C D, cum E F, sit eiusdem arcus C E, sinus rectus: vt ex definitionibus constat. Dico C H, sinum rectum arcus C D, medio loco esse proportionalẽ inter C G, dimidiũ sinus totius, & C F, sinum versum arcus C E, qui arcus C D, duplus est. Quoniã enim duo anguli A C H, A H C, trianguli A C H, æquales sunt duobus angulis E C F, E F C, trianguli E C F, quod angulus C, vtrique triangulo sit communis, & anguli H, F, recti; æquiangula erunt triangula A C H, E C F. Igitur erit, vt A C, ad C H, ita E C, ad C F: Et permutando, vt A C, ad C E, ita C H, ad C F. Vt autem A C, ad C E, ita est C G, dimidium ipsius A C, ad C H, dimidium ipsius C E. Igitur erit quoque vt C G, ad C H, ita C H, ad C F; ac propterea C H, sinus rectus arcus C D, medio loco proportionalis est inter C G, semissem sinus totius, & C F, sinum versum arcus C E, qui arcus C D, duplus est. Igitur sinus rectus cuiuslibet arcus quadrante minoris, & c. Quod demonstrandum erat.

3. tertij.



32. primi. 4. sexti. 15. quinti.

Ex sinu recto cuiusuis arcus cognito notus fit sinus rectus alterius arcus, qui illius dimidiũ sit 31. primi. 3. huius, 17. sexti.

COROLLARIVM.

COLLIGITVR hinc, si sinus rectus alicuius arcus cognitus sit, notum etiam fieri sinum rectum alterius arcus, qui illius dimidium sit: ita vt ex E F, sinu recto arcus C E, cognito cognoscatur etiam C H, sinus rectus arcus C D, qui dimidium est arcus C E. Nam ex noto sinu recto E F, notus fiet sinus E I, complementi: quo ablato ex sinu toto A C, (æqualis enim est sinus E I, ipsæ A F,) notus relinquetur sinus versus C F, arcus C E, vt in coroll. præcedentis propos. dictum est. Cum ergo sinus C H, sit medio loco proportionalis inter medietatem sinus totius, & sinum versum C F, vt ostendimus; erit rectangulum sub dimidio sinus totius, & sinu verso C F, contentum æquale quadrato sinus C H. Quare si multiplicetur medietas sinus totius in sinum versum C F, producetur quadratus numerus sinus

Digitized by Google

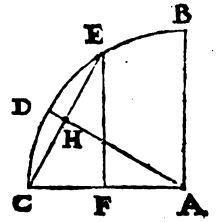
sinus CH, cuius radix quadrata notum dabit sinum rectum CH. Eademque ratio est de cæteris.

IDEM hac etiam ratione ostendi potest. Quoniam enim EF, sinus rectus arcus CE, notus ponitur, cognoscetur & EI, sinus complementi eiusdem arcus, hoc est, recta AF, illi æqualis. Detracta igitur recta AF, hoc est, sinu complementi arcus CE, ex sinu toto AC, cognitus erit sinus versus FC, arcus eiusdem CE, vt etiam in coroll. propos. 3. ostendimus. Quia vero quadratum rectæ CE, æquale est quadratis rectarum EF, FC; fit, vt quadrata rectarum EF, FC, notarum in vnam summam collecta efficiant quadratum rectæ CE: cuius radix quadrata ipsam rectam CE, reddet notam; ac proinde huius radicis dimidium dabit CH, sinum rectum arcus CD, qui dimidium est dati arcus CE, notum. 3. huius. 34. primi.

VICISSIM ex hac eadem propos. 4. colligitur, si sinus rectus alicuius arcus cognitus fit, notum etiam fieri sinum rectum alterius arcus, qui illius duplus fit, dummodo quadrante sit minor: ita vt ex CH, sinu recto arcus CD, cognito cognoscatur etiam EF, sinus rectus arcus CE, qui arcus CD, est duplus. Cum enim sinus CH, sit medio loco proportionalis inter medietatem sinus totius, & sinum versum FC, vt ostendimus; erit rectangulum sub dimidio sinus totius, & sinu verso FC, contentum æquale quadrato sinus recti CH. Quare quadratum sinus CH, noti erit illud rectangulum; quo diuiso per dimidium sinus totus, notus euadet sinus versus FC. Quia vero recta CE, cum sit dupla sinus CH, noti nota est, erit & eius quadratum notum: à quo si auferatur quadratum sinus versi FC, noti, relinquetur etiam quadratum rectæ EF, notum; (cum quadratũ rectæ CE, quadratis rectarum CF, FE, sit æquale.) ac proinde radix quadrata illius notum dabit sinum rectum EF. Ex sinu recto cuiusuis arcꝰ cognito notꝰ fit sinus rectus alterius arcꝰ, qui illiꝰ sit duplus dummodo quadrante minor sit.

SCHOLIVM.

QVOD *si quando perpendicularis* EF, *semidiametrum* AC, *secet bifariam, vt in hac figura contingit, erit adhuc* CH, *sinus arcus* CD, *medio loco proportionalis inter* CF, *semissem sinus totius, &* CF, *sinũ versum arcus* CE, *qui arcus* CD, *duplus est.* Erũt *enim rursum triangula* ACH, ECF, *equiangula; ac proinde, vt* AC, *ad* CH, *ita* EC, *ad* CF: Et *permutando, vt* AC, *ad* CE, *ita* CH, *ad* CF. *Cum ergo sit, vt* AC, *ad* CE, *ita* CF, *dimidium ipsius* AC, *ad* CH, *dimidium ipsius* CE, *erit quoq; vt* CF, *ad* CH, *ita* CH, *ad* CF: *propterea q;* CH, *sinus rectus arcus* CD, *medio loco proportionalis est inter* CF, *semissem sinus totius, &* CF, *sinum versum arcus* CG, *qui duplus est arcus* CD.



4. Iexti. 15. quinti.

HINC *fit, si perpendicularis* EF, *semidiametrum* AC, *secet bifariam, rectam* CH, *æqualem esse rectæ* CF. *Si enim maior esset, aut minor, non posset esse, vt* CF, *ad* CH, *ita* CH, *ad* CF: *cum vna proportio esset maioris inæqualitatis, & altera minoris inæqualitatis.*

THEOR. 3. PROPOS. 5.

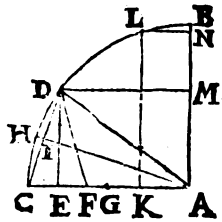
SINVS rectus arcus graduum 54. componitur ex semisse sinus totius, & sinu recto arcus grad. 18. Sinus autem versus arcus grad. 72. componitur ex semisse sinus totius, & sinu verso arcus grad. 36.

Sinus rectꝰ grad. 54. æqualis est semissi sinꝰ totiꝰ, & sinui grad. 18. simul. Sinꝰ autꝫ versus grad. 72 æqualis est semissi sinus totius, & sinui verso grad. 36. simul.

P IN

Digitized by Google

IN quadrante ABC, sit BD, arcus grad. 54. ac proinde eius cõplementum C D, grad. 36. quod diuidatur bifariam in H, vt vterq; arcuũ CH, H D, habeat grad. 18. Ducatur D M, ad AB, perpendicularis pro sinu arcus grad. 54. & D E, ad AC, perpẽdicularis pro sinu arcus grad. 36. Iungatur quoq; recta AH, quæ per lẽma in definitionibus demonstratũ secabit rectã C D, in I, bifariam, ac proinde & ad angulos rectos: eritq; propterea C I, sinus rectus arcus C H, grad. 18. Sũpta tandẽ recta E F, ipsi E C, æquali, diuidantur A C, A F, bifariã in G, K, & ex K, ad A C, perpendicularis ducatur K L. Dico sinum rectũ D M, arcus grad. 54. hoc est, rectam A E, illi equalẽ, componi ex A G, dimidio sinus totius, & ex C I, sinu recto arcus grad. 18. hoc est, rectam G E, (quæ cũ A G, constituit totam rectã A E,) equalẽ esse sinui recto CI. Item sinũ versum arcus grad. 72. componi ex dimidio sinus totius, & ex C E, sinu verso arcus C D, grad. 36. hoc est, rectam E K, (quæ cum sinu verso C E, rectam C K, componit) æqualem esse dimidio sinus totius, ipsam vero C K, esse sinum versum arcus grad. 72. hoc est, arcum C L, (cuius sinus versus est C K,) esse grad. 72. Ducta enim recta L N, ad A B, perpendiculari, pro sinu arcus B L, iungantur rectæ A D, D F. Quoniam igitur arcus C H, grad. 18. continet $\frac{1}{5}$. quadrantis B C, (quòd quinquies 18. faciant 90.) continebit arcus C D, $\frac{2}{5}$. eiusdem quadrantis, ac proinde proportio arcus C D, ad arcum B C, erit vt 2. ad 5. Est autem, vt arcus C D, ad arcum B C, ita angulus C A D, ad rectum angulum B A C. Igitur proportio anguli C A D, ad angulum rectum B A C, erit quoque, vt 2. ad 5. ac proinde angulus C A D, continebit $\frac{2}{5}$. vnius anguli recti. Cum ergo tres anguli trianguli C A D, contineant $\frac{10}{5}$. vnius recti, hoc est, æquales sint duobus rectis, sintque inter se æquales duo anguli A C D, A D C; continebit vterque eorum $\frac{4}{5}$. vnius recti. Et quoniam angulus D F C, angulo D C F, est æqualis, quòd & rectæ DF, DC, æquales sint; (cum enim D E, E F, latera trianguli D E F, æqualia sint lateribus D E, E C, trianguli D E C, angulosque ad E, contineant æquales, vtpote rectos; æquales erunt baſes D F, D C,) continebit quoque angulus D F C, $\frac{4}{5}$. vnius recti; ac proinde reliquus angulus D F A; ex duobus rectis, hoc est, ex $\frac{10}{5}$. vnius recti, continebit $\frac{6}{5}$. vnius recti. Cum ergo angulus D A F, ostensus sit continere $\frac{2}{5}$. vnius recti, & omnes tres anguli in triangulo A F D, contineant $\frac{10}{5}$. vnius recti, continebit angulus A D F, $\frac{2}{5}$. vnius recti, propterea quæ angulo D A F, æqualis erit. Quare æqualia erunt latera D F, A F. Cum ergo recta D F, rectæ D C, ostensa sit æqualis, erit & recta A F, rectæ DC, æqualis: ideoque & k F, medietas ipsius A F, ipsi C I, medietati ipsius D C, æqualis erit.



3. tertij.

34 primi.

33. sexti.

32. primi.

5. primi.

5. primi.

4. primi.

32. primi.

6. primi.

RVRSVS quoniam A K, K F, æquales sunt; additis æqualibus E C, F E, erit recta composita ex A k, E C, æqualis rectæ K E: ac proinde K E, medietas erit semidiametri A C; quandoquidem A C, diuisa est in duas partes æquales, quarum vna est K E, altera vero, recta ex A K, E C, composita. Est igitur K E, æqualis ipsi C G. Ablata ergo communi recta G E, remanebunt æquales G K, E C. Est autem E C, sumpta ipsi E F, æqualis. Igitur & G K, ipsi E F, æqualis erit; additaque communi recta F G, erit E G, ipsi F K, æqualis, hoc est, ipsi C I, cui ostendimus supra rectam k F, esse æqualem. Compo-

Digitized by Google

ponitur ergo A E, (quæ sinui D M, arcus grad. 54. æqualis est.) ex A G, medietate sinus totius, & G E, quæ æqualis est ostensa sinui C I, arcus grad. 18. Quod est primum.

IAM vero, quoniam K F, ipsi E G; & E G, ipsi C I, ostensa est æqualis: erit K F, sinui recto C I, æqualis: Est autem K F, ipsi A K, æqualis. Igitur erit quoque A K, ipsi C I, æqualis. Cum ergo A K, sinui L N, sit æqualis, erit etiam sinus L N, sinui C I, æqualis. Est autem C I, sinus arcus grad. 18. Igitur & L N, sinus erit arcus grad. 18. ac proinde arcus B L, cuius sinus est L N, continebit grad. 18. ideoque eius complementum C L; continebit grad. 72. cuius sinus versus K C, cóponitur ex C G, medietate sinus totius, & ex G K, quæ sinui verso E C, arcus C D, grad. 36. ostensa est æqualis. Quod est secundum. Itaque Sinus rectus arcus graduum 54. componitur, &c. Quod erat demonstrandum. 34. primi.

COROLLARIVM.

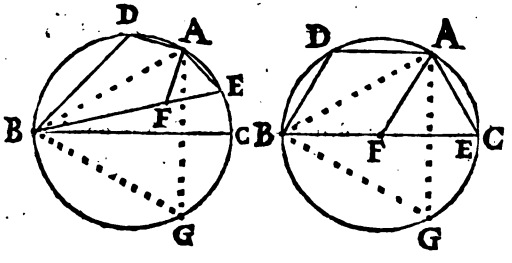
CONSTAT ex his, triangulum A C D, cuius basis C D, subtendit gradus 36. verticemq; habet in centro, esse Isosceles, cuius vterque æqualium angulorum C, D, reliqui anguli ad centrum duplus est. Nam angulus C A D, ostensus est continere $\frac{2}{5}$. vnius recti; vtrumque vero C, & D, $\frac{4}{5}$.

THEOR. 4. PROPOS. 6.

DIFFERENTIA chordarũ duorum arcuũ semicirculi, quorum alter tãto minor sit arcu grad. 120. quanto alter maior est, æqualis est chordæ arcus, quo alteruter dictorum arcuum ab arcu grad. 120. differt.

Differentia inter chordas duorũ arcuũ, quorũ alter tãto sit minor arcu grad. 120. quãto alter maior est, æquat chordæ arcus, quo alteruter dictorũ arcuũ differt ab arcu grad. 120.

IN semicirculo A B C, sit arcus B A, grad. 120. arcus vero B D, eo tanto minor, quanto arcus B E, maior est; quorum chordæ B D, B E: abscindaturque B F, ipsi B D, æquales, & iungantur rectæ A D, A E, A F. Dico E F, differentiã duarũ chordarum B D, B E, æqualem esse chordæ A E, vel A D. Cõpleto enim circulo, & inscripto triãgulo æquilatero A B G, cuius vnum latus est A B, chorda arcus grad. 120. cum subtendat tertiã circunferentiæ partem; erit angulus A G B, tertia pars duorum rectorum. Cum ergo ei æqualis sit angulus A E B, in eodem cum illo existens



32. primi. 21. tertij.

Digitized by Google

segmento AGB; erit & AEB, tertia pars duorum rectorum. Deinde, quoniam latera DB, BA, trianguli DBA, lateribus FB, BA, triangvli FBA, æqualia sunt, angulosque continent æquales; erunt bases AD, AF, inter se æquales. Cum ergo AD, ipsi AE, æqualis sit, propter æquales arcus AD, AE; erit & AF, eidem AE, æqualis; ac propterea anguli AEF, AFE, æquales inter se erunt: Est autem AEF, vt ostendimus, tertia pars duorum rectorum. Igitur & AFE, tertia pars erit duorum rectorum; atque adeo & reliquus EAF, tertia pars erit duorum rectorum. Quare triangulum AEF, æquilaterum erit, ex coroll. propos. 6. lib. 1. Eucl. Ideoque recta EF, differentia chordarum BD, BE, chordæ AE, vel AD, æqualis erit. Differentia ergo chordarum duorum arcuum semicirculi, &c. quod erat demonstrandum.

27. tertij. 29. tertij. 5. primi. 32. primi.

COROLLARIVM.

Duæ chordę duorum arcuũ cõficiẽtiũ grad. 120. simul æquales sũt chordæarcꝰ cõpositi ex arcu grad. 120. & arcu minore illorum duorum.

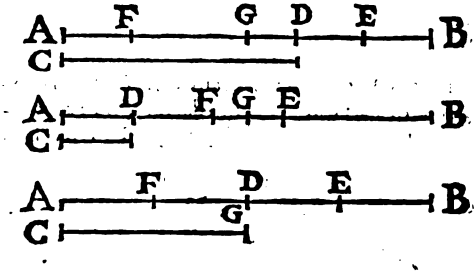
SEQVITVR hinc, si duorum arcuum, qui simul grad. 120. conficiant, chordæ simul iungantur, effici chordam arcus compositi ex arcu grad. 120. & arcu minore illorum duorum, si inæquales sint. Ita namque vides chordas BD, DA, arcuum BD, DA, conficientium grad. 120. simul sumptas æquari chordæ BE, arcus BAE, compositi ex arcu BA, grad. 120. & arcu AE, qui minori AD, æqualis est; propterea quòd vt demonstratum est, differentia EF, inter chordas BD, BE, æqualis est chordæ AD.

THEOR. 5. PROPOS. 7.

Si quãdoquidem sup. & quãtitatẽ semissis semissẽ superabit excessus semissẽ.

SI quantitas quantitatem excedat, semissis illius semissem huius superabit excessus semissem.

SVPERET quantitas AB, quantitatẽ C, excessu DB, qui bifariã secetur in E, & ipsi EB, æqualis ponatur AF. Quoniã igitur AF, EB, toti excessui DB, æquales sunt, erit relíqua FE, ipsi C, æqualis. Secetur FE, bifariã in G. Quia ergo GE, GF, æquales sũt; additis æqualibus EB, FA, æquales quoque erũt GB, GA; ac proinde & AB, in G, secta erit bifariã. Semissis igitur BG, ipsius AB, superat GE, semissem ipsius FE, hoc est, ipsius C, excessu EB, qui semissis est excessus DB. Si quantitas ergo quantitatem excedat, &c. Quod demonstrandum erat.



THEOR. 6. PROPOS. 8.

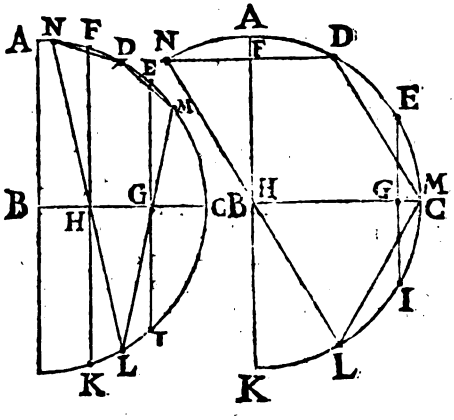
DIFFERENTIA sinuum duorum arcuũ qua-

Digitized by Google

quadrantis, quorum alter tanto minor sit arcu grad. 60. quanto alter maior est, æqualis est sinui arcus, quo alteruter dictorũ arcuum ab arcu grad. 60. differt.

Differentia inter sinus duorũ arcuum, quorum alter tanto sit minor arcu grad. 60. quãto alter maior est, æquat sinui arcus, quo alteruter dictorũ arcuũ differt ab arcu grad. 60.

IN quadrante A B C, sit arcus C D, grad. 60. arcus vero C E, eo tanto minor, quanto arcus C F, maior est: quorum sinus recti E G, F H. Dico horum sinuum differẽtiam æqualem esse sinui arcus D E, vel D F. Producto enim quadrante, vna cum sinubus E G, F H, ad I, K; sumatur arcus C L, arcui C D, æqualis, ita vt totus arcus D C L, cõtineat grad. 120. Et quia & arcus C I, C K, æquales sunt arcubus C E, C F; quòd per lemma in definitionibus positum recta B C, secet arcus E C I, E C K, bifariam, cum & rectas E I, F K, bifariam secet: erunt quoque reliqui arcus L I, L K, reliquis arcubus D E, D F, æquales. Sumptis quoque arcubus E M, F N, qui arcubus D E, D F, æquales sint, ducantur chordæ L M, L N. Et quoniam arcus F N, arcui L K, & arcus E M, arcui L I, æqualis est; additis communibus F L, M I, erit tam arcus N L, arcui F K, quàm arcus M L, arcui E I, æqualis: ac proinde tam chorda N L, chordæ F K, quam chorda M L, chordæ E I, æqualis. Quoniam igitur arcus L M, tanto minor est arcu L D, grad. 120. quanto arcus L N, eodem maior est; erit per propos. 6. differentia chordarum L N, L M, chordæ D N, vel D M, æqualis; hoc est, rectæ k F, rectam I E, superabit chorda D N, vel D M. Quare per antecedentem propos. semissis H F, hoc est, sinus arcus C F, superabit semissem G E, id est, sinum arcus C E, semisse chordæ D N, vel D M, hoc est, sinu arcus D F, vel D E. Quod demonstrandum erat.



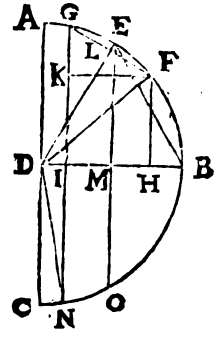
3. tertij.

29. tertij.

ALITER. In quadrante A B D, arcus B E, sit grad. 60. & arcus E F, E G, æquales, ac proinde arcus B F, tanto minor arcu B E, quanto arcus B G, eodem arcu B E, maior est: ducanturque F H, G I, ad B D, perpendiculares, quæ sinus erunt arcuum B F, B G. Ducta autem chorda F G, secet eam semidiameter ducta D E, in L. Et quoniam arcus F G, bifariam sectus est in E, erit quoque recta F G, bifariam secta in L, ex lemmate in definitionibus demonstrato; ac propterea & ad angulos rectos. Est ergo F L, sinus arcus E F; & G L, sinus arcus E G. Ducta quoque recta F K, ad G I, perpendiculari, erit I K, rectæ

3. tertij.

34.primi. ctæ F H, æqualis, ob parallelogrammum F I. Quare G K, differentia erit sinuum F H, G I. Dico hanc differentiam G K, æqualem esse sinui F L, vel G L. Ducta enim recta B E, quæ latus hexagoni est, ac propterea, ex coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. semidiametro D E, æqualis; secetur B D, bifariã in M, iungaturq; recta E M. Quoniã igitur latera D M, M E, lateribus B M, M E, æqualia sunt, & basis D E, basi B E, æqualis, erunt anguli ad



8.primi. M, æquales, atque adeo recti. Completo autem semicirculo A B C, & productis rectis G I, E M, ad N, O, erit arcus N O, arcui G E, hoc est, arcui E F, æqualis, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. propterea

28.primi. quod rectæ G N, E O, parallelæ sunt, ob rectos angulos I, M. Addito ergo communi arcu F O, erit arcus F N, arcui E O, æqualis: Sed arcus E O, duplus

3.tertij. est arcus B E. (Nam recta D B, rectam E O, secans ad angulos rectos secat eandem bifariam: ac proinde & arcum E O, bifariam, ex scholio in definitionibus posito) Igitur & arcus F N, eiusdem arcus B E, duplus erit. Quare ductis rectis D F, D N, erit quoque

33.sexti. angulus F D N, anguli E D B, duplus: Est autem idem angulus F D N, in cen-

20. tertij. tro anguli F G N, in circunferentia duplus. Igitur æquales sunt anguli E D M, F G K: Sunt autem & recti M, K, æquales. Æquiangula ergo sunt triangula

4.sexti. E D M, F G K: atque idcirco erit vt E D, ad D M, ita F G, ad G K. Cum ergo E D, dupla sit ipsius D M, (secta enim est D B, ipsi D E, æqualis, bifariam in M.) erit & F G, ipsius G K, dupla: Est autem & F G, ipsius F L, vel G L, dupla. Igitur recta G K, differentia sinuum F H, G I, æqualis est rectæ F L, sinui arcus E F, vel rectæ G L, sinui arcus E G. Differentia ergo sinuum duorum arcuum quadrantis, &c. quod erat demonstrandum.

Duo sinus duorum arcuũ conficientium grad. 60. simul æquales sunt sinui arcus compositi ex arcu grad. 60. & arcu minore illorum duorum.

COROLLARIVM.

HINC sequitur, si duorum arcuum conficientium grad. 60. sinus simul componantur, effici sinum arcus cõpositi ex arcu grad. 60. & arcu minore illorũ duorũ, si inæquales sunt. Ita enim vides in figura posterioris demonstrationis huius propos. sinus rectos F H, F L, arcuum B F, F E, conficientium grad. 60. simul sumptos æquari sinui recto G I, arcus B E G, compositi ex arcu B E, grad. 60. & arcu E G, qui minori E F, æqualis est: propterea quòd, vt demonstratum est, differentia G K, inter sinus F H, G I, æqualis est sinui F L.

PROBL. 3. PROP. 9.

Qua rõne omniũ arcuum sinus recti supputentur.

SINVS rectos omnium arcuum quadrantis sese ordine superantium vno Minuto, in partibus Sinus totius in quotcunque particulas distributi, supputare.

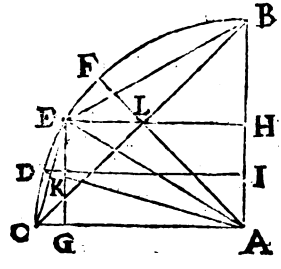
PRIMVM omnium supputabimus sinus rectos arcuum sese 15. gradibus supe-

Digitized by Google

superantium, respectu Sinus totius particularum 100000. quot nimirum communiter ab omnibus, & à nobis etiam constituitur, vt supra diximus. Vt autē accuratior fiat supputatio, ponemus in hisce supputationibus Sinum totum partium 10000000. Ita enim fiet, vt abiectis duabus primis figuris ad dexterā ex singulis sinubus inuentis, (addita tamen vnitate, si duæ figuræ abiectæ numerū 50. superent) relinquātur sinus magis exquisiti respectu sinus totius partium 100000. Quòd si quis sinus desideret plurium particularum, posito nimirū sinu toto partiū 10000000. quot eum Ioan. Regiom. posuit, & nos in sequēti tabula statuemus, constituendus erit Sinus totus partiū 1000000000. Nam hac ratione, abiectis duabus primis figuris ad dexteram ex singulis sinubus inuentis, vt dictum est, remanebunt Sinus magis exquisiti respectu Sinus totius partium 10000000. Ratio huius rei est, quòd in sinuum inuestigatione error solum contingere potest in vna aut altera figura ad dextram: quare, abiectis duabus figuris ad dextram, relinquentur sinus respectu sinus totius minoris exquisitissimi. Id quod in supputationibus sinuum quiuis facile experietur, & nos infra demonstrabimus. Pari ratione, si inuestigandi sint sinus respectu alterius Sinus totius, qui plures, aut pauciores particulas contineat, quàm 100000. vel 10000000. constituendus erit in supputatione Sinus totus, qui ad dexteram illum superet duabus figuris his, 00; adeo vt illius sit centuplus, quemadmodum & hic 10000000. quem in calculo assumimus, centuplus est illius 100000. quem nos cum alijs Astronomis in vsu recipimus.

Sinus tot⁹ in cui⁹ partib⁹ alij sinus ompu tātur, quot particularū ponēdus sit, vt alij sinus inueniātur magis exquisiti respectu Sinus totius partiū 100000. vel pauciorum pluriūve.

SIT igitur in quadrante A B C, arcus C D, grad. 15. C E, 30. C F, 45. ac proinde E B, grad. 60. & D B, 75. vtpote complementa arcuum grad. 30. & 15. Horum ergo arcuum sinus rectos ita supputabimus. Ducantur E H, D I, ad A B, perpendiculares, quæ sinus recti erunt arcuum grad. 60. & grad. 75. Ductam autem chordam B C, secet recta A F, in L, bifariam, ex lemmate in definitionibus demonstrato; ac proinde ad angulos rectos: eritque B L, sinus rectus grad. 45. hoc est, arcus B F. Ducatur rursus E G, ad A C, perpendicularis pro sinu grad. 30. Item ductam chordā C E, secet recta A D, in K, bifariam, ex dicto lemmate; ac propterea ad angulos rectos; eritque C K, sinus rectus grad. 15. Denique rectæ iungantur A E, E B. Quoniam igitur arcus B E, grad. 60. sexta pars est totius circunferentiæ circuli, cum sexies 60. faciant 360. grad. erit recta B E, latus Hexagoni; atque adeo, ex coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. semidiametro A E, æqualis. Anguli ergo E A B, E B A, æquales erunt: Sunt autem & anguli ad H, æquales, vtpote recti. Igitur cum duo anguli E A H, E H A, trianguli A E H, æquales sint duobus angulis E B H, E H B, trianguli B E H, latusque A E, lateri B E, æquale; erit latus A H, lateri B H, æquale; ac proinde A H, medietas erit semidiametri A B. Quare cum E G, sinus rectus grad. 30. sit ipsi A H, æqualis, erit sinus rectus grad. 30. medietati semidiametri, siue sinus totius, æqualis. Cum ergo sinus totus ponatur 10000000. erit E G, sinus grad. 30. talium particularum 5000000. nempe medietas sinus totius.



3. tertij.

Supputatio sinuum arcuū gradibus 15. sese superantiū quales sunt arcus grad. 15. 30. 45. 60. 75. & 90.

5. primi.

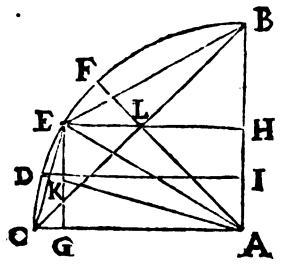
26. primi.

34. primi.

Sinus rect⁹ grad. 30. æqualis est medietati sinus toti⁹;

EX hoc sinu, per propos. 3. cognoscetur sinus complementi arcus grad. 30. nem-

nempe sinus E H, grad. 60. si nimirum quadratū sinus 5000000. ex quadrato sinus totius 10000000. auferatur, & reliqui numeri radix quadrata accipiatur, quę est 8660254. fere.



3. tertij.
32. primi.
6 primi.
47. primi

DEINDE, quoniam recta A F, secans arcum B C, bifariam, secat quoque, ex lemmate definitionum, rectam B C, bifariam, atque adeo & ad angulos rectos; erit C L, sinus arcus C F, grad. 45. quem ita inueniemus. Cum in triangulo C A L, angulus L, rectus sit, & angulus C A L, semirectus, erit & angulus A C L, semirectus, atque adeo angulo C A L, æqualis. Igitur rectæ A L, C L, æquales erunt. Cum ergo quadratum rectæ A C, æquale sit quadratis rectarum A L, C L, simul; erit quadratum sinus totius A C, duplum quadrati sinus C L, grad. 45. Medietas igitur quadrati sinus totius erit quadratū rectæ C L, cuius radix quadrata dabit sinum C L, 7071068. fere pro arcu grad. 45. Qui etiam hoc modo reperietur. Quoniam quadratum rectæ B C, æquale est quadratis rectarum A B, A C; atque adeo duplum quadrati sinus totius A C, si quadratum sinus totius duplicetur, habebitur quadratum rectæ B C, cuius quadrati radix dabit rectam B C, partium 14142136. fere, & huius dimidium 7071068. dabit sinum C L, grad. 45.

47. primi.

RVRSVS, quia recta A D, secans arcum C E, bifariam, secat quoque rectam C E, bifariam in K, ex lemmate definitionum, atque adeo & ad angulos rectos; erit C K, sinus arcus C D, grad. 15. quem sic inueniemus. Quoniā ex propos. 4. sinus C K, medio loco proportionalis est inter medietatem sinus totius, & sinum versum C G; (qui quidem habetur, si E H, sinus grad. 60. ex sinu toto A C, detrahatur, vt in coroll. propos. 3. diximus) fit vt, per coroll. propos. 4. notus fiat sinus C K, arcus C D, qui dimidium est arcus C E. Nam si medietas sinus totius multiplicetur in sinum versum C G, cognitum, producetur quadratum rectæ C K; quòd rectangulum sub medietate sinus totius, & sinu verso C G, contentum, æquale sit quadrato mediæ proportionalis C k. Si igitur quadrati rectæ C K, radix eruatur, habebitur sinus C K, partium 2588190. vt in dicto coroll. propos. 4. docuimus. Quem sinum hoc etiam modo inuestigabimus. Quoniam quadratis rectarum notarum E G, G C, æquale est quadratum rectæ E C; fiet notum quadratum rectæ E C; cuius quadrati radix quadrata dabit rectam E C, notam, & huius medietas erit sinus C K, cognitus.

3. tertij.
17. sexti.
47. primi.

Arcus. G.	Sinus
15	2588190
30	5000000
45	7071068
60	8660254
75	9659258
90	10000000

EX sinu autem grad. 15. cognito cognoscetur quoque, per propos. 3. sinus D I, complementi arcus C D, hoc est, sinus arcus B D, grad. 75. qui quidem deprehendetur partium 9659258. Itaq; inuenti sunt hactenus sinus recti arcuum continentium grad. 15. 30. 45. 60. 75. & 90. vt in hac formula apparet.

HORVM autem sinuū beneficio ad aliorum inuestigationem ita progredietur. Quoniam per co-

Digitized by Google

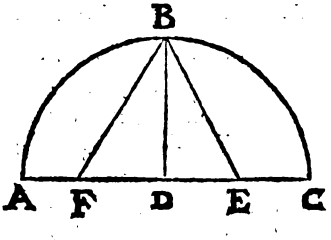
coroll. propos. 4. ex sinu recto cuiusuis arcus noto cognoscitur quoque sinus rectus dimidij illius arcus; cognoscemus ex sinu arcus grad. 15. sinum arcus grad. 7. Min. 30. Atque ex hoc sinum arcus grad. 3. Min. 45. qui arcus amplius bifariam secari non potest sine Secundis, (continet enim eius medietas grad. 1. Min. 52. Sec. 30.) quæ in Sinuum tractatione negliguntur. Deinde quia per propos. 3. ex sinu recto cuiuslibet arcus cognito notus quoque efficitur sinus complementi illius arcus, cognoscemus ex sinu arcus grad. 7. Min. 30. sinum arcus grad. 82. Min. 30. Ex hoc autem, per coroll. propos. 4. sinum arcus grad. 41. Min. 15. Atque ex hoc, per propos. 3. sinum arcus grad. 48. Min. 45. Item ex sinu arcus gra. 3. Min. 45. cognoscemus, per propos. 3. sinum arcus grad. 86. Min. 15. Quòd si alij arcus, quorum sinus inuenti sunt, bifariam quoque secentur, & eorum medietates rursus bifariam, & ita deinceps, donec ad Minuta numero imparia, quæ amplius bifariã diuidi sine Secundis nequeunt, peruentum sit; Itemque harum medietatum complementa accipiantur, quæ rursus, eodem modo continue bifariam secẽtur, donec ad Minuta numero imparia sit peruentum; & medietatum complementa sumantur, & c. cognoscemus, per coroll. propos. 4. & per propos. 3. sinus omnium harum medietatum, & complementorum. Qui sinus cum illis sex primò inuentis constituent sinus 24. arcuum sese ordine superantium gradibus 3. Min. 45. vt in hac tabula vides.

Supputatio sinuum arcuum gradibus 3. Min. 45. sese superantium.

Arcus G|M	Sinus	Arcus G|M	Sinus	Arcus G|M	Sinus	Arcus G|M	Sinus
3|45	654031	26|15	4422887	48|45	7518398	71|15	9469301
7|30	1305262	30|0	5000000	52|30	7933533	75|0	9659258
11|15	1950903	33|45	5555702	56|15	8314696	78|45	9807853
15|0	2588190	37|30	6087614	60|0	8660254	82|30	9914449
18|45	3214395	41|15	6593458	63|45	8968727	86|15	9978589
22|30	3826834	45|0	7071068	67|30	9238795	90|0	10000000

POST hæc, per ea, quæ propos. 2. de inuentione lateris Decagoni, & pentagoni æquilateri in eodem circulo demonstrauimus, inquiremus sinum arcus grad. 36. hac ratione. Repetatur figura propositionis 2. vbi demonstratum est, D F, esse latus Decagoni, & B F, latus Pentagoni æquilateri. Et quoniam quadrata rectarum B D, D E, notarum (Est enim B D, sinus totus, & D E, eius medietas.) nota sunt, & æqualia quadrato rectæ E B; notum erit quadratum rectæ E B; ac propterea & ipsa recta E B, hoc est, recta E F, illi æqualis, nota erit, nempe partium fere 11180339. Ex qua si detrahatur recta E D, medietas sinus totius partiũ 5000000. nota fiet recta D F, partium 6180339. cuius quadratum si addatur quadrato sinus totius B D, notum fiet aggregatum quadratorum ex rectis D F, B D, descriptorum; atque

Supputatio sinus arcus grad. 36.



47. primi.

Digitized by Google

47. primi. adeo & quadratum rectæ B F, quod illis duobus æquale est, cognitum erit; cuius radix quadrata notam reddet rectam B F: quæ cũ subtendat grad. 72. in circulo A B C, vtpote quintam partem circunferentiæ, quòd sit latus pentagoni, nota erit chorda arcus grad. 72. cuius medietas partium 5877852. dabit simum rectum arcus grad. 36. qui illius dimidium est.

Supputatio sinuum arcuum gradibus 2. Min. 15. sese superantiũ, & aliorum quorũdam.

PORRO ex hoc sinu arcus grad. 36. inueniemus, per propos. 3. sinum eius complementi, hoc est, sinum arcus grad. 54. Quos duos arcus si bifariam secemus, eorumque medietates rursus bifariam, & ita donec ad minuta numero imparia veniamus, quæ amplius diuidi nequeunt, reperiemus quoque per coroll. propos. 4. harum medietatum sinus; nec non, per propos. 3. sinus earum complementorum: quæ complementa si rursus bifariam secemus, quoad possumus, & harum medietatum complementa accipiamus, quæ rursus secemus bifariam, &c. inueniemus eodem modo sinus omnium arcuum in hac tabella contentorum. Quos sinus si cum præcedentibus hactenus inuentis in ordinem redigamus, habebimus sinus rectos omnium arcuum sese ordine superantium gradibus 2. & Min. 15. initio facto ab arcu grad. 2. Min. 15. vsque ad arcum grad. 87. Min. 45. inclusiue; & insuper sinus aliorum 17. arcuum, qui non seruant huiusmodi incrementum. Vt in hac tabella appparet. Vbi manifo-

Arcus G M	Sinus	Arcus G M	Sinus	Arcus G M	Sinus	Arcus G M	Sinus
36 0	5877852	2 15	392598	40 30	6494480	15 45	2714405
54 0	8090170	87 45	9992290	49 30	7604060	74 15	9624552
18 0	3090170	27 0	4539905	20 15	3461171	38 15	6190940
72 0	9510565	63 0	8910065	69 45	9381913	51 45	7853169
9 0	1564345	13 30	2334454	42 45	6788007	24 45	4186597
81 0	9876883	76 30	9723699	47 15	7343225	65 15	9081432
4 30	784591	6 45	1175374	31 30	5224986	22 15	3826834
85 30	9969173	83 15	9930685	58 30	8526402	60 45	8724960

Arcus G M	Sinus	Arcus G M	Sinus	Arcus G M	Sinus	Arcus G M	Sinus
2 15	392598	33 45	5555702	65 15	9081432	18 45	3214395
4 30	784591	36 0	5877852	67 30	9238795	26 15	4422887
6 45	1175374	38 15	6190940	69 45	9381913	30 0	5000000
9 0	1564345	40 30	6494480	72 0	9510565	37 30	6087614
11 15	1956903	42 45	6788007	74 15	9624552	41 15	6593458
13 30	2334454	45 0	7071068	76 30	9723699	48 45	7518398
15 45	2714405	47 15	7345225	78 45	9807853	52 30	7933533
18 0	3090170	49 30	7604060	81 0	9876883	60 0	8660254
20 15	3461171	51 45	7853169	83 15	9930685	63 45	8968727
22 30	3826834	54 0	8090170	85 30	9969173	71 15	9469301

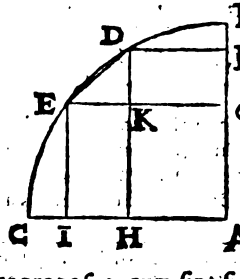
Digitized by Google

24	45	4586597	56	15	8314696	87	45	9992290	75	0	9659258
27	0	4539905	58	30	8526402	3	45	6540311	82	30	9914449
29	15	4886212	60	45	8724960	7	30	13095262	86	15	9978589
32	30	5224986	63	0	8910065	15	0	2588190	90	0	10000000

stum est, sinum grad. 54. hoc est. 8090170. componi præcisè ex sinubus grad. 18. & 30. hoc est, ex 3090170. & 5000000. Et quia sinus grad. 30. æqualis est semissi sinus totius, vt supra ostensum est, liquet sinum grad. 54. componi ad vnguē ex semisse sinus totius, & sinu recto grad. 18. Id quod propos. 6. à nobis est demonstratum.

Suppuratio sinus arcus grad. 12.

IAM verò sinum arcus grad. 12. beneficio sinuum grad. 30. & 54. qui iam noti facti sunt, ita inuestigabimus. Sit in quadrante A B C, arcus B D, grad. 30. & B E, grad. 54. atque adeò arcus D E, eorum differentia, grad. 24. ducanturque rectæ D F, E G, ad A B, perpendiculares, quæ sinus recti erunt arcuum B D, B E; Item rectæ D H, E I, ad A C, perpendiculares, quæ sinus recti erunt arcuum C D, C E, grad. 60. & 36. qui complementa sunt arcuum B D, B E. Secet autem recta D H, rectam E G, in K. Et quoniam sinus D F, hoc est, K G, illi æqualis, & E G, noti sunt; erit quoque eorum differentia B K, nota. Similiter quia sinus E I, hoc est, K H, illi æqualis, & D H, noti quoque sunt, per propos. 3. cum sint sinus complementorum arcuum B E, B D; erit etiam eorum differentia D K, nota; ac proinde duo quadrata rectarum notarum E k, D K, nota erunt: quæ cum æqualia sint quadrato rectæ D E, notum quoque erit quadratum rectæ D E, propterea que & ipsa recta D E, nota erit, nempe chorda arcus grad. 24. Hinc & eius medietas nota erit, nimirum sinus rectus arcus grad. 12. continebitque particulas 2079117. Hac eadem arte; si duorum arcuum quorumcumque sinus cogniti sint, cognoscetur etiam sinus medietatis differentiæ illorum arcuum. Vt si sinus arcuum B D, BE, quorumcumque etiamsi non contineant grad. 30. & 54. noti sint, erunt & sinus complementorum C D, C E, per propos. 3. noti. Quare, vt modo demonstrauimus, nota fiet chorda D E; ac proinde eius medietas nota quoque erit, nempe sinus medietatis arcus D E.



34. primi.

34. primi.

47. primi

Ex duorū arcuū sinubus notis notus quoque fit sinus medietatis differentiæ arcuum.

CAETERVM ex sinu arcus grad. 12. (si hunc arcum bifariam secemus continuè, quoad possumus, medietatumq; complementa accipiamus, vnà cum sinu complementi arcus grad. 12. quæ rursus secemus bifariam continuè, &c.) reperiemus per coroll. propos. 4. & per propos. 3. sinus omnium horum arcuū, qui in hac tabella continentur. Quos sinus si cum sinubus proxime antecedentis tabellæ in ordinem redigamus, habebimus sinus arcuum numero 120.

Suppuratio sinuū arcuum Minutis 45. se se superantium.

Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus
12	0	2079117	42	0	6691306	12	45	2206974	33	0	5446390
78	0	9781476	48	0	7431448	77	15	9753423	57	0	8386706

Digitized by Google

6 0	1049285	21 0	3583679	35 15	5771452	16 30	2840153
84 0	9945219	69 0	9335804	54 45	8166416	73 30	9588197
3 0	523360	10 30	1822355	24 0	4067366	8 15	1434926
87 0	9986295	79 30	9832549	66 0	9135455	81 45	9896514
1 30	261769	5 15	915016	34 30	5664062	27 45	4656145
88 30	9996573	84 45	9958049	55 30	8241262	62 15	8849876
0 45	130896	43 30	6883546	17 15	2965416	28 30	4771588
89 15	9999143	46 30	7253744	72 45	9550192	61 30	8788171
39 0	6293204	21 45	3705574	39 45	6394390	14 15	2461533
51 0	7771460	68 15	9288096	50 15	7688418	75 45	9692309
19 30	3338069	44 15	6977905	23 15	3947439	36 45	5983246
70 30	9426415	45 45	7163019	66 45	9187912	53 15	8012538
9 45	1693495	25 30	4305111	32 15	5336145	30 45	5112931
80 15	9855561	64 30	9025853	57 45	8457278	59 15	8594064

qui se ordine continuo superant 45. Minutis, quorum primus est arcus grad. 0. Min. 45. vltimus vero totus quadrans grad. 90. cuiusmodi sunt arcus sequentis tabellæ. Omnium enim illorum arcuum sinus inuentos esse comperies in proximis duabus tabellis antecedentibus, licet non eo ordine sint collocati.

Arcus G M	Arcus G M	Arcus G M	Arcus G M	Arcus G M	Arcus G M	Arcus G M	Arcus G M	Arcus M G
0 45	9 45	18 45	27 45	36 45	45 45	54 45	63 45	72 45	81 45
1 30	10 30	19 30	28 30	37 30	46 30	55 30	64 30	73 30	82 30
2 15	11 15	20 15	29 15	38 15	47 15	56 15	65 15	74 15	83 15
3 0	12 0	21 0	30 0	39 0	48 0	57 0	66 0	75 0	84 0
3 45	12 45	21 45	30 45	39 45	48 45	57 45	66 45	75 45	84 45
4 30	13 30	22 30	31 30	40 30	49 0	58 30	67 30	76 30	85 30
5 15	14 15	23 15	32 15	41 15	50 15	59 15	68 15	77 15	86 15
6 0	15 0	24 0	33 0	42 0	51 0	60 0	69 0	78 0	87 0
6 45	15 45	24 45	33 45	42 45	51 45	60 45	69 45	78 45	87 45
7 30	16 30	25 30	34 30	43 30	52 30	61 30	70 30	79 30	88 30
8 15	17 15	26 15	35 15	44 15	53 15	62 15	71 15	80 15	89 15
9 0	18 0	27 0	36 0	45 0	54 0	63 0	72 0	81 0	90 0

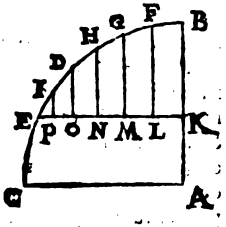
POSTREMO aliorum arcuum sinus ita inueniemus. Ponatur in quadrante A B C, arcus B D, grad. 1. & arcus B E, grad. 1. Min. 30. & arcus B H, grad. 0. Min. 45. Ducta autem recta E K, ad A B, perpendiculari, diuisoque arcu B H, in tres partes æquales B F, F G, G H, & arcu D E, in duas D I, I E, vt singuli arcus contineant 15. Min. ducantur ad E K, perpendiculares F L, G M, H N, D O, I P. Eritque E K, sinus rectus arcus B E, & O K, sinus rectus arcus B D, cum æqualis sit rectæ ex D, ductæ ad A B, perpendiculari, quæ

34. primi.

qui-

quidem sinus est arcus BD. Eademque ratione erit NK, sinus rectus arcus BH. Sit ergo propositum inuenire sinum OK, arcus BD, grad. 1. Quoniam NK, sinus grad. 0. Min. 45. est inuentus 130896. erit eius tertia pars, nempe 43632. maior, quàm MN: propterea quod, per propos. 1. maior est KL, quàm LM, & LM, maior, quàm MN, adeo vt MN, minor sit, quàm tertia pars ipsius NK, hoc est, minor, quàm 43632. Multo igitur maior erit eadem tertia pars rectæ NK, nempe 43632. quàm NO: quod, per eandé propos. 1. maior quoque sit MN, quàm NO. Quare si addamus 43632. ad 130896. id est, ad NK, sinum Minutorum 45. efficiemus numerum 174528. qui maior erit, quàm OK, sinus rectus grad. 1. quandoquidem ad NK, plus addimus, quàm rectã NO, vt dictum est. Rursus quia EK, sinus grad. 1. Min. 30. inuentus est 261769. si ex eo detrahamus sinum NK, Minutorum 45. nempe 130896. relinquetur recta EN, partium 130873. cuius tertia pars, nempe 43624. fere, minor erit, quàm NO: propterea quod, per propos. 1. maior est NO, quàm OP, & OP, maior, quàm PE, adeo vt NO, maior sit, quàm tertia pars ipsius EN, hoc est, maior, quàm 43624. Quare si addamus 43624. ad 130896. id est, ad NK, sinum Min. 45. efficiemus numerum 174520. qui minor erit, quàm OK, sinus rectus grad. 1. quandoquidem ad NK, minus addimus, quàm rectam NO. Constat igitur, sinum rectum grad. 1. consistere inter hos duos numeros, 174528. 174520. cum ille maior sit, hic autẽ minor. Statuamus ergo eum esse, 174524. inter illos numeros omnino medium. Ita enim non differet sensibiliter hic numerus à vero sinu grad. 1.

Suppuratio sinus grad. 1.



EX hoc sinu grad. 1. inueniemus, per propos. 3. sinum reius cõplementi, hoc est, sinum arcus grad. 89. esse 9998477. Quem hoc etiã modo reperiemus. Quoniam numerus 174528. maior est, quam sinus grad. 1. vt diximus: fit, vt per eum inuestigatus, iuxta doctrinam propos. 3. sinus cõplementi grad. 1. hoc est, sinus grad. 89. sit numerus 9998476. & paulo amplius, qui minor erit necessario, quàm verus sinus arcus grad. 89. quandoquidem pro sinu grad. 1. numerum sumpsimus vero sinu maiorem. Rursus quia numerus 174520. minor est, quàm sinus grad. 1. vt diximus; fit, vt per eum inuestigatus, iuxta doctrinam propos. 3. sinus eius complementi, nimirum sinus grad. 89. sit numerus 9998477. & paulo amplius, qui maior erit necessario, quàm verus sinus grad. 89. quandoquidem pro sinu grad. 1. numerum accepimus vero sinu minorem. Constitutus ergo erit sinus grad. 89. inter duos hos numeros 9998476. & paulo amplius, atque 9998477. & paulo amplius: ac proinde sine notabili errore eum statuemus esse 9998477. quantum videlicet eundem inuenimus ex sinu grad. 1. Ex, quo constat, recte constitutum esse sinum grad. 1. partium 174524. cum ex eo, per propos. 3. repertus sit sinus complementi ipsius tot particularum, quot vere ac re ipsa continere debet.

Suppuratio sinus grad. 89.

PRAETEREA ex sinu arcus grad. 1. reperiemus, per coroll. propos. 4. sinum rectum arcus Min. 30. & ex hoc, per propos. 3. sinum complementi, nempe sinum grad. 89. Min. 30. Item ex sinu arcus Min. 30. inueniemus, per coroll. propos. 4. sinum arcus Min. 15, atque ex hoc sinum complementi, hoc est, sinum grad. 89. Min. 45.

Suppuratio sinus Min. 30. & sinus grad. 89. Min. 30. & sinus Min. 15. & sinus grad. 89. Min. 45.

QVEMADMODVM autem supra ex sinubus rectis grad. 30. & 54. inda-

Supputatio sinus grad. 26. & grad. 64.

indagauimus sinum rectum grad. 12. qui dimidium est chordæ arcus grad. 24. quo dicti arcus grad. 30. & 54. inter se differunt: ita quoque ex finibus rectis arcus Min. 30. & arcus grad. 52. Min. 30. cognitis cognoscemus sinum rectum grad. 26. qui dimidium est chordæ arcus grad. 52. quo dicti arcus Min. 30. & grad. 52. Min. 30. inter se differunt, vt supra ostendimus; atque ex sinu grad. 26. fiet, per propos. 3. notus quoque sinus complementi, nimirum sinus grad. 64.

Supputatio sinuum arcuũ Minutis 15. sese superãuũ.

QVOD si arcus grad. 26. & grad. 64. & grad 89. & grad. 89. Min. 30. quorum sinus inuenti sunt, secemus continuè bifariam, quoad possumus, accipiamusque medietatum complementa, quę rursus continuè bifariam diuidamus, &c. adhibeamusque doctrinam illam, qua ex duorum arcuum sinubus notis cognoscitur sinus medietatis differentiæ illorum arcuum, reperiemus sinus arcuum numero 240. qui in ordinem redacti cum sinubus arcuum numero 120. prius inuentis, constituent sinus arcuum numero 360. sese ordine superantium Minutis 15.

Alia supputatio sinuũ arcuũ sese Minutis 15 superantiũ

VERVM quia laboriosum est, atque molestum tot sinus ea ratione indagare, satis erit, tanta difficultate inuenisse sinus illos arcuum superiorum numero 120. sese ordine superantium Minutis 45. Ex illis enim facile per regulam proportionum reperiemus sinus arcuum se ordine superantium Minutis 15. Deinde ex his sinus arcuum, qui ordine se superant Minutis 5. Ac denique ex istis sinus arcuum per singula Minuta extensorum; neque vnquam in hac supputatione error sensibilis continget. Cum enim sinum totum posuerimus centies maiorem, quàm 100000. fit vt abiectis primis duabus figuris ad dexteram, vt supra dictum est, exquisitissimi relinquantur sinus respectu sinus totius 100000. quod totus error, qui in hac supputatione contingere potest, consistat in prima figura ad dexterã, vel ad summum in duabus primis. Quare abiectis duabus primis figuris, remanebunt omnino iidem sinus, qui inuenti essent priori illo modo Geometrico respectu eiusdem sinus totius 100000. si in supputatione poneretur sinus totus centies etiam maior, nempe partium 10000000. & ex inuentis sinubus duæ figuræ reijcerentur: Id quod experientia docebit. Ita autem rem exequemur. Statuãtur ordine illi arcus cum sinubus, & ad dexteram cuiusque sinus ascribatur differentia, qua à præcedenti sinu differt; vt hic factum esse vides in quibusque arcubus. Deinde dic. Si Minuta 45. requirunt differentiam 130896. addendam ad sinum Minuti. 0. vt fiat sinus Minutorum 45. Minuta 15. quantam postulant differentiam addendam eidem sinui Minut. 0. vt fiat sinus Minutorum 15? Inuenies enim requiri differentiã 43632. quæ addita sinui Minuti. 0. constituet sinũ Minutorum 15. partium 43632. Rursus dic. Positis ijsdem, quantam differẽtiam exigunt Mmuta 30. addendam eidem sinui Minutt 0. vt fiat sinus Minutorum 30? Reperies enim differentiam 87264. quæ addita sinui Minu tio. faciet 87264. sinum Min. 30. Item dic. Si Minuta 45. quibus arcus Min. 45. ab arcu sequenti grad. 1. Min. 30. differt, requirunt differentiam 130873. addendam sinui Min. 45. vt fiat sinus grad. 1. Min. 30. quantam differentiam postulant Minuta 15. addẽdam eidem sinui Min. 45. vt fiat sinus Min. 60. hoc est, sinus

Arcus G	M	Sinus	Differentiæ
0	0	000000	
0	45	130896	130896
1	30	261769	130873
2	15	392598	130829
3	0	523360	130762
3	45	654031	130671

Digitized by Google

sinus grad. 1. Inuenies enim differentiã 43624. quæ addita ad 130896. sinũ Min. 45. faciat 174520. sinũ grad. 1. qui licet minor aliquanto sit illo, quem alio modo inuenimus, abiectis tamẽ duabus primis figuris 20. relinquetur sinus 1745. exquisitissimus grad. 1. respectu sinus totius 100000. Dic præterea. Iisdẽ positis, quantam differentiam poscunt Minuta 30. addendam eidẽ sinui Min. 45. vt fiat sinus Min. 75. hoc est, sinus grad. 1. Min. 15? Inuenies enim differentiam 87249. quæ addita ad 130896. sinum Min. 45. faciet 218145. sinum grad. 1. Min. 15. qui licet sit aliquanto minor illo, quem prior ille modus exhibet, tamen abiectis duabus primis figuris 45. remanebit sinus 2181. exquisitissimus grad. 1. Min. 15. respectu sinus totius 100000. Item dic. Si Minuta 45. quibus arcus grad. 1. Min. 30. differt ab arcu sequenti grad. 2. Min. 15. requirunt differẽtiam 130829. addendã sinui grad. 1. Min. 30 vt fiat sinus grad. 2. Min. 15. quantã differentiam poscunt Minuta 15. addendam eidẽ sinui grad. 1. Min. 30. vt fiat sinus grad. 1. Min. 45? quantam præterea differentiã flagitant Minuta 30. addendam eidem sinui grad. 1. Min. 30. vt fiat sinus grad. 2? Reperies enim priorem differentiã esse 43610. quæ addita ad 261769. sinum grad. 1. Min. 30. efficiet 305379. sinum grad. 1. Min. 45. Posteriorem vero differentiam inuenies esse 87219. quæ addita ad 261769. sinum eundem grad. 1. Min. 30. componet 348988. sinũ grad. 2. quidũo sinus quamuis minores sint, quàm illi, quos prior ille modus exhibet, reiectis tamen duabus figuris primis ex vtroque, reliqui erunt sinus 3053. 3489. exquisitissimi respectu sinus totius 100000. Hac eadem arte progrediendum erit in cæteris, donec inuenti sint sinus omnium arcuum per 1. Minuta extensorum vsque ad arcum grad. 45. Vltra hunc enim progredi hac via nõ expedit, cum magis exquisite sinus complementorum arcuũ illorum, per propos. 3. inuestigari possint, respectu sinus totius 10000000. quàm per regulam proportionum, propterea quòd, vt supra ostendimus in coroll. propos. 1. differentiæ sinuum versus finem quadrantis minores sunt, quàm prope initium quadrantis; ac proinde sæpius differentiæ sinuum mutantur prope finem quadrantis, quàm iuxta principium. Ex quo fit rectius prope quadrantis initium reperiri sinus per regulam proportionum, quàm prope finem: quandoquidem ibi vna eademque differentia pluribus sinubus deseruit, quàm hic, vt dictũ est. Id quod experientia apertissimè quoque demonstrat.

Sinus cum magis exquisite per regulã proportionum inueniãtur prope quadrantis initiũ quàm prope finẽ.

QVOD si omnes sinus arcuum per 15. Minuta progredientium, initio facto ab arcu Min. 0. in ordinem rediganter, vna cũ eorum differentijs; reperiemus eodem artificio sinus omnium arcuum per 1. minuta extensorum: Ex quibus demum eadem ratione sinus omnium arcuum per singula minuta progredientium explorabimus: ac proinde tabulam sinuum conficiemus vsque ad arcum grad. 45. Per sinus autem horũ arcuũ elicíemus, per propos. 3. sinus complementorum arcuum eorundem. Quare tota sinuum tabula confecta erit: ac proinde sinus rectos omnium arcuum Quadrantis sese ordine superantium vno Minuto, in partibus Sinus totius in quotcunque particulas distributi, supputauimus. Quod faciendum erat.

Supputatio sinuum arcuum per 1. Minuta, & per singula Minuta extensorũ.

SCHOLIVM.

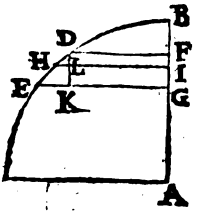
CAETERVM vt rationem supputationis sinuum per proportionum regulam videas, sint in Quadrante A B C, arcuum B D, B E, sinus D F, E G, noti, ex quibus propositum sit elicere sinum H I, arcus B H, inter duos illos arcus positi. Ducta recta D K, perpendiculari ad E G, erunt rectæ L I, K G, sinui D F, æquales; atque adeo

Demonstratio supputationis sinuũ per regulã proportionum.

D E.

HL, EK, *differentiæ inter sinus* HI, EG, *& sinum* DF. *Quoniam vero arcus* DE, *si exiguus fuerit, qualem nos ponimus, nempe Minutorum* 45. *vel* 15. *vel* 5. (*Ex his enim solis intermediorum arcuum sinus inquirimus*) *à recta linea, quoad sensum, non differt, ac proinde multo minus arcus* DH; *erunt triangula* DEK, DHL, *quodammodo rectilinea, & æquiangula inter se. Quamobrem erit, vt* DE, *differentia inter arcum* BD, *& arcum* BE, *ad* EK, *differentiam inter sinum* DF, *& sinum* EG, *ita* DH, *differentia inter arcum* BD, *& arcum* BH, *ad* HL, *differentiam inter sinum* DF, *& sinum* HI. *Cum ergo priores tres magnitudines sint cognitæ, (nempe arcus* DE, *quo arcus* BE, *arcũ* BD, *superat; & recta* EK, *qua sinus* EG, *sinum* DF, *excedit; nec non arcus* DH, *quo arcus* BH, *cuius sinus quæritur, superat arcum* BD.) *cognita etiam erit quarta magnitudo, id est, recta* HL, *quæ addenda est sinui* DE, *vt fiat sinus* HI. *Constat igitur, sinus per regulam proportionum inuentos sensibiliter non differre à veris sinubus, præsertim quando arcus* DE, *quo arcus cognitorum sinuum inter se differunt, valde exiguus est, ita vt à recta linea vix differat.*

4. sexu.



Compẽdiũ miri ficum pro inuentione pluri morum sinuum.

MAGNVM *quoque compendium in hac negotio nobis afferet propositio octaua. Ex ea enim plurimos sinus ex alijs inuentis per solam additionem, subtractionemue nanciscemur. Nam si sinum cuiuslibet arcus, qui maior non sit, quàm grad.* 30. *addamus sinui arcus, qui ab arcu grad.* 60. *superatur sumpto illo arcu, componemus sinum arcus qui eodem illo arcu assumpto arcũ grad.* 30. *superat: propterea quod differentia inter sinus duorum horum arcuum maiorum æqualis est sinui arcus illius assumpti, qui maior nõ ponitur, quàm grad.* 30. *vt ibi demonstrauimus. Vt si* 3461171. *sinũ arcus grad.* 20. *Min.* 15. *adijciamus ad* 6394390. *sinum arcus grad.* 39. *Min.* 45. *qui ab arcu grad.* 60. *superatur dicto arcu grad.* 20. *Min.* 15. *conficiemus* 9855561. *sinum arcus grad.* 80. *Min.* 15. *qui arcum gra.* 60. *eodem arcu grad.* 20. *Min.* 15. *superat. Sic si* 5000000. *sinum arcus grad.* 30. *addamus sinui* 5000000. *arcus grad.* 30. *quem arcus grad.* 60. *superat dicto illo arcu grad.* 30. *componemus* 10000000. *sinum arcus grad.* 90. *qui arcum grad.* 60. *eodem illo arcu assumpto grad.* 30. *superat.*

ITEM *si sinum cuiuslibet arcus, qui arcu grad.* 30. *maior non sit, subducamus ex sinu arcus, qui arcum grad* 60. *sumpto illo arcu superat, relinquetur sinus arcus, qui eodem illo arcu assumpto ab arcu grad.* 60. *superatur. Vt si* 3502075. *sinum arcus grad.* 20. *Min.* 30 *detrahamus ex* 9862856. *sinu arcus grad.* 80. *Min.* 30. *qui arcum grad.* 60. *dicto arcu grad.* 20. *Min.* 30. *superat, reliquus erit* 6360781. *sinus arcus gra.* 39. *Min.* 30. *quem arcus grad.* 60. *eodem illo arcu grad.* 20. *Min.* 30 *superat.*

RVRSVS, *si ex sinu cuiuslibet arcus, qui maior sit arcu grad.* 60. *detrahatur sinus arcus, qui tanto minor sit arcu grad.* 60. *quanto ille maior est, relinquetur sinus arcus, quo vterque illorũ ab arcu grad.* 60. *differt. Vt si ex* 9781476. *sinu arcus gra.* 78. *auferatur* 6691306. *sinus arcus gra.* 42. *reliquus erit* 3090170. *sinus arcus grad.* 18. *quo vterque illorũ ab arcu grad.* 60. *differt. Quæ omnia ex dicta propos.* 8. *colliguntur.*

ITAQVE *satis est, vt inueniantur per regulam proportionum sinus omnium arcuum à principio quadrantis vsque ad arcum grad.* 30. *Si enim ex his elicientur sinus complementorum, & ex his inuentis detrahãtur priores illi sinus, reliqui erunt sinus omnium arcuum inter arcum grad.* 30 *& arcum grad.* 90. *Item si cogniti essent sinus arcũ omniũ ab arcu grad.* 30. *vsq; ad finem quadrantis, & sinus omniũ arcuum, quo*

Digitized by Google

minores sint arcu grad. 60. detraherentur ex sinubus omnium arcuum maiorũ, quàm grad. 60. remanerent sinus omnium arcuum à principio quadrantis vsque ad arcum grad. 30. Denique si sinus omnium arcuum à principio quadrantis vsque ad arcum grad. 60. inuenti essent, & sinus omnium arcuum minorum, quàm grad. 30. sinubus omnium arcuum maiorum, quàm grad. 30. adiicerentur, componerentur sinus omnium arcuum maiorum, quàm grad. 60.

SED iam subiiciamus tabulam sinuum omnium arcuum quadrantis per singula Minuta extensorum à Ioanne Regiom. supputatam, quam tamen plerisque in locis ab erroribus, qui incuria typographorum irrepserant, purgauimus. Cõtinet autem in hac tabula sinus totus particulas 10000000. ratione cuius omnes alij sinus inuenti sunt. Quòd si à singulis reiiciantur primæ duæ figuræ ad dexteram, (addita tamen vnitate, si duæ figuræ abiectæ numerum maiorem constituant, quàm 50.) relinquetur sinus respectu sinus totius 100000. Si tamen quis eandem tabulam per præcepta tradita proprio Marte construere velit, posito sinu toto partium 10000000. constituendus ei erit sinus totus in supputatione partium 1000000000. Nam si ex singulis sinubus inuentis abiiciantur duæ primæ figuræ ad dexteram, vt diximus, reliqui erunt sinus respectu sinus totius 10000000. idem omnino, qui in tabula Ioannis Regiom. descripti sunt. Hoc idcirco dico, ne mireris, non omnes sinus per regulam proportionũ inuentos ex sinubus arcuum Minutis 45. se ordine superantium, posito sinu toto 10000000. ad vnguem respondere sinubus huius tabulæ. Vt enim sinus exquisite reperiatur respectu alicuius sinus totius, constituendus est in supputatione sinus totus centies maior, vt supra dictum est.

Quid agendum, vt sequens tabula sinuum exquisitecõstruat. posito sinu toto partium 10000000.

QVOD autẽ, abiectis duabus primis figuris ad dexterã ex singulis sinubus, remaneant sinus exquisiti respectu sinus totius 100000. quàmuis priores illi nõ sint exquisite inuenti, manifestũ est. Quoniã enim sinus totus, siue semidiameter ad sinum rectũ quemcunq; determinatã quandã proportionẽ habet; fit, vt omnes partes illius, quotcunq; illæ sint, ad partes huius inuẽtas respectu illarũ partiũ sinus totius eandẽ habeãt proportionem, quam omnes partes eiusdẽ sinus totius pauciores, quàm illæ priores, habent ad partes eiusdem sinus respectu illarum partium sinus totius pauciorum: aliquin sinus totus non haberet semper ad eundem sinum eandem proportionem, sed aliquando esset maioris quantitatis respectu illius, & aliquando minoris: quod est absurdum. Quocirca si sinus cuiuslibet arcus, vt v.g illius, qui continet grad. 28. inuentus sit respectu sinus totius in quotuis particulas distributi, facile per regulam proportionum inueniemus eundem sinũ respectu eiusdem sinus totius in pauciores partes diuisi, si ita dicamus. Si sinus totus partium 10000000. dat sinum arcus grad. 28. partium 4694716. Idem sinus totus partium 100000. quot partium dabit sinum eiusdẽ arcus grad. 28? Inueniemus enim sinum partium $46947\frac{1600000}{10000000}$. Omissa autem hac fractione, (quòd minor sit, quàm vnitas.) continebit idem sinus partes duntaxat 46947. quemadmodum in tabulis sinuum ponitur, in quibus sinus totus continet partes 100000. Vbi vides, sinum hunc relinqui, si ex illo duæ primæ figuræ ad dexteram abiiciantur. Ratio huius abiectionis est, quia vt sinus ille grad. 28. multiplicatus per sinum totum 100000 (quæ multiplicatio fit per appositionem quinque cifrarũ, hoc modo; 4694716 00000. vt in cap. 4. Arithmeticæ diximus.) dimidatur per sinum totum 10000000. vt regula proportionum præcipit; satis est, si ex numero producto reiiciantur septem figuræ, quot nimirum cifræ sunt in diuisore 10000000. vt in cap. 5. Arithmeticæ docuimus. Quare reiiciendæ sunt quinq; illæ cifræ appositæ, & præterea duæ figuræ primæ, nempe hic numerus 1600000. qui cum diuisore hanc mi-

Ratio, cur abiectis duabus primis figuris ex sinu quocũque respectu sinus totius 10000000. relinquatur idẽ sinus respectu sinus totius 100000. licet prior ille non sit exquisite inuentus.

R nutiam

mutiam $\frac{1}{10000000}$. constituit, quæ vnitate minor est; propterea quòd numerator cõtinet septem figuras, denominator autem octo. Eademq; ratio est in omnibus alijs sinubus. Hinc fit, sinum relictum post abiectionem duarum primarum figurarum satis exquisitum esse respectu sinus totius 100000. etiamsi ille, a quo duæ figuræ abijciuntur, respectu sinus totius 10000000. non esset exquisite inuentus. Cum enim totus error, qui in supputatione contingere potest, (quando nimirum constituendus est sinus inter duos numeros, quorum vnus vero sinu maior est, & alter minor; Vel quando per regulam proportionum sinus inquiritur: hic enim maius periculum errandi esse potest. Nam quando sinus inuenitur per extractionem radicis quadratæ, error vnitatem non excedit.) consistat vel in prima sola figura ad dexteram, vel in duabus primis, ita vt ad summum error sit in 99. vnitatibus, quibus sinus inuentus verum sinum excedat, vel ab eo deficiat; (quis enim pluribus vnitatibus à scopo aberret, nisi plane rerum Geometricarum, atque Arithmeticarum sit ignarus?) Duæ vero primæ figuræ cum quinque cifris appositis constituant numeratorem fractionis, quam diuisio exhibet, minorem denominatore, ita vt fractio minor sit, quàm vnitas; liquet, satis exquisitum sinum relinqui.

Si ad sinũ quemcũq; respectu sinus totius 100000. adijciãtur duæ cifræ ad dexteram, fit idẽ sinus respectu sinus totius 10000000.

EADEM ratione, si cuilibet sinui respectu sinus totius partium 100000. inuento apponãtur duæ cifræ ad dexteram, habebitur idem sinus respectu sinus totius partium 10000000. Nam si dicamus verbi gratia; Sinus totus partium 100000. dat sinum arcus grad. 28. partium 46947: Sinus ergo totus partiũ 10000000. quot partium dabit eundẽ sinũ arcus grad. 28? reperiemus sinũ partium 4694700. Vbi vides, sinum hunc procreari, si illi duæ cifræ ad dexteram adijciantur. Ratio huius adiectionis est; quia vt sinus ille grad. 28. multiplicatus per sinum totum 10000000. (quæ multiplicatio fit per appositionem septem cifrarum, vt in cap. 4. Arithmeticæ tradidimus) diuidatur per sinum totum 100000. vt regula proportionum præcipit, satis est, si ex numero producto 469470000000. auferantur quinque cifræ, vt ex cap. 5. nostræ Arithmeticæ constat. Quocirca relinquetur prior sinus cum duabus cifris ad dexteram appositis. Quòd autẽ ex sinu 46947. non sit inuentus sinus 4694716. ille idẽ, ex quo prius illum elicuimus, sed falsum hic 4694700. causa est, quòd sinus 46947. non est omnino exquisitus respectu sinus totius 100000. Deberet namq; esse 46947. & insuper $\frac{16}{10000000}$. vt ex dictis patet, ex quo præcisè inuenietur sinus ille 4694716. Sed licet hæ 16. vnitates negligantur, accipiaturq; sinus 4694700. qualem inuenimus, non tamen fit error notabilis, cum 16. vnitates respectu sinus totius sint $\frac{16}{10000000}$. quæ minutia multo minor est, quàm $\frac{1}{2160000}$. hoc est, quàm vnũ secundũ respectu sinus totius 60. vt merito negligi possit. Ad summũ poterit aliquãdo cõtingere error, quàmuis valde raro, in $\frac{99}{10000000}$. quæ minutia licet sit aliquanto maior, quàm $\frac{1}{216000}$. hoc est, quàm vnum Secundum respectu sinus totius 60. est tamen multo minor, quàm $\frac{1}{3600}$. hoc est, quàm vnum Minutum respectu sinus totius 60. Id vero, quod de sinubus totis partiũ 10000000 & 100000. diximus, intelligendum quoq; est de alijs sinubus totis quotacunq; partium sive plurium, sive pauciorum. Semper enim ex sinubus respectu sinus totius maioris inuentis abijciendæ sunt tot figuræ, vt relinquantur sinus respectu sinus totius minoris, quot cifris sinus totus maior sinum totum minorem superat: Item sinubus respectu sinus totius minoris inuentis adijciẽdæ sunt tot cifræ, vt fiãt sinus respectu sinus totius maioris, quot cifris minor sinus totus à sinu toto maiore superatur. Quod eodem modo demonstrabitur. Vt si supputentur sinus respectu sinus totius 100000000. & ex singulis abijciantur tres primæ figuræ ad dexteram, reliqui erũt sinus

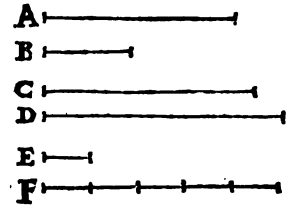
Quo pacto ex sinubus maioribus fiant minores, & contra, quotcũque particularum sinus totus superatur.

Digitized by Google

sinus respectu sinus totius 100000. & quidem multò exquisitiorē, quàm si sinus supputentur respectu sinus totius 10000000. & ex singulis duæ figuræ abÿciantur. Quod si sinubus respectu sinus totius 100000. inuentis adÿciantur tres cifræ, fient sinus respectu sinus totius 100000000. atque ita de cæteris.

Cognitis duabus lineis rectis respectu alicuius mensuræ, deinde vero vna earum respectu alterius mensuræ cognita, quo pacto alterare spectu huius alteri⁹ mēsuræ cognoscatur. Id qđ Astronomis est familiarissimum.

EX hic patet ratio illius operationis, qua frequenter & in mea Gnomonica, & alÿs in locis vsus sum: cum duabus lineis cognitis respectu alicuius lineæ rectæ, tanquam sinus totius, deinde vero vna earum iterum cognita respectu alterius lineæ rectæ maioris vel minoris veluti sinus totius, vel respectu alterius cuiuspiam mensuræ, alteram respectu huius alterius sinus totius, vel respectu alterius huius mensuræ inuestigo. Id quod & Ptolemæus, & alÿ Astronomi non raro etiam faciunt. Exempli gratia: cum duabus lineis rectis A, B, cognitis respectu lineæ rectæ C, tanquā sinus totius cōtinentis particulas 100000. linea quidem A, partium 91354. linea vero B, partium 40673. Deinde vero recta A, respectu alterius lineæ maioris D, veluti sinus totius cōplectentis quoque particulas 100000. deprehensa iterum sit partium 80901. vel palmorum. 4 respectu mensuræ E. quæ palmo sit æqualis, vel respectu mensuræ F, quæ plures palmos, nempe quinque, cōtineat, inquiro, quot partes, aut palmos lineæ B, contineat respectu posterioris sinus totius, aut respectu dictæ illius mensuræ E, vel F. Quod quidem expedio per regulam proportionum hoc modo. Si linea A, partiū 91354. dat lineam B, partium 40673. Eadem linea A, partium 80901. vel palmorum 4. quot partium, aut palmorū dabit eandem lineā B? Inuenietur namque linea B, partium 36019. & paulo amplius, vel palmorū $1\frac{3}{4}\ \frac{5}{5}\ \frac{6}{6}\ \frac{6}{7}\ \frac{9}{7}$. Cuius operationis ratio à superiori non differt, cum recta A, ad rectam B, habeat semper vnam & eandem, determinatamq; proportionem.



SEQVITVR TABVLA SINVVM RECTORVM per singula Quadrantis Minuta extensa, & à Ioan. Regiomontano quondam supputata, nunc autem per me examinata, & plerisque in locis castigata, atque correcta.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro sinubus

	0	1	2	3	4	
0	0000	174524	348995	523360	697565	60
1	2909	177433	351902	526265	700467	59
2	5818	180341	354809	529170	703369	58
3	8727	183250	357716	532075	706270	57
4	11636	186158	360623	534980	709172	56
5	14544	189066	363530	537884	712073	55
6	17453	191975	366437	540789	714975	54
7	20362	194883	369344	543694	717876	53
8	23271	197792	372251	546598	720777	52
9	26180	200700	375158	549503	723678	51
10	29088	203608	378064	552407	726579	50
11	31997	206517	380971	555312	729480	49
12	34906	209425	383878	558216	732381	48
13	37815	212333	386785	561120	735282	47
14	40724	215241	389692	564014	738183	46
15	43632	218149	392598	566928	741083	45
16	46541	221057	395505	569832	743985	44
17	49450	223965	398412	572736	746886	43
18	52359	226873	401318	575640	749787	42
19	55268	229781	404225	578544	752688	41
20	58177	232689	407131	581448	755588	40
21	61086	235597	410038	584352	758489	39
22	63995	238505	412944	587256	761389	38
23	66904	241413	415851	590160	764290	37
24	69813	244321	418757	593064	767190	36
25	72721	247229	421663	595967	770090	35
26	75630	250137	424570	598871	772991	34
27	78539	253045	427476	601775	775891	33
28	81448	255953	430382	604678	778791	32
29	84357	258861	433288	607582	781691	31
30	87265	261769	436194	610485	784591	30
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis cōplementorū arcuū eiusdem Quadrātis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

	0	1	2	3	4	
30	87265	261769	436194	610485	784591	30
31	90174	264677	439100	613389	787491	29
32	93083	267585	442006	616292	790391	28
33	95992	270493	444912	619196	793291	27
34	98901	273401	447818	622099	796191	26
35	101809	276308	450724	625002	799090	25
36	104718	279216	453630	627905	801990	24
37	107627	282124	456536	630808	804889	23
38	110536	285032	459442	633711	807789	22
39	113445	287940	462348	636614	810688	21
40	116353	290847	465253	639517	813587	20
41	119262	293755	468159	642420	816486	19
42	122171	296663	471065	645323	819385	18
43	125079	299570	473970	648226	822284	17
44	127988	302478	476876	651129	825183	16
45	130896	305385	479781	654031	828082	15
46	133805	308293	482687	656934	830981	14
47	136714	311200	485592	659837	833880	13
48	139622	314108	488498	662739	836778	12
49	142531	317015	491403	665642	839677	11
50	145439	319922	494308	668544	842576	10
51	148348	322830	497214	671447	845474	9
52	151257	325737	500119	674349	848372	8
53	154165	328645	503024	677251	851271	7
54	157074	331552	505929	680153	854169	6
55	159982	334459	508834	683055	857067	5
56	162891	337367	511740	685957	859965	4
57	165799	340274	514645	688859	862863	3
58	168708	343181	517550	691761	865761	2
59	171616	346088	520455	694663	868659	1
60	174524	348995	523360	667565	871557	0
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Gradũ Quadrantis pro sinubus rectis complementorũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro sinubus

	5	6	7	8	9	
0	871557	1045285	1218693	1391731	1564345	60
1	874455	1048178	1221580	1394612	1567218	59
2	877353	1051071	1224467	1397492	1570091	58
3	880250	1053964	1227354	1400373	1572964	57
4	883148	1056857	1230241	1403253	1575837	56
5	886045	1059749	1233128	1406133	1578709	55
6	888943	1062642	1236015	1409013	1581581	54
7	891840	1065534	1238901	1411893	1584453	53
8	894737	1068426	1241788	1414772	1587325	52
9	897634	1071318	1244674	1417652	1590197	51
10	900531	1074210	1247560	1420531	1593069	50
11	903428	1077102	1250446	1423410	1595941	49
12	906325	1079994	1253332	1426289	1598812	48
13	909222	1082886	1256218	1429168	1601684	47
14	912119	1085778	1259104	1432047	1604555	46
15	915016	1088669	1261990	1434926	1607426	45
16	917913	1091561	1264876	1437805	1610297	44
17	920809	1094452	1267761	1440684	1613168	43
18	923706	1097344	1270647	1443562	1616038	42
19	926602	1100235	1273532	1446441	1618909	41
20	929498	1103126	1276417	1449319	1621779	40
21	932395	1106017	1279302	1452197	1624649	39
22	935291	1108908	1282187	1455075	1627519	38
23	938187	1111799	1285072	1457953	1630389	37
24	941083	1114690	1287957	1460831	1633259	36
25	943979	1117580	1290841	1463708	1636129	35
26	946875	1120471	1293726	1466586	1638999	34
27	949771	1123361	1296610	1469463	1641868	33
28	952667	1126252	1299495	1472340	1644738	32
29	955563	1129142	1302378	1475217	1647607	31
30	958458	1132032	1305262	1478094	1650476	30
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	5	6	7	8	9	
30	958458	1132032	1305262	1478094	1650476	30
31	961354	1134922	1308146	1480971	1653345	29
32	964249	1137812	1311030	1483848	1656214	28
33	967144	1140702	1313914	1486724	1659082	27
34	970039	1143592	1316798	1489601	1661951	26
35	972934	1146482	1319681	1492477	1664819	25
36	975829	1149372	1322564	1495353	1667687	24
37	978724	1152261	1325447	1498229	1670555	23
38	981619	1155151	1328330	1501105	1673423	22
39	984514	1158040	1331213	1503981	1676291	21
40	987408	1160929	1334096	1506857	1679159	20
41	990303	1163818	1336979	1509733	1682027	19
42	993198	1166707	1339862	1512608	1684894	18
43	996092	1169596	1342744	1515484	1687761	17
44	998987	1172485	1345627	1518359	1690628	16
45	1001881	1175374	1348509	1521234	1693495	15
46	1004775	1178263	1351392	1524109	1696362	14
47	1007669	1181151	1354274	1526984	1699229	13
48	1010563	1184040	1357156	1529859	1702095	12
49	1013457	1186928	1360038	1532734	1704962	11
50	1016351	1189816	1362920	1535608	1707828	10
51	1019245	1192704	1365802	1538482	1710694	9
52	1022139	1195592	1368683	1541356	1713560	8
53	1025032	1198480	1371564	1544230	1716426	7
54	1027926	1201368	1374446	1547104	1719292	6
55	1030819	1204255	1377327	1549978	1722157	5
56	1033713	1207143	1380208	1552852	1725022	4
57	1036606	1210031	1383089	1555725	1727887	3
58	1039499	1212918	1385970	1558599	1730752	2
59	1042392	1215806	1388851	1561472	1733617	1
60	1045285	1218693	1391731	1564345	1736482	0
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduū Quadratis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro sinubus

	10	11	12	13	14	
0	1736482	1908090	2079117	2249511	2419219	60
1	1739347	1910945	2081962	2252345	2422041	59
2	1742211	1913800	2084807	2255179	2424863	58
3	1745075	1916655	2087652	2258013	2427685	57
4	1747939	1919510	2090497	2260847	2430507	56
5	1750803	1922365	2093342	2263680	2433329	55
6	1753667	1925220	2096186	2266513	2436150	54
7	1756531	1928074	2099030	2269346	2438971	53
8	1759394	1930928	2101874	2272179	2441792	52
9	1762258	1933782	2104718	2275012	2444613	51
10	1765121	1936636	2107562	2277844	2447434	50
11	1767984	1939490	2110405	2280676	2450254	49
12	1770847	1942344	2113248	2283508	2453074	48
13	1773710	1945197	2116091	2286340	2455894	47
14	1776573	1948050	2118934	2289172	2458714	46
15	1779435	1950903	2121777	2292004	2461533	45
16	1782298	1953756	2124620	2294835	2464352	44
17	1785160	1956609	2127462	2297666	2467171	43
18	1788022	1959462	2130304	2300497	2469990	42
19	1790884	1962314	2133146	2303328	2472809	41
20	1793746	1965166	2135988	2306159	2475628	40
21	1796608	1968018	2138830	2308989	2478446	39
22	1799469	1970870	2141671	2311819	2481264	38
23	1802331	1973722	2144512	2314649	2484082	37
24	1805192	1976574	2147353	2317479	2486900	36
25	1808053	1979425	2150194	2320309	2489717	35
26	1810914	1982276	2153035	2323138	2492534	34
27	1813774	1985127	2155876	2325967	2495351	33
28	1816634	1987978	2158716	2328796	2498168	32
29	1819495	1990829	2161556	2331625	2500984	31
30	1822355	1993679	2164396	2334454	2503800	30
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis cōplēmētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis.

Digitized by Google

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	10	11	12	13	14	
30	1822355	1993679	2164396	2334454	2503800	30
31	1825215	1996530	2167236	2337282	2506616	29
32	1828075	1999380	2170076	2340110	2509432	28
33	1830935	2002230	2172916	2342938	2512248	27
34	1833795	2005080	2175755	2345766	2515064	26
35	1836654	2007930	2178594	2348594	2517879	25
36	1839513	2010780	2181433	2351421	2520694	24
37	1842372	2013629	2184272	2354248	2523509	23
38	1845231	2016478	2187111	2357075	2526324	22
39	1848090	2019327	2189949	2359902	2529138	21
40	1850949	2022176	2192787	2362729	2531952	20
41	1853808	2025025	2195625	2365555	2534766	19
42	1856666	2027874	2198463	2368381	2537580	18
43	1859524	2030722	2201300	2371207	2540393	17
44	1862382	2033570	2204137	2374033	2543206	16
45	1865240	2036418	2206974	2376859	2546019	15
46	1868098	2039266	2209811	2379684	2548832	14
47	1870956	2042114	2212648	2382509	2551645	13
48	1873813	2044962	2215485	2385334	2554458	12
49	1876670	2047809	2218322	2388159	2557270	11
50	1879527	2050656	2221158	2390983	2560082	10
51	1882384	2053503	2223994	2393808	2562894	9
52	1885241	2056350	2226830	2396632	2565706	8
53	1888098	2059197	2229666	2399456	2568517	7
54	1890954	2062043	2232502	2402280	2571328	6
55	1893810	2064889	2235337	2405104	2574139	5
56	1896666	2067735	2238172	2407927	2576950	4
57	1899522	2070581	2241007	2410750	2579760	3
58	1902378	2073427	2243842	2413573	2582570	2
59	1905234	2076272	2246677	2416396	2585380	1
60	1908090	2079117	2249511	2419219	2588190	0
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduū Quadratis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſinubus

	15	16	17	18	19	
0	2588190	2756373	2923717	3090170	3255682	60
1	2591000	2759169	2926499	3092936	3258532	59
2	2593809	2761965	2929280	3095702	3261182	58
3	2596618	2764761	2932061	3098468	3263931	57
4	2599427	2767556	2934842	3101234	3266681	56
5	2602236	2770351	2937623	3103999	3269430	55
6	2605045	2773146	2940403	3106764	3272179	54
7	2607853	2775941	2943183	3109529	3274927	53
8	2610661	2778735	2945963	3112294	3277675	52
9	2613469	2781529	2948743	3115058	3280423	51
10	2616277	2784323	2951523	3117822	3283171	50
11	2619084	2787117	2954302	3120586	3285918	49
12	2621891	2789911	2957081	3123349	3288665	48
13	2624698	2792704	2959860	3126112	3291412	47
14	2627505	2795497	2962638	3128875	3294159	46
15	2630312	2798290	2965416	3131638	3296906	45
16	2633118	2801082	2968194	3134400	3299652	44
17	2635924	2803874	2970972	3137162	3302398	43
18	2638730	2806666	2973750	3139924	3305144	42
19	2641536	2809458	2976527	3142686	3307889	41
20	2644342	2812250	2979304	3145448	3310634	40
21	2647147	2815041	2982081	3148209	3313379	39
22	2649952	2817832	2984857	3150970	3316123	38
23	2652757	2820623	2987633	3153731	3318867	37
24	2655562	2823414	2990409	3156491	3321611	36
25	2658366	2826204	2993185	3159251	3324355	35
26	2661170	2828994	2995960	3162011	3327098	34
27	2663974	2831784	2998735	3164770	3329841	33
28	2666777	2834574	3001510	3167529	3332585	32
29	2669580	2837364	3004284	3170288	3335327	31
30	2672383	2840153	3007058	3173047	3338069	30
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis cōpleméntū arcuū eiuſdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

	15	16	17	18	19	
30	2672383	2840153	3007058	3173047	3338069	30
31	2675186	2842942	3009832	3175805	3340811	29
32	2677989	2845731	3012606	3178563	3343553	28
33	2680792	2848520	3015380	3181321	3346294	27
34	2683595	2851308	3018153	3184079	3349035	26
35	2686397	2854096	3020926	3186837	3351776	25
36	2689199	2856884	3023699	3189594	3354516	24
37	2692001	2859672	3026472	3192351	3357256	23
38	2694802	2862459	3029244	3195108	3359996	22
39	2697603	2865246	3032016	3197864	3362736	21
40	2700404	2868033	3034788	3200620	3365475	20
41	2703205	2870819	3037559	3203375	3368214	19
42	2706005	2873605	3040330	3206130	3370953	18
43	2708805	2876391	3043101	3208885	3373691	17
44	2711605	2879177	3045872	3211640	3376429	16
45	2714405	2881963	3048643	3214395	3379167	15
46	2717204	2884748	3051413	3217150	3381905	14
47	2720003	2887533	3054183	3219904	3384642	13
48	2722802	2890318	3056953	3222658	3387379	12
49	2725601	2893103	3059723	3225412	3390116	11
50	2728400	2895888	3062492	3228165	3392852	10
51	2731198	2898672	3065261	3230918	3395588	9
52	2733996	2901456	3068030	3233671	3398324	8
53	2736794	2904240	3070798	3236423	3401060	7
54	2739592	2907023	3073566	3239175	3403795	6
55	2742389	2909806	3076334	3241927	3406530	5
56	2745186	2912589	3079102	3244679	3409265	4
57	2747983	2915371	3081869	3247430	3411999	3
58	2750780	2918153	3084636	3250181	3414733	2
59	2753577	2920935	3087403	3252932	3417467	1
60	2756373	2923717	3090170	3255682	3420201	0
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Gradui Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum eiuſdé Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Gradum Quadrantis pro ſinubus rectis æquum eiuſdem, Quadrantis.	20	21	22	23	24	
0	3420201	3583679	3746066	3907311	4067366	60
1	3423934	3586395	3748763	3909989	4070023	59
2	3425667	3589110	3751460	3912666	4072680	58
3	3428400	3591825	3754156	3915343	4075337	57
4	3431133	3594540	3756852	3918020	4077993	56
5	3433865	3597254	3759548	3920696	4080649	55
6	3436597	3599968	3762243	3923372	4083305	54
7	3439329	3602682	3764938	3926048	4085960	53
8	3442060	3605395	3767633	3928723	4088615	52
9	3444791	3608108	3770327	3931398	4091269	51
10	3447522	3610821	3773021	3934072	4093923	50
11	3450253	3613533	3775715	3936746	4096577	49
12	3452983	3616245	3778408	3939420	4099231	48
13	3455713	3618957	3781101	3942093	4101884	47
14	3458442	3621669	3783794	3944766	4104537	46
15	3461171	3624380	3786486	3947439	4107189	45
16	3463900	3627091	3789178	3950112	4109841	44
17	3466629	3629802	3791870	3952784	4112493	43
18	3469357	3632512	3794562	3955456	4115144	42
19	3472085	3635222	3797253	3958128	4117795	41
20	3474813	3637932	3799944	3960799	4120446	40
21	3477540	3640642	3802635	3963470	4123096	39
22	3480267	3643351	3805325	3966140	4125746	38
23	3482994	3646060	3808015	3968810	4128395	37
24	3485721	3648768	3810704	3971480	4131044	36
25	3488447	3651476	3813393	3974149	4133693	35
26	3491173	3654184	3816082	3976818	4136341	34
27	3493899	3656892	3818771	3979487	4138989	33
28	3496624	3659599	3821459	3982155	4141637	32
29	3499349	3662306	3824147	3984823	4144285	31
30	3502075	3665012	3826834	3987491	4146932	30
	69	68	67	66	65	

Minuta Gradui Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

	20	21	22	23	24	
30	3502075	3665012	3826834	3987491	4146932	30
31	3504799	3667718	3829521	3990159	4149579	29
32	3507523	3670424	3832208	3992826	4152226	28
33	3510247	3673130	3834895	3995493	4154872	27
34	3512971	3675835	3837581	3998159	4157518	26
35	3515694	3678541	3840267	4000825	4160163	25
36	3518417	3681246	3842953	4003491	4162808	24
37	3521140	3683951	3845638	4006156	4165453	23
38	3523862	3686655	3848323	4008821	4168097	22
39	3526584	3689359	3851008	4011486	4170741	21
40	3529306	3692062	3853692	4014150	4173385	20
41	3532027	3694765	3856376	4016814	4176028	19
42	3534748	3697468	3859060	4019478	4178671	18
43	3537469	3700170	3861743	4022141	4181313	17
44	3540190	2702872	3864426	4024804	4183955	16
45	3542910	3705574	3867109	4027467	4186597	15
46	3545630	3708276	3869791	4030130	4189239	14
47	3548350	3710977	3872473	4032792	4191880	13
48	3551070	3713678	3875155	4035454	4194521	12
49	3553789	3716379	3877837	4038115	4197162	11
50	3556508	3719080	3880518	4040776	4199802	10
51	3559227	3721780	3883199	4043437	4202442	9
52	3561945	3724480	3885880	4046097	4205081	8
53	3564663	3727179	3888560	4048757	4207720	7
54	3567380	3729878	3891240	4051416	4210359	6
55	3570097	3732577	3893919	4054075	4212997	5
56	3572814	3735275	3896598	4056734	4215635	4
57	3575531	3737973	3899277	4059392	4218273	3
58	3578247	3740671	3901955	4062050	4220910	2
59	3580963	3743369	3904633	4064708	4223547	1
60	3583679	3746066	3907311	4067366	4226183	0
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis complementorũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſinubus

	25	26	27	28	29	
0	4226183	4383712	4539905	4694716	4848096	60
1	4228819	4386326	4542497	4697284	4850640	59
2	4231455	4388940	4545088	4699852	4853184	58
3	4234090	4391554	4547679	4702419	4855727	57
4	4236725	4394167	4550270	4704986	4858270	56
5	4239360	4396780	4552860	4707553	4860812	55
6	4241994	4399392	4555450	4710119	4863354	54
7	4244628	4402004	4558039	4712685	4865895	53
8	4247262	4404616	4560628	4715250	4868436	52
9	4249895	4407227	4563216	4717815	4870977	51
10	4252528	4409838	4565804	4720380	4873517	50
11	4255161	4412449	4568392	4722944	4876057	49
12	4257793	4415059	4570979	4725508	4878596	48
13	4260425	4417669	4573566	4728071	4881135	47
14	4263056	4420278	4576153	4730634	4883674	46
15	4265687	4422887	4578739	4733197	4886212	45
16	4268318	4425496	4581325	4735759	4888750	44
17	4270949	4428104	4583911	4738321	4891287	43
18	4273579	4430712	4586496	4740882	4893824	42
19	4276209	4433320	4589081	4743443	4896361	41
20	4278838	4435927	4591665	4746004	4898897	40
21	4281467	4438534	4594249	4748564	4901433	39
22	4284096	4441140	4596833	4751124	4903968	38
23	4286724	4443746	4599416	4753683	4906503	37
24	4289352	4446352	4601999	4756242	4909037	36
25	4291979	4448957	4604581	4758801	4911571	35
26	4294606	4451562	4607163	4761359	4914105	34
27	4297233	4454167	4609744	4763917	4916638	33
28	4299859	4456771	4612325	4766474	4919171	32
29	4302485	4459375	4614906	4769031	4921703	31
30	4305111	4461978	4617486	4771588	4924235	30
	64	63	62	61	60	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	25	26	27	28	29	
30	4305111	4461978	4617486	4771588	4924235	30
31	4307736	4464581	4620066	4774144	4926767	29
32	4310361	4467184	4622646	4776700	4929298	28
33	4312986	4469786	4625225	4779255	4931829	27
34	4315610	4472388	4627804	4781810	4934359	26
35	4318234	4474990	4630382	4784365	4936889	25
36	4320858	4477591	4632960	4786919	4939418	24
37	4323481	4480192	4635538	4789473	4941947	23
38	4326104	4482792	4638115	4792026	4944476	22
39	4328726	4485392	4640692	4794579	4947004	21
40	4331348	4487992	4643268	4797132	4949532	20
41	4333970	4490591	4645844	4799684	4952059	19
42	4336591	4493190	4648420	4802236	4954586	18
43	4339212	4495788	4650995	4804787	4957113	17
44	4341833	4498386	4653570	4807338	5959639	16
45	4344453	4500984	4656145	4809888	4962165	15
46	4347073	4503582	4658719	4812438	4964690	14
47	4349693	4506179	4661293	4814988	4967215	13
48	4352312	4508776	4663866	4817537	4969740	12
49	4354931	4511372	4666439	4820086	4972264	11
50	4357549	4513968	4669012	4822635	4974788	10
51	4360167	4516563	4671584	4825183	4977311	9
52	4362785	4519158	4674156	4827731	4979834	8
53	4365402	4521753	4676727	4830278	4982356	7
54	4368019	4524347	4679298	4832825	4984878	6
55	4370635	4526941	4681869	4835371	4987399	5
56	4373251	4529535	4684439	4837917	4989920	4
57	4375867	4532128	4687009	4840462	4992441	3
58	4378482	4534721	4689578	4843007	4994961	2
59	4381097	4537313	4692147	4845552	4997481	1
60	4383712	4539905	4694716	4848096	5000000	0
	64	63	62	61	60	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementoru arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſinubus.

	30	31	32	33	34	
0	5000000	5150381	5299192	5446390	5591929	60
1	5002519	5152874	5301659	5448829	5594340	59
2	5005038	5155367	5304125	5451268	5596751	58
3	5007556	5157859	5306591	5453707	5599161	57
4	5010074	5160351	5309056	5456145	5601571	56
5	5012591	5162843	5311521	5458583	5603981	55
6	5015108	5165334	5313985	5461020	5606390	54
7	5017624	5167825	5316449	5463456	5608798	53
8	5020140	5170315	5318913	5465892	5611206	52
9	5022656	5172805	5321376	5468328	5613614	51
10	5025171	5175294	5323839	5470763	5616021	50
11	5027686	5177783	5326301	5473198	5618427	49
12	5030200	5180271	5328763	5475632	5620833	48
13	5032714	5182759	5331224	5478066	5623239	47
14	5035227	5185246	5333685	5480499	5625644	46
15	5037740	5187733	5336145	5482932	5628049	45
16	5040253	5190220	5338605	5485364	5630453	44
17	5042765	5192706	5341065	5487796	5632857	43
18	5045277	5195192	5343524	5490228	5635260	42
19	5047788	5197677	5345983	5492659	5637663	41
20	5050299	5200162	5348441	5495090	5640066	40
21	5052809	5202646	5350898	5497520	5642468	39
22	5055319	5205130	5353355	5499950	5644869	38
23	5057829	5207614	5355812	5502379	5647270	37
24	5060338	5210097	5358268	5504808	5649670	36
25	5062847	5212580	5360724	5507236	5652070	35
26	5065355	5215062	5363179	5509664	5654469	34
27	5067863	5217544	5365634	5512091	5656868	33
28	5070370	5220025	5368088	5514518	5659266	32
29	5072877	5222506	5370542	5516944	5661664	31
30	5075384	5224986	5372996	5519370	5664062	30
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

	30	31	32	33	34	
30	5075384	5224986	5372996	5519370	5664062	30
31	5077890	5227466	5375449	5521795	5666459	29
32	5080396	5229949	5377902	5524220	5668856	28
33	5082901	5232425	5380354	5526645	5671252	27
34	5085406	5234904	5382806	5529069	5673648	26
35	5087911	5237382	5385258	5531493	5676043	25
36	5090415	5239860	5387709	5533916	5678438	24
37	5092619	5242337	5390159	5536338	5680832	23
38	5095422	5244814	5392609	5538760	5683226	22
39	5097925	5247290	5395058	5541182	5685619	21
40	5100427	5249766	5397507	5543603	5688012	20
41	5102929	5252241	5399955	5546024	5690404	19
42	5105430	5254716	5402403	5548444	5692796	18
43	5107931	5257191	5404851	5550864	5695187	17
44	5110431	5259665	5407298	5553283	5697578	16
45	5112931	5262139	5409745	5555702	5699968	15
46	5115431	5264612	5412191	5558120	5702358	14
47	5117930	5267085	5414637	5560538	5704747	13
48	5120429	5269557	5417082	5562956	5707136	12
49	5122927	5272029	5419527	5565373	5709524	11
50	5125425	5274501	5421972	5567790	5711912	10
51	5127922	5276972	5424416	5570206	5714299	9
52	5130419	5279443	5426859	5572622	5716686	8
53	5132916	5281913	5429302	5575037	5719072	7
54	5135412	5284383	5431745	5577452	5721458	6
55	5137908	5286852	5434187	5579866	5723844	5
56	5140403	5289321	5436629	5582280	5726229	4
57	5142898	5291789	5439070	5584693	5728613	3
58	5145393	5294257	5441510	5587106	5730997	2
59	5147887	5296725	5443950	5589518	5733381	1
60	5150381	5299192	5446390	5591929	5735764	0
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrāti pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſinubus

	35	36	37	38	39	
0	5735764	5877852	6018150	6156615	6293204	60
1	5738147	5880205	6020473	6158907	6295464	59
2	5740529	5882558	6022796	6161198	6297724	58
3	5742911	5884910	6025118	6163489	6299983	57
4	5745292	5887262	6027439	6165780	6302241	56
5	5747672	5889613	6029760	6168070	6304501	55
6	5750052	5891964	6032080	6170359	6306759	54
7	5752432	5894314	6034400	6172648	6309016	53
8	5754811	5896664	6036719	6174936	6311273	52
9	5757190	5899013	6039038	6177224	6313529	51
10	5759568	5901361	6041357	6179512	6315784	50
11	5761946	5903709	6043675	6181799	6318039	49
12	5764323	5906056	6045992	6184085	6320293	48
13	5766700	5908403	6048309	6186371	6322547	47
14	5769076	5910750	6050625	6188656	6324800	46
15	5771452	5913096	6052940	6190940	6327053	45
16	5773827	5915442	6055255	6193224	6329305	44
17	5776202	5917787	6057570	6195508	6331557	43
18	5778576	5920132	6059884	6197792	6333808	42
19	5780950	5922476	6062198	6200074	6336059	41
20	5783324	5924820	6064511	6202356	6338310	40
21	5785697	5927163	6066824	6204638	6340560	39
22	5788069	5929505	6069136	6206919	6342809	38
23	5790441	5931847	6071448	6209199	6345058	37
24	5792812	5934189	6073759	6211479	6347306	36
25	5795183	5936530	6076069	6213758	6349553	35
26	5797553	5938871	6078379	6216037	6351800	34
27	5799923	5941211	6080688	6218315	6354046	33
28	5802292	5943551	6082997	6220593	6356292	32
29	5804661	5945890	6085306	6222870	6358537	31
30	5807030	5948228	6087614	6225146	6360782	30
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

	35	36	37	38	39	
30	5807030	5948228	6087614	6225146	6360782	30
31	5809398	5950566	6089922	6227422	6363026	29
32	5811766	5952904	6092229	6229698	6365270	28
33	5814133	5955241	6094536	6231973	6367513	27
34	5816499	5957578	6096842	6234248	6369756	26
35	5818865	5959914	6099147	6236522	6371999	25
36	6821230	5962250	6101452	6238796	6374241	24
37	5823595	5964585	6103756	6241069	6376482	23
38	5825959	5966919	6106060	6243342	6378722	22
39	5828323	5969253	6108364	6245614	6380961	21
40	5830687	5971586	6110667	6247885	6383201	20
41	5833050	5973919	6112970	6250156	6385440	19
42	5835412	5976251	6115272	6252426	6387678	18
43	5837774	5978583	6117573	6254696	6389916	17
44	5840136	5980915	6119873	6256966	6392153	16
45	5842497	5983246	6122173	6259235	6394390	15
46	5844858	5985577	6124473	6261503	6396626	14
47	5847218	5987907	6126772	6263771	6398862	13
48	5849578	5990237	6129071	6266038	6401097	12
49	5851937	5992566	6131369	6268305	6403332	11
50	5854295	5994894	6133667	6270572	6405566	10
51	5856653	5997222	6135964	6272838	6407799	9
52	5859010	5999549	6138261	6275103	6410032	8
53	5861367	6001876	6140557	6277368	6412264	7
54	5863724	6004202	6142853	6279632	6414496	6
55	5866080	6006528	6145148	6281895	6416728	5
56	5868436	6008853	6147442	6284158	6418959	4
57	5870791	6011178	6149736	6286420	6421189	3
58	5873145	6013502	6152030	6288682	6423419	2
59	5875499	6015826	6154323	6290943	6425648	1
60	5877852	6018150	6156615	6293204	6427876	0
	54	53	52	51	50	

Minus Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro sinubus

	40	41	42	43	44	
0	6427876	6560590	6691306	6819984	6946584	60
1	6430104	6562785	6693468	6822111	6948676	59
2	6432331	6564979	6695629	6824237	6950767	58
3	6434558	6567173	6697789	6826363	6952858	57
4	6436785	6569367	6699949	6828489	6954949	56
5	6439011	6571560	6702108	6830614	6957039	55
6	6441236	6573753	6704267	6832738	6959128	54
7	6443461	6575945	6706425	6834861	6961216	53
8	6445685	6578136	6708582	6836983	6963304	52
9	6447909	6580326	6710739	6839107	6965392	51
10	6450132	6582516	6712895	6841229	6967479	50
11	6452355	6584705	6715051	6843350	6969565	49
12	6454577	6586894	6717206	6845471	6971651	48
13	6456799	6589082	6719361	6847591	6973736	47
14	6459020	6591270	6721515	6849711	6975821	46
15	6461240	6593458	6723668	6851830	6977905	45
16	6463460	6595645	6725821	6853949	6979988	44
17	6465679	6597831	6727973	6856067	6982071	43
18	6467898	6600016	6730125	6858184	6984153	42
19	6470116	6602201	6732276	6860301	6986235	41
20	6472333	6604386	6734427	6862417	6988319	40
21	6474550	6606570	6736577	6864533	6990396	39
22	6476766	6608753	6738726	6866648	6992476	38
23	6478982	6610936	6740875	6868762	6994555	37
24	6481198	6613118	6743024	6870876	6996634	36
25	6483413	6615300	6745172	6872989	6998712	35
26	6485628	6617481	6747319	6875102	7000789	34
27	6487842	6619661	6749465	6877214	7002866	33
28	6490055	6621841	6751611	6879325	7004942	32
29	6492268	6624021	6753757	6881436	7007018	31
30	6494480	6626200	6755902	6883546	7009093	30
	49	48	47	46	45	

Minuta Gradus Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

	40	41	42	43	44	
30	6494480	6626200	6755902	6883546	7009093	30
31	6496692	6628379	6758047	6885656	7011167	29
32	6498903	6630557	6760191	6887765	7013241	28
33	6501114	6632734	6762334	6889874	7015314	27
34	6503324	6634911	6764477	6891982	7017387	26
35	6505533	6637087	6766619	6894089	7019459	25
36	6507742	6639263	6768760	6896196	7021530	24
37	6509950	6641438	6770901	6898302	7023601	23
38	6512158	6643612	6773041	6900408	7025671	22
39	6514365	6645786	6775181	6902513	7027741	21
40	6516572	6647959	6777320	6904617	7029810	20
41	6518778	6650132	6779459	6906721	7031879	19
42	6520984	6652304	6781597	6908824	7033947	18
43	6523189	6654476	6783734	6910927	7036014	17
44	6525394	6656647	6785871	6913029	7038081	16
45	6527598	6658817	6788007	6915131	7040147	15
46	6529801	6660987	6790143	6917232	7042213	14
47	6532004	6663156	6792278	6919332	7044278	13
48	6534206	6665325	6794413	6921432	7046342	12
49	6536408	6667493	6796547	6923531	7048406	11
50	6538609	6669661	6798681	6925630	7050469	10
51	6540809	6671828	6800814	6927728	7052432	9
52	6543009	6673994	6802946	6929825	7054594	8
53	6545208	6676160	6805078	6931922	7056655	7
54	6547407	6678326	6807209	6934018	7058716	6
55	6549606	6680491	6809340	6936114	7060776	5
56	6551804	6682655	6811470	6938209	7062836	4
57	6554001	6684818	6813599	6940303	7064895	3
58	6556198	6686981	6815728	6942397	7066953	2
59	6558394	6689144	6817856	6944491	7069011	1
60	6560590	6691306	6819984	6946584	7071068	0
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro sinubus rectis complementorū eiusdē Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſinubus

	45	46	47	48	49	
0	7071068	7193398	7313537	7431448	7547096	60
1	7073125	7195418	7315521	7433394	7549004	59
2	7075181	7197438	7317504	7435339	7550911	58
3	7077236	7199457	7319486	7437284	7552818	57
4	7079291	7201476	7321468	7439229	7554724	56
5	7081345	7203494	7323449	7441173	7556630	55
6	7083399	7205511	7325429	7443116	7558535	54
7	7085452	7207527	7327409	7445058	75 439	53
8	7087504	3209543	7329388	7447000	7562343	52
9	7089556	7211559	7331367	7448941	7564246	51
10	7091607	7213574	7333345	7450882	7566148	50
11	7093658	7215588	7335322	7452822	7568050	49
12	7095708	7217601	7337298	7454761	7569951	48
13	7097757	7219614	7339274	7456699	7571851	47
14	7099806	7221627	7341250	7458637	7573751	46
15	7101854	7223639	7343225	7460574	7575650	45
16	7103902	7225651	7345199	7462511	7577548	44
17	7105949	7227662	7347173	7464447	7579446	43
18	7107995	7229672	7349146	7466382	7581343	42
19	7110041	7231681	7351118	7468317	7583240	41
20	7112086	7233689	7353090	7470251	7585136	40
21	7114131	7235697	7355061	7472184	7587031	39
22	7116175	7237704	7357031	7474117	7588925	38
23	7118218	7239711	7359001	7476049	7590819	37
24	7120261	7241718	7360970	7477981	7592713	36
25	7122303	7243724	7362939	7479912	7594606	35
26	7124344	7245729	7364907	7481842	7596498	34
27	7126385	7247733	7366874	7483771	7598389	33
28	7128425	7249737	7368841	7485700	7600280	32
29	7130465	7251741	7370807	7487629	7602170	31
30	7132504	7253744	7372773	7489557	7604060	30
	44	43	42	41	40	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

	45	46	47	48	49	
30	7132504	7253744	7372773	7489557	7604960	30
31	7134543	7255746	7374738	7491484	7605949	29
32	7136581	7257747	7376702	7493410	7607837	28
33	7138618	7259748	7378666	7495336	7609725	27
34	7140655	7261749	7380629	7497262	7611612	26
35	7142691	7263749	7382592	7499187	7613498	25
36	7144727	7265748	7384554	7501111	7615384	24
37	7146762	7267746	7386515	7503034	7617269	23
38	7148796	7269744	7388475	7504957	7619153	22
39	7150830	7271741	7390435	7506879	7621037	21
40	7152863	7273737	7392394	7508801	7622920	20
41	7154895	7275733	7394353	7510722	7624802	19
42	7156927	7277728	7396311	7512642	7626683	18
43	7158958	7279722	7398268	7514561	7628564	17
44	7160989	7281716	7400225	7516480	7630445	16
45	7163019	7283710	7402181	7518398	7632325	15
46	7165049	7285703	7404137	7520316	7634204	14
47	7167078	7287695	7406092	7522233	7636082	13
48	7169106	7289687	7408046	7524149	7637960	12
49	7171134	7291678	7410000	7526065	7639838	11
50	7173161	7293668	7411953	7527980	7641715	10
51	7175187	7295658	7413905	7529894	7643591	9
52	7177213	7297647	7415856	7531808	7645466	8
53	7179238	7299635	7417807	7533721	7647341	7
54	7181263	7301623	7419758	7535634	7649215	6
55	7183287	7303610	7421708	7537546	7651088	5
56	7185310	7305597	7423657	7539457	7652961	4
57	7187333	7307583	7425605	7541367	7654833	3
58	7189355	7309568	7427552	7543277	7656704	2
59	7191377	7311553	7429501	7545187	7658575	1
60	7193398	7313537	7431448	7547096	7650445	0
	44	43	42	41	40	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.	50	51	52	53	54	Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis
0	7660445	7771460	7880108	7986355	8090170	60
1	7662314	7773290	7881898	7988105	8091879	59
2	7664183	7775120	7883688	7989855	8093588	58
3	7666051	7776949	7885477	7991604	8095296	57
4	7667919	7778777	7887266	7993352	8097004	56
5	7669786	7780605	7889054	7995100	8098711	55
6	7671652	7782432	7890841	7996847	8100417	54
7	7673517	7784258	7892927	7998593	8102122	53
8	7675382	7786084	7894413	8000339	8103827	52
9	7677246	7787909	7896198	8002084	8105531	51
10	7679110	7789833	7897983	8003828	8107234	50
11	7680973	7791557	7899767	8005571	8108936	49
12	7682835	7793380	7901550	8007314	8110638	48
13	7684697	7795202	7903332	8009056	8112339	47
14	7686558	7797024	7905114	8010797	8114040	46
15	7688418	7798845	7906895	8012538	8115740	45
16	7690278	7800665	7908676	8014278	8117439	44
17	7692137	7802485	7910456	8016017	8119137	43
18	7693995	7804304	7912235	8017756	8120835	42
19	7695853	7806123	7914014	8019494	8122532	41
20	7697710	7807941	7915792	8021232	8124229	40
21	7699566	7809758	7917569	8022969	8125925	39
22	7701422	7811574	7919345	8024705	8127620	38
23	7703277	7813390	7921121	8026440	8129314	37
24	7705132	7815205	7922896	8028175	813 1008	36
25	7706986	7817020	7924671	8029909	8132701	35
26	7708839	7818834	7926445	8031642	8134393	34
27	7710692	7820647	79282 18	8033375	8136084	33
28	7712544	7822459	7929990	8035107	8137775	32
29	7714395	7824271	7931762	8036838	8139465	31
30	7716246	7826082	7933533	8038569	8141155	30
	39	38	37	36	35	

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	50	51	52	53	54	
30	7716246	7826082	7933533	8038569	8141155	30
31	7718096	7827892	7935303	8040299	8142844	29
32	7719945	7829702	7937073	8042028	8144532	28
33	7721794	7831511	7938842	8043757	8146220	27
34	7723642	7833320	7940611	8045485	8147907	26
35	7725490	7835128	7942379	8047214	8149593	25
36	7727337	7836935	7944146	8048938	8151278	24
37	7729183	7838741	7945912	8050664	8152963	23
38	7731028	7840547	7947678	8052389	8154647	22
39	7732872	7842352	7949443	8054114	8156330	21
40	7734716	7844157	7951208	8055838	8158013	20
41	7736559	7845961	7952972	8057561	8159695	19
42	7738402	7847764	7954735	8059283	8161376	18
43	7740244	7849566	7956497	8061005	8163057	17
44	7742085	7851368	7958259	8062726	8164737	16
45	7743926	7853169	7960020	8064446	8166416	15
46	7745766	7854970	7961780	8066166	8168094	14
47	7747606	7856770	7963540	8067885	8169772	13
48	7749445	7858569	7965299	8069603	8171449	12
49	7751283	7860368	7967057	8071321	8173126	11
50	7753121	7862166	7968815	8073038	8174802	10
51	7754958	7863963	7970572	8074754	8176477	9
52	7756794	7865759	7972328	8076470	8178151	8
53	7758630	7867555	7974084	8078185	8179825	7
54	7760465	7869350	7975839	8079899	8181498	6
55	7762299	7871145	7977593	8081613	8183170	5
56	7764132	7872939	7979347	8083326	8184841	4
57	7765965	7874732	7981100	8085038	8186512	3
58	7767797	7876525	7982852	8086749	8188182	2
59	7769629	7878317	7984604	8088460	8189851	1
60	7771460	7880108	7986355	8090170	8191520	0
	39	38	37	36	35	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſinubus

	55	56	57	58	59	
0	8191520	8290376	8386706	8480481	8571673	60
1	8193188	8292002	8388290	8482022	8573171	59
2	8194855	8293628	8389873	8483562	8574668	58
3	8196522	8295253	8391456	8485102	8576164	57
4	8198188	8296877	8393038	8486641	8577660	56
5	8199854	8298501	8394619	8488180	8579155	55
6	8201519	8300124	8396199	8489718	8580649	54
7	8203183	8301746	8397778	8491255	8582142	53
8	8204846	8303367	8399357	8492791	8583635	52
9	8206508	8304987	8400935	8494326	8585127	51
10	8208170	8306607	8402513	8495860	8586619	50
11	8209831	8308226	8404090	8497394	8588110	49
12	8211491	8309844	8405666	8498927	8589600	48
13	8213151	8311462	8407241	8500459	8591089	47
14	8214810	8313079	8408816	8501991	8592577	46
15	8216469	8314696	8410390	8503522	8594064	45
16	8218127	8316312	8411963	8505052	8595551	44
17	8219784	8317927	8413536	8506582	8597037	43
18	8221440	8319541	8415108	8508111	8598523	42
19	8223096	8321155	8416679	8509639	8600008	41
20	8224751	8322768	8418250	8511167	8601492	40
21	8226405	8324380	8419820	8512694	8602975	39
22	8228058	8325991	8421389	8514220	8604457	38
23	8229711	8327602	8422957	8515745	8605939	37
24	8231363	8329212	8424525	8517270	8607420	36
25	8233015	8330822	8426092	8518794	8608901	35
26	8234666	8332431	8427658	8520317	8610381	34
27	8236316	8334039	8429223	8521839	8611860	33
28	8237965	8335646	8430788	8523361	8613338	32
29	8239614	8337252	8432352	8524882	8614815	31
30	8241262	8338858	8433915	8526402	8616292	30
	34	33	32	31	30	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

	55	56	57	58	59	
30	8241262	8338858	8433915	8526402	8616292	30
31	8242989	8340463	8435477	8527921	8617768	29
32	8244556	8342067	8437039	8529440	8619243	28
33	8246202	8343671	8438600	8530958	8620718	27
34	8247847	8345247	8440161	8532476	8622192	26
35	8249492	8346877	8441721	8533993	8623665	25
36	8251136	8348479	8443280	8535509	8625137	24
37	8252779	8350080	8444838	8537024	8626608	23
38	8254421	8251680	8446396	8538538	8628079	22
39	8256062	8353279	8447953	8540052	8629549	21
40	8257703	8354878	8449509	8541565	8631019	20
41	8259343	8356476	8451064	8543077	8632488	19
42	8260982	8358073	8452618	8544588	8633956	18
43	8262621	8359670	8454172	8546099	8635423	17
44	8264259	8361266	8455725	8547609	8636889	16
45	8265897	8362862	8457278	8549119	8638355	15
46	8267534	8364457	8458830	8550628	8639820	14
47	8269170	8366051	8460381	8552136	8641284	13
48	8270806	8367644	8461932	8553643	8642748	12
49	8272441	8369236	8463482	8555149	8644211	11
50	8274075	8370828	8465031	8556655	8645673	10
51	8275708	8372419	8466579	8558160	8647134	9
52	8277340	8374009	8468126	8559664	8648595	8
53	8278972	8375599	8469673	8561168	8650055	7
54	8280603	8377188	8471219	8562671	8651514	6
55	8282234	8378776	8472765	8564173	8652973	5
56	8283864	8380363	8474310	8565675	8654431	4
57	8285493	8381950	8475854	8567176	8655888	3
58	8287121	8383536	8477397	8568676	8657344	2
59	8288749	8385121	8478939	8570175	8658799	1
60	8290376	8386706	8480481	8571673	8660254	0
	34	33	32	31	30	

Minuta Gradum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro sinubus

	60	61	62	63	64	
0	8660254	8746197	8829476	8910065	8987940	60
1	8661708	8747607	8830841	8911385	8989215	59
2	8663162	8749016	8832205	8912704	8990489	58
3	8664615	8750425	8833569	8914023	8991762	57
4	8666067	8751833	8834932	8915341	8993035	56
5	8667518	8753240	8836295	8916659	8994307	55
6	8668968	8754646	8837657	8917976	8995578	54
7	8670417	8756051	8839018	8919292	8996848	53
8	8671866	8757456	8840378	8920607	8998117	52
9	8673314	8758860	8841737	8921921	8999386	51
10	8674762	8760263	8843095	8923234	9000654	50
11	8676209	8761665	8844452	8924546	9001921	49
12	8677655	8763067	8845809	8925858	9003187	48
13	8679100	8764468	8847165	8927169	9004453	47
14	8680544	8765868	8848521	8928479	9005718	46
15	8681988	8767268	8849876	8929789	9006982	45
16	8683431	8768667	8851230	8931098	9008245	44
17	8684874	8770065	8852583	8932406	9009508	43
18	8686316	8771462	8853936	8933714	9010770	42
19	8687757	8772859	8855288	8935021	9012031	41
20	8689197	8774255	8856639	8936327	9013292	40
21	8690636	8775650	8857989	8937632	9014552	39
22	8692074	8777044	8859338	8938936	9015811	38
23	8693512	8778437	8860687	8940240	9017069	37
24	8694949	8779830	8862035	8941543	9018326	36
25	8696386	8781222	8863383	8942845	9019582	35
26	8697822	8782613	8864730	8944146	9020838	34
27	8699257	8784003	8866076	8945446	9022093	33
28	8700691	8785393	8867421	8946746	9023347	32
29	8702124	8786782	8868765	8948045	9024600	31
30	8703557	8788171	8870108	8949344	9025853	30
	29	28	27	26	25	

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduú Quadrantis pro sinubus rectis complementorú arcuú eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis.

Digitized by Google

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

	60	61	62	63	64	
30	8703557	8788171	8870108	8949344	9025853	30
31	8704989	8789559	8871451	8950642	9027105	29
32	8706420	8790946	8872793	8951939	9028356	28
33	8707851	8792332	8874134	8953235	9029606	27
34	8709281	8793717	8875475	8954530	9030856	26
35	8710710	8795102	8876815	8955824	9032105	25
36	8712138	8796486	8878154	8957117	9033353	24
37	8713565	8797869	8879492	8958410	9034600	23
38	8714992	8799251	8880830	8959702	9035847	22
39	8716418	8800633	8882167	8960994	9037093	21
40	8717844	8802014	8883503	8962285	9038338	20
41	8719269	8803394	8884838	8963575	9039582	19
42	8720693	8804773	8886172	8964864	9040825	18
43	8722116	8806152	8887506	8966152	9042068	17
44	8723538	8807530	8888839	8967440	9043310	16
45	8724960	8808907	8890171	8968727	9044551	15
46	8726381	8810283	8891502	8970013	9045791	14
47	8727801	8811659	8892833	8971299	9047031	13
48	8729221	8813034	8894163	8972584	9048270	12
49	8730640	8814408	8895492	8973868	9049508	11
50	8732058	8815782	8896821	8975151	9050746	10
51	8733475	8817155	8898149	8976433	9051983	9
52	8734891	8818527	8899476	8977715	9053219	8
53	8736307	8819898	8900802	8978996	9054454	7
54	8737722	8821268	8902127	8980276	9055688	6
55	8739137	8822638	8903452	8981555	9056922	5
56	8740551	8824007	8904776	8982833	9058155	4
57	8741964	8825375	8906099	8984111	9059387	3
58	8743376	8826743	8907422	8985388	9060618	2
59	8744787	8828110	8908744	8986664	9061848	1
60	8746197	8829476	8910065	8987940	9063078	0
	25	26	27	28	29	

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro sinubus rectis complementoruū arcuū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	65	66	67	68	69	
0	9063078	9135455	9205049	9271839	9335804	60
1	9064307	9136638	9206185	9272928	9336846	59
2	9065535	9137820	9207321	9274017	9337887	58
3	9066763	9139001	9208456	9275105	9338928	57
4	9067990	9140181	9209590	9276192	9339968	56
5	9069216	9141361	9210723	9277278	9341007	55
6	9070441	9142540	9211855	9278363	9342045	54
7	9071665	9143718	9212986	9279448	9343082	53
8	9072889	9144895	9214117	9280532	9344119	52
9	9074112	9146072	9215247	9281615	9345155	51
10	9075334	9147248	9216376	9282697	9346190	50
11	9076555	9148423	9217504	9283778	9347224	49
12	9077775	9149597	9218631	9284859	9348257	48
13	9078995	9150770	9219758	9285939	9349289	47
14	9080214	9151943	9220884	9287018	9350321	46
15	9081432	9153115	9222010	9288096	9351352	45
16	9082649	9154286	9223135	9289173	9352382	44
17	9083866	9155457	9224259	9290250	9353411	43
18	9085082	9156627	9225382	9291326	9354440	42
19	9086297	9157796	9226504	9292401	9355468	41
20	9087512	9158964	9227625	9293476	9356495	40
21	9088726	9160131	9228746	9294550	9357521	39
22	9089939	9161297	9229866	9295623	9358546	38
23	9091151	9162463	9230985	9296695	9359571	37
24	9092362	9163628	9232103	9297766	9360595	36
25	9093572	9164792	9233220	9298836	9361618	35
26	9094781	9165955	9234336	9299905	9362640	34
27	9095990	9167117	9235453	9300974	9363661	33
28	9097198	9168279	9236568	9302042	9364683	32
29	9098406	9169440	9237682	9303109	9365703	31
30	9099613	9170601	9238795	9304176	9366722	30
	24	23	22	21	20	

Minuta Gradûs Quadrâtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdem Quadrâtis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	65	66	67	68	69	
30	9099613	9170601	9238795	9304176	9366722	30
31	9100819	9171761	9239908	9305242	9367740	29
32	9102024	9172920	9241020	9306307	9368758	28
33	9103228	9174078	9242131	9307371	9369775	27
34	9104432	9175235	9243242	9308434	9370791	26
35	9105635	9176391	9244352	9309497	9371806	25
36	9106837	9177547	9245461	9310559	9372820	24
37	9108038	9178702	9246569	9311620	9373834	23
38	9109238	9179856	9247676	9312680	9374847	22
39	9110438	9181009	9248782	9313739	9375859	21
40	9111637	9182161	9249888	9314798	9376870	20
41	9112835	9183313	9250993	9315856	9377880	19
42	9114032	9184464	9252097	9316913	9378889	18
43	9115229	9185614	9253200	9317969	9379898	17
44	9116425	9186763	9254303	9319024	9380906	16
45	9117620	9187912	9255405	9320079	9381913	15
46	9118814	9189060	9256506	9321133	9382919	14
47	9120007	9190207	9257606	9322186	9383925	13
48	9121200	9191353	9258706	9323238	9384930	12
49	9122392	9192499	9259805	9324290	9385934	11
50	9123584	9193644	9260903	9325341	9386937	10
51	9124775	9194788	9262000	9326391	9387939	9
52	9125965	9195931	9263096	9327440	9388941	8
53	9127154	9197073	9264192	9328488	9389942	7
54	9128342	9198215	9265287	9329535	9390942	6
55	9129529	9199356	9266381	9330582	9391941	5
56	9130716	9200496	9267474	9331628	9392940	4
57	9131902	9201635	9268566	9332673	9393938	3
58	9133087	9202774	9269658	9333717	9394935	2
59	9134271	9203912	9270749	9334761	9395931	1
60	9135455	9205049	9271839	9335804	9396926	0
	24	23	22	21	20	

Minuta Gradum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Gradui Quadrátis pro ſinubus rectis complementorú arcuú eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	70	71	72	73	74	
0	9396926	9455186	9510565	9563048	9612617	60
1	9397921	9456133	9511464	9563898	9613418	59
2	9398915	9457079	9512362	9564747	9614219	58
3	9399908	9458024	9513259	9565596	9615019	57
4	9400900	9458968	9514155	9566444	9615818	56
5	9401891	9459911	9515050	9567291	9616616	55
6	9402882	9460854	9515944	9568137	9617413	54
7	9403872	9461796	9516838	9568982	9618209	53
8	9404861	9462737	9517731	9569826	9619005	52
9	9405849	9463677	9518623	9570670	9619800	51
10	9406836	9464616	9519514	9571513	9620594	50
11	9407822	9465555	9520404	9572355	9621387	49
12	9408808	9466493	9521294	9573196	9622179	48
13	9409793	9467430	9522183	9574036	9622971	47
14	9410777	9468366	9523071	9574875	9623762	46
15	9411760	9469301	9523958	9575714	9624552	45
16	9412742	9470236	9524844	9576552	9625341	44
17	9413724	9471170	9525730	9577389	9626129	43
18	9414705	9472103	9526615	9578225	9626917	42
19	9415685	9473035	9527499	9579061	9627704	41
20	9416665	9473967	9528382	9579896	9628490	40
21	9417644	9474898	9529264	9580730	9629275	39
22	9418622	9475828	9530146	9581563	9630059	38
23	9419599	9476757	9531027	9582395	9630843	37
24	9420575	9477685	9531907	9583226	9631626	36
25	9421550	9478612	9532786	9584057	9632408	35
26	9422525	9479539	9533664	9584887	9633189	34
27	9423499	9480465	9534541	9585716	9633969	33
28	9425472	9481390	9535418	9586544	9634748	32
29	9425444	9482314	9536294	9587371	9635527	31
30	9426415	9483237	9537169	9588197	9636305	30
	19	18	17	16	15	

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis cōplemētorū arcuū eiuſdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	70	71	72	73	74	
30	9426415	9483237	9537169	9588197	9636305	30
31	9427386	9484160	9538043	9589023	9637082	29
32	9428356	9485082	9538917	9589848	9637858	28
33	9429325	9486003	9539790	9590672	9638633	27
34	9430293	9486923	9540662	9591495	9639408	26
35	9431260	9487842	9541533	9592318	9640182	25
36	9432227	9488761	9542403	9593140	9640955	24
37	9433193	9489679	9543272	9593961	9641727	23
38	9434158	9490596	9544141	9594781	9642498	22
39	9435122	9491512	9545009	9595600	9643268	21
40	9436085	9492427	9545876	9596419	9644038	20
41	9437048	9493341	9546742	9597237	9644807	19
42	9438010	9494255	9547607	9598054	9645575	18
43	9438971	9495168	9548472	9598870	9646342	17
44	9439931	9496080	9549336	9599685	9647108	16
45	9440890	9496991	9550199	9600499	9647873	15
46	9441849	9497902	9551061	9601313	9648638	14
47	9442807	9498812	9551922	9602126	9649402	13
48	9443764	9499721	9552783	9602938	9650165	12
49	9444720	9500629	9553643	9603749	9650927	11
50	9445676	9501536	9554502	9604559	9651689	10
51	9446631	9502443	9555360	9605368	9652450	9
52	9447585	9503349	9556217	9606177	9653210	8
53	9448538	9504254	9557074	9606985	9653969	7
54	9449490	9505158	9557930	9607792	9654727	6
55	9450441	9506061	9558785	9608598	9655484	5
56	9451392	9506963	9559639	9609403	9656240	4
57	9452342	9507865	9560492	9610208	9656996	3
58	9453291	9508766	9561345	9611012	9657751	2
59	9454239	9509666	9562197	9611815	9658505	1
60	9455186	9510565	9563048	9612617	9659258	0
	19	18	17	16	15	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.	75	76	77	78	79	Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis
0	9659258	9702957	9743600	9781476	9816272	60
1	9660011	9703660	9744355	9782080	9816827	59
2	9660163	9704363	9745008	9782684	9817381	58
3	9661514	9705065	9745660	9783281	9817934	57
4	9662264	9705766	9746312	9783889	9818486	56
5	9663013	9706466	9746963	9784490	9819037	55
6	9663761	9707165	9747613	9785090	9819587	54
7	9664508	9707863	9748262	9785689	9820137	53
8	9665255	9708561	9748910	9786288	9820686	52
9	9666001	9709258	9749557	9786886	9821234	51
10	9666746	9709954	9750203	9787483	9821781	50
11	9667490	9710649	9750849	9788079	9822327	49
12	9668233	9711343	9751494	9788674	9822872	48
13	9668976	9712036	9752138	9789268	9823417	47
14	9669718	9712729	9752781	9789862	9823961	46
15	9670459	9713421	9753423	9790455	9824504	45
16	9671199	9714112	9754065	9791047	9825046	44
17	9671938	9714802	9754706	9791638	9825587	43
18	9672677	9715491	9755346	9792228	9826128	42
19	9673415	9716180	9755985	9792818	9826668	41
20	9674152	9716868	9756623	9793407	9827207	40
21	9674888	9717555	9757260	9793995	9827745	39
22	9675623	9718241	9757897	9794582	9828282	38
23	9676357	9718926	9758533	9795168	9828818	37
24	9677091	9719610	9759168	9795753	9829354	36
25	9677824	9720294	9759802	9796337	9829889	35
26	9678556	9720977	9760435	9796921	9830423	34
27	9679287	9721659	9761067	9797504	9830956	33
28	9680017	9722340	9761699	9798086	9831488	32
29	9680747	9723020	9762330	9798667	9832019	31
30	9681476	9723699	9762960	9799247	9832549	30
	14	13	12	11	10	

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

	75	76	77	78	79	
30	9681476	9723699	9762960	9799247	9832549	30
31	9682804	9724378	9763589	9799827	9833079	29
32	9682931	9725056	9764217	9800406	9833608	28
33	9683657	9725733	9764845	9800984	9834136	27
34	9684383	9726409	9765472	9801561	9834663	26
35	9685108	9727085	9766098	9802137	9835189	25
36	9685832	9727760	9766723	9802712	9835714	24
37	9686555	9728434	9767347	9803287	9836239	23
38	9687277	9729107	9767970	9803861	9836763	22
39	9687998	9729779	9768593	9804434	9837286	21
40	9688719	9730450	9769215	9805006	9837808	20
41	9689439	9731120	9769836	9805577	9838329	19
42	9690158	9731789	9770456	9806147	9838850	18
43	9690879	9732458	9771075	9806716	9839370	17
44	9691593	9733126	9771693	9807285	9839889	16
45	9692309	9733793	9772311	9807853	9840407	15
46	9693025	9734459	9772928	9808420	9840924	14
47	9693740	9735124	9773544	9808986	9841440	13
48	9694454	9735789	9774159	9809551	9841956	12
49	9695167	9736453	9774773	9810116	9842471	11
50	9695879	9737116	9775387	9810680	9842985	10
51	9696590	9737778	9776000	9811243	9843498	9
52	9697301	9738439	9776612	9811805	9844010	8
53	9698011	9739099	9777223	9812366	9844521	7
54	9698720	9739759	9777833	9812926	9845032	6
55	9699428	9740418	9778442	9813486	9845542	5
56	9700135	9741076	9779050	9814045	9846051	4
57	9700842	9741733	9779658	9814603	9846559	3
58	9701548	9742389	9780265	9815160	9847066	2
59	9702253	9743045	9780871	9815716	9847572	1
60	9702957	9743700	9781476	9816272	9848078	0
	14	13	12	11	10	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	80	81	82	83	84	
0	9848078	9876883	9902681	9925461	9945219	60
1	9848581	9877338	9903085	9925816	9945523	59
2	9849087	9877792	9903489	9926169	9945826	58
3	9849590	9878245	9903892	9926521	9946128	57
4	9850092	9878697	9904294	9926873	9946429	56
5	9850593	9879148	9904695	9927224	9946729	55
6	9851093	9879598	9905095	9927574	9947028	54
7	9851593	9880048	9905494	9927923	9947327	53
8	9852092	9880497	9905893	9928271	9947625	52
9	9852590	9880945	9906291	9928618	9947922	51
10	9853087	9881392	9906688	9928965	9948218	50
11	9853583	9881838	9907084	9929311	9948513	49
12	9854079	9882283	9907479	9929656	9948807	48
13	9854574	9882728	9907873	9930000	9949100	47
14	9855068	9883172	9908266	9930343	9949393	46
15	9855561	9883615	9908659	9930685	9949685	45
16	9856053	9884057	9909051	9931026	9949976	44
17	9856544	9884498	9909442	9931367	9950266	43
18	9857035	9884938	9909832	9931707	9950555	42
19	9857525	9885378	9910221	9932046	9950844	41
20	9858014	9885817	9910610	9932384	9951132	40
21	9858502	9886255	9910998	9932721	9951419	39
22	9858989	9886692	9911385	9933057	9951705	38
23	9859475	9887128	9911771	9933393	9951990	37
24	9859961	9887564	9912156	9933728	9952274	36
25	9860446	9887999	9912540	9934062	9952557	35
26	9860930	9888433	9912923	9934395	9952840	34
27	9861413	9888866	9913306	9934727	9953122	33
28	9861895	9889298	9913688	9935058	9953403	32
29	9862376	9889729	9914069	9935389	9953683	31
30	9862856	9890159	9914449	9935719	9953962	30
	9	8	7	6	5	

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis cōplementorū arcuū eiuſdem Quadrātis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

	80	81	82	83	84	
30	9862856	9890159	9914449	9935719	9953962	30
31	9863336	9890588	9914828	9936048	9954240	29
32	9863815	9891017	9915206	9936376	9954518	28
33	9864293	9891445	9915584	9936703	9954795	27
34	9864770	9891872	9915961	9937029	9955071	26
35	9865246	9892298	9916337	9937355	9955346	25
36	9865722	9892723	9916712	9937680	9955620	24
37	9866197	9893147	9917086	9938004	9955893	23
38	9866671	9893571	9917459	9938327	9956165	22
39	9867144	9893994	9917832	9938649	9956437	21
40	9867616	9894416	9918204	9938970	9956708	20
41	9868087	9894837	9918575	9939290	9956978	19
42	9868557	9895257	9918945	9939609	9957247	18
43	9869027	9895677	9919314	9939928	9957515	17
44	9869496	9896096	9919682	9940246	9957782	16
45	9869964	9896514	9920049	9940563	9958049	15
46	9870431	9896931	9920416	9940879	9958315	14
47	9870897	9897347	9920782	9941194	9958580	13
48	9871362	9897762	9921147	9941509	9958844	12
49	9871827	9898177	9921511	9941823	9959107	11
50	9872291	9898591	9921874	9942136	9959370	10
51	9872754	9899004	9922236	9942448	9959632	9
52	9873216	9899416	9922598	9942759	9959893	8
53	9873677	9899827	9922959	9943069	9960153	7
54	9874137	9900237	9923319	9943379	9960412	6
55	9874597	9900646	9923678	9943688	9960670	5
56	9875056	9901055	9924036	9943996	9960927	4
57	9875514	9901463	9924393	9944303	9961183	3
58	9875971	9901870	9924750	9944609	9961438	2
59	9876427	9902276	9925106	9944914	9961693	1
60	98768 83	9902681	9925461	9945219	9961947	0
	9	8	7	6	5	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	85	86	87	88	89	
0	9961947	9975640	9986295	9993908	9998477	60
1	9962200	9975843	9986447	9994009	9998527	59
2	9962452	9976045	9986598	9994109	9998576	58
3	9962703	9976246	9986748	9994208	9998625	57
4	9962954	9976446	9986897	9994307	9998673	56
5	9963204	9976645	9987045	9994405	9998720	55
6	9963453	9976843	9987193	9994502	9998766	54
7	9963701	9977040	9987340	9994598	9998811	53
8	9963948	9977237	9987486	9994693	9998855	52
9	9964194	9977433	9987631	9994787	9998899	51
10	9964440	9977628	9987775	9994881	9998942	50
11	9964685	9977822	9987918	9994974	9998984	49
12	9964929	9978015	9988061	9995066	9999025	48
13	9965172	9978207	9988203	9995157	9999065	47
14	9965414	9978398	9988344	9995247	9999104	46
15	9965655	9978589	9988484	9995336	9999143	45
16	9965895	9978779	9988623	9995424	9999181	44
17	9966135	9978968	9988761	9995512	9999218	43
18	9966374	9979156	9988899	9995599	9999254	42
19	9966612	9979343	9989036	9995685	9999289	41
20	9966849	9979530	9989172	9995770	9999323	40
21	9967085	9979716	9989307	9995854	9999356	39
22	9967320	9979901	9989441	9995937	9999389	38
23	9967555	9980085	9989574	9996019	9999421	37
24	9967789	9980268	9989706	9996101	9999452	36
25	9968022	9980450	9989837	9996182	9999482	35
26	9968254	9980631	9989968	9996262	9999511	34
27	9968485	9980811	9990098	9996341	9999539	33
28	9968715	9980991	9990227	9996419	9999566	32
29	9968944	9981170	9990355	9996496	9999593	31
30	9969173	9981348	9990482	9996573	9999619	30
	4	3	2	1	0	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Digitized by Google

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis profinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	85	86	87	88	89	
30	9969173	9981348	9990482	9996573	9999616	30
31	9969401	9981525	9990608	9996649	9999644	29
32	9969628	9981701	9990734	9996724	9999668	28
33	9969854	9981877	9990859	9996798	9999691	27
34	9970079	9982052	9990983	9996871	9999713	26
35	9970304	9982226	9991106	9996943	9999735	25
36	9970528	9982399	9991228	9997014	9999756	24
37	9970751	9982571	9991349	9997085	9999776	23
38	9970973	9982742	9991470	9997155	9999795	22
39	9971194	9982912	9991590	9997224	9999813	21
40	9971414	9983082	9991709	9997292	9999830	20
41	9971633	9983251	9991827	9997359	9999846	19
42	9971851	9983419	9991944	9997425	9999862	18
43	9972069	9983586	9992060	9997491	9999877	17
44	9972286	9983752	9992175	9997556	9999891	16
45	9972502	9983917	9992290	9997620	9999904	15
46	9972717	9984081	9992404	9997683	9999916	14
47	9972931	9984245	9992517	9997745	9999927	13
48	9973145	9984408	9992629	9997806	9999938	12
49	9973358	9984570	9992740	9997867	9999948	11
50	9973570	9984731	9992850	9997927	9999957	10
51	9973781	9984891	9992960	9997986	9999965	9
52	9973991	9985050	9993069	9998044	9999972	8
53	9974200	9985209	9993177	9998101	9999978	7
54	9974408	9985367	9993284	9998157	9999984	6
55	9974615	9985524	9993390	9998212	9999989	5
56	9974822	9985680	9993495	9998267	9999993	4
57	9975028	9985835	9993599	9998321	9999996	3
58	9975233	9985989	9993703	9998374	9999998	2
59	9975437	9986143	9993806	9998426	9999999	1
60	9975640	9986295	9993908	9998477	10000000	0
	4	3	2	1	0	

Minuta Graduũ Quadrátis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

EXPLICATIO, ATQVE VSVS TABVLAE præcedentis Sinuum rectorum.

Expositio partium tabulę Sinuũ.

IN vertice præcedentis tabulæ ordine descripti sunt 90. gradus Quadrantis, & ad sinistram deorsum versus, 60. Minuta. In infimo deinde latere ijdem 90. gradus Quadrantis repositi sunt ordine retrogrado, & ad dexteram sursum versus, 60. Minuta. Quod ideo factum est à nobis, vt illico cuiuslibet arcus complementum cognoscatur. Nam quilibet gradus in vertice tabulæ positus cum quouis Minuto ad sinistram collocato, habet pro complemento gradum in infimo latere gradui accepto in vertice respondentem cum Minuto, quod ad dextram Minuto ad sinistram accepto respondet. Vt quoniam gradui 46. in vertice, & Minuto 0 ad sinistram posito, respondet in infimo latere gradus 43. & Minutum 60. ad dexteram collocatum; erit arcus grad. 43. Min. 60. hoc est, arcus grad. 44. Min. 0. complementum arcus grad 46. Min. 0. Sic quoque arcus grad. 43. Min. 13. complementum habebit arcum grad. 46. Min. 47. Eadem ratione quilibet gradus in infimo latere positus cum quouis Minuto ad dexteram collocato, habet pro complemento gradum in vertice gradui accepto in infimo latere respondentem cum Minuto, quod ad sinistram Minuto ad dextram accepto respondet. Postremo sub gradibus in vertice tabulæ descriptis positi sunt sinus recti omnium arcuũ per singula Quadrãtis Minuta progredientiũ, quatenus sinus totus est 10000000. Quod si ex singulis sinubus binæ priores figuræ ad dexteram abijciãtur, (addita tamen vnitate, si duæ figuræ abiectæ numerum 50. excedunt) reliqui erunt sinus eorundem arcuum, quatenus sinus totus est 100000. vt supra diximus. Vnde quicquid in vsu huius tabulæ præcipiemus de sinubus respectu sinus totius 10000000. intelligendum quoque erit de sinubus respectu sinus totius 100000. abiectis nimirum duabus primis figuris ad dexteram, vt diximus.

Vsus tabulę sinuũ duplex.

HVIVS tabulæ vsus duplex est. Nam in ea vel cuiuslibet arcus inquiritur sinus, vel cuiusuis sinus cogniti arcus inuestigatur.

Sinus rectꝰ cuiusuis arcus quadrãte minoris quo pacto ex tabula reperiatur.

Quando ergo dati arcus Quadrante minoris sinum rectum quæris, sume gradus illius in vertice tabulæ, Minuta vero ad sinistram. In communi enim angulo, procedendo nimirum à Minutis dextram versus, donec ad locum sub gradibus acceptis perueniας, illico sinum rectum inuenies. Ita sinum rectum arcus grad. 25. sub grad. 25. è regione Minuti 0. ad sinistram collocati reperies 4226183. Sinum vero rectum arcus grad. 25. Min. 19. inuenies 4276209. Sinum denique rectum arcus grad. 25. Min. 50. offendes 4357549.

Sinꝰ rectus cuiusuis arcus quadrãte maioris, qua rõne inueniatur

Si vero sinum rectum arcus Quadrante maioris, sed semicirculo minoris desideras, detrahe arcum datum ex semicirculo, & residui arcus sinum rectum cape, vt prius. Hic enim sinus erit etiam sinus rectus arcus quadrante maioris: propterea quòd duo arcus semicirculum conficientes eundem sinũ rectum habent, vt in definitionũ expositione diximus. Vt si datus sit arcus grad. 138. Min. 47. detrahe eum ex semicirculo, hoc est, ex grad. 180. Sinus namq; rectus 6589082. residui arcus grad. 41. Min. 13. est quoq; sinus rectus arcus grad. 138. Min. 47. cum illo arcu grad. 41. Min. 13. semicirculũ cõficientis.

Sinꝰ rectus cuiusuis arcus habẽtis Secũda, præter Minuta quomodo eliciatur.

QVOD si arcus datus præter gradus, ac minuta habeat etiam Secunda, inquirenda erit pars proportionalis, hoc modo. Accipe differentiam inter sinum rectum arcus proxime minoris, & sinũ rectũ arcus proxime maioris, & dic. Si 60. secunda (quibus singuli arcus proximi in hac tabula inter se differunt) requirũt totã eam differentiam addendam sinui arcus proxime minoris, vt componatur sinus arcus proxime maioris, quantam differentiam requirunt proposita secunda addendam eidem sinui

arcus

arcus proxime minoris, vt fiat sinus propositi arcus? Nam differentia inuenta erit pars proportionalis, quæ si addatur sinui arcus proxime minoris, efficietur sinus rectus arcus propositi. Vt si propositus sit arcus grad. 20. Min. 43. Sec. 20. Accipe differentiam 2721. inter sinum 3537469. arcus grad. 20. Min. 43. proxime minoris, & sinum 3540190. arcus grad. 20. Min. 44. proxime maioris, & dic. Si 60. secunda requirunt differentiam 2721. addendam sinui 3537469. arcus grad. 20. Min. 43. vt efficiatur sinus 3540190. arcus grad. 20. Min. 44. quantam differentiam postulant 20. secunda addendam eidem sinui 3537469. arcus grad. 20. Min. 43. vt fiat sinus arcus grad. 20. Min. 43. sec. 20? Inuenies enim differentiam, siue partem proportionalem 907. quæ addita sinui 3537469. efficiet 3538376. sinum arcus grad. 20. Min. 43 sec. 20. Communiter tamen ab Astronomis negliguntur in hoc negotio Secunda, si pauciora sunt, quàm 30. Si vero plura, addunt pro illis vnum minutum alijs Minutis. Nullus enim error, qui alicuius momenti sit, inde oritur. Itaqs pro dato arcu grad. 20. Min. 43. Sec. 20, accipiunt sinum arcus grad. 20. Min. 43. neglectis illis 20. sec. Pro arcu vero grad. 20. Min. 43. sec. 48. sumunt sinum arcus grad. 20. Min. 44. computatis illis 48. sec. pro vno Minuto.

partem proportionalē.

Secūda cōsideratione sinuū negligūtur ab Astronomis.

SEMICIRCVLI porro, atqs arcus semicirculo maioris, non est quòd sinus rectus inuestigetur, cùm nonquam in supputationibus Astronomicis huiusmodi arcuum sinus adhibeantur, quod ijs perspicuum est, qui in triangulis rectilineis, ac sphæricis, in quibus tota Sinuum scientia versatur, sunt exercitati. Immo semicirculus nullum habet sinum, vt ex vtraqs defin. sinus recti patet. quod etiam de arcu maiore dici potest, nisi quis in prima figura definitionum rectam FK, sinum rectum velit appellare arcus DBF, secundum posteriorem defin. sinus rectis & rectam FH, sinum rectum arcus ACF. quod non videtur proprie dici, cum huiusmodi lineis prior definitio sinus recti nullo modo conuenire possit, vt ex eadem figura perspicuum est.

Semicirculi, & arcꝰ semicirculo maioris, nō est sinus rectus inquisitendus; immo nullus est eorū sinus rectus.

QVANDO autem dati arcus Quadrante minoris sinum complementi quæris, cape gradus illius in inferiori parte tabulæ, Minuta vero ad dexteram. In communi enim angulo continuò sinum complementi reperies, hoc est, sinum rectum illius arcus, qui dati arcus complementum est. Nam sinus ille rectus debetur arcui, cuius gradus in vertice tabulæ, & minuta in sinistro latere collocantur, qui quidem dati arcus complementum est, vt supra diximus. Ita sinum complementi arcus grad. 30. supra grad. 30. infimi lateris tabulæ è regione Minuti 0. ad dextram collocati inuenies 8660254. qui quidem sinus rectus est arcus grad. 59. Min. 60. hoc est, arcus grad. 60. qui complementum est arcus grad. 30. Item sinum complementi arcus grad. 30. Min. 49. reperies 8588110 qui quidem sinus rectus est arcus grad. 59. Min. 11. qui complementum est arcus grad. 30. Min. 49. Si vero offeratur arcus Quadrante maior, sed semicirculo minor, ita sinum complementi ipsius reperies. Detrahe ex eo quadrantem, & residui arcus sinum rectum cape. Cum enim reliquus hic arcus sit complementum dati arcus, vt in definitionibus dictum est, erit eius sinus rectus, sinus complementi dati arcus. Vt si oblatus sit arcus grad. 127. Min. 30. Detrahe ex eo quadrantem, hoc est, 90. gradus. Sinus namque rectus 6087614. reliqui arcus grad. 37. Min. 30. est sinus complementi dati arcus grad. 127. Min. 30. cum ille arcus sit huius complementum.

Sinus cōplemēti cuiuslibet arcꝰ quadrāte minoris quomodo in tabula reperiatur.

Sinus cōplemēti cuiuslibet arcꝰ quadrāte maioris, quo arte deprehendatur.

QVOD si datus arcus præter gradus, ac Minuta habeat etiã Secunda; si quidem Quadrante minor sit, inuestigabis eius sinum complementi per regulam proportionum, quemadmodum supra de sinu recto diximus, nisi quòd hic differentia inuenta, siue pars proportionalis subtrahenda est à sinu arcus proxime minoris. Si vero ma-

Sinus cōplemēti cuiuslibet arcꝰ habētis Secūda, præter Minuta, quo

modo eliciat per partē proportionalem.

cus datus sit Quadrante maior, sed semicirculo minor: detracto Quadrante, inquires residui arcus sinum rectum per eandem regulam proportionum, eo modo, quem supra dedimus recto tradidimus. Quamuis Secunda negligi possint, vt supra docuimus, in hoc sinuum negotio. Exemplum. Sit datus arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Accipe differentiam 2721. inter sinum 3540190. arcus grad. 69. Min. 16. proximè minoris in parte tabulæ inferiori descripti, & sinum 3537469. arcus grad. 69. Min. 17. proximè maioris in eadem parte inferiori tabulæ positis & dic. Si 60. Secunda requirunt differentiam 2721. subtrahendam à sinu 3540190. arcus grad. 69. Min. 16. in inferiori parte tabulæ positi, vt relinquatur sinus 3537469. arcus grad 69. Min. 17. in eadem parte inferiori tabulæ descripti: quantam differentiam postulat 40. Secunda subtrahendam ab eodem sinu 3540190. arcus grad. 69. Min. 16. positi in parte inferiori tabulæ, vt relinquatur sinus arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40 in eadē parte inferiori tabulæ contenti? Inuenies enim differentiā, siue partē proportionalē 1814. quæ subtracta ex sinu 3540190. relinquet sinum 3538376. arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. in inferiori parte tabulæ collocati: qui quidem est sinus rectus arcus grad. 20 Min. 43. Sec. 20. hoc est, complementi arcus dati grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Sit rursum datus arcus grad. 110. Min. 43 Sec. 20. Detrahe Quadrantem, id est, grad. 90 & residui arcus grad. 20. Min. 43. Sec. 20. quære sinum rectum, vt supra tradidimus. Inuenies enim per partem proportionalem, sinum 3538376. qui est sinus complementi arcus propositi.

Alia rō. inuestigādi sinū complementi arcī quadrante minoris.

HOC etiam modo sinum complemēti arcus propositi quadrante minoris reperies. Subtrahe propositū arcum ex quadrante, vt habeas eius complementum. Sinus enim rectus eius complementi inuenius, vt de sinu recto diximus, est is, qui quæritur. Vt si quæratur sinus complementi arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. detrahe hunc arcum ex grad. 90. & residui arcus grad. 20. Min. 43. sec. 20 (qui complementum est dati arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40) sinum rectum quære, quem inuenies esse 3538376. atque hic est sinus complementi dati arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40.

Sinꝰ cōplemēti semicirculi, aut arcus maioris, q̄rendus non est.

HIC quoque semicirculi, atque arcus semicirculo maioris sinus complementi quærendus non est, ob rationem supra dictam.

Sinꝰ versus cuiusuis arcꝰ siue quadrāte minoris siue maioris, quo pacto ecliciatur.

QVANDO deniq; propositi arcus sinum versum desideras: si quidem Quadrante minor est, detrahe eius sinum complementi ex sinu toto: si vero Quadrante est maior, sed semicirculo minor, adde eius sinum complementi sinui toti. Numerus enim reliquus, vel compositus, erit sinus versus dati arcus: propterea quod sinus complementi cuiusuis arcus æqualis est complemento sinus versi eiusdem arcus, vt supra in definitionibus ostendimus. Ex quo fit, vt sinus complementi arcus cuiusuis ablatus ex sinu toto, vel ad eum adiectus relinquat, vel componat eiusdem arcus sinum versum: id quod perspicuum est ex prima figura, quam in expositione definitionum posuimus. Exemplum. Sit quærendus sinus versus arcus grad. 20. Min. 57. Huius sinus complementi est 9338928 qui detractus ex sinu toto 10000000. relinquet sinum versum 661072. dati arcus grad. 20. Min. 57. Rursus sit inuestigandus sinus versus arcus grad. 138. Min. 31. Huius sinus complementi est 7491484. qui additus sinui toti 10000000. efficiet sinum versum 17491484. arcus propositi grad 138. Min. 31. Postremo sit inueniendus sinus versus arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Huius complementi sinus est 3538376. inuentus per partem proportionalem; qui subtractus ex sinu toto 10000000. relinquet sinū versum 6461624. dati arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Sic quoque sinus versus arcus grad. 159. Min. 16. Sec. 40. reperietur 13538376. per partem proportionalem.

CAE-

ÆTERVM Quadrantis tam sinus rectus, quàm versus est sinus totus; sinus vero complementi nihil est, vt manifestum est ex prima figura in definitionibus posita.

IAM vero ex cognito sinu recto ita arcum inuenies. Quære sinum rectum propositum inter sinus tabulæ; vel si eum non inueneris, sume proximè maiorem, vel minorem, qui nimirum paucioribus vnitatibus à proposito sinu distat. Nam in vertice tabulæ reperies gradus, & ad sinistram è regione sinus accepti, Minuta illius arcus, qui proposito sinui respondet. Vt si cognitus sit sinus 7510767. Inuenio sinum 7510722. proximè minorem, qui paucioribus vnitatibus à sinu cognito distat, quàm sinus 7512642. proximè maior: Cui sinui proximè minori respõdent in vertice tabulæ grad. 48. & ad sinistram Minuta 41. Arcum ergo grad. 48. & Min 41 dico deberi sinui proposito. Nam vnitates illæ, quibus sinus propositus à sinu dicti arcus differt, non inducunt errorem notabilem. Si tamen arcum cupis præcisiorem, inuestiganda erit pars proportionalis, hac arte. Cape differentiam inter sinum proximè minorem, & sinum proximè maiorem: Item differentiam inter sinum propositum, & illum in tabula repertũ, à quo minus differt: & dic. Si differentia inter duos sinus in tabula repertos dat 60. Secunda addenda arcui sinus proximè minoris, vel auferenda ab arcu sinus proximè maioris, (prout videlicet sumpta fuerit differentia inter sinum propositum, & sinum proximè minorem, vel proximè maiorem) vt habeatur arcus sinus proximè maioris, vel proximè minoris; quot Secunda postulat differentia inter sinum propositum & sinum proximè minorem, vel proximè maiorem, addenda arcui sinus proximè minoris, vel auferenda ab arcu sinus proximè maioris, vt habeatur arcus propositi sinus? Nam hæc secunda inuenta addita arcui sinus proximè minoris, vel ablata ab arcu sinus proximè maioris, dabunt arcum sinus propositi. Vt in dato exemplo, si dicas. Differẽtia 1920. inter sinum 7510722. proximè minorem, & sinum 7512642. proximè maiorẽ, dat 60. Secunda addenda arcui grad. 48. Min. 41. qui sinui proximè minori respõdet, (quoniã propositus sinus minus differt à sinu proximè minori quàm à sinu proximè maiori) vt habeatur arcus grad. 48. Min. 41. Sec. 60. hoc est, grad. 48. Min. 42. respõdens sinui proximè maiori. Quot ergo Secũda postulat differẽtia 45. inter sinũ propositũ, & sinũ proximè minorẽ, addenda eidẽ arcui sinus proximè minoris, vt fiat arcus dati sinus? Inuenies enim Secundũ 1. & paulo amplius addendũ arcui grad. 48. Min. 41. ita vt sinui proposito 7510767. respondeat arcus grad. 48. Min. 41. Sec. 1. & paulo amplius. Rursus sit datus sinus 455630. quem in tabula quæsitum non inuenio. Accipio ergo proximè maiorem 456536. (Ab hoc enim minus distat, quàm à proximè minori 453630.) cui respondet arcus grad. 2. Min. 37. Quòd si magis præcisum arcum desiderem, inquiram partem proportionalem, hoc modo. Differentia 2906. inter sinũ 456536. proximè maiorem, & sinum 453630. proximè minorem, dat 60. Secũda auferenda ab arcu grad. 2. Min. 37. qui sinui proximè maiori respondet, vt reliquus sit arcus grad. 2. Min. 36. respondens sinui proximè minori: Quot ergo Secunda postulat differentia 906. inter sinum propositum, & sinum proximè maiorem, auferenda ab eodem arcu sinus proximè maioris, vt fiat arcus dati sinus? Inuenio enim Secunda 19. fere, quæ ablata ex arcu grad. 2. Min. 37. relinquunt arcum grad. 2 Min. 36. Sec. 41. sinui dato 455630. debitum. Quoniam verò idem sinus rectus respondet duobus arcubus semicirculum conficientibus, vt supra diximus, si arcus dicta arte ex sinu recto inuentus subducatur ex semicirculo, id est, ex grad 180. reliquus erit alter arcus quadrante maior, qui dicto etiam sinui debetur. Vt si arcus grad. 48. Min. 41. Sec 1. inuentus dematur ex grad. 180. remanebit arcus grad. 131. Min. 18. Sec. 59. eidẽ sinui recto 7510767. debitus. Pulchre autem operatiõ in triangulis tam rectilineis,

Sinus tã rectus, q̃ versus. Quadrãtis est sinus totus, sinus vero cõplementi nihil est.

Arcus quadrante minor quo pacto ex sinu recto cognito eliciat.

Arcus quadrante minor magis præcisus, quo pacto p partẽ proportionalẽ ex dato sinu eliciatur.

Arcus quadrante maior qua arte ex sinu recto eliciatur.

Digitized by Google

quàm sphæricis, docebit, num accipiendus sit arcus quadrante maior propositò sinui respondens, an vero minor, vt proprijs locis apparebit.

Arcus quadrante minor quo pacto ex sinu complemẽti eruatur.

SI vero sinus cognitus, est sinus complementi arcus quæsiti, sumendi erunt gradus in parte inferiori tabulæ, & Minuta ad dextram. Ita enim habebitur arcus quæsitus. Vel certe inueniendus erit arcus, vt prius diximus, sinui dato, tanquam recto, respondens, isque ex quadrante demendus, vt arcus quæsitus relinquatur. Vt si cognitus sit 7510767. sinus complementi alicuius arcus. Inuento sinum 7510722. proxime minorem; quoniam paucioribus hic vnitatibus à sinu cognito distat, quàm sinus 7512642. proxime maior in tabula sinuum: Cui sinui proxime minori respondent in ima sede tabulæ grad. 41. & ad dexteram Minuta 19. Arcus igitur grad. 41. Min. 19. est is, qui quæritur. Huius enim complementum est arcus grad. 48. Min. 41. cui sinus datus debetur. Idem arcus grad. 41. Min. 19. reperietur, si arcus grad. 48. Min. 41. sinui dato in vertice tabulæ, & ad sinistram respondens. ex quadrante subducatur.

Arcus quadrante minor magis præcis⁹, quia ex sinu cõplementi cognoscat.

Quòd si partem proportionalem supra inuentam, nimirum Sec. 1. detrahas ex arcu reperto grad. 41. Min. 19. (quia maiorem arcum, quàm par est, dato sinui 7510767. tribuimus.) inuenietur arcus magis præcisus grad. 41. Min. 18. Sec. 59. Qui etiam reperietur, si arcum grad. 48. Min. 41. Sec. 1. eidem sinui, tanquam recto, debitum, & secundum partem proportionalem inuentum, detrahas ex quadrante. Rursus detur 455630. sinus complementi alicuius arcus, quem in tabula quæsitum non inuenio. Accipio ergo proxime maiorem 456536. (quoniam ab hoc minus distat, quàm à proxime minore 453630.) cui in parte inferiori tabulæ respondet arcus grad. 87. Min. 23. quæsitus; cum huius complementum sit arcus grad. 2. Min. 37. sinui dato, tanquã recto, debitus. Quòd si partem proportionalem supra inuentam, nimirum Sec. 19. addas arcui inuento grad. 87. Min. 23. (quia minorem arcum, quàm par est, dato sinui 455630. tribuimus.) inuenietur arcus magis præcisus grad. 87. Min. 23. Sec. 19. Quẽ etiam reperies, si arcum grad. 2. Min. 36. Sec. 41. eidem sinui, tanquam recto, debitũ, & secundum partem proportionalem inuentum, ex quadrante subducas.

Arcus quadrante maior quomodo ex sinu cõplementi inueniget.

Iam vero si sinus propositus, est sinus complementi arcus quadrante maioris, (Quod quãdo fiat, pulchre operatio in triãgulis siue rectilineis, siue sphæricis docebit) sumẽdus erit arcus ei in vertice tabulæ, tanquàm sinui recto respondens, & quadrãti adijciendus, vt arcus quæsitus conficiatur. Vt si sinus complementi alicuius arcus quadrante maioris cognitus sit 7510722. sumendus erit arcus ei respondens in vertice tabulæ vna cum parte proportionali, grad. 48. Min. 41. Sec. 1. & quadranti adijciendus. Componetur enim arcus grad. 138. Min. 41. Sec. 1. qui quæritur, cuius nimirum complemento datus sinus debetur.

Arcus quo pacto ex sinu verso eruatur.

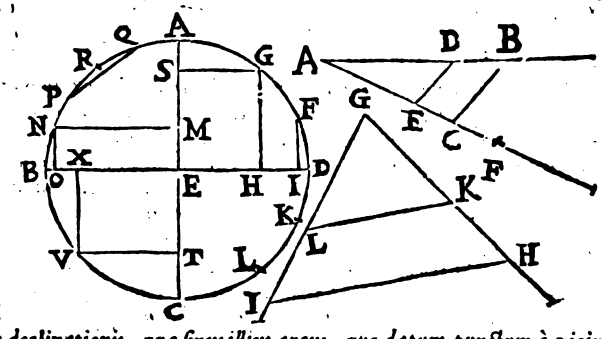
DENIQVE ex sinu verso cognito ita arcum inquires. Si datus sinus versus minor est, quàm sinus totus, detrahe eum ex sinu toto. Reliquus enim erit sinus complementi arcus quæsiti. Quare ex hoc, vt proxime docuimus, arcum quæsitum inuenies. Si vero datus sinus versus sinum totum superat, subtrahe ex eo sinum totum. Remanebit enim sinus rectus arcus, qui quadranti adiectus arcum quæsitum conficiet. Exemplum. Detur sinus versus 9544370. Hunc detraho ex sinu toto 10000000. remanebitq; 455630. sinus complementi arcus quæsiti, ex quo inuenietur arcus grad. 87. Min. 23. Vel partem proportionalem magis præcisus, grad. 87. Min. 23. Sec. 19. Item sit datus sinus versus 10455630. Ex hoc subduco sinum totum 10000000. relinquetur q; 455630. sinus rectus, cuius arcus grad. 2. Min. 37. vel magis præcisus per partem proportionalem inuentus, grad. 2. Min. 36. Sec. 41. adiectus quadranti efficiet arcum quæsitum grad. 92. Min. 37. vel magis præcisum, grad. 2. Min. 36. Sec. 41. Huius

operæ

operationis ratio perspicua est ex prima figura in expositione definitionum posita. In eo enim sinus versus AH, ex sinu toto AE, sublatus reliquit HE, vel FK, sinum complementi arcus AF, qui dicto sinui verso AH, debetur. Item ex sinu verso HC, subductus sinus totus EC, relinquit EH, vel KF, sinum rectum arcus FB, qui quadranti BC, adiectus componit arcum FC, dicto sinui verso HC, respondentem.

EX eadem tabula sinuum rectorum indagabimus quoq; cuiusq; arcus chordam, & contra datæ cuiusq; chordæ arcum reperiemus. Nam si dimidij arcus propositi sinum rectũ accipiamus, eumq; duplicemus, conflabimus dicti arcus chordam. Item si datæ chordæ dimidium, tanquàm sinum rectum sumamus, eiusq; arcum eliciamus, dabit hic arcus duplicatus arcum datæ chordæ respondentem. Id quod ex eadem figura prima, quã in definitionum explicatione descripsimus, manifestum est. Nã in ea FH, sinus rectus arcus AF, vel FC, est semissis chordæ FG, arcus FAG, vel FCG, &c. Chorda cuiusq; arcꝰ, & cõtra, arcus chordæ cuiusq; quã rõne ex tabula sinuũ eliciatur.

VERVM quia tabulam sinuum non semper in promptu habemus, non iniucundum studiosis fore sum arbitratus, si breuiter hoc loco doceam, antequam ad alia progrediar, qua ratione sinubus Geometrice, sine auxilio numerorum, vti possimus in theorematibus, atq; problematibus Astronomorum ac Geometrarũ explicandis: ita vt solo circini beneficio omnia illa consequamur, quæ longis multiplicationibus, diuisionibusq; numerorum in sinuum tabula contentorũ inquiri solẽt. Hac enim re ijs præsertim consultum erit, qui vel magnã molestiam in numerorũ supputationibus sentiũt, vel non admodum in ijs sese exercuerunt. Quod vt commodius exequamur, rem totam vno aut altero exemplo exponemus. Sit ergo, exempli causa, inuestiganda declinatio cuiusuis puncti Ecliptice, vt grad. 20. ♉. Describatur circulus ABCD, vnà cum duabus diametris AC, BD, sese in centro E, ad angulos rectos secantibus. Et quoniã, vt in coroll. propos. 1. lib. 1. nostræ Gnomonices ostendimus, ea est proportio sinus totius ad sinum maximæ declinationis, quæ sinus illius arcus, quo datum punctum à viciniori puncto æquinoctij distat, ad sinum declinationis eiusdem puncti: sumatur arcus maximæ declinationis DE, (quod quidem facile fiet, si adsit quadrãs æneus, aut ligneus accurate in 90. gradus diuisus, de quo in initio nostræ Gnomonices scripsimus. Sine hoc enim quadrãte non esset operæ pretium velle sinubus vti sine numeris.) & arcus grad. 90. DG, quo nimirum datus gradus 20. ♉. à principio ♈. abest: atq; ex F, G, ad DE, perpendiculares demittantur FI, GH: quod facile fiet, si arcubus DF, DG, sumantur arcus DK, DL, æquales: Recta enim puncta G, L, & F, K, iungentes erunt ad DE, perpendiculares, cum per scholium in definitionibus positum secentur in H, I, bifariam, ac propterea ad angulos rectos: erunt autem FI, GH, sinus recti arcuum DF, DG. Igitur si tribus rectis ED, sinui toti, & FI, sinui maximæ declinationis, & GH, sinui arcus, quo datum punctum ab æquinoctio distat, Quo pacto sinubus vtẽdũ sit Geometricè sine tabula sinuum.

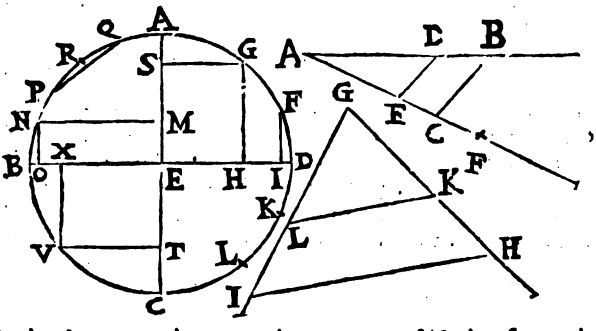


3. tertij.

Digitized by Google

12. sexti. distat, inueniatur quarta proportionalis, inuentus erit sinus rectus declinationis quæsitæ. Ita autem sine magno labore quartam proportionalem reperiemus cum E ea, elide. Ductis duabus rectis A B, A C, angulum quemcunq; facientibus in A, sumatur in earum altera, recta A D, primæ lineæ, hoc est, sinui toti E D, æqualis & D B, æqualis secundæ lineæ, vt sinui maximæ declinationis F I: In altera vero, recta A E, tertiæ lineæ, nempe sinui G H, æqualis. Deinde ducta recta D E, agatur illi per B, parallela B C. Nam E C, erit quarta proportionalis, hoc est, sinus rectus declinationis grad. 20. ♉. Cuius arcum ita inquiremus. Rectæ E C, inuentæ abscindemus ex semidiametro E A, æqualem E M, & per M, rectæ E B, parallelam ducemus M N. Arcus namq; B N, erit arcus declinationis quæsitæ, cum respondeat sinui recto E M,

§4. primi. sine E C: propterea quod, ducto sinu recto N O, arcus N B, inter se æquales sint rectæ E M, O N, ob parallelogrammum M O. Eundem tamen arcum ita quoq; obtinebimus. Rectæ inuentæ E C, æqualem abscindemus C F, vt E F, ipsius E C, sit dupla, hoc est, chorda illius arcus, qui duplus est arcus, cuius sinus rectus est E C. Nam si rectæ E F, æqualem chordã P Q,



in circulo accommodemus, & eius arcum P Q, bifariam secemus in R, erit quoq; Q R, vel P R, arcus declinationis quæsitæ respondens sinui E C, hoc est, dimidiatæ chordæ P Q, vt constat ex definitione sinus recti. Quadrans porro in 90. gradus diuisus monstrabit, (si hoc etiam scire lubeat) quot gradus ac Minuta in B N, vel P R, arcu declinationis contineantur: quamuis Minuta secundũ existimationẽ accipienda sint; propterea quòd gradus quadrantis, nisi admodum magnus esset, in Minuta diuidi non posit.

RVRSVS inuestiganda sit ascensio recta grad. 20. ♉. Quoniam igitur, vt in scholio propos. 9. lib. 2. Gnomonices demonstrauimus, eadem est proportio sinus complementi declinationis puncti propositi ad sinum complementi arcus, quo datũ punctũ à vicino puncto æquinoctij abest, quæ sinus totius ad sinum complemẽti ascensionis rectæ: sumatur in eadem figura arcus B N, declinationis grad. 20. ♉. quæ in tabula declinationis continet grad. 17. Min. 47. ducatur q; N M, ad E A, perpendicularis, quæ sinus erit complementi dictæ declinationis. Capiatur quoq; arcus D G, grad. 50. quo datum punctum ab æquinoctio verno abest, & ad E A, perpendicularis ducatur G S, nempe sinus complementi dicti arcus D G. Post hæc tribus rectis N M, sinui complemẽti declinationis dati puncti, & G S, sinui complementi arcus D G, quo datũ punctum ab æquinoctij puncto distat, et E D, sinui toti, quarta proportionalis inueniatur L I, vt in lineis G H, G I, sese in G, secantibus factũ est: Sumpta enim ibi est G K, ipsi N M, & K H, ipsi G S, & G L, sinui toti E D, æqualis, &c. Nam L I, inuenta erit sinus complementi ascensionis rectæ dati grad. 20. ♉. Quare si ipsi L I, ex semidiametro E G, abscindatur æqualis recta E T,

§4. primi. ducaturq; T V, ipsi E B, parallela, & V X, ipsi E C, parallelæ, erunt æquales rectæ E T, V X. Cum ergo sinui V X, respondeat arcus B V, erit huius complementũ V C, ascensio recta

recta gradus 20. 8. Quot autem gradus complectatur arcus V C, indicabit quadrans in 90. gradus diuisus.

EODEM pacto omnia alia problemata Geometrice per sinus absoluemus, etiamsi sinubus versis vti oportuerit aliquando, qui quidem eadem facilitate ex datis arcubus inueniuntur, & ex ipsis arcus, quasi sinus rectos, & sinus complemẽtorum reperiemus. Si enim arcus datus minor est quadrante, vt A G; ducta G S, ad A E, perpendiculari, erit A S sinus versus arcus A G. Si vero datus arcus quadrante maior est, vt A V; ducta V T, ad E C, perpendiculari, erit A T, sinus versus arcus A V, vt ex definitione manifestum est.

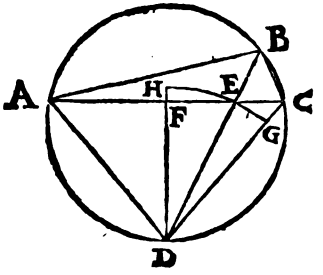
SED iam ad inquisitionem chordarum Geometricam aggrediamur, ex quibus versum sinuum tabulam facili negotio componemus.

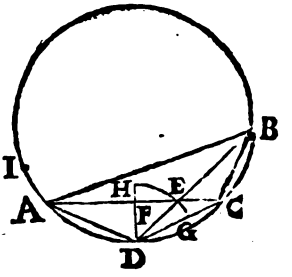
THEOR. 7. PROPOS. 10.

IN circulo sumptis duobus arcubus inæqualibus, quorum maioris chorda maior sit, quam chorda minoris; maior est proportio arcus maioris ad minorem, quam chordæ arcus maioris ad chordam minoris arcus.

Maior est proportio maioris arcꝰ in circulo ad arcũ minorẽ, q̃ chordæ maioris arcus ad chordã minoris.

IN circulo ABCD, sint inęquales arcus AB, BC; ille maior, hic vero minor: quorum chordæ A B, B C; illa maior, hæc vero minor. Dico maiorem esse proportionem arcus A B, ad arcum B C, quam chordæ A B, ad chordam B C. Contineant enim chordæ A B, B C, angulum A B C, ita vt arcus sint continuati, minoresq; sint tota circunferentia. Nam si toti circunferentiæ forent æquales, esset eadem chorda vtriusq; arcus: si vero totam circunferentiam excederent, esset chorda arcus minoris maior, quam maioris, vt patet in se-



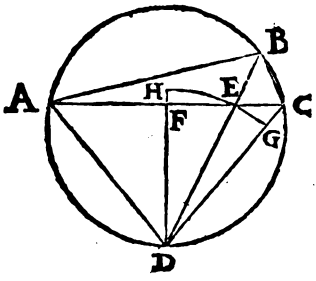


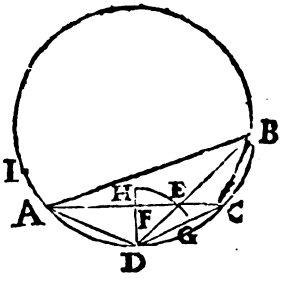
eunda figura, si minor arcus foret B A I. Angulus porrò A B C, bifariam secetur recta B D, connectãturq; rectæ A C, A D, C D, quarum A C, rectam B D, secet in E. Erunt autem rectæ A D, C D, æquales, propter arcus A D, C D, qui subtensi angulis A B D, C B D, ex constructione æqualibus æquales inter se sunt. Et quoniam in triangulo A B C, recta B E, angulum A B C, bifariam secat; erit, vt A B, ad B C, ita A E, ad E C: Est autem recta A B, maior, quam recta

9. primi.
29. tertij.
26. tertij.
3. sexti.

recta B C, ex hypothesi. Igitur & A E, maior erit, quã E C. Diuisa ergò A C, bifariã in F, erit punctũ F, in maiori segmento A E. Ducta autẽ recta D F; quoniã latera A F, F D, trianguli A F D, lateribus C F, F D, trianguli C F D, basisq; A D, basi C D, ostensa est æqualis; erit angulus A F D, angulo C F D, æqualis; ac proinde vterq; rectus erit. Cum ergo in triangulo D E F, duo anguli E, F, duobus rectis sint minores, erit angulus E, acutus, ac proinde reliquus C E D, obtusus. Quare cum in triangulo C D E, duo anguli C, E, sint duobus rectis minores, erit angulus C, acutus. Est igitur in triangulo D E F, latus D E, maius latere D F, & in triangulo C D E, minus latere C D. Quocirca arcus circuli ex D, centro per E, descriptus secabit rectam D F, productam in H, rectam autem C D, infra punctum C, in G. Quoniam vero sector D H E, ad triangulum D E C, maiorem proportionem habet, quam triangulũ D F E,

8. primi.
17. primi.
19. primi.
8. quinti.





ad idem triangulum D E C: Item sector idem D H E, ad sectorem D E G, maiorem proportionem habet, quam ad triangulum D E C; habebit multò maiorem proportionem sector D H E, ad sectorem D E G, quam triangulum D F E, ad triangulum D E C. Est autem, vt sector D H E, ad sectorem D E G, ita angulus H D E, ad angulum E D G. Maior ergo quoq; erit proportio anguli H D E, ad angulum E D G, quam trianguli D F E, ad triangulum D E C: Sed vt triangulum D F E, ad triangulum D E C, ita est recta F E, ad rectam E C. Est igitur maior quoq; proportio anguli H D E, ad angulum E D G, quæ rectæ F E, ad rectam E C. Et componendo, maior etiam erit proportio anguli H D G, ad angulum E D G, quam rectæ F C, ad rectam E C. Quia igitur est, vt angulus A D C, ad angulum H D G, ita recta A C, ad rectã F C: (vtrobiq; enim est proportio dupla) Angulus autem H D G, ad angulum E D G, maiorem habet proportionem, quam recta F C, ad rectam E C, vt ostendimus; erit ex æquo maior quoque proportio anguli A D C, ad angulum E D G, quam rectæ A C, ad rectam E C, vt in hac formula apparet. Diuidendo ergo erit quoq; maior proportio anguli A D E, ad angulum E D G, quam rectæ A E, ad rectam E C. Atqui vt angulus A D E, ad angulum E D G, ita est arcus A B, ad arcum B C; Et vt recta A E, ad rectam E C, ita est chorda A B, ad chordam B C. Igitur maior erit etiam proportio arcus A B, ad arcum B C, quam chordæ A B, ad chordam B C. In circulo ergo sumptis duobus arcubus inæqualibus, &c. Quod demonstrandum erat.

Anguli	Rectæ.
A D C.	A C.
H D G.	F C.
E D G.	E C.

Coroll. 1. propos. 33. lib. 6.
1. sexti.
28. quinti.
31. quinti.
29. quinti.
33. sexti.
3. sexti.

SCHO-

SCHOLIVM.

QVAMVIS autem Theorema hoc proponatur ſolum de arcubus illis inæqualibus, quorũ maioris maior chorda ſubtenditur, quam minoris: Idem tamen locum etiam habet in illis arcubus inæqualibus, quorum maioris chorda minor eſt, quam chordæ minoris. Nam quia tunc arcus maior ad minorem habet proportionẽ maioris inæqualitatis, chorda vero maioris arcus ad chordam minoris arcus proportionem habet minoris inæqualitatis, maior erit proportio maioris arcus ad minorem, quam chordæ arcus maioris ad chordam minoris arcus.

COROLLARIVM.

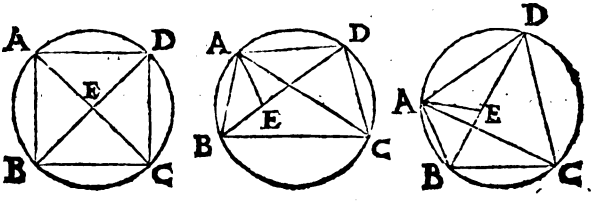
SEQVITVR ex hac propoſitione, minorem eſſe proportionem minoris arcus ad maiorem, quam chordæ minoris arcus ad chordam maioris. Cum enim maiõr arcus ad minorem habeat maiorem proportionem, quam chorda maioris arcus ad chordam minoris, vt demonſtratum eſt; habebit conuertendo minor arcus ad maiorem, minorem proportionem, quam chorda arcus minoris ad chordam maioris. 26. quinti.

THEOR. 8. PROPOS. 11.

SI in circulo quadrilaterum deſcribatur cum ſuis diametris; erit rectãgulum ſub diametris comprehenſum æquale duobus rectãgulis ſimul, quæ ſub lateribus oppoſitis continentur.

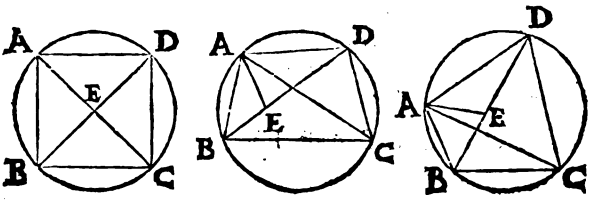
Rectangulũ ſub diametris quadrilateri in circulo deſcripti contentũ æquale eſt duobus rectangulis ſub oppoſitis lateribus contentis.

IN circulo A B C D, ſit quadrilaterum A B C D, cuius diametri A C, B D. Dico rectangulum ſub A C, B D, comprehenſum æquale eſſe rectangulis ſimul ſub A D, B C, & ſub A B, D C, contentis. Fiat angulo D A C, æqualis angulus B A E; cadetq; recta A E, vel in ipſam rectam A C; vel inter A C, rectam, & punctum B; vel deniq; inter rectam A C, & punctum D: atq; erit in primo caſu angulus B A C, angulo D A E; & in ſecundo caſu totus angulus B A C, toti angulo D A E, propter cõmunem angulum E A C, additum; & & in tertio caſu reliquus angulus B A C, reliquo angulo D A E, ob communem angulum E A C, ablatum æqualis. Et quoniam angulus quoq; A C B, angulo A D B, æqualis eſt; erit reliquus etiam angulus A B C, in triangulo A B C, reliquo angulo A E D, in triangulo A E D, æqualis. Erit igitur vt A C, ad C B, ita A D, ad D E. Quare rectangulum ſub A C, D E, æquale eſt rectangulo ſub C B, A D. Rurſus quia angulus B A E, angulo D A C, ex conſtructione æqualis eſt; & angulus A B D, angulo A C D: erit & reliquus angulus A E B, in triangulo A E B, reliquo



21. tertij. 32. primi. 4. ſexti. 16. ſexti. 21. tertij.

4.sexti. liquo angulo A D C, in triangulo A D C, æqualis. Erit igitur, vt A C, ad C D,
16.sexti. ita A B, ad B E. Quare rectangulum sub A C, B E, æquale est rectangulo sub C D, A B. Quoniam igitur rectangulum sub A C, D E, rectangulo sub C B, A D, ostensum est æquale; & rectangulum sub A C, B E, rectangulo sub C D, A B: Sunt autem rectangula sub A C, D E, & sub



1.secundi. A C, B E, simul rectangulo sub A C, B D, æqualia; erit rectangulum sub A C, B D, rectangulis sub B C, A D, & sub C D, A B, contentis æquale. Si ergo in circulo quadrilaterum describatur, &c. Quod erat demonstrandum.

SCHOLIVM.

Schol. 34. lib.1. 47.primi. QVANDO *figura in circulo descripta est quadratum, vt in prima figura, facilius demonstrabitur theorema, hoc modo. Quoniam rectangulum sub* A C, B D, *hoc est, quadratum ex* A C, (*sunt enim diametri in quadrato æquales*) *æquale est quadratis ex* A D, D C, *hoc est, rectangulis sub* A D, B C, *& sub* A B, D C, *contentis, propter æqualitatem rectarum* A D, B C, *&* A B, D C; *liquido constat id, quod proponitur.*

PROBL. 4. PROP. 12.

Ex data diametro circuli quo pacto latera trianguli æquilateri, quadrati, hexagoni, pentagoni, & decagoni eiusdem circuli inuestigent.

EX data circuli diametro quotlibet particularum, latera trianguli æquilateri, quadrati, hexagoni, pentagoni, & decagoni in eodem circulo descriptorum, in eisdem partibus inuestigare.

PONATVR diameter partium 20000000. Quoniam igitur latus hexagoni semidiametro circuli est æquale, ipsum notum fiet partium 10000000.

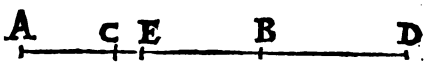
Coroll. 15. quarti. RVRSVS, quia quadratum à diametro quadrati cuiusuis descriptum,
Schol. 47. primi. duplum est quadrati eiusdem; Est autem diameter quadrati in circulo descripti eadem, quæ circuli diameter: si accipiatur quadratum à diametro circuli descriptũ, nẽpe 400000000000000. erit dimidiũ eius, puta 200000000000000. quadratum lateris quadrati, cuius radix quadrata 14142136. dabit latus quadrati. Quod hoc etiam modo reperietur. Quoniam quadratum in circulo descriptum duplum est quadrati à semidiametro descripti, vt patet in trian-
47.primi. gulo rectangulo A D E, primę figuræ præcedẽtis propos. si 100000000000000. quadratum semidiametri duplicetur, fiet quadratum in circulo descriptum partium 200000000000000. cuius radix quadrata 14142136. rursus dabit latus quadrati.

PRAE-

Digitized by Google

PRAETEREA, cum latus trianguli æquilateri in circulo descripti sit potentia triplum semidiametri eiusdem circuli, efficitur, vt quadratum semidiametri triplicatum det quadratum lateris triãguli 300000000000000. cuius radix quadrata idem latus exhibebit partium 173205080. 12. tertij dec.

SIT insuper AB, semidiameter circuli cuiusuis, qua diuisa secundum extremam ac mediam rationem in C, vt maius segmentum sit BC; producta autem AB, & abscissa BD, quæ maiori segmento BC, sit æqualis; erit quoq; AD, in B, diuisa secundum extremam ac mediam rationem, maiusq; segmentum erit AB: quod cum sit latus hexagoni in circulo, cuius semidiameter AB; erit BD, latus decagoni in eodem circulo. Quod hac ratione notum efficietur. Secta AB, bifariam in E, erit quadratum rectæ DE, compositæ ex minori segmento DB, & dimidio BE, maioris segmenti BA, quintuplum quadrati rectæ BE, quæ cognita est, cum sit semissis semidiametri AB, ac proinde partium 5000000. Quare si quadratum rectæ BE, quincuplicetur, fiet quadratum rectæ DE, 125000000000000. cuius radix quadrata dabit rectam DE, partium 11180340. ex qua si demat̃ recta BE, partium 5000000. reliquum erit BD, latus decagoni partium 6180340.



30. sexti. 5. tertij dec. coroll. 15. & Schol. 9. 13 3. tertij dec.

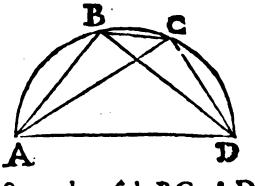
POSTREMO, quoniam pentagoni latus potest & latus hexagoni, & latus decagoni; si quadratum lateris hexagoni 100000000000000. & quadratum lateris decagoni 38196602515600. simul componantur, fiet quadratum lateris pentagoni 138196602515600. cuius radix quadrata dabit latus pentagoni partium 11755705. Atq; ita latera trianguli æquilateri, quadrati, pentagoni, hexagoni, & decagoni nota facta sunt in partibus diametri circuli, in quo describuntur. Ex data igitur circuli diametro quotlibet particularum, latera trianguli æquilateri, quadrati, &c. inuestigauimus. Quod erat faciendum. 10. tertij dec.

PROBL. 5. PROP. 13.

Qua ratione ex duabus chordis cognitis inuestigetur chorda differentiæ, qua arcus chordarũ datarũ inter se differunt.

EX datis chordis duorum arcuũ inæqualium chordam arcus, quo maior arcus minorem superat, inquirere.

IN semicirculo ABCD, sint datæ chordæ AB, AC, & BC, sit chorda arcus BC, quo maior arcus AC, minorem AB, superat: oporteatq; inquirere chordã BC. Ductis rectis BD, CD; quoniam chordæ AB, AC, ponuntur notæ, notæ quoque erunt chordæ BD, CD. Rectangulum ergo sub datis rectis AB, CD, comprehensum, notum erit: Item rectangulum sub datis rectis AC, BD. Est autem rectangulum sub rectis, AC, BD, æquale duobus rectangulis sub AB, CD, & sub BC, AD. Ablato ergo rectangulo noto sub AB, CD, ex rectangulo sub AC, BD, notum fiet reliquum rectangulum sub BC, AD. 3. huius. 11. huius.



Digitized by Google

quod diuiſum per diametrum A D, notam, cognitam faciet chordam B C. Ex datis ergo chordis duorum arcuum inæqualium chordam arcus, quo maior arcus minorem ſuperat, inquiſiuimus. Quod faciendum erat.

COROLLARIVM.

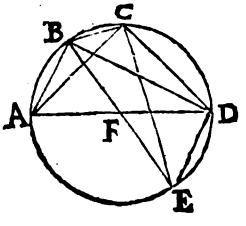
Praxis. ITAQVE datis chordis duorum arcuum inæqualium, ſi maioris chorda multiplicetur in chordam arcus, qui cum minori arcu ſemicirculum conficit, quæ quidem per 3. propoſ. datur; & ex producto ſubtrahatur numerus procreatus ex minoris arcus chorda in chordam arcus, qui cum arcu maiori ſemicirculum complet, quæ per eandem propoſ. 3. datur; reliquus autem numerus per diametrum diuidatur, reddetur chorda illius arcus, quo maior arcus minorem ſuperat, nota: vt ex figura & demonſtratione huius propoſ. manifeſtum eſt.

PROBL. 6. PROPOS. 14.

Qua arte ex datis duabus chordis cognoſcat chorda arcus cõpoſiti ex duobus arcubus datũ duatũ chordarũ.

EX datis chordis duorum arcuum chordam arcus, qui ex duobus illis arcubus componitur, inueſtigare.

IN circulo A B C D E, cuius centrum F, datæ ſint duæ chordæ A B, B C: oporteatq; inueſtigare chordam A C, arcus A B C, ex duobus arcubus A B, B C, compoſiti. Ductis duabus diametris A D, B E, & rectis B D, C E, C D, 3. huius. D E; quoniam data eſt chorda A B, dabitur quoq; chorda B D, arcus B C D, reliqui in ſemicirculo A B D. Pari ratione, quia data eſt chorda B C, dabitur quoq; chorda C E, arcus C D E, reliqui in ſemicirculo B C E. Et quia anguli A F B, D F E, æquales ſunt, lateraq; F A, 15. primi. F B, lateribus F D, F E, æqualia, æquales quoque 4. primi. erunt baſes A B, D E; ac proinde cum A B, data ſit, data quoq; erit D E. Quoniam igitur rectangulum ſub datis rectis B D, C E, æquale eſt rectan 21. huius. gulis ſub datis rectis B C, D E, & ſub diametro B E, ac recta C D: ſi rectangulum ſub B C, D E, datum auferatur ex rectangulo dato ſub B D, C E; notum relinquetur rectangulum ſub B E, C D. quo diuiſo per diametrum notam B E, nota fiet chor- 3. huius. da C D; ac proinde & chorda A C, reliqui arcus A B C, in ſemicirculo A C D, nota erit.



3. huius. ALITER. Quoniam data eſt chorda A B, dabitur etiam B D, reliqui arcus B C D, in ſemicirculo A B D: Data eſt autem & B C. Igitur cum chordæ 23. huius. B D, B C, datæ ſint, dabitur quoq; chorda C D, arcus C D, quo maior arcus 3. huius. B D, minorem arcum B C, ſuperat; ac proinde rurſus chorda A C, reliqui arcus A B C, in ſemicirculo A C D, dabitur. Ex datis ergo chordis duorum arcuum chordam arcus, qui ex duobus illis arcubus componitur, inueſtigauimus. Quod erat faciendum.

COROLLARIVM.

Praxis. ITAQVE datis chordis duorum arcuum, ſi chordæ arcuum duorum, qui cum illis ſemicirculus complent, quæ quidem per propoſ. 3. dantur, inter ſe multiplicentur, & ex producto

Digitized by Google

ducto auferatur numerus procreatus ex multiplicatione duarum chordarum datarum inter se; reliquus autem numerus per diametrum diuidatur, relinquetur chorda, ex qua si per propos. 3. inuestigetur chorda arcus, qui cum relictæ chordæ arcu semicirculum conficit, erit hæc inuenta subtendens arcum compositum ex duobus arcubus duarum chordarum datarum. Operatio hæc perspicua est ex figura, & demonstratione ptiori huius propos.

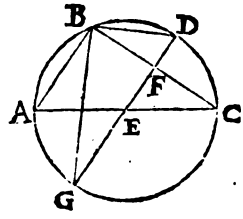
EADEM hæc operatio colligi potest ex posteriori demonstratione, vt manifestum est.

PROBL. 7. PROPOS. 15.

Quo pacto ex data chorda reperiatur chorda semissis arcus datæ chordæ.

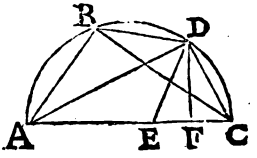
EX data chorda cuiusuis arcus chordá semissis illius arcus inuenire.

IN circulo A B C, cuius centrum E, data sit chorda B C, arcus B D C, cuius semissis sit arcus B D, eiusq; chorda B D, quam inuenire oporteat. Ducta diametro D G, secabit ea, per lemma in definitionibus positum, rectam B C, bifariam, ac proinde ad angulos rectos. Iunctis autem rectis B A, B G; erunt duo triangula A B C, E F C, æquiangula, cum angulus E F C, ostensus sit rectus, & angulus A B C, sit quoq; rectus in semicirculo, at angulus C, communis. Igitur erit, vt C F, ad F E, ita C B, ad B A: & permutando, vt C F, ad C B, ita F E, ad B A. Cum ergo C F, dimidium sit ipsius C B, vt ostendimus, erit & E F, dimidium ipsius A B: ac propterea cum A B, data sit ex data B C, data quoq; erit E F; qua dempta ex semidiametro E D, nota, data erit quoq; reliqua F D. Quoniam vero in triangulo G B D, angulus B, rectus est, à quo demissa est B F, ad basim G D, perpendicularis; erit recta D B, media proportionalis inter G D, & F D: atq; adeo rectangulum sub G D, F D, notis quadrato rectæ D B, æquale. Notum ergo erit quadratum rectæ D B; propterea q; radix eius quadrata rectam D B, notam exhibebit. Quam etiam ita cognoscemus. Quoniam F D, nota facta est, erunt quadrata rectarum F D, F B, nota: quæ cum æqualia sint quadrato rectæ B D; erit & hoc quadratum notum, cuius radix quadrata iterum rectam B D, efficiet notam. quod est propositum.



3. tertij.
31. tertij.
4. sexti.
3. huius.
31. tertij.
Coroll. 8. 6.
17. sexti.
47. primi.

ALITER. SIT rursus in semicirculo A B C, data chorda B C, arcus B D C, cuius semissis sit arcus D C, eiusq; chorda D C, quam oporteat dari. Ducta chorda A B, abscindatur ei æqualis A E, iunganturq; rectæ B D, D E; Diuisa quoq; E C, bifariam in F, demittatur recta D F. Quoniam igitur duo latera B A, A D, æqualia sunt duobus lateribus E A, A D, angulosq; comprehendunt æquales, ob arcus æquales B D, D C; erunt bases B D, D E, æquales. Est autem B D, recta rectæ D C, æqualis. Igitur & recta D E, eidem D C, æqualis erit. Quare cum duo latera E F, F D, duobus lateribus C F, F D, æqualia sint, basisq; D E, basi D C, æqualis; erunt anguli ad F, æquales, ideoq; recti. Quoniam vero chorda A B, nota est ex data chorda B C; erit quoq; A E, ipsi A B, æqualis, nota: qua ablata ex diametro A C, nota relinquetur E C; ac proinde & huius medietas F C. Iam vero, quia C D, media pro-



27. tertij.
4. primi.
29. tertij.
8. primi.
3. huius.
Coroll. 8. 6.

Digitized by Google

17. sexti. proportionalis est inter AC, FC; erit rectangulum sub AC, FC, æquale quadrato rectæ CD. Cum ergo illud notũ sit, ob notas AC, FC; erit & quadratum ex DC, notum: atq; adeo radix eius quadrata rectam DC, efficiet notam. Quare ex data chorda cuiusuis arcus chordam semissis illius arcus inuenimus. Quod erat faciendum.

COROLLARIVM.

Praxis. ITAQVE, si per propos. 3. inueniatur chorda arcus, qui cum arcu datæ chordæ semicirculum conficit; inuentæ autem huius chordæ dimidium ex semidiametro detrahatur, & reliquus numerus in diametrum multiplicetur, dabit radix quadrata huius producti chordam semissis illius arcus, cuius chorda data est. Vel si reliqui illius numeri quadratum iungatur quadrato semissis chordæ datæ, componetur numerus, cuius radix quadrata chordam quæsitam exhibebit cognitam. Quæ quidem operatio facile colligitur ex figura, & priori demonstratione huius propos.

ITEM si per propos. 3. reperiatur chorda arcus, qui cum arcu datæ chordæ semicirculum conficit; inuenta autem hæc chorda ex diametro detrahatur, & reliqui numeri dimidium in diametrum multiplicetur, dabit radix quadrata huius producti chordam semissis illius arcus, cuius chorda data est. Vt perspicuum est ex figura, & posteriori demonstratione huius propos.

PROBL. 8. PROPOS. 16.

Qua ratione omniũ arcuũ chordæ supputentur.

CHORDAS omnium arcuum semicirculi sese ordine superantium vno Minuto, in partibus diametri in quotius particulas distributæ, supputare.

STATVAMVS, chordas omnium arcuum supputandas esse respectu diametri in partes 200000. distributæ. Quod vt fiat accuratius, ponenda erit in supputationibus diameter partium 20000000. Ita enim fiet, vt abiectis duabus primis figuris ad dexteram ex singulis chordis inuentis, relinquãtur chordæ magis exquisitę respectu diametri partium 200000. quemadmodum ad initium propos. 9. de Sinubus docuimus, vbi etiam addidimus, quot particularum sinus totus assumi debeat in supputatione, si sinus totus in tabula plurium particularum desideretur. Quod etiam de tota diametro hic intelligi debet, statuendo semper diametrum duplo plurium particularum in supputatione, quam sinum totum ibi constituimus.

PRIMVM ergo omnium inuentæ sunt in propos. 12. chordæ arcuum grad. 36. grad. 60. grad. 72. grad. 90. & grad. 120. nempe latera decagoni, hexagoni, pentagoni, quadrati, & trianguli æquilateri, partium 6180340. 10000000. 11755705. 14142136. 17320508. qualium 20000000. tota diameter statuitur. Ex chordis autem 6180340. 11755705. arcuum grad. 36. & grad. 72. inuenientur chordæ arcuum reliquorum in semicirculo, vt grad. 144. & grad. 108. partium 19021130. 16180340. vt in propos. 3. ostendimus.

DEINDE per propos. 12. eiusq; corollarium reperientur chordæ omnium arcuum, qui differentiæ sint duorum quorumlibet arcuum, quorũ chordæ sint notæ. Vt ex chorda arcus grad. 120. & ex chorda arcus grad. 36. inueniemus chordam arcus grad. 84. qui illorum differentia est. Item ex chorda

arcus

Digitized by Google

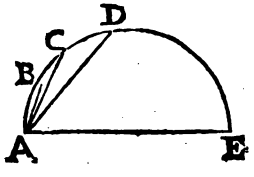
arcus grad. 90. & ex chorda arcus grad. 60. cognoſcemus chordam arcus grad. 30. quo duo illi inter ſe differunt. Eodemq; modo plurimorum arcuum chordas inueſtigabimus.

RVRSVS per ea, quæ propoſ. 14. eiusq; corollario demonſtrauimus, reperiemus chordam cuiuſq; arcus compoſiti ex duobus, quorum chordæ notæ ſint. Vt ex chorda arcus grad. 60. & ex chorda arcus grad. 90. nota reddetur chorda arcus grad. 150. ex illis duobus compoſiti. Sic etiam ex chorda arcus grad. 90. & ex chorda arcus grad. 36. cognoſcetur chorda arcus grad. 126. &c.

PRAETEREA per doctrinam propoſ. 15. eiusq; coroll. cognita chorda cuiuſuis arcus, cognoſcemus & chordam dimidiati arcus. Vt ex chorda arcus grad. 60. notam efficiemus chordam arcus grad. 30. Ex hac chordam arcus grad. 15. Ex hac vero chordam arcus grad. 7. Min. 30. & ex hac chordam arcus grad. 3. Min. 45. Item ex chorda arcus grad. 72. explorabimus chordam arcus grad. 36. Et ex hac chordā arcus grad. 18. Et ex hac chordā arcus grad. 9. Et ex hac chordā arcus grad. 4. Min. 30. Et ex hac chordam arcus grad. 2. Min. 15. Sic etiam, quoniam per propoſ. 13. eiusq; coroll. ex chordis arcuum grad. 36. & grad. 48. cognoſcitur chorda arcus grad. 12. quo illi duo inter ſe differunt, cognoſcemus ex chorda arcus grad. 12. chordam arcus grad. 6. Et ex hac chordam arcus grad. 3. Ex hac chordam arcus grad. 1. Min. 30. Et ex hac chordam arcus grad. 0. Min. 45. Deinde ſi per ea, quæ demonſtrata ſunt, arcuum cæterorum chordas diligēter ex inuentis inquiramus, inueniemus chordas omnium arcuum, qui ſe ordine continuo ſuperant Minutis 45. ita vt primus arcus contineat grad. 0. Min. 45. ſecundus grad. 1. Min. 30. tertius grad. 2. Min. 15. vltimus deniq; ſit totus ſemicirculus grad. 180. Immo vero, ſi, vt proxime docuimus, inuenta fuerit chorda arcus grad. 0. Min. 45. inueniemus ex hac, per doctrinam propoſ. 14. eiusq; coroll. chordas omnium arcuum ſeſe continue Minutis 45. ſuperantium, ſi primo inueſtigemus chordam arcus grad. 1. Min. 30. ex duobus arcubus Min. 45. & Min. 45. compoſiti: Deinde vero chordam arcus grad. 2. Min. 15. qui ex duobus arcubus grad. 1. Min. 30. & Min. 45. componitur: Et poſtea chordam arcus grad. 3. qui componitur ex arcu grad. 2. Min. 15. & ex arcu Min. 45. atq; ita deinceps, apponendo ſemper arcui antecedenti arcum Min. 45.

Supputatio chordarū arcuum Min. 45. ſeſe ſuperantium.

POSTREMO aliorum arcuum chordas inueſtigabimus hac arte. Sit in ſemicirculo A B C D E, chorda A B, arcus Min. 45. & A D, chorda arcus grad. 1. Min 30. at A C, chorda arcus grad. 1. quæ inueſtiganda proponatur. Quoniam igitur maior eſt proportio arcus A C, ad arcum A B, quam chordæ A C, ad chordam A B: Habet autem arcus A C, ad arcum A B, proportionē ſeſquitertiam; habebit chorda A C, ad chordam A B, proportionem minorem, quàm ſeſquitertiam. Cum ergo chorda A B, arcus Min. 45. ex præcedentibus inuenta ſit partium ferè 130899. erit chorda A C, arcus grad. 1 (quæ nimirum ad chordam A B, hoc eſt, ad 130899. minorem proportionem habet, quam ſeſquitertiam.) minor, quàm 174532. cum hic numerus ad illum proportionem habeat ſeſquitertiam. Rurſus quia maior eſt proportio arcus A D, ad arcum A C, quam chordæ A D, ad chordam A C: Habet autem



Supputatio chordæ arcus grad. 1.

10. huius.

10. quinti.

10. huius.

autem arcus A D, ad arcum A C, proportionem ſeſquialteram; habebit chorda A D, ad chordam B C, minorem proportionem, quam ſeſquialteram. Cum ergo chorda A D, arcus grad. 1. Min. 30. ex præcedentibus inuẽta ſit partium ferè 261792. erit chorda A C, arcus grad. 1. (ad quam nimirum chorda A D, hoc eſt, numerus 261792. minorem proportionem habet, quam ſeſquialterã.)

10. quinti. maior, quam 174528. cum ad hunc numerum numerus 261792. proportionem ſeſquialteram habeat. Conſtat igitur, chordam arcus grad. 1. conſiſtere inter duos hos numeros, 174532. 174528. cum ille maior ſit, hic vero minor. Statuamus ergo eam eſſe 174530. inter numeros illos omnino mediam. Ita enim ſenſibiliter non differet à vera chorda arcus grad. 1.

NON putes autem, eadem hac arte inueſtigari poſſe chordam arcus cuiuſuis plurium graduum ex duabus chordis notis duorum arcuum circunſtantium. Nam cum in maioribus arcubus magna ſit differentia inter arcus, & chordas, ægre iudicari poterit, quinam numerus ex intermedijs inter duos inuẽtos conſtitui debeat chorda arcus propoſiti. Quod hoc exemplo faciemus perſpicuum. Sint cognitæ chordæ arcuum grad. 59. Min. 46. & grad. 60. Min. 30. partium 9964712. & 10075480. Si quis igitur ex his eruere vellet chordam arcus grad. 60. ita eſſet ei progrediendum.

Coroll. 10. huius. Quoniam minor eſt proportio arcus grad. 59. Min. 46. ad arcum grad. 60. quam chordæ ad chordam: Habet autem 9964712. chorda arcus grad. 59. Min. 46. ad $10003614\frac{1}{1}\frac{6}{7}\frac{9}{9}\frac{8}{3}$. proportionem eandem, quam arcus grad. 59. Min. 46. ad arcum grad. 60. erit chorda ar-

10. quinti. cus grad. 60. minor, quam $10003614\frac{1}{1}\frac{6}{7}\frac{9}{9}\frac{8}{3}$. vtpote ad quam chorda 9964712. maiorem proportionem habeat, quam ad $10003614\frac{1}{1}\frac{6}{7}\frac{9}{9}\frac{8}{3}$. Item

10. huius. quia maior eſt proportio arcus grad. 60. Min. 30. ad arcum grad. 60. quam chordæ ad chordam: Habet autem 10075480. chorda arcus grad. 60. Min. 30. ad $9992211\frac{6}{1}\frac{9}{2}\frac{}{1}$. eandem proportionem, quam arcus grad. 60. Min. 30. ad

10. quinti. arcum grad. 60. erit chorda arcus grad. 60. maior, quam $9992211\frac{6}{1}\frac{9}{2}\frac{}{1}$. vtpote ad quam chorda 10075480. proportionem habeat minorem, quam ad $9992211\frac{6}{1}\frac{9}{2}\frac{}{1}$. Conſtituenda igitur eſſet chorda arcus grad. 60. inter hos duos numeros $10003614\frac{1}{1}\frac{6}{7}\frac{9}{9}\frac{8}{3}$. $9992211\frac{6}{1}\frac{9}{2}\frac{}{1}$. qui cum valde inter ſe differant (eſt enim eorum differentia ferme 11403.) ambiguum erit, quanta ea ſit aſſumenda. Quæ ambiguitas in perueſtigatione chordæ arcus grad. 1. locum non habet, cum in tam paruis arcubus chordę parũ ab arcubus differant.

Supputatio chordarũ arcuum per Min. 15. extenſorum. IAM vero inuenta chorda arcus grad. 1. reperiemus quoq;, per propoſ. 15. eiusq; coroll. chordam arcus Min. 30. Et ex hac chordam arcus Min. 15. Sed hanc poſtremam etiam inueniemus per propoſ. 13. eiusq; coroll. cum arcus Min. 15 ſit differentia inter arcum grad. 1. & arcum Min. 45. quorũ chordæ iam ſunt cognitæ. Per chordã autem arcus Min. 15. cognoſcemus per propoſ. 14. eiusq; coroll. chordã arcus Min. 30. qui ex arcu Min. 15. & ex arcu Min. 15. componitur. Item chordam arcus Min. 45. ex arcubus Min. 30. & Min. 15. compoſiti. Item chordam arcus grad. 1. ex arcubus Min. 45. & Min. 15. conflati. Et chordam arcus grad. 1. Min. 15. Et chordam arcus grad. 1. Min. 30. quamuis omnes hæ chordæ iam factæ ſint alia ratione notæ. Deniq; hac via reperiemus chordas omnium arcuum ſeſe ordine Minutis 15. ſuperantium: quamuis multas illarum alijs rationibus inueſtigare poſsimus, vt ex propoſ. 13. 14. 15. earumq; corollarijs manifeſtum eſt.

Supputatio chordarũ QVOD ſi ſtatuantur ordine omnes arcus ſeſe Minutis 15. ſuperantes, vnà cum eorum chordis; & ad dexteram cuiuſuis chordæ aſcribatur differentia,

Digitized by Google

tia, qua à præcedenti chorda differt, inueniemus per regulam proportionum chordas aliorum arcuum intermediorum per quina minuta extensorum: & ex his chordas omnium arcuum per singula minuta progredientium; quemadmodum supra de inuētione sinuum diximus. Quod vt facilius intelligatur, proponemus hoc vnum exemplum. Sit inquirenda chorda arcus Min. 20. Quoniam igitur differentia inter 43632. chordam Min. 15. & 87264. chordam Min. 30. est 43632. Dic. Si Min. 15. quibus arcus Min. 15. ab arcu Min. 30. differt, requirunt differentiam 43632. adijciendam ad chordam arcus Min. 15. vt fiat chorda arcus Min. 30. quantā postulant differentiam Minuta 5. quibus arcus Min. 15. ab arcu Min. 20. differt, addendam ad eandem chordam arcus Min. 15. vt componatur chorda arcus Min. 20? Inuenies enim requiri differentiam 14544. quæ additaad 43632. chordam arcus Min. 15. constituet 58176. chordam arcus Min. 20. Eademq; ratio est de cæteris.

arcuum per singula Minuta extensorum.

SCHOLIVM.

SED *magnum compendium nobis in hac re afferet propositio sexta. Nam ex ea plurimas chordas ex alijs inuentis per solam additionem, subtractionemue cōficiemus. Si namq; chordam cuiusuis arcus, qui maior non sit, quàm grad. 60. addamus chordæ arcus, quem arcus grad. 120. sumpto illo arcu superat, componemus chordam arcus, qui eodem illo arcu assumpto arcum grad. 120. excedit: propterea quòd differentia inter chordas duorum horum arcuum maiorum æqualis est chordæ arcus illius assumpti, qui maior non ponitur, quàm grad. 60. vt tibi ostendimus. Vt si 3472964. chordam arcus grad. 20. adijciamus ad 15320890. chordam arcus grad. 100. quem arcus grad. 120. superat dicto arcu grad. 20. cōponemus 18793854. chordā arcus grad. 140. qui arcum grad. 120 eodem arcu grad. 20. excedit. Ita quoque, si 10000000. chordam arcus grad. 60. addamus chordæ 10000000. arcus grad. 60. quem arcus grad. 120. dicto illo arcu grad. 60. superat, conficiemus 20000000. chordam arcus grad. 180. qui arcum grad. 120. eodem illo arcu grad. 60. superat.*

Compendium mirificū pro inuentione plurimarū chordarū.

ITEM *si chordam cuiuslibet arcus, qui arcu grad. 60. maior non sit, subtrahamus ex chorda arcus, qui arcum grad. 120. sumpto illo arcu superat, relinquetur chorda arcus, quem arcus grad. 120. eodem illo arcu assumpto excedit. Vt si 3472964. chordam arcus grad. 20. detrahamus ex 18793854. chorda arcus grad. 140. qui arcum grad. 120. superat arcu illo sumpto grad. 20. remanebit 15320890. chorda arcus grad. 100. qui eodem illo arcu grad. 20. ab arcu grad. 120. superatur.*

RVRSVS *si ex chorda cuiusuis arcus, qui maior sit arcu grad. 120. subducatur chorda arcus, qui tanto minor sit arcu grad. 120. quanto ille maior est, reliqua erit chordæ arcus, quo vterus illorum ab arcu grad. 120. differt. Vt si ex 18793854. chorda arcus grad. 140 auferamus 15320890. chordam arcus grad. 100. relinquetur 3472964. chorda arcus grad. 20. quo vterq; illorum ab arcu grad. 120. differt. Quæ omnia ex dicta propos. 6. colliguntur.*

SATIS *ergo est, vt per regulam proportionum inuestigentur chordæ omnium arcuum à principio semicirculi vsque ad arcum grad. 60. Si enim ex his reperiantur chordæ arcuum, qui cum illis semicirculum conficiant, & ex his repertis subducantur priores illæ inuentæ, remanebunt chordæ omnium arcuum inter arcum grad. 60. & arcum grad. 120. Item si notæ essent chordæ omnium arcuum ab arcu grad. 60. vsq; ad finem semicirculi, & chordæ omnium arcuū, qui minores sint arcu grad. 120. au-*

Digitized by Google

ferrentur ex chordis omnium arcuũ maiorũ, quàm grad. 120. reliquæ fierent chordæ omnium arcuum à principio semicirculi vsque ad arcum grad. 60. Deniqs si chordæ omnium arcuum à principio semicirculi vsque ad arcum grad. 120. inuentæ essent, & chordæ omnium arcuum minorum, quàm 60. grad. chordis omnium arcuum maiorum quàm grad 60. adiicerentur, componerentur chordæ omnium arcuum maiorum, quàm grad. 120.

Qua rõne sinus omnium arcuum ex chordis inueniantur.

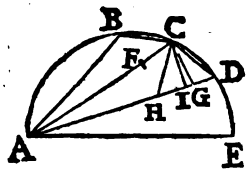
PORRO *si chordæ omnium arcuum semicirculi in tabulam redigantur, & chordæ omnium arcuum, qui se continuè Minutis 2. excedunt, secentur bifariam, inuenti erunt sinus omnium arcuum per singula Minuta progredientiũ, vt ex defin. 3. constat.*

Rectiꝰ facere eos, q̃ a bulâ sinuũ cõstruunt, quàm qui chordarũ.

HINC *constat, rectius fecisse recentiores, qui sinuum tabulã confecerunt, quàm Ptolemæum & veteres, qui chordas in tabulam redegerunt. Pro sinubus enim satis est, si Quadrans circuli per singula Minuta extendatur: at pro chordis necesse est totum semicirculum per Minuta singula extendere: ita vt chordarum tabula sit duplo maior quàm tabula sinuum. Taceo, multo expeditiorem, breuiorem, facilioremq; esse sinuum, vsum in rebus Astronomicis, & Geometricis, quàm chordarum: vt ijs est manifestum, qui sese in lutu sinodi vsu exercuerunt aliquando.*

Differẽtiæ chordarũ à principio semicirculi vsq; ad eius finẽ sensim decrescunt: ita vt chordæ minorũ arcuũ maiores habeant differentias quàm chordæ arcuum maiorũ dũmodo arcꝰ habeãt differentias æquales.

QVEMADMODVM *autem sinuũ differentiæ sensim decrescunt à principio quadrantis vsque ad eius finem: ita vt, positis pluribus arcubus æqualiter sese excedentibus, minorum sinus habeant maiores differentias, quàm sinus maiorum, vt in corroll. propos. 1 ostendimus: ita quoque chordarum differentiæ paulatim decrescunt à principio semicirculi ad eius finem vsq. Nam positis pluribus arcubus, quorum æquales sint differentiæ, minorum chordæ maiores habent differentias, quàm chordæ maiorum. quod ita demonstrabimus. Sint in semicirculo A B C D E, arcus A B, A C, A D, quorum differentiæ B C, C D, æquales sint, chordæ autem eorundem A B, A C, A D: abscindatur q; recta A F, chordæ A B, æqualis & recta A G, chordæ A C, æqualis. Dico F C, differentiam inter chordas A B, A C, maiorem esse, quàm G D, differentiam inter chordas A C, A D. Abscissa enim recta A H, æquali ipsi A F, vel ipsi A B, iunctisque rectis B C, C D, C G, C H: quoniam latera B A, A C, lateribus H A, A C, æqualia sunt, angulosq; continent æquales ad A, propter æquales arcus B C, C D: erunt bases B C, C D æquales. Est autem recta B C, rectæ C D, æqualis, ob æquales arcus eosdem B C, C D. Igitur & recta C H, rectæ C D, æqualis erit. Anguli ergo C H D, C D H, æquales quoque erunt: qui cum sint duobus rectis minores, erit vterque eorum acutus. Eodem pacto erit vterque angulorum A C G, A G C, acutus: propterea quod inter se etiam æquales sunt, ob æquales rectas A C, A G. Quia igitur in triangulo C G H, anguli ad G, H, acuti sunt: fit, vt C I, ducta ad D H, perpendicularis cadat intra triangulum in rectam G H, vt in scholio propos. 13. lib. 2. Eucl. demonstrauimus. Itaque quia duo anguli C H I, C I H, trianguli C H I, duobus angulis C D I, C I D, æquales sunt, sintq; duo latera C H, C D, æqualibus rectis angulis oppositæ æqualia, vel certe latus C I, commune est: erunt quoque latera I H, I D, æqualia. Cum ergo I D, maior sit, quàm G D, erit quoq; H I, & à fortiori H G, maior, quam G D. Est autem H G, ipsi F C, æqualis, propterea quòd & rectæ A C, A G, inter se, & rectæ A F, A H, inter se æquales sunt. Igitur & F C, differentia chordarum A B, A C, maior erit, quàm G D, differentia chordarum A C, A D. Quod est propositum.*



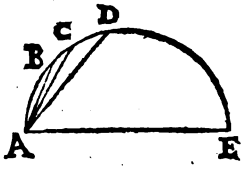
27. tertij. 29. tertij. 5 primi. 27. primi. 5. primi. 26. primi.

NEC

Arcus		Chordæ		
G	M	Par.	M	Sec.
0	30	0	31	25
10	0	10	27	32
20	0	20	50	16
45	0	45	55	19
50	0	50	42	51
60	0	60	0	0
66	30	65	47	43
80	30	77	32	6
90	0	84	51	10
120	0	103	55	23
170	0	119	32	37

NEC vero prætereundum est, si, posita diametro partium 120. chordas arcuum inquiramus in partibus, Minutis, & Secundis, vt Ptolemæus fecit, chordas arcuum minorum, quàm grad. 60. habere plures Partes, Minuta, ac Secunda: quàm arcus, quorum sunt chordæ: at vero chordas arcuum maiorum, quàm grad 60. esse pauciorum Partium, Minutorum, ac Secundorum, quàm arcus illis respondentes. Vt in tabula hic apposita manifestum est, quam ex Ptolemæi tabula exerceptam huc transtuli. In qua cernis chordas arcuum minorum, quàm grad. 60. maiores esse, quoad numerum partium, Minutorum, & secundorum, quàm arcus respondentes, quoad gradus, ac Minutas chordas vero arcuum maiorum, quàm grad. 60. esse minores arcubus respondentibus, quoad eosdem numeros. Cuius quidem rei hæc est demonstratio.

IN semicirculo A B C D E, sit arcus A C, grad. 60. & A B, minor, nempe grad. 45. at A D, maior, puta grad. 80. Mn. 30. ducanturque chordæ A B, A C, A D. Dico chordam A B, maiorem esse, quàm Par. 45. at chordam A D, minorem, quàm Partium 80. Min. 30. Cum enim maior sit proportio arcus A C, ad arcum A B, quàm chordæ A C, ad chordam A B: sit autem proportio arcus A C, ad arcum A B, eadem, quæ 60. ad 45. erit proportio chordæ A C, ad chordam A B, minor, quàm 60. ad 45. Quare cum chorda A C, sit Partium 60. vtpote quæ semidiametro æqualis est, per coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. erit chorda A B, maior, quàm Partium 45. propterea quòd 60. ad numerum, qui maior sit, quàm 45. minorem proportionem habet, quàm ad 45. Atq; ita in tabella superiori vides chordam arcus grad. 45. esse Partium 45. Min. 55. Sec. 19. Rursus quia maior est proportio arcus A D, ad arcum A C, quàm chordæ A D, ad chordam A C: Est autem proportio arcus A D, ad arcum A C, eadem, quæ grad. 80. Mn. 30. ad 60. erit chordæ A D, ad chordam A C, minor proportio, quàm Par. 80. Min. 30. ad 60. Cum ergo chorda A C, sit Partium 60. erit chorda A D, minor, quàm Par. 80. Min. 30. propterea quòd numerus, qui minor sit, quàm Par. 80. Min. 30. ad 60. minorem proportionem habet, quàm Par. 80. Min. 30. ad eundem numerum 60. Atque ita cernis in superiori tabella chordã arcus grad. 80. Min. 30. cõtinere partes duntaxat 77. Min. 32. Sec. 6. Eademq; ratio est de alijs chordis minoribus, & maioribus, quàm A C, hoc est, quàm chorda arcus grad. 60.



10. huius.

8. quinti.

10. huius.

8. quinti.

Digitized by Google

LINAE TANGENTES, atque Secantes.

QVANQVAM Astronomi omnia sua problemata, atque theoremata per solos sinus explicare possint, vt communiter ab omnibus fieri solet, quia tamen multa facilius, ac breuius expediuntur, si vnà cum sinubus lineæ tangentes, secantesque adhibeantur, vt ex doctrina triangulorum erit manifestum; quas quidem lineas vtili sane consilio Recentiores excogitarunt, atque in tabulas redegerunt: visum est has etiam lineas paucis exponere, vt doctrina nostrorum triangulorum perfectior euadat.

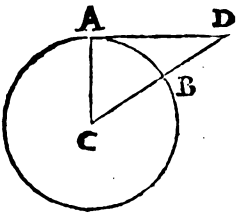
Doctrina triangulorum in quo consistat.

Vniuersa siquidem triangulorum doctrina in tribus hisce linearum generibus, nempe in sinubus, lineis tangentibus, & secantibus, potissimum consistere videtur. Primum autem explicandum est, quid sit linea tangens, & quid secans propositi cuiusuis arcus.

Linea tangens, & secans quid.

CVM ergo ab altero extremo cuiuslibet arcus, qui quadrante minor sit, semidiameter ducta fuerit, in cuius extremitate recta linea circulum tangat, & per alterum extremum eiusdem arcus extendatur alia recta linea ex centro ad tangentem lineam vsque: appellatur portio lineæ tangentis inter duas rectas è centro egredientes, Linea tangens illius arcus, quem eadē duæ rectæ e centro eductæ includunt. Recta vero altera puncto contactus opposita inter centrum, & lineam tangentem, dicitur Linea secans eiusdem arcus. Vt si in circulo A B, cuius centrum C, sumatur arcus A B, quadrante minor, & in extremitate semidiametri A C, ab extremitate A, ducta

ducta recta A D, circulum tangat, recta autem C D, circulum secet, conueniens cum A D, in D, (conueniet enim necessario, propterea quòd duo anguli C A C, D C A, duobus rectis sunt minores; cum ille rectus sit, hic autem recto minor, propter arcum A B, quadrante minorem.) dicetur A D, Tangens arcus A B, at C D, Secans eiusdē arcus. Tangentem vocant nonnulli Adscriptam, quòd circulo quodāmodo adscribatur; Secantem vero, Hypotenusam, propterea quòd in triangulo rectāgulo A C D, (angulus enim A, apud contactum rectus est) angulum rectum subtendit: Semidiametrum denique A C, siue sinum totum, dicunt basem eiusdem trianguli.



Linea adscripta, & Hypotenusa quid. 18. tertij.

QVEMADMODVM autem in omni triangulo rectangulo, si latus recto angulo oppositum ponatur sinus totus, reliqua duo latera sunt sinus recti reliquorum angulorum acutorum, quibus opponuntur; Item vtrumuis reliquorum laterum est sinus complementi anguli sibi adiacentis, vt in definitionibus sinuum traditum est: ita quoque si alterutrum laterum circa angulum rectum statuatur sinus totus, erit alterum latus circa angulum rectum Tangens anguli acuti sibi oppositi, latus vero angulo recto oppositum Secans eiusdem anguli. Vt in triangulo rectangulo A C D, latus C A, est sinus totus, nempe semidiameter circuli A B: at A D, tangens anguli C, vel arcus A B, & C D, eiusdem secans. Eodem pacto, si D A, statuatur sinus totus, erit A C, tangens anguli D, & D C, eiusdem secans.

Si in triangulo rectangulo alterutrum laterum circa angulū rectum ponatur sinus totus, erit alterum latus circa angulum rectū tangens angulī acutiſi bi oppoſiti, & latus recto angulo oppoſitum eiuſdem ſecans.

ETSI autem diximus, tangentem, & secantem sumi respectu arcus quadrante minoris, tamen eadem tangens, & secans referri solet ad arcum etiam, qui cum illo semicirculum complet: adeo vt duo arcus semicirculum conficientes, vel duo anguli duobus rectis aequales, vnam eandemq; tangentem, atq; secantem habeant: quemadmodum & eundem sinum rectum habent, vt in tractatione sinuum tradidimus: adeo vt si quaratur tangens & secans alicuius arcus quadrante maioris, sumenda sit tangens, & secans arcus quadrante minoris, qui cum illo semicirculum complet.

Duo arcus ſemicirculū cōſtituentes vel duo anguli duobus rectis æquales habent eandē tangentem & ſecantem.

PORRO quaratione Tangentes, & Secantes omnium arcuum quadrantis reddantur cognitæ in partibus sinus totius, ac proinde qua via tabula Tangentium, tabula item Secantium componenda sit, sequentibus propositionibus, quæ ad lineas Tangentes, ac Secantes spectant, planum fiet.

THEOR. 9. PROPOS. 17.

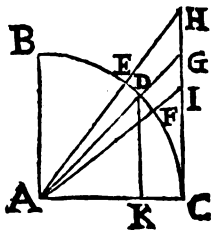
TANGENS dimidij quadrantis sinui toti æqualis est: Tangens autem arcus maioris dimidio quadrantis maior est sinu toto: Et Tangens minoris arcus minor est. Secans denique dimidij quadrantis dupla est sinus recti eiusdem dimidij.

Tangentes quomodo ſe habeant cū ſinu toto comparatæ.

IN quadrante A B C, sit arcus C D, semissis ipsius; C E, semisse maior, & C F,

Digitized by Google

C F, minor. Ducta autem recta C H, ad A C, perpendiculari, quæ circulum
coroll.16 tanget in C, ducantur rectæ A G, A H, A I, per puncta D, E, F. Item D K, ad A C, perpendicularis. Eritq; C G, tangens arcus C D; & C H, tangens arcus C E; & C I, tangens arcus C F. at D K, sinus rectus arcus C D, & A G, eiusdem secans. Dico C G, æqualem esse sinui toti A C; at C H, maiorem, & C I, minorem. Item A G, duplam sinus D K. Quoniam enim anguli C A G, G A B, æquales sunt, ob arcus æquales C D, D B; estq; angulus B A C, rectus, erit vterq; illorum semirectus. Quare & reliquus angulus C G A, in triangulo A C G, semirectus erit; propterea quòd angulus C, rectus est. Igitur recta C G, tangens arcus C D, qui semissis est quadrantis, sinui toti A C, æqualis erit. Ex quo sequitur, C H, tangentem arcus C E, qui semisse quadrantis maior est, sinu toto A C, maiorem esse; & C I, tangentem arcus C F, qui semisse quadrantis minor est, minorem: cum punctum H, necessario cadat supra G, & punctum I, infra.



27.tertij.

32. primi.

5.primi.

QVOD tamen seorsum ita quoq; ostendi potest, nulla habita ratione tangentis C G, cuius arcus est semissis quadrantis. Quoniam arcus C E, semisse quadrantis maior est, erit arcus B E, semisse quadrantis minor. Igitur angulus
Schol.27.3. C A H, angulo H A B, maior est, ac proinde maior semirecto. Cum ergo an-
32. primi. gulus C, rectus sit, erit reliquus A H C, in triangulo A C H, semirecto minor.
19.primi. Quare recta C H, tangens arcus C E, qui semisse quadrantis maior est, maior est sinu toto A C.

RVRSVS quia arcus C F, semisse quadrantis minor est, ac proinde B F,
Schol.27.3. maior, erit angulus C A I, angulo I A B, minor; atque adeo minor semirecto.
32.primi. Cum ergo angulus C, sit rectus, erit reliquus A I C, in triangulo A C I, maior semirecto: ac propterea recta C I, tangens arcus C F, qui quadrantis semisse
19.primi. minor est, minor erit sinu toto A C.

PRAETEREA quoniam angulus K, rectus est, & D A K, semirectus, vt
6.primi. ostensum est; erit & A D k, semirectus; ac proinde A K, sinui D K, æqualis
4.sexti. erit. Quia vero triangula G A C, D A K, æquiangula sunt, erit vt A G, ad A C, ita A D, hoc est, A C, ad A K; ac proinde tres rectæ G A, secans; A C, sinus totus, & A K, sinus dimidij quadrantis, continue proportionales erunt. Ita
Corol.20.6 ergo erit quadratum ex A G, ad quadratum ex A C, vt recta A G, ad rectam
47.primi. A K. Est autem quadratum ex A G, quadrati ex A C, duplum propterea quòd æquale est quadratis ex A C, C G, æqualibus. Igitur & A G, secans dimidij quadrâtis dupla est sinus A K, vel D K, eiusdem dimidij. Quocirca tangens dimidij quadrantis sinui toti æqualis est, &c. Quod demonstrandum erat.

Quæ tangentes in tabula tágentiũ minoresint sinu toto, & quę maiores. Ité cur secãs gr. 45. dupla sit sinus gr. 45.

SCHOLIVM.

EX hac propos. aperte causa colligitur, cur in tabula Tangentium omnes tangentes arcuum minorum, quàm grad. 45. minores sint sinu toto: Tangens vero arcus grad. 45. sinui toti æqualis: Tangentes denique omnes arcuum maiorum, quàm grad. 45. sinu toto maiores. Item cur in tabula Secantium secans arcus grad. 45. dupla sit sinus arcus eiusdem grad. 45.

THEOR.

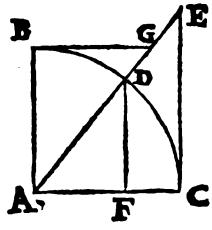
Digitized by Google

THEOR. 10. PROPOS. 18.

QVAM proportionem habet ſinus complementi arcus cuiuſuis ad ſinum rectum eiuſdem arcus, eam habet ſinus totus ad tangentem eiuſdem arcus: Item quam proportionem habet ſinus rectus cuiuſlibet arcus ad ſinum complementi eiuſdem arcus, eam habet ſinus totus ad tangentem eiuſdem complementi. Sinus autem totus medio loco proportionalis eſt inter ſinum complementi cuiuſuis arcus, & ſecantem eiuſdem arcus: Item inter ſinum rectum cuiuſlibet arcus, & ſecantem complementi eiuſdem arcus. Sinus denique idem totus medius proportionalis eſt inter tangentem arcus cuiuſuis, & tangentem complementi eiuſdem arcus.

Quam proportionem habeat ſinus totus ad ſinum complementi, & ſecantem cuiuſuis arcus.

IN quadrante A B C, ſit D F, ſinus arcus C D; & C E, eiuſdem tangens inter ſemidiametrum A C, & ſecantem A E: Item B G, tangens arcus B D, qui complementum eſt arcus C D. Dico ita eſſe ſinum complementi arcus C D, ad ſinum rectum eiuſdé arcus, vt eſt ſinus totus A C, ad tangentem C E, &c. Quoniam enim, vt in expoſitione definitionum dictum eſt, A F, æqualis eſt ſinui complementi arcus C D, cum ſit æqualis ſinui recto arcus BD, qui complementum eſt arcus C D; ſuntq; triangula A F D, A C E, æquiangula, ob rectos angulos F, C, & communem angulum A: erit vt A F, ſinus complementi arcus C D, ad F D, ſinum rectum eiuſdem arcus C D, ita A C, ſinus totus ad C E, tangentem eiuſdem arcus. quod eſt primum.



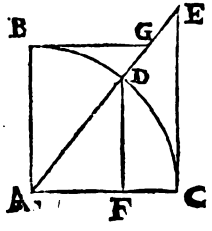
4. ſexti.

DEINDE eadem ratione erit, vt A F, ſinus rectus arcus B D, ad F D, ſinũ complementi eiuſdem arcus B D, ita A C, ſinus totus ad C E, tangentem eiuſdem complementi arcus BD. quod eſt ſecundum.

TERTIO in eiſdem triangulis erit, vt A F, ſinus complementi arcus C D, ad A D, ſinum totum, ita A C, ſinus totus ad A E, ſecantem eiuſdem arcus

Digitized by Google

arcus C D. Item vt A F, sinus rectus arcus B D, ad A D, sinum totum, ita A C, sinus totus ad A E, secantem arcus CD, qui complementum est eiusdem arcus B D. Quare sinus totus medius proportionalis est inter AF, sinũ cõplementi arcus C D, & A E, secantem eiusdem arcus C D: Item inter A F, sinum rectum arcus B D, & AE, secantem complementi eiusdem arcus B D. quod est tertium.



29. primi. 4. sexti.

POSTREMO, quia triangula A C E; G B A, æquiangula sunt, quòd anguli C, B, sint recti; & alterni C A E, B G A, nec non alterni A E C, G A B, æquales: erit vt C E, tangens arcus C D, ad A C, sinum totum, ita A B, sinus totus ad B G, tangentem complementi eiusdem arcus C D. Pari ratione erit, vt B G, tangens arcus B D, ad A B, sinum totum, ita A C, sinus totus ad C E, tangentem complementi eiusdem arcus B D. quod est quartum. Quã ergo proportionem habet sinus complementi arcus cuiusuis, &c. Quod erat demonstrandum.

SCHOLIVM.

Quo pacto tangentes omniũ arcuum repetiantur.

ITAQVE *per ea, quæ primo loco demonstrata sunt in hac propos. si fiat, vt sinus complementi cuiusuis arcus ad sinũ rectũ eiusdẽ arcus, ita sinus totus ad aliud: hoc est, si sinus arcus cuiuslibet in sinum totũ multiplicetur, (quod fiet facile, si ei ad dextrã præponas tot cifras, quot in sinu toto continentur, nempe septem, si sinus totus fuerit 10000000. vel quinque, si sinus totus fuerit 100000.) productusq; numerus per sinum complementi eiusdem arcus diuidatur: inuenietur Tangens illius arcus, cuius sinum complementi accepisti, vel cuius sinum rectum in sinum totum multiplicasti. Vt si tangens arcus gra. 30. quæratur, adiungemus eius sinui recto 5000000 septem cifras, hoc modo. 50000000000000. & hunc numerum per 8660254 sinum complementi eiusdem arcus grad. 30. partiemur. Nam quotiens numerus 5773503. dabit tangentem arcus grad. 30. quatenus sinus totus est 10000000. Hinc fit, tangentes omnes per solam diuisionem inueniri. Nam si omnium arcuum sinubus, initio facto à principio quadrantis, septem cifras apponas, & compositos numeros per sinus complementorum eorundem arcuum, quemlibet per suum correspondentem, diuidas, prodibunt omnium arcuum tangentes, vt ex demonstratis liquido cõstat. Quamobrem perfacilis est constructio tabulæ Tangentium.*

Sola diuisione omnes tangentes eliciuntur.

Qua rõne secãtes omniũ arcuũ inuestigentur.

RVRSVS *per ea, quæ tertio loco in hac propos. sunt demonstrata, si fiat, vt sinus complementi cuiusuis arcus ad sinum totum, ita sinus totus ad aliud: hoc est, si sinus totus in seipsum multiplicetur, (quod facile fiet, si ei ad dextram præponas tot cifras, quot sunt in sinu toto, puta septem, vel quinque, prout sinus totus habuerit septem, aut quinque cifras.) numerus q; productus per sinum complementi cuiusuis arcus diuidatur: reperietur Secans illius arcus, per cuius sinum complementi diuisio facta est. Vt si secans arcus grad. 30. desideretur, diuidemus 100000000000000. (productum scilicet numerum ex sinu toto in seipsum) per 8660254. sinum complementi arcus grad. 30. Numerus enim Quotiens 11547005. dabit secantem arcus grad. 30. quatenus sinus totus est 10000000. Sola ergo diuisione huius semper numeri*

1000.

Digitized by Google

10000000000000. *per sinus complementorum omnium arcuum, initio facto à principio Quadrantis, omnium arcuum secantes eruuntur, vt ex demonstratis liquet. Ex quo facilima erit constructio tabulæ secantium.*

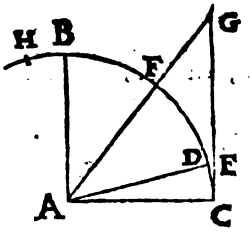
Sola diuisione eiusdē semper numeri p sinus omnes secantes inueniuntur.

THEOR II. PROPOS. 19.

TANGENS cuiusuis arcus, qui semisse quadrantis maior sit, æqualis est tangenti & secanti simul arcus, qui duplus sit excessus, quo datus arcus semissem quadrantis superat.

Tangens arcus maioris semisse quadrantis, cui tangenti & secanti simul sit æqualis.

IN quadrante A B C, sit C G, tangens arcus C F, qui semisse quadrantis maior sit, inter semidiametrum A C, & secantem A G, eiusdem arcus C F, comprehensa. Dico C G, æqualem esse tangenti, & secanti simul arcus, qui duplus sit excessus, quo arcus C F, semissem quadrantis superat. Sumpto enim arcu F D, ipsi F B, æquali, ducatur recta A D, extendaturq; vsque ad E. Et quoniam anguli B A F, F A E, ob æquales arcus B F, D F, æquales sunt: Et angulo B A F, æqualis est alternus angulus G; erit quoq; idem angulus G, angulo G A E, æqualis. Quare rectæ E G, E A, æquales sunt: ac propterea, addita communi C E, erit G G, tota tangens arcus C F, duabus C E, & A E, hoc est, tangenti, & secanti arcus C D, simul æqualis. Dico iam arcum C D, duplum esse excessus quo arcus C F, propositus semissem quadrātis superat. Producto enim arcu quadrantis ad partes B, sumptoq; arcu B H, æquali ipsi C D, cum & arcus F B, arcui F D, sit æqualis, erit totus arcus F H, toti arcui C F, æqualis, ac proinde arcus C H, duplus erit arcus C F. Quoniam vero arcus C H, quadrantem C B, superat arcu B H, hoc est, arcu C D; superabit C F, semissis arcus C H, semissem quadrantis C B, semisse excessus C D. Arcus igitur C D, duplus est excessus, quo datus arcus C F, semissem quadrantis superat. Est autē ostensum, C G, tangentem arcus C F, æqualem esse tangenti C E, & secanti A E, simul arcus C D. Igitur tangens cuiusuis arcus, qui semisse quadrantis maior sit, æqualis est tangenti, & secanti simul arcus, qui duplus sit excessus, quo datus arcus semissem quadrantis superat. Quod ostendendum erat.



27. tertij.

29. primi.

6. primi.

7. huius.

SCHOLIVM.

HANC *propositionem nonnulli ita proponunt.*

SECANS cuiusuis arcus vna cum tangente eiusdem æqualis est tangenti arcus compositi ex dato arcu, & semisse complementi eiusdem.

Secās, & tangens eiusdem arcus cui tāgenti simul æquales sint.

NAM *in eadem figura sit* AE, *secans, &* CE, *tangens eiusdem arcus* CD. *Sectio*

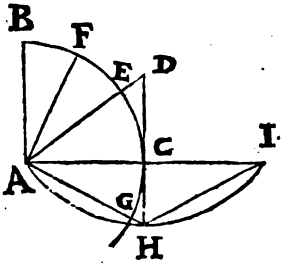
autem arcu B D, nempe complemento arcus C D, bifariam in F, ducatur ex centro A, per F, recta A G, secans tangentem C E, productam in G. Erit q; C G, tangens arcus C F, compositi ex dato arcu C D, & D F, semisse complementi D B. Dico secantem A E, & tangentẽ C E simul equales esse tangenti C G. Quia enim anguli B A F, 27. tertij. F A E, equales sunt, propter equales arcus B F, F D; & angulo B A F, alternus 29. primi. angulus G, equalis est; erit quoque angulus idem G, angulo G A E, equalis. Quare 6. primi. equales sunt rectæ E A, E G; atque adeo, addita communi E C, duæ A E, E C simul toti C G, equales erunt.

THEOR. 12. PROPOS. 20.

Secans cuiusuis arcꝰ quorũ duo rũ arcuum tangentibꝰ sit æqualis.

SECANS cuiusuis arcus æqualis est tangenti eiusdem, vna cum tangente semissis complementi arcus eiusdem.

IN quadrante A B C, sit A D, secans, & C D, tangens arcus C E, cuius complementi E B, semisis sit E F, vel F B, & huic semisi æqualis sit arcus C G. Ducta autem recta A G, & producta, donec cum D C, protracta coeat in H, erit C H, tangens arcus C G, qui semisis est complementi arcus C E. Dico secantem A D, æqualem esse tangenti C D, & tangenti C H, simul, hoc est, toti lineæ D H. Quoniam enim anguli E A F, C A G, æquales sunt, ob æquales arcus E F, C G; addito communi angulo E A C, erunt toti anguli F A C, E A H, æquales. Rursus quia in triangulo rectangulo A C H, duo anguli A, H, vni recto, nimirũ angulo B A C, æquales sunt; ablatis angulis B A F, C A H, qui propter æquales arcus B F, C G, æquales sunt, erunt reliqui anguli F A C, & H, æquales. Est autem angulus F A C, ostensus æqualis angulo E A H. Igitur & angulus H, eidem angulo E A H, æqualis erit: ac proptea rectæ A D, D H, æquales erunt, hoc est, secans A D, tangentibus D C, C H, æqualis erit. quod est propositum.



27. tertij. 32. primi. 27. tertij. 6. primi.

ALITER. Sit rursus A D, secans, & C D, tangens arcus C E. Dico secantem A D, æqualem esse tangenti C D, vnà cum tangente semisis complementi arcus E C, seu anguli D A C, hoc est, vna cum tangente semisis anguli D, qui complementum est anguli D A C, cum ambo in triangulo rectãgulo A C D, 32. primi. vni recto sint æquales. Centro namque D, & interuallo D A, arcus circuli describatur A H I, secans D C, productam in H, & A C, productam in I, ducanturq; rectæ A H, H I. Quia igitur recta D C, ex centro D, circuli A H I, educta secans rectam A I, ad angulos rectos, secat eam bifariam; secabit eadem 3. tertij. D C H, & arcum A H I, bifariam, ex lemmate in definitionibus demonstrato. 27. tertij. Quare anguli C A H, & I, æquales sunt. Quoniam autem, cum anguli D, & I, eandem habeant basim arcum A H, & ille sit ad centrum D, hic vero ad circun-

cunferentiam, angulus D, anguli I, duplus est; erit quoque idem angulus D, anguli C A H, duplus: ac proinde angulus C A H, semissis erit anguli D, qui complementum est anguli D A C. Cum ergo C H, tangens sit anguli C A H, fitq; D A, recta rectæ D H, ex defin. circuli, æqualis: liquido constat, secantem A D, arcus C E, æqualem esse tangenti C D, eiusdem arcus, vnà cum CH, tangente semissis complementi arcus C E, seu anguli C A D. Quapropter Secans cuiusuis arcus æqualis est tangenti eiusdé, &c. Quod demonstrandũ erat. 20. tertij.

SCHOLIVM.

EX proximis duobus theorematibus mirificum nobis compendium suppeditatur ad tabulam tam Tangentium, quàm Secantium construendam. Nam si per ea, quæ propos. 18. eiusq; scholio præcepimus, tangentes omnium arcuum per singula minuta extensorum vsque ad semissem quadrantis, secantes vero omnium arcuum totius quadrantis inquiramus; inuenietur earum beneficio per solam additionem tangentes aliorum arcuum, vsque ad arcum grad 67. Min. 30 si nimirum tangentem, & secantem cuiusq; arcus minoris semisse quadrantis, qui minuta numero paria continet, in vnam summã colligamus: propterea quòd tangens cuiusuis arcus maioris semisse quadrantis æqualis est tangenti, ac secanti arcus, qui duplus sit excessus, quo datus arcus semissem quadrantis superat; quales sunt omnes arcus minutorũ parium vsq; ad grad. 45. vt arcus Min. 2. Min. 4. Min. 6. &c. Exempli causa. si desideretur tangens arcus grad. 45. Min. 1 colligemus in vnam summam tangentem 5818. & secantẽ 10000002. arcus Min. 2. qui duplus est arcus Min. 1. quo datus arcus grad. 45 Min. 1. semissem quadrantis, hoc est, arcũ grad. 45 superat. Numerus enim cõflatus 10005820. dabit tãgentẽ propositi arcus grad. 45. Min. 1. qui semissem quadrantis superat semisse arcus Min. 2. vt propos. 19. ostensum est. Idẽ arcus grad. 45. Min. 1. cõponitur ex arcu Min. 2. & semisse cõplemẽtis eiusdẽ arcus, quod cõplectitur grad. 89. Min. 58. hoc est, ex arcu Min. 2. & arcu grad. 44. Min. 59 ac proinde, vt in scholio propos. 19. demonstrauimus, numerus 10005820. conflatus ex tangente, & secante arcus Min. 2. dabit tangentem dicti arcus compositi ex arcu Min. 2. & semisse complementi eiusdem. Compẽdiũ mirificum pro cõstructione tabulæ tam tangentium, q̃ secantium.

19. huius.

EADEM ratione tangens cuiusuis arcus maioris semisse quadrantis componetur ex tangẽte, & secante arcus, qui duplus sit excessus, quo arcus ille semissem quadrantis superat. Item si in vnam summã colligantur tangens, & secans cuiusuis arcus minoris semisse quadrãtis, conflabitur tãgens arcus cõpositi ex illo arcu, & semisse complementi eiusdem. Vt tangens 14352451. arcus grad. 55. Min. 8. composita est ex tangente 3692500. & secante 10659951. arcus grad. 20 Min. 16. qui duplus est arcus grad. 10. Min. 8. quo datus arcus grad. 55 Min. 8. quadrantis semissem superat. Item si tangens 3692500. & secans 10659951. arcus grad. 20. Min. 16. in vnam summam colligantur, conflabitur tangens 14352451. arcus grad 55. Min. 8. compositi ex illo arcu grad. 20. Min. 16. & semisse complementi eiusdem, nempe ex arcu grad. 34 Min. 52. cum complementũ arcus grad. 20. Min. 16. cõprehendat grad. 69. Min. 44.

ITAQVE proposito arcu quocunque, qui maior sit quadrantis dimidio, si ex eo detrahatur semissis quadrantis, id est, arcus grad. 45. & reliqui arcus sumatur duplus, component tangens & secans huius dupli arcus sumpti tangentem propositi illius arcus. Vt si quæratur tangens arcus grad. 55. Min. 8. detrahendi erunt grad. 45. ex eo, & reliqui arcus grad. 10. Min. 8. sumendus duplus arcus grad. 20. Min.

19. huius. 16. Huius enim tangens, & secans component illius tangentem, vt demonstratum est.

INVENTIS autem hoc modo tangentibus arcuum semisse quadrantis maiorũ vsque ad arcum grad. 67. Min. 30. inclusiue; si rursus tangentem, ac secantem cuiusq; horum arcuum, qui minuta numero paria complectatur, (quales sunt arcus grad. 45. Min. 2. & grad. 45. Min. 4. &c.) in vnam summam colligamus, reperiemus tangentes maiorum adhuc arcuum, nempe grad. 67. Min. 31. & grad. 67. Min. 32. &c. vsque ad arcũ gra. 78. Min. 45. inclusiue. Nam huius arcus grad. 33. Min. 45. quo arcus grad. 78. Min 45 semissem quadrantis excedit, duplus est arcus grad. 67. Min. 30. cuius tangens vltimo loco inuenta fuit. Item ex his tangentibus arcuum maiorum, quàm grad. 67. Min. 30. vsque ad arcum grad. 78. Min. 45. inclusiue inuentis; si rursus tangentem, & secantem cuiusq; illorum, qui minuta numero paria comprehendat, in vnam colligamus summã, inueniemus tãgentes maiorum adhuc arcuum, cuiusmodi sunt arcus grad. 78. Min. 46. & grad. 78. Min. 47. &c. vsque ad arcum grad. 84. Min. 22. inclusiue. Nam huius arcus grad. 39. Min. 22. quo arcus grad. 84. Min. 22. semissem quadrantis superat, duplus est arcus grad. 78. Min. 44. qui maximus est eorum, qui minuta numero paria habent, & quorum tangentes iam inuentæ sunt. Sic etiam ex his inuentis reperiemus tangentes maiorum adhuc arcuum, quàm grad. 84. Min. 22. vsque ad arcum grad. 87. Min. 11. Quòd huius arcus grad. 42. Min. 11 quo arcus grad. 87 Min. 11. dimidium quadrantis excedit, duplus est arcus grad. 84. Min 22. cuius tangens vltimo loco fuit inuenta. Ex his vero repertis conficiemus tangentes sequentium arcuum, vsque ad arcum grad. 88. Min. 35. propterea quòd huius arcus grad. 43 Min. 35. quo arcus grad. 88. Min. 35. quadrãtis dimidiũ excedit, duplus est arcus gra. 87. Min. 10. qui maximus est eorũ, qui minuta habent numero paria, & quorum tangentes proxime inuentæ sunt. Per has quoque reperiemus aliorum arcuum tangentes, vsque ad arcum grad. 89 Min. 17. inclusiues cum huius arcus grad. 44. Min. 17. quo arcus grad. 89 Min. 17. dimidiatum quadrantem excedit, duplus sit arcus grad. 88. Min. 34. vtpote maximus eorum, qui minuta numero paria continent, & quorum iam tangentes sunt cognitæ. Beneficio deinde harum tangentium inuentarum eliciemus tangentes aliorum arcuum, vsque ad arcum grad. 89. Min. 38. inclusiues eo quod huius arcus grad. 44. Min 38. quo arcus grad. 89. Min. 38. semissem quadrantis superat, duplus est arcus grad. 89. Min. 16. qui maximus est eorum, qui minuta numero habent paria, & quorũ tangentes iam facta sunt notæ; Hinc aliorum arcuũ tãgentes inquiremus, vsq; ad arcũ gra. 89. Min. 49. quippe qui superet quadrãtis dimidiũ arcu grad. 44. Min. 49 cuius duplus est arcus grad. 89. Min. 38. ad quẽ proxime peruenimus. At ex his inuestigabimus tangentes sequentium arcuum vsq; ad arcum grad. 89. Min. 54. quippe qui quadrantis medietatẽ superet arcu grad. 44. Min. 54. cuius duplus est arcus grad. 89. Min. 48. qui maximus est eorum, qui minuta habent numero paria, & quorum tangentes iam sunt inuentæ. Eadẽ ratione ex his inueniemus tangentes sequentium arcuum vsq; ad arcum grad. 89. Min. 57 Quia huius arcus grad. 44. Min. 57. quo arcus grad. 89. Min 57. quadrantis dimidium superat, duplus est arcus grad. 89. Min. 54. ad quem proxime peruentum fuit. Denique ex tangente & secante arcus grad. 89. Min. 56. conficiemus tangentem arcus grad. 89. Min. 58. Et hinc tangentem explorabimus arcus grad. 89. Min. 59. Atq; ita, vt vides, ex tangentibus arcuum vsque ad grad. 45. & ex secantibus omnium arcuum quadrantis perficitur integra tabula tangentium.

QVOD si secantem cuiuscunq; arcus subduxeris ex tangente alterius arcus, qui ex priore illo, ac semisse complementi eiusdem componitur, reliquam facies tangentem

tem eiusdem prioris illius arcus, cuius secantem subduxisti. Item si tangentem cuiuslibet arcus ex eiusdem secante detrahas, remanebit tangens semissis complementi arcus eiusdem. Primum constat ex scholio propos. 19. vbi ostensum est, secantem, & tangentem cuiuslibet arcus simul æquales esse tangenti arcus compositi ex illo, & ex semisse complementi eiusdem. Hinc enim fit, vt secans ex cõposita hac tangente ablata relinquat alteram illã tangentem. Secundum vero liquet ex propos. hac 20. vbi demonstrauimus, secantem cuiuslibet arcus æqualem esse tangenti eiusdem, vna cum tangente semissis complementi arcus eiusdem. Quare huius semissis tangens reliqua fiet post subtractionem alterius illius tangentis ex secante. V.g. si secantem arcus grad. 20. quæ est 10641777. detrahamus ex 14281480. tangente arcus grad. 55. compositi ex arcu grad. 20. & semisse complementi eiusdem, relinquetur tangens 3639703. arcus eiusdem grad. 20. Item si 4244748. tangentem arcus grad. 23. ex 10863603. secante eiusdem arcus subducamus, remanebit tangens 6618855. arcus grad 33. Min. 30. hoc est, semissis complementi dati arcus grad. 23. Rursus si 11547004. secantem arcus grad. 30. ex 17320508. tangente arcus grad. 60. qui ex arcu grad. 30. & semisse complementi eiusdem componitur, auferamus, relinquetur tangens 5773504. arcus grad. 30. Et si 1763268. tangentem arcus grad. 10. demamus ex 10154264. secante eiusdem arcus gra. 10. remanebit tangẽs 8390996. arcus grad. 40. qui semissis est complementi dicti arcus grad. 10.

IAM vero si per ea, quæ propos. 18. eiusq; scholio tradidimus, tangentes omnium arcuum quadrantis per singula Minuta extensorum inuestigemus; reperiemus earum beneficio per solam additionem secantes omnium arcuum per bina minuta progredientium, si numerum tangentem cuiuslibet arcus minuta numero paria habentis addamus ad tangentem semissis complementi arcus eiusdem: propterea quòd Secans cuiuslibet arcus æqualis est tangenti eiusdem, vna cum tangente semissis complementi eiusdem; constat autem omnium arcuum minuta numero paria habentium complementa semisses habere. Exempli causa, si desideretur secans arcus Min. 2. addemus eius tangentem 5818. ad 99941820. tangentem arcus grad. 44. Min. 59. qui semissis est complementi arcus dati Min. 2. Numerus enim compositus 10000002. erit secans arcus Min. 2. sic etiam si queratur secans arcus grad. 89. Min. 58. addemus eius tangentem 171880336890. ad 29099. tangentem arcus Min. 1. qui semissis est complementi arcus dati grad. 89. Min. 58. Nã numerus conflatus 1718803659098. erit secans arcus grad. 89 Min. 58. Hac ratione conficietur dimidiata pars tabulæ Tangentium: at Tangentes arcuum minuta numero imparia habentium, quoniam eorum complementa semisses non habent, nisi ad Secunda venire velimus, inuestiganda erunt, vt propos. 18. eiusq; scholio præcepimus. 20. huius.

RVRSVS secantem cuiuslibet arcus inueniemus, si eius tangentem demamus ex tangente arcus compositi ex arcu illo, & semisse complementi eiusdem arcus. Nam cũ, vt demonstrauimus, secans cuiuslibet arcus, vna cum tangente eiusdem æqualis sit tangenti arcus compositi ex dato arcu, & semisse complementi eiusdem; efficitur, vt tangens dati arcus ex tangente arcus ex eo, & semisse complementi compositi ablata relinquat secantem eiusdem dati arcus. Vt si cupiamus secantem arcus Min. 2. auferemus 5818. tangentem ipsius ex 10005820. tangente arcus grad. 45. Min. 1. cõpositi ex arcu Min. 2. & ex arcu grad. 44. Min. 59. qui semissis est complementi arcus dati Min. 2. Reliquus namque numerus 10000002. erit secans arcus dati Min. 2. Ita quoq; si velimus habere secantem arcus grad. 60. subducemus 17320508. eius tangentem ex 37320514. tangente arcus grad. 75. compositi ex dato arcu grad. 60. & ex arcu Schol. 19. huius.

grad.

grad. 15. qui semissis est complementi dati arcus grad. 60. Remanebit enim numerus 20000006. pro secante dati arcus grad. 60.

Tangẽtes, & Secãtes magis esse accuratas, per sinus inuẽtas, q̃ per additionẽ, subtractionẽue, vt in hoc scholio traditũ est.

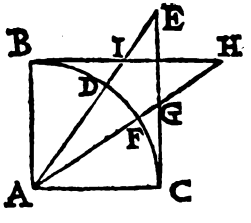
HAEC, quæ hoc scholio tradita à nobis sunt, vera sunt, si sinus exquisite inuenti fuerint: sed quia non omnes sinus accurate sunt cogniti, maximè sinus arcus grad. 1. & alij ex hoc dependentes, quales sunt sinus arcuum per singula minuta extensorum: fit vt neq; tangentes, neq; secantes inuẽtæ per hosce sinus sint admodũ accuratæ. Quare si ex inuentis quibusdam aliæ per solam additionem, subtractionemve inquirantur vt hoc scholio docuimus, non parum different ab eisdem, si per sinus inuestigarentur. Nam tangentes & secantes per sinus inuentæ ex vno solo principio non omni ex parte vero, nempe ex sinubus, gignuntur: at eadem per solam additionem, subtractionemve procreatæ oriuntur ex pluribus falsis principijs, nimirum ex sinubus primum, deinde vero etiã ex tangentibus, & secãtibus per sinus inuentis, quæ accuratæ esse non possunt, vt diximus. Magis exquisite ergo cognoscentur huiusmodi lineæ per sinus, vt propos. 18. eiusq; scholio traditum est. Hac ratione & tabulam Tangentium, & tabulam Secantium breui supputabimus. Non paruos enim errores in aliorum tabulis deprehendimus; vt tutò illis fidere non posimus; propterea quòd multas tangentes, & secãtes vel per partem proportionalem, vel per solam additionem aut subtractionem inuestigarunt, non autem omnes per sinus. Subiungemus tamen paulo infra aliorum tabulas, donec per tempus nouas construere licebit.

THEOR. 13. PROPOS. 21.

Tangentes duorum arcuũ quorũlibet sunt reciprocè proportionales cũ tangentibus complemẽtorũ arcuũ eorundem.

TANGENS cuiusuis arcus est ad tangentem alterius arcus cuiuslibet, vt tangens complementi posterioris arcus ad tangẽtem complementi prioris.

IN quadrante A B C, arcus C D, tangens sit C E, & secans A E: Item arcus C F, tangens sit C G, & secans A G: Ducta autem recta B H, circulum tangente, & vtrique secanti A E, A G, occurrente in I, H; erit B I, tangens complementi arcus C D; & B H, tangens complementi arcus C F. Dico ita esse C E, tangentem arcus C D, ad C G, tangentem arcus C F, vt est B H, tangens complementi posterioris arcus C F, ad B I, tangentem complementi arcus prioris C D. Cum enim sinus totus sit medius proportionalis tam inter C E, tangentẽ arcus C D, & B I, tangentem complementi arcus eiusdem C D, quàm inter C G, tangentem arcus C F, & B H, tangentem complementi arcus eiusdem C F; erit tam rectangulum sub C E, B I, quam rectangulum sub C G, B H, quadrato sinus totius æquale: ac proinde rectangulum sub C E, B I, rectangulo sub C G, B H, æquale erit. Quare erit, vt C E, prima ad C G, secundam, ita B H, tertia ad B I, quartam; nempe vt C E, tangens



18. huius

17. sexti.

16. sexti.

Digitized by Google

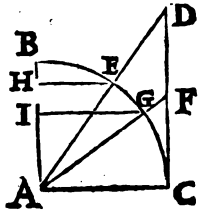
gens arcus CD, ad C G, tangentem arcus C F, ita B H, tangens complementi arcus posterioris C F, ad B I, tangentem complementi prioris arcus C D. Tangens igitur cuiusuis arcus est ad tangentem alterius, &c. Quod ostendendum erat.

THEOR. 14. PROPOS. 22.

SECANS cuiusuis arcus est ad Secantem alterius arcus cuiuslibet, vt sinus complementi posterioris arcus ad sinum complementi prioris.

Secãtes duorũ arcuum quorũlibet sũt reciproce ꝓportionales cũ sinubus complemẽto rũ arcuum eorundem.

IN quadrante A B C, sit A D, secans arcus C E, & A F, secans arcus C G: & E H, sinus complementi arcus C E, at G I, sinus complementi arcus C G. Dico ita esse secantem A D, arcus C E, ad A F, secantem arcus C G, vt est G I, sinus complementi posterioris arcus C G, ad E H, sinum complementi arcus prioris C E. Quoniam enim sinus totus est medius proportionalis tã inter secantem A D, arcus C E, & E H, sinum complementi eiusdem arcus C E, quàm inter A F, secantem arcus C G, & G I, sinum complementi eiusdem arcus C G; erit tam rectangulum sub A D, E H, quàm rectangulum sub A F, G I, quadrato sinus totius æquale: ac proinde rectangulum illud huic æquale. Quare erit vt A D, prima ad A F, secundam, ita G I, tertia ad E H, quartam; hoc est, vt A D, secans arcus C E, ad A F, secantem arcus C G, ita G I, sinus complementi arcus posterioris C G, ad E H, sinum complementi arcus prioris C E. Secans igitur cuiusuis arcus est ad secantem alterius arcus, &c. Quod demonstrandum erat.



18. huius.

17. sexti.

16. sexti.

THEOR. 15. PROPOS. 23.

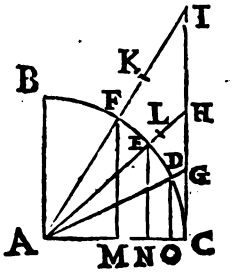
SI plures sint arcus æquali excessu progredientes, habebunt tam tangentes, quàm Secantes maiorum arcuum maiorem differentiam, quàm minorum: ita vt in tabula differentiæ tam tangentiũ, quàm secantium semper crescant vsque ad finem quadrantis.

Tangentes & secantes arcuũ æqualiter crescẽtiũ augent semper differentias.

IN quadrante A B C, sint arcus C D, C E, C F, quorum differentiæ D E, E F, æquales sint, & eorumdem tangentes sint C G, C H, C I; secantes autem A G,

Digitized by Google

AG, AH, AI. Et quia in triangulo ACH, angulus C, rectus est; erit AHC,
17. primi. recto minor, cum ambo sint duobus rectis minores. Cum ergo duo anguli
13. primi. ad H, sint duobus rectis æquales, erit AHI, maior recto, ac proinde angu-
17. primi. lus I, in triangulo AHI, recto minor. Quare maior erit secans AI, secante
19. primi. AH. Eadē ratione maior erit quam AG: Item AH, maior, quā AG. Abscindatur ergo AK, ipsi AH, & AL, ipsi AG, æqualis. Dico IH, differē tiā tangentiū CI, CH, arcuū maiorū CF, CE, maiorem esse differentia HG, tāgentium CH, CG, minorum arcuum CE, CD: Item KI, differentiam secantium AI, AH, arcuum maiorum CF, CE, maiorem esse differentia LH, secantium AH, AG, minorum arcuum CE, CD. Cum enim arcus DE, EF, æquales sint,
27. tertij. erunt & anguli DAE, EAF, æquales: ac proinde angulus IAG, sectus erit bifariam per rectam AH. Igitur erit, vt IA, ad AG, ita IH,
3. sexti. ad HG: Est autem AI, maior, quàm AG, vt ostensum est. Recta ergo IH, maior quoque erit, quàm HG. quod est primum.



DVCTIS iam FM, EN, DO, ad AC, perpendicularibus, nempe sinubus rectis arcuum CF, CE, CD; erit AM, sinus complementi arcus CF; & AN, sinus complementi arcus CE; & AO, sinus complementi arcus CD;
1. huius. vt in expositione definitionum dictum est. Quoniam vero recta MN, maior
8. quinti. est, quam NO; maior erit proportio AN, ad NO, quàm ad MN: Est autem adhuc maior proportio AO, ad NO, quàm AN, ad eandem NO. Igitur multo maior erit proportio AO, ad NO, quàm AN, ad MN. Et per con-
30. quinti. uersionem rationis, minor proportio AO, ad AN, quàm AN, ad AM: hoc est, maior proportio AN, ad AM, quàm AO, ad AN. Cum ergo sit, vt
22. huius. AN, ad AM, ita AI, ad AH; Et vt AO, ad AN, ita AH, ad AG: maior quoque erit proportio AI, ad AH, hoc est, ad AK, quàm AH, ad AG,
29. quinti. hoc est, ad AL. Diuidendo ergo maior etiam proportio erit IK, ad AK, hoc
26. quinti. est, ad AH, quàm HL, ad AL: Et conuertendo minor erit proportio AH, ad KI, quàm AL, ad LH; hoc est, maior proportio erit AL, ad LH, quàm
8. quinti. AH, ad KI. Quare cum maior adhuc sit proportio AH, ad LH, quàm AL, ad eandem LH: multo maior proportio erit AH, ad LH, quàm eiusdem
10. quinti. AH, ad KI; ac propterea recta LH, minor erit, quàm kI. quod est secundum. Ex quo fit, differentias tam tangentium, quàm secantium in tabula sem per augeri ad finem vsq; quadrantis: cuius quidem contrarium in sinubus accidit, vt supra demonstratum est. Quamobrem si plures sint arcus æquali excessu porgredientes, &c. Quod demonstrandum erat.

COROLLARIVM.

Arcus tangentium æquales excessus habētium inæquales ha-

SEQVITVR hinc, si quotlibet arcuum tangentes æqualiter sese excedant, arcus eatum inæqualiter sese excedere, excessusq; maiorum arcuum esse minores: quàm maiorum. Omnium item secantium segmenta extra quadrantem esse inæqualia, m. noraq; esse illa, quæ principio quadrantis sunt propinquiora. Quoniam enim positis arcubus DE, EF, æqualibus, ostensum fuit, rectam IH, maiorem esse quam HG; liquido constat, si ex HI, auferatur recta ipsi HG, æqualis. secantem inter duas AI, AH, ductam diuidere arcum

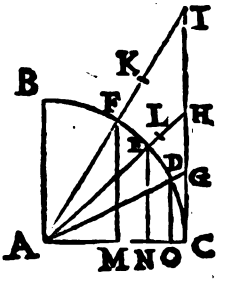
cum E F, atq; adeo subscindere arcum minorem arcu D E, nempe partem arcus E F. Eadem q; ratio est de alijs.

RVRSVS quia demonstratum est, secantem A G, minorem esse, quàm A H; fit, vt ablatis semidiametris æqualibus A D, A E, segmentum D G, reliquum minus sit segmento reliquo E H, &c.

THEOR. 16. PROPOS. 24.

TANGENS arcus maioris ad tangentem minoris arcus maiorē proportionem habet, quā secans maioris eiusdem arcus ad secantem eiusdē minoris.

Arcuū inæqualiū tangens maioris ad tangentem minoris proportionem habet maiorem, quam secans maioris ad secantem minoris.



REPETATVR figura præcedentis propos. Dico maiorem esse proportionem tāgentis C I, ad tangentem C H, quàm secantis A I, ad secantem A H. Quoniam enim est, vt A F, ad F M, ita A I, ad I C: Item vt A E, ad E N, ita A H, ad H C. Est autem minor proportio semidiametri A F, ad F M, quàm semidiametri A E ad, E N; quòd sinus F M, maioris arcus C F, maior sit sinu E N, minoris arcus C E, vt in expositione definitionum dictum est. Igitur minor quoq; erit proportio A I, ad I C, quàm A H, ad H C: Et permutando, minor etiam proportio A I, ad A H, quàm I C, ad H C; hoc est, tangens C I, ad tangentem C H, habebit maiorem proportionem, quàm secans A I, ad secantem A H. Quocirca Tangens arcus maioris ad tangentem minoris arcus, &c. Quod demonstrandum erat.

4. sexti.

8. quinti.

schol. 27. 5.

SEQVVNTVR TABVLAE TANGENTium atque secantium.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

	0	1	2	3	4	
0	00029	174550	349207	524078	699269	60
1	2909	177459	352120	526995	702192	59
2	5818	180369	355033	529911	705116	58
3	8727	183278	357945	532828	708039	57
4	11636	186187	360858	535745	710962	56
5	14544	189100	363770	538663	713886	55
6	17452	192010	366683	541580	716809	54
7	20361	194920	369596	544498	719733	53
8	23270	197830	372508	547415	722657	52
9	26179	200740	375421	550333	725580	51
10	29088	203650	378334	553251	728504	50
11	31996	206561	381247	556169	731428	49
12	34905	209471	384160	559087	734353	48
13	37814	212381	387073	562005	737277	47
14	40723	215291	389987	564923	740202	46
15	43632	218201	392900	567841	743127	45
16	46541	221111	395814	570759	746052	44
17	49450	224022	398727	573678	748978	43
18	52359	226932	401641	576596	751903	42
19	55268	229842	404554	579514	754829	41
20	58177	232752	407468	582433	757754	40
21	61086	235663	410382	585352	760680	39
22	63995	238574	413295	588270	763606	38
23	66904	241485	416209	591189	766532	37
24	69813	244395	419123	594108	769459	36
25	72722	247306	422037	597028	772385	35
26	75631	250217	424951	599947	775311	34
27	78540	253128	427866	602866	778238	33
28	81450	256038	430780	605786	781164	32
29	84359	258949	433694	608705	784091	31
30	87268	261859	436609	611625	787017	30
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro tāgētibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	0	1	2	3	4	
30	87268	261859	436609	611625	787017	30
31	90177	264770	439523	614544	789944	29
32	93086	267681	442438	617464	792871	28
33	95995	270592	445353	620384	795759	27
34	98904	273503	448267	623304	798726	26
35	101814	276414	451182	626225	801653	25
36	104723	279325	454097	629145	804581	24
37	107632	282237	457012	632066	807509	23
38	110541	285148	459927	634986	810437	22
39	113450	288059	462842	637907	813365	21
40	116360	290970	465757	640828	816293	20
41	119269	293882	468672	643749	819221	19
42	122178	296794	471588	646671	822150	18
43	125088	299705	474503	649592	825079	17
44	127997	302617	477419	652514	828008	16
45	130906	305528	480335	655435	830937	15
46	133816	308439	483251	658357	833866	14
47	136725	311351	486166	661278	836795	13
48	139635	314262	489082	664200	839724	12
49	142544	317174	491997	667121	842653	11
50	145454	320085	494913	670043	845583	10
51	148363	322997	497829	672965	848513	9
52	151273	325909	500745	675888	851443	8
53	154182	328821	503662	678810	854374	7
54	159092	331733	506578	681733	857304	6
55	160001	334645	509495	684656	860234	5
56	162911	337558	512411	687578	863164	4
57	165820	340470	515328	690501	866095	3
58	168730	343382	518244	693423	869025	2
59	171640	346295	521161	696346	871956	1
60	174550	349207	524078	699269	874886	0
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

	5	6	7	8	9	
0	874886	1051042	1227846	1405408	1583844	60
1	877817	1053987	1230798	1408374	1586826	59
2	880748	1056924	1233751	1411341	1589808	58
3	883680	1059866	1236704	1414308	1592791	57
4	886611	1062808	1239658	1417275	1595774	56
5	889543	1065750	1242612	1420242	1598757	55
6	892475	1068692	1245566	1423210	1601740	54
7	895407	1071634	1248520	1426178	1604723	53
8	898339	1074576	1251474	1429146	1607707	52
9	901271	1077518	1254428	1432115	1610691	51
10	904204	1080461	1257383	1435084	1613675	50
11	907137	1083404	1260338	1438053	1616660	49
12	910070	1086347	1263293	1441022	1619645	48
13	913003	1089291	1266249	1443992	1622630	47
14	915936	1092234	1269205	1446961	1625615	46
15	918870	1095178	1272161	1449931	1628601	45
16	921804	1098122	1275117	1452901	1631587	44
17	924738	1101066	1278073	1455871	1634573	43
18	927771	1104010	1281029	1458842	1637560	42
19	930605	1106954	1283986	1461813	1640547	41
20	933539	1109899	1286943	1464784	1643534	40
21	936473	1112844	1289900	1467755	1646522	39
22	939407	1115789	1292857	1470727	1649510	38
23	942342	1118734	1295815	1473699	1652499	37
24	945277	1121680	1298773	1476671	1655488	36
25	948212	1124625	1301731	1479644	1658477	35
26	951147	1127571	1304689	1482617	1661466	34
27	954083	1130517	1307648	1485590	1664456	33
28	957019	1133463	1310607	1488563	1667446	32
29	959954	1136409	1313566	1491536	1670436	31
30	962890	1139355	1316525	1494510	1673426	30
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Gradui Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	5	6	7	8	9	
30	962890	1139355	1316525	1494510	1673426	30
31	965826	1142302	1319485	1497484	1676417	29
32	968763	1145249	1322445	1500458	1679408	28
33	971699	11481,6	1325405	1503433	1682399	27
34	974636	1151144	1328365	1506408	1685390	26
35	977573	1154092	1331325	1509383	1688382	25
36	980509	1157040	1334285	1512358	1691374	24
37	983446	1159988	1337246	1515334	1694366	23
38	986383	1162936	1340207	1518310	1697358	22
39	989320	1165884	1343168	1521286	1700351	21
40	992257	1168832	1346129	1524262	1703344	20
41	995195	1171781	1349091	1527239	1706337	19
42	998133	1174730	1352053	1530216	1709331	18
43	1001072	1177679	1355015	1533193	1712325	17
44	1004010	1180628	1357977	1536170	1715319	16
45	1006949	1183577	1360940	1539148	1718313	15
46	1009887	1186527	1363903	1542126	1721308	14
47	1012825	1189477	1366866	1545104	1724304	13
48	1015763	1192427	1369830	1548082	1727300	12
49	1018702	1195377	1372793	1551061	1730296	11
50	1021641	1198328	1375757	1554040	1733292	10
51	1024580	1201279	1378721	1557019	1736287	9
52	1027519	1204230	1381686	1559999	1739284	8
53	1030459	1207181	1384650	1562979	1742281	7
54	1033399	1210132	1387615	1565959	1745278	6
55	1036339	1213084	1390580	1568939	1748275	5
56	1039279	1216036	1393545	1571920	1751273	4
57	1042219	1218988	1396510	1574901	1754271	3
58	1045160	1221940	1399476	1577882	1757270	2
59	1048101	1224892	1402442	1580863	1760269	1
60	1051042	1227845	1405408	1583844	1763268	0
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

	10	11	12	13	14	
0	1763268	1943803	2125565	2308682	2493280	60
1	1766268	1946822	2128605	2311746	2496370	59
2	1769268	1949841	2131646	2314810	2499411	58
3	1772268	1952861	2134687	2317875	2502552	57
4	1775269	1955881	2137729	2320940	2505643	56
5	1778270	1958901	2140771	2324006	2508735	55
6	1781271	1961922	2143814	2327072	2511827	54
7	1784272	1964943	2146857	2330139	2514920	53
8	1787274	1967964	2149900	2333206	2518013	52
9	1790276	1970985	2152944	2336273	2521106	51
10	1793278	1974007	2155988	2339341	2524200	50
11	1796281	1977029	2159032	2342419	2527294	49
12	1799284	1980052	2162077	2345478	2530389	48
13	1802287	1983075	2165122	2348547	2533484	47
14	1805291	1986098	2168167	2351616	2536580	46
15	1808295	1989122	2171213	2354686	2539676	45
16	1811299	1992146	2174259	2357757	2542773	44
17	1814303	1995171	2177306	2360828	2545870	43
18	1817308	1998196	2180352	2363899	2548968	42
19	1820313	2001221	2183400	2366971	2552066	41
20	1823318	2004247	2186448	2370043	2555165	40
21	1826324	2007273	2189496	2373116	2558264	39
22	1829329	2010299	2192544	2376189	2561364	38
23	1832335	2013326	2192544	2379263	2564464	37
24	1835342	2016353	2195593	2382337	2567564	36
25	1838349	2019380	2201692	2385411	2570665	35
26	1841357	2022408	2204742	2388486	2573766	34
27	1844365	2025436	2207792	2391561	2576868	33
28	1847373	2028464	2210843	2394636	2579970	32
29	1850382	2031493	2213894	2397712	2583073	31
30	1853391	2034522	2216946	2400788	2586176	30
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	10	11	12	13	14	
30	1853301	2034522	2216946	2400788	2586176	30
31	1856403	2037552	2219998	2403865	2589280	29
32	1859409	2040582	2223051	2406942	2592384	28
33	1862419	2043612	2226104	2410020	2595489	27
34	1865429	2046643	2229157	2413098	2598594	26
35	1868439	2049674	2232211	2416176	2601700	25
36	1871449	2052705	2235265	2419255	2604806	24
37	1874460	2055737	2238319	2422334	2607912	23
38	1877471	2058769	2241374	2425414	2611019	22
39	1880482	2061801	2244429	2428494	2614126	21
40	1883494	2064834	2247485	2431574	2617234	20
41	1886506	2067867	2250541	2434655	2620342	19
42	1889518	2070900	2253597	2437736	2623451	18
43	1892531	2073934	2256654	2440818	2626560	17
44	1895544	2076968	2259711	2443900	2629670	16
45	1898558	2080002	2262769	2446983	2632780	15
46	1901572	2083037	2265827	2450066	2635891	14
47	1904586	2086073	2268885	2453150	2639002	13
48	1907601	2089109	2271944	2456234	2642114	12
49	1910616	2092145	2275003	2459319	2645226	11
50	1913632	2095182	2278063	2462404	2648339	10
51	1916648	2098219	2281123	2465490	2651452	9
52	1999664	2101256	2284183	2468576	2654566	8
53	1922680	2104293	2287244	2471662	2657680	7
54	1925697	2107331	2290305	2474749	2660795	6
55	1928714	2110369	2293367	2477836	2663910	5
56	1931731	2113407	2296429	2480924	2667026	4
57	1934749	2116446	2299492	2484012	2670142	3
58	1937767	2119485	2302555	2487101	2673258	2
59	1940785	2122525	2305618	2490191	2676375	1
60	1943803	2125565	2308682	2493280	2679492	0
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

	15	16	17	18	19	
0	2679492	2867453	3057107	3249197	3443276	60
1	2682610	2870601	3060487	3252413	3446530	59
2	2685728	2873749	3063669	3255630	3449785	58
3	2688847	2876898	3066851	3258848	3453040	57
4	2691966	2880048	3070034	3262066	3456296	56
5	2695086	2883198	3073218	3265285	3459553	55
6	2698206	2886349	3076402	3268504	3462810	54
7	2701327	2889501	3079587	3271724	3466068	53
8	2704448	2892653	3082772	3274944	3469326	52
9	2707570	2895806	3085958	3278165	3472585	51
10	2710693	2898960	3085144	3281387	3475845	50
11	2713816	2902114	3092331	3284609	3479105	49
12	2716940	2905268	3095518	3287832	3482366	48
13	2720064	2908423	3198706	3291055	3485628	47
14	2723189	2911578	3101895	3294280	3488891	46
15	2726314	2914734	3105084	3297505	3492154	45
16	2729439	2917890	3108274	3300731	3495418	44
17	2732565	2921047	3111464	3303957	3498683	43
18	2735691	2924204	3114655	3307184	3501949	42
19	2738818	2927362	3117846	3310411	3505215	41
20	2741945	2930520	3121038	3313639	3508482	40
21	2745073	2933679	3124230	3316868	3511749	39
22	2748201	2936839	3127423	3320097	3515017	38
23	2751330	2939999	3130617	3323327	3518286	37
24	2754459	2943160	3133811	3326558	3521555	36
25	2757589	2946321	3137006	3329789	3524825	35
26	2760719	2949483	3140201	3333020	3528096	34
27	2763850	2952645	3143397	3336252	3531368	33
28	2766981	2955808	3146594	3339485	3534640	32
29	2770113	2958971	3149791	3342719	3537913	31
30	2773245	2962135	3152989	3345953	3541186	30
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiusdem Quadrantis

	15	16	17	18	19	
30	2773245	2962135	3152989	3345953	3541186	30
31	2776378	2965299	3156187	3349188	3544460	29
32	2779511	2968464	3159386	3352423	3547735	28
33	2782645	2971629	3162585	3355659	3551010	27
34	2785779	2974795	3165785	3358896	3554286	26
35	2788914	2977962	3168986	3362133	3557563	25
36	2792050	2981129	3172187	3365371	3560840	24
37	2795186	2984297	3175389	3368610	3564118	23
38	2798323	2987465	3178591	3371850	3567397	22
39	2801460	2990634	3181794	3375090	3570676	21
40	2804597	2993804	3184998	3378331	3573956	20
41	2807735	2996973	3188202	3381572	3577237	19
42	2810873	3000143	3191407	3384814	3580519	18
43	2814012	3003314	3194613	3388057	3583801	17
44	2817151	3006486	3197819	3391300	3587084	16
45	2820291	3009658	3201026	3394544	3590367	15
46	2823432	3012831	3204233	3397798	3593651	14
47	2826573	3016004	3207441	3401033	3596936	13
48	2829714	3019178	3210649	3404279	3600221	12
49	2832856	3022353	3213858	3407525	3603507	11
50	2835999	3025528	3217067	3410772	3606794	10
51	2839142	3028703	3220277	3414020	3610082	9
52	2842286	3031879	3223488	3417268	3613370	8
53	2845430	3035055	3226699	3420517	3616659	7
54	2848575	3038232	3229911	3423766	3619949	6
55	2851720	3041410	3233124	3427016	3623239	5
56	2854866	3044588	3236337	3430267	3626530	4
57	2858012	3047767	3239551	3433518	3629822	3
58	2861159	3050946	3242766	3436770	3633115	2
59	2864306	3054126	3245981	3440023	3636408	1
60	2867453	3057307	3249197	3443276	3639702	0
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro tangentibus cōplementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	20	21	22	23	24	
0	3639702	3838640	4040262	4244748	4452286	60
1	3642997	3841978	4043647	4248182	4455772	59
2	3646293	3845316	4047031	4251617	4459259	58
3	3649589	3848655	4050416	4255052	4462747	57
4	3652886	3851995	4053802	4258488	4466236	56
5	3656183	3855336	4057189	4261925	4469726	55
6	3659481	3858678	4060577	4265363	4473216	54
7	3662780	3862020	4063966	4268801	4476707	53
8	3666079	3865363	4067356	4265363	4480199	52
9	3669379	3868707	4070747	4268801	4483692	51
10	3672680	3872052	4074139	4272240	4487186	50
11	3675982	3875397	4077531	4275680	4490681	49
12	3679284	3878743	4080924	4279121	4494177	48
13	3682587	3882090	4084318	4282563	4497674	47
14	3685891	3885438	4087713	4286006	4501172	46
15	3689195	3888787	4091109	4289450	4504671	45
16	3692500	3892136	4094506	4292895	4508171	44
17	3695806	3895486	4097903	4296340	4511672	43
18	3699113	3898837	4101301	4299786	4515173	42
19	3702420	3902188	4104699	4303233	4518675	41
20	3705728	3905540	4108097	4306681	4522178	40
21	3709037	3908893	4111497	4310130	4525682	39
22	3712347	3912247	4114898	4313580	4529187	38
23	3715657	3915601	4118300	4317031	4532693	37
24	3718968	3918956	4121703	4327387	4536200	36
25	3722279	3922312	4125107	4330841	4539708	35
26	3725591	3925669	4128511	4334296	4543217	34
27	3728904	3929027	4131916	4337752	4546727	33
28	3732218	3932385	4135322	4341209	4550238	32
29	3735533	3935744	4138728	4344666	4553750	31
30	3738848	3939104	4142135	4348124	4557264	30
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduū Quadrantis pro tangētibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	20	21	22	23	24	
30	3738848	3939104	4142135	4348124	4557264	30
31	3742164	3942465	4145544	4351583	4560778	29
32	3745480	3945826	4148953	4355043	4564293	28
33	3748797	3949188	4152363	4358504	4567809	27
34	3752115	3952551	4155773	4361966	4571326	26
35	3755434	3955915	4159184	4365429	4574843	25
36	3758753	3959280	4162596	4368893	4578361	24
37	3762073	3962646	4166009	4372357	4581880	23
38	3765394	3966012	4169423	4375822	4585400	22
39	3768716	3969379	4172838	4379288	4588921	21
40	3772038	3972746	4176255	4382755	4592443	20
41	3775361	3976114	4179672	4386223	4595966	19
42	3778685	3979483	4183090	4389692	4599490	18
43	3782010	3982853	4186509	4393162	4603015	17
44	3785335	3986224	4189928	4396633	4606541	16
45	3788661	3989596	4193348	4400105	4610068	15
46	3791988	3992969	4196769	4403578	4613596	14
47	3795315	3996342	4200191	4407051	4617125	13
48	3798643	3999716	4203613	4410525	4620654	12
49	3801972	4003090	4207036	4414000	4624184	11
50	3805302	4006465	4210460	4417476	4627715	10
51	3808632	4009841	4213885	4420953	4631247	9
52	3811963	4013217	4217311	4424431	4634780	8
53	3815295	4016594	4220738	4427910	4638314	7
54	3818628	4019972	4224165	4431390	4641849	6
55	3821961	4023351	4227593	4434871	4645385	5
56	3825295	4026731	4231022	4438352	4648922	4
57	3828630	4030112	4234452	4441834	4652460	3
58	3831966	4033494	4237883	4445317	4655999	2
59	3835303	4036877	4241315	4448801	4659540	1
60	3838640	4040262	4244748	4452286	4663081	0
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	25	26	27	28	29	
0	4663081	4877328	5095254	5317094	5543090	60
1	4666623	4880930	5098919	5320826	5546893	59
2	4670166	4884533	5102585	5324559	5550697	58
3	4673710	4888137	5106252	5328293	5554503	57
4	4677255	4891742	5109920	5332028	5558310	56
5	4680801	4895347	5113589	5335765	5562118	55
6	4684348	4898953	5117259	5339503	5565927	54
7	4687896	4902560	5120930	5343242	5569738	53
8	4691444	4906168	5124602	5346982	5573550	52
9	4694993	4909777	5128275	5350723	5577363	51
10	4698543	4913387	5131949	5354465	5581177	50
11	4702094	4916998	5135625	5358209	5584993	49
12	4705646	4920610	5139302	5361954	5588810	48
13	4709199	4924223	5142980	5365700	5592628	47
14	4712753	4927838	5146659	5369447	5596447	46
15	4716308	4931454	5150339	5373195	5600268	45
16	4719864	4935071	5154020	5376944	5604090	44
17	4723422	4938689	5157702	5380694	5607913	43
18	4726981	4942308	5161385	5384445	5611737	42
19	4730541	4945928	5165069	5388198	5615562	41
20	4734102	4949549	5168755	5391952	5619388	40
21	4737664	4953171	5172442	5395707	5623216	39
22	4741227	4956794	5176130	5399463	5627045	38
23	4744790	4960418	5179819	5403221	5630875	37
24	4748354	4964043	5183509	5406980	5634707	36
25	4751919	4967669	5187200	5410740	5638540	35
26	4755485	4971296	5190892	5414501	5642374	34
27	4759052	4974924	5194585	5418263	5646210	33
28	4762620	4978553	5198279	5422026	5650047	32
29	4766189	4982184	5201974	5425791	5653885	31
30	4769759	4985816	5205670	5429557	5657725	30
	64	63	62	61	60	

Minuta Graduū Quadrantis pro tangẽtibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	25	26	27	28	29	
30	4769759	4985816	5205670	5429557	5657725	30
31	4773330	4989448	5209368	5433324	5661566	29
32	4776902	4993081	5213067	5437092	5665408	28
33	4780475	4996716	5216767	5440861	5669251	27
34	4784049	5000352	5220468	5444632	5673096	26
35	4787624	5003989	5224170	5448404	5676942	25
36	4791200	5007627	5227873	5452177	5680789	24
37	4794777	5011266	5231577	5455951	5684637	23
38	4798355	5014906	5235283	5459726	5688486	22
39	4801934	5018547	5238990	5463503	5692337	21
40	4805515	5022189	5242698	5467281	5696189	20
41	4809096	5025832	5246407	5471060	5700043	19
42	4812678	5029476	5250117	5474840	5703898	18
43	4816261	5033121	5253828	5478621	5707754	17
44	4819845	5036767	5257540	5482404	5711611	16
45	4823430	5040414	5261254	5486188	5715469	15
46	4827016	5044062	5264969	5489973	5719329	14
47	4830603	5047712	5268685	5493759	5723190	13
48	4834191	5051363	5272402	5497546	5727052	12
49	4837780	5055015	5276120	5501335	5730916	11
50	4841371	5058668	5279839	5505125	5734781	10
51	4844962	5062322	5283959	5508916	5738647	9
52	4848554	5065977	5287280	5512708	5742515	8
53	4852147	5069633	5291003	5516501	5746384	7
54	4855741	5073290	5294727	5520296	5750254	6
55	4859336	5076948	5298452	5524092	5754125	5
56	4862932	5080607	5302178	5527889	5757998	4
57	4866529	5084267	5305905	5531687	5761872	3
58	4870127	5087928	5309633	5535487	5765747	2
59	4873727	5091590	5313363	5539288	5769624	1
60	4877328	5095254	5317094	5543090	5773502	0
	64	63	62	61	60	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	30	31	32	33	34	
0	5773502	6008606	6248693	6494076	6745085	60
1	5777381	6012566	6252738	6498212	6749318	59
2	5781262	6016528	6256785	6502350	6753553	58
3	5785144	6020491	6260834	6506489	6757789	57
4	5789027	6024455	6264884	6510630	6762027	56
5	5792911	6028420	6268935	6514773	6766267	55
6	5796797	6032387	6272988	6518917	6770508	54
7	5800684	6036355	6277042	6523063	6774751	53
8	5804572	6040324	6281098	6527200	6778996	52
9	5808462	6044295	6285155	6531359	6783243	51
10	5812353	6048267	6289214	6535510	6787491	50
11	5816245	6052241	6293274	6539662	6791741	49
12	5820139	6056216	6297336	6543816	6795993	48
13	5824034	6060193	6301399	6547971	6800246	47
14	5827930	6064171	6305464	6552128	6804501	46
15	5831828	6068150	6309530	6556287	6808758	45
16	5835727	6072131	6313598	6560447	6813016	44
17	5839627	6076113	6317667	6564609	6217276	43
18	5843528	6080096	6321738	6568772	6821538	42
19	5847431	6084081	6325810	6572937	6825801	41
20	5851335	6088067	6329883	6577103	6830066	40
21	5855241	6092055	6333958	6581271	6834333	39
22	5859148	6096044	6338034	6585440	6838602	38
23	5863056	6100035	6342112	6589611	6842872	37
24	5866966	6104027	6346191	6593784	6847144	36
25	5870877	6108020	6350272	6597958	6851417	35
26	5874489	6112015	6354355	6602134	6855692	34
27	5878702	6116011	6358439	6606312	6859969	33
28	5882617	6120009	6362525	6610491	6864247	32
29	5886533	6124008	6366613	6614672	6868527	31
30	5890450	6128008	6370702	6618855	6872809	30
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduū Quadrātis pro tāgētibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	30	31	32	33	34	
30	5890450	6128008	6370702	6618855	6872809	30
31	5894369	6132010	6374792	6623039	6877093	29
32	5898289	6136013	6378884	6627225	6881379	28
33	5902211	6140018	6382977	6631413	6885666	27
34	5906134	6144024	6387072	6635603	6889955	26
35	5910058	6148032	6391169	6639792	6894246	25
36	5913984	6152041	6395267	6643984	6898539	24
37	5917911	6156052	6399366	6648178	6902833	23
38	5921839	6160064	6403467	6952373	6907129	22
39	5925769	6164077	6407569	6656570	6911426	21
40	5929700	6168092	6411673	6660768	6915725	20
41	5933633	6172108	6415779	6664968	6920026	19
42	5937567	6176126	6419886	6669170	6924329	18
43	5941502	6180147	6423995	6673373	6928634	17
44	5945438	6184168	6428105	6677578	6932940	16
45	5949376	6188190	6432216	6681785	6937248	15
46	5955315	6192213	6436329	6685994	6941558	14
47	5957255	6196237	6440444	6690204	6945869	13
48	5961197	6200263	6444560	6694416	6950182	12
49	5965140	6204290	6458678	6698630	6954497	11
50	5969084	6208319	6452798	6702845	6958813	10
51	5973030	6212350	6456919	6707062	6963131	9
52	5976776	6216382	6461042	6711281	6967451	8
53	5980926	6220416	6465166	6715501	6971773	7
54	5984876	6224451	6469292	6719723	6976097	6
55	5988827	6228488	6473419	6723946	6980423	5
56	5992780	6232526	6477548	6728171	6984750	4
57	5996734	6246566	6481678	6732397	6989079	3
58	6000690	6240607	6485809	6736625	6993409	2
59	6004647	6244649	6489942	6740854	6997741	1
60	6008606	6248693	6494076	6745085	7002075	0
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	35	36	37	38	39	
0	7002075	7265424	7535541	7812856	8097840	60
1	7006411	7269869	7540103	7817542	8102658	59
2	7010749	7274316	7544667	7822230	8107478	58
3	7015088	7278765	7549233	7826920	8112300	57
4	7019429	7283216	7553801	7831612	8117124	56
5	7023772	7287669	7558371	7836306	8121951	55
6	7028117	7292124	7562943	7841002	8126780	54
7	7032463	7296581	7567517	7845700	8131611	53
8	7036811	7301040	7572093	7850400	8136444	52
9	7041161	7305501	7576670	7855102	8141280	51
10	7045513	7309963	7581249	7859807	8146118	50
11	7049867	7314427	7585830	7864514	8150958	49
12	7054223	7318893	7590413	7869223	8155801	48
13	7058581	7323361	7594999	7873934	8160646	47
14	7062940	7327831	7599587	7878647	8165493	46
15	7067301	7332303	7604177	7883363	8170343	45
16	7071664	7336777	7608769	7888081	8175195	44
17	7076029	7341253	7613363	7892801	8180049	43
18	7070395	7345731	7617959	7897523	8184905	42
19	7084763	7350210	7622557	7902247	8189764	41
20	7089133	7354691	7627157	7906973	8194625	40
21	7093505	7359174	7631759	7911702	8199488	39
22	7097879	7363659	7636363	7916433	8204354	38
23	7102254	7368146	7640969	7921166	8209222	37
24	7106631	7372635	7645577	7925901	8214092	36
25	7111010	7377126	7650187	7930638	8218965	35
26	7115391	7381619	7654799	7935378	8223840	34
27	7119773	7386114	7659413	7940120	8228717	33
28	7124167	7390611	7664030	7944864	8233597	32
29	7128543	7395110	7668649	7949610	8238479	31
30	7132931	7399610	7663270	7954358	8243363	30
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduū Quadrātis pro tāgētibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	35	36	37	38	39	
30	7132931	7399610	7673270	7954358	8243363	30
31	7137321	7404112	7677893	7959109	8248250	29
32	7141713	7408616	7682518	7963862	8253139	28
33	7146106	7413122	7687145	7968617	8258031	27
34	7150501	7417630	7691774	7973374	8262925	26
35	7154898	7422140	7696405	7978133	8267821	25
36	7159297	7426652	7701038	7982895	8272720	24
37	7163698	7431167	7705673	7987659	8277621	23
38	7168100	7435684	7710310	7992425	8282524	22
39	7172504	7440203	7714949	7997193	8287429	21
40	7176910	7444724	7719590	8001963	8292337	20
41	7181318	7449246	7724233	8006736	8297247	19
42	7185728	7453770	7728878	8011511	8302160	18
43	7190140	7458296	7733525	8016288	8307075	17
44	7194554	7462824	7738175	8021067	8311992	16
45	7198970	7476354	7742827	8025849	8316912	15
46	7203387	7471886	7747481	8030633	8321834	14
47	7207806	7476420	7752137	8035419	8326759	13
48	7212227	7480956	7756795	8040207	8331686	12
49	7216650	7485494	7761455	8044997	8336615	11
50	7221075	7490033	7766117	8049790	8341547	10
51	7225502	7494574	7770781	8054585	8346481	9
52	7229931	7499117	7775447	8059382	8351418	8
53	7234362	7503663	7780116	8064181	8356357	7
54	7238794	7508211	7784787	8068983	8361298	6
55	7243228	7512761	7789460	8073787	8366242	5
56	7247664	7517313	7794135	8078593	8371188	4
57	7252102	7521867	7798812	8083401	8376136	3
58	7256541	7526423	7803491	8088212	8381087	2
59	7260982	7530981	7808172	8093025	8386040	1
60	7265424	7535541	7812856	8097840	8390996	0
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadratis pro tangentibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	40	41	42	43	44	
0	8390995	8692867	9004040	9325151	9656888	60
1	8395954	8697975	9009308	9330591	9662511	59
2	8400915	8703085	9014579	9336034	9668137	58
3	8405878	8708198	9019853	9341480	9673766	57
4	8410844	8713344	9025130	9346929	9679398	56
5	8415812	8718433	9030410	9352381	9685034	55
6	8420782	8723555	9035693	9357835	9690674	54
7	8425754	8728679	9040978	9363292	9696315	53
8	8430729	8733806	9046266	9368752	9701960	52
9	8435706	8738935	9051557	9374215	9707609	51
10	8440686	8744067	9056850	9379682	9713261	50
11	8445668	8749201	9062146	9385152	9718916	49
12	8450653	8754338	9067445	9390625	9724574	48
13	8455640	8759478	9072747	9396101	9730235	47
14	8460630	8764620	9078052	9401580	9735900	46
15	8465622	8769764	9083360	9407062	9741568	45
16	8470617	8774911	9088670	9412547	9747239	44
17	8475614	8780061	9093983	9418034	9752913	43
18	8480614	8785214	9099299	9423524	9758591	42
19	8485617	8790369	9104618	9429017	9764272	41
20	8490622	8795527	9109940	9434513	9769956	40
21	8495629	8800688	9115265	9440012	9775643	39
22	8500639	8805851	9120593	9445514	9781334	38
23	8505651	8811017	9125923	9451019	9787028	37
24	8510666	8816186	9131256	9456528	9792725	36
25	8515683	8821357	9136592	9462040	9798425	35
26	8520703	8826531	9141930	9467555	9804128	34
27	8525725	8831708	9147271	9473073	9809835	33
28	8530750	8836887	9152615	9478594	9815545	32
29	8535777	8842069	9157962	9484118	9821258	31
30	8540806	8847253	9163312	9489645	9826974	30
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduū Quadrantis pro tangẽtibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus.

Digitized by Google

arcuum ejuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum ejuſdem Quadrantis.

	40	41	42	43	44	
30	8540806	8847253	9163312	9489645	9826974	30
31	8545838	8852440	9168665	9495175	9832694	29
32	8550872	8857630	9174021	9400708	9838417	28
33	8555909	8862822	9179380	9506244	9844143	27
34	8560949	8868017	9184741	9511783	9849872	26
35	8565991	8873015	9190105	9517325	9855605	25
36	8571036	8878415	9195472	9522870	9861341	24
37	8576083	8883628	9200842	9528419	9867180	23
38	8581133	8888824	9206215	9533971	9872922	22
39	8586185	8899033	9211590	9539526	9878668	21
40	8591239	8899244	9216968	9545084	9884317	20
41	8596296	8904458	9222349	9550645	9890070	19
42	8601355	8909675	9227733	9556209	9895826	18
43	8606417	8914894	9233120	9561776	9901585	17
44	8611482	8920116	9238510	9567346	9907347	16
45	8616549	8925341	9243903	9572919	9913113	15
46	8621619	8930568	9249299	9578495	9918882	14
47	8626692	8935798	9254698	9584074	9924654	13
48	8631767	8941031	9260100	9589656	9930430	12
49	8636845	8946267	9265505	9595241	9936209	11
50	8641926	8951506	9270913	9600830	9941991	10
51	8647009	8956747	9276324	9606422	9947777	9
52	8652095	8961991	9281738	9612017	9953566	8
53	8657183	8967238	9287155	9617615	9959359	7
54	8662273	8972487	9292574	9623216	9965155	6
55	8667366	8977739	9297996	9628820	9970954	5
56	8672461	8982994	9303421	9634427	9976756	4
57	8677559	8988252	9308849	9640037	9982562	3
58	8682659	8993512	9314280	9645651	9988371	2
59	8687762	8998775	9319714	9651268	9994184	1
60	8692867	9004040	9325151	9656888	10000000	0
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ ejuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum ejuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	45	46	47	48	
0	10000000	10355302	10723686	11106124	60
1	10005820	10361332	10729942	11112623	59
2	10011643	10367365	10736202	11119126	58
3	10017469	10373402	10742466	11125634	57
4	10023299	10379443	10748734	11132146	56
5	10029132	10385487	10755006	11138662	55
6	10034968	10391535	10761282	11145182	54
7	10040808	10397587	10767562	11151706	53
8	10046651	10403643	10773845	11158235	52
9	10052497	10409702	10780132	11164768	51
10	10058347	10415765	10786423	11171305	50
11	10064201	10421832	10792718	11177846	49
12	10070058	10427902	10799017	11184392	48
13	10075918	10433976	10805320	11190942	47
14	10081782	10440054	10811627	11197496	46
15	10087649	10446135	10817938	11204054	45
16	10093520	10452220	10824253	11210617	44
17	10099394	10458309	10830572	11217184	43
18	10105272	10464401	10836895	11223755	42
19	10111153	10470497	10843222	11230330	41
20	10117038	10476597	10849554	11236910	40
21	10122926	10482701	10855889	11243494	39
22	10128818	10488808	10862228	11250082	38
23	10134713	10494919	10868571	11256675	37
24	10140611	10501034	10874918	11263272	36
25	10146513	10507153	10881269	11269873	35
26	10152418	10513275	10887624	11276478	34
27	10158327	10519401	10893983	11283088	33
28	10164239	10525531	10900346	11289702	32
29	10170154	10531664	10906713	11296321	31
30	10176073	10537801	10913084	11302944	30
	44	43	42	41	

Minuta Graduū Quadrātis pro tāgētibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	45	46	47	48	
30	10176073	10537801	10913084	11302944	30
31	10181996	10543942	10919459	11309571	29
32	10187922	10550087	10925838	11316203	28
33	10193852	10556235	10932221	11322899	27
34	10199785	10562387	10938608	11329480	26
35	10205722	10568543	10945000	11336125	25
36	10211663	10574703	10951396	11342774	24
37	10217607	10580867	10957796	11349428	23
38	10223555	10587034	10964200	11356086	22
39	10229506	10593205	10970608	11362748	21
40	10235460	10599280	10977020	11369415	20
41	10241418	10605559	10983436	11376086	19
42	10247380	10611742	10989856	11382762	18
43	10253345	10617929	10996280	11389442	17
44	10259314	10624119	11002708	11396126	16
45	10265286	10630313	11009140	11402815	15
46	10271262	10636511	11015577	11409508	14
47	10277242	10642713	11022028	11416206	13
48	10283225	10648919	11028463	11422908	12
49	10289212	10655128	11034912	11429615	11
50	10295202	10661341	11041365	11436326	10
51	10301196	10667558	11047822	11443042	9
52	10307193	10673779	11054283	11449762	8
53	10313194	10680004	11060748	11456487	7
54	10319199	10686233	11067218	11463216	6
55	10325207	10692466	11073692	11469950	5
56	10331219	10698702	11080170	11476688	4
57	10337234	10704942	11086652	11483431	3
58	10343253	10711186	11093138	11490178	2
59	10349276	10717434	11099629	11496929	1
60	10355302	10723686	11106124	11503684	0
	44	43	42	41	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro tangentibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.	49	50	51	52	Minuta Graduū Quadrātis pro tāgētibus cōplemētorū arcuū, eiusdē Quadrātis
0	11503684	11917537	12348972	12799416	60
1	11510444	11924580	12356320	12807093	59
2	11517208	11931628	12363673	12814776	58
3	11523977	11938680	12371031	12822465	57
4	11530751	11945737	12378394	12830159	56
5	11537529	11952799	12385762	12837859	55
6	11544312	11959866	12393136	12845565	54
7	11551100	11966938	12400515	12853277	53
8	11557893	11974015	12407999	12860994	52
9	11564691	11981097	12415288	12868717	51
10	11571494	11988183	12422683	12876445	50
11	11578301	11995274	12430083	12884179	49
12	11585112	12002370	12437489	12891919	48
13	11591928	12009471	12444900	12899665	47
14	11598748	12016578	12452317	12907417	46
15	11605572	12023690	12459739	12915175	45
16	11612401	12030807	12467167	12922939	44
17	11619234	12037929	12474600	12930709	43
18	11626072	12045056	12482039	12938485	42
19	11632915	12052188	12489484	12946267	41
20	11639763	12059325	12496934	12954055	40
21	11646615	12066467	12504389	12961848	39
22	11653472	12073614	12511850	12969647	38
23	11660334	12080766	12519316	12977457	37
24	11667200	12087923	12526787	12985263	36
25	11674071	12095085	12534264	12993080	35
26	11680947	12102252	12541746	13000903	34
27	11687827	12109424	12549233	13008732	33
28	11694712	12116601	12556725	13016567	32
29	11701602	12123783	12564222	13024407	31
30	11708497	12130970	12571724	13032253	30
	40	39	38	37	

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	49	50	51	52	
30	11708497	12130970	12571724	13032853	30
31	11715396	12138162	12579232	13040105	29
32	11722300	12145359	12586746	13047963	28
33	11729208	12152561	12594265	13055827	27
34	11736121	12159768	12601790	13063697	26
35	11743039	12166981	12609321	13071573	25
36	11749962	12174199	12616858	13079455	24
37	11756989	12181422	12624400	13087343	23
38	11763821	12188650	12631948	13095237	22
39	11770758	12195883	12639501	13103138	21
40	11777700	12203121	12647060	13111045	20
41	11784646	12210364	12654624	13118958	19
42	11791597	12217613	12662194	13126877	18
43	11798553	12224867	12669769	13134802	17
44	11805514	12232126	12677350	13142732	16
45	11812479	12239390	12684937	13150668	15
46	11819449	12246659	12692530	13158610	14
47	11826424	12253933	12700128	13166558	13
48	11833404	12261212	12707732	13174512	12
49	11840388	12268496	12715341	13182472	11
50	11847377	12275786	12722956	13190438	10
51	11854371	12283081	12730577	13198411	9
52	11861370	12290381	12738203	13206390	8
53	11868374	12297687	12745835	13214375	7
54	11875383	12304998	12753473	13222367	6
55	11882397	12312314	12761116	13230365	5
56	11889417	12319635	12768765	13238369	4
57	11896438	12326961	12776420	13246379	3
58	11903466	12334293	12784080	13254396	2
59	11910499	12341630	12791745	13262419	1
60	11917537	12348972	12799416	13270448	0
	40	39	38	37	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

	53	54	55	56	
0	13270448	13763820	14281480	14825610	60
1	13278483	13772243	14290325	14834916	59
2	13286524	13780673	14299177	14844230	58
3	13294571	13789109	14308037	14853553	57
4	13302624	13797552	14316905	14862884	56
5	13310683	13806002	14325780	14872223	55
6	13318749	13814459	14334662	14881570	54
7	13326821	13822922	14343552	14890925	53
8	13334899	13831392	14352451	14909288	52
9	13342984	13839869	14361354	14909659	51
10	13351075	13848352	14370266	14919038	50
11	13359172	13856842	14379186	14928426	49
12	13367276	13865339	14388113	14937822	48
13	13375386	13873843	14397048	14947226	47
14	13383502	13882354	14405990	14956638	46
15	13391624	13890872	14414939	14966058	45
16	13399753	13899397	14423896	14975486	44
17	13407888	13907930	14432861	14984923	43
18	13416029	13916470	14441833	14994368	42
19	13424177	13925017	14450812	15003821	41
20	13432331	13933571	14459799	15013283	40
21	13440492	13942131	14468794	15022753	39
22	13448659	13950698	14477797	15032231	38
23	13456832	13959272	14486807	15041717	37
24	13465011	13967853	14495825	15051211	36
25	13473197	13976441	14504850	15060714	35
26	13481390	13985035	14513883	15070225	34
27	13489589	13993636	14522924	15079744	33
28	13497794	14002244	14531972	15089271	32
29	13506006	14010859	14541028	15078807	31
30	13514224	14019481	14550091	15108351	30
	36	35	34	33	

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro tangētibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis.

Digitized by Google

arcuum eiusdem Quadrantis

	53	54	55	56	
30	13514224	14019481	14550091	15108351	30
31	13522449	14028110	14559162	15117903	29
32	13530680	14036746	14568241	15127464	28
33	13538918	14045389	14577327	15137034	27
34	13547162	14054040	14586421	15146612	26
35	13555413	14062698	14595523	15156199	25
36	13563670	14071363	14604633	15165794	24
37	13571834	14080035	14613750	15175398	23
38	13580104	14088715	14622875	15185011	22
39	13588381	14097402	14632007	15194632	21
40	13596764	14106097	14641146	15204261	20
41	13605054	14114798	14650293	15213899	19
42	13613350	14123506	14659449	15223545	18
43	13621653	14132221	14668613	15233200	17
44	13629963	14140923	14677785	15242863	16
45	13638279	14149672	14686965	15252535	15
46	13646602	14158409	14696153	15262216	14
47	13654932	14167153	14705349	15271905	13
48	13663268	14175904	14714553	15281603	12
49	13671610	14184663	14723765	15291309	11
50	13679959	14193429	14732985	15301024	10
51	13688315	14202202	14742212	15310748	9
52	13696677	14210982	14751447	15320481	8
53	13705046	14219769	14760690	15330222	7
54	13713422	14228563	14769941	15339972	6
55	13721805	14237365	14779200	15349730	5
56	13730194	14246174	14788466	15359497	4
57	13738590	14254990	14797740	15369273	3
58	13746993	14263813	14807022	15379057	2
59	13755403	14272643	14816312	15388850	1
60	13763820	14281480	14825610	15398651	0
	36	35	34	33	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro tangentibus cōplementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis

	57	58	59	60	
0	15398651	16003347	16642794	17320508	60
1	15408461	16013710	16653766	17332150	59
2	15418280	16024083	16664749	17343804	58
3	15428108	16034466	16675742	17355469	57
4	15437945	16044859	16686746	17367146	56
5	15447791	16055261	16697760	17378834	55
6	15457646	16065673	16708785	17390534	54
7	15467510	16076095	16719820	17402246	53
8	15477382	16086527	16730866	17413969	52
9	15487263	16096968	16741922	17425704	51
10	15497153	16107419	16752989	17437451	50
11	15507052	16117880	16764067	17449210	49
12	15516960	16128351	16775156	17460981	48
13	15526877	16138832	16786256	17472764	47
14	15536803	16149322	16797367	17484559	46
15	15546738	16159822	16808489	17496366	45
16	15556682	16170332	16819621	17508185	44
17	15566636	16180852	16830764	17520026	43
18	15576599	16191381	16841918	17531869	42
19	15586571	16201920	16853083	17543724	41
20	15596552	16212469	16864259	17555591	40
21	15606542	16223028	16875446	17567470	39
22	15616541	16233597	16886644	17579362	38
23	15626549	16244176	16897853	17591266	37
24	15636566	16254766	16909074	17603182	36
25	15646592	16265366	16920306	17615111	35
26	15656627	16275976	16931549	17627052	34
27	15666671	16286596	16942803	17639006	33
28	15676724	16297226	16954068	17650972	32
29	15686786	16307866	16965344	17662951	31
30	15696857	16318516	16976631	17674941	30
	32	31	30	29	

Minuta Graduū Quadrātis pro tāgētibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiusdem Quadrantis

	57	58	59	60	
30	15696857	16318516	16976631	17674942	30
31	15706938	16329176	16987929	17686945	29
32	15717028	16339847	16999239	17698960	28
33	15727127	16350528	17010560	17710987	27
34	15737235	16361219	17021892	17723027	26
35	15747353	16371920	17033236	17735079	25
36	15757480	16382631	17044591	17747143	24
37	15767616	16393352	17055957	17759220	23
38	15777761	16404083	17067325	17771309	22
39	15787915	16414824	17078714	17783410	21
40	15798078	16425575	17090115	17795524	20
41	15808251	16436337	17101527	17808651	19
42	15818433	16447109	17112950	17819790	18
43	15828625	16457892	17124384	17831942	17
44	15838827	16468685	17135829	17844107	16
45	15849038	16479488	17147285	17856285	15
46	15859259	16490302	17158752	17868475	14
47	15869489	16501126	17170231	17880678	13
48	15879729	16511960	17181721	17892894	12
49	15889979	16522805	17193222	17905123	11
50	15900238	16533660	17204734	17917364	10
51	15910507	16544526	17216258	17929618	9
52	15920785	16555402	17227794	17941885	8
53	15931073	16566289	17239342	17954164	7
54	15941370	16577186	17250902	17966456	6
55	15951676	16588094	17262473	17978761	5
56	15961992	16599013	17274056	17991079	4
57	15972317	16609942	17285651	18003410	3
58	15982651	16620882	17297258	18015753	2
59	15992994	16631833	17308877	18028109	1
60	16003347	16642794	17320508	18040478	0
	32	31	30	29	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	61	62	63	64	
0	18040478	18807265	19626104	20503034	60
1	18052860	18820471	19640225	20518180	59
2	18065255	18833691	19654362	20533344	58
3	18077663	18846925	19668516	20548526	57
4	18090084	18860174	19682686	20563726	56
5	18102518	18873437	19696872	20578945	55
6	18114966	18886715	19711074	20594182	54
7	18127427	18900007	19725293	20609437	53
8	18139901	18913314	19739528	20624711	52
9	18152388	18926636	19753780	20640003	51
10	18164889	18939972	19768048	20655313	50
11	18177403	18953323	19782333	20670642	49
12	18189930	18966689	19796634	20685989	48
13	18202470	18980070	19810951	20701355	47
14	18215024	18993466	19825285	20716739	46
15	18227591	19006876	19839635	20732142	45
16	18240171	19020302	19854002	20747564	44
17	18252765	19033741	19868386	20763004	43
18	18265372	19047196	19882786	20778463	42
19	18277992	19060665	19897203	20793941	41
20	18290626	19074149	19911637	20809438	40
21	18303273	19087648	19926088	20824953	39
22	18315934	19101162	19940554	20840487	38
23	18328608	19114691	19955039	20856040	37
24	18341296	19128235	19969540	20871612	36
25	18353997	19141795	19984057	20887202	35
26	18366712	19155370	19998591	20902811	34
27	18379440	19168960	20013142	20918439	33
28	18392182	19182565	20027709	20934086	32
29	18404938	19196185	20042297	20949752	31
30	18417707	19209821	20056898	20965436	30
	28	27	26	25	

Minuta Graduū Quadrātis pro tāgētibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	61	62	63	64	
30	18417707	19209821	20056898	20965436	30
31	18430490	19223472	20071516	20981140	29
32	18443287	19237138	20086152	20996863	28
33	18456098	19250819	20100805	21012605	27
34	18468922	19264516	20115475	21028367	26
35	18481760	19278228	20130163	21044148	25
36	18494612	19291955	20144868	21059949	24
37	18507478	19305698	20159590	21075769	23
38	18520357	19319456	20174329	21091609	22
39	18533250	19333230	20189086	21107468	21
40	18546157	19347019	20203860	21123347	20
41	18559078	19360824	20218651	21139246	19
42	18572013	19374644	20233460	21155164	18
43	18584962	19388480	20248286	21171102	17
44	18597925	19402331	20263130	21187059	16
45	18610902	19416198	20277991	21203036	15
46	18623894	19430081	20292870	21219032	14
47	18636900	19443980	20307767	21235048	13
48	18649920	19457894	20322681	21251083	12
49	18662954	19471824	20337613	21267138	11
50	18676002	19485770	20352563	21283213	10
51	18689064	19499732	20367531	21299308	9
52	18702140	19513710	20382516	21315423	8
53	18715231	19527704	20397519	21331558	7
54	18728335	19541714	20412539	21347713	6
55	18741454	19555739	20427577	21363888	5
56	18754587	19569780	20442633	21380083	4
57	18767735	19583837	20457706	21396298	3
58	18780897	19597910	20472797	21412534	2
59	18794074	19611999	20487906	21428790	1
60	18807265	19626104	20503034	21445067	0
	28	27	26	25	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.	65	66	67	68	Minuta Graduū Quadrantis pro tangētibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis
0	21445067	22460371	23558529	24750869	60
1	21461364	22477965	23577595	24771613	59
2	21477681	22495582	23596687	24792387	58
3	21494019	22513222	23615805	24813191	57
4	21510377	22530885	23634950	24834024	56
5	21526756	22548571	23654121	24854887	55
6	21543155	22566281	23673318	24875780	54
7	21559575	22584014	23692542	24896704	53
8	21576015	22601771	23711793	24917659	52
9	21592475	22619551	23731071	24938644	51
10	21608956	22637355	23750375	24959659	50
11	21625458	22655183	23769706	24980705	49
12	21641981	22673034	23789064	25001782	48
13	21658525	22690909	23808448	25022890	47
14	21675090	22708808	23827859	25044029	46
15	21691676	22726730	23847297	25065198	45
16	21708283	22744676	23866762	25086398	44
17	21724911	22762646	23886254	25107629	43
18	21741559	22780639	23905773	25128991	42
19	21758228	22798656	23925320	25150183	41
20	21774918	22816696	23944895	25171506	40
21	21791629	22834760	23964496	25192861	39
22	21808362	22852848	23984124	25214248	38
23	21825116	22870960	24003779	25235666	37
24	21841892	22889096	24023462	25257116	36
25	21858689	22907256	24043172	25278597	35
26	21875508	22925441	24062910	25300110	34
27	21892348	22943650	24082675	25321655	33
28	21909210	22961883	24102468	25343232	32
29	21926094	22980141	24122289	25364841	31
30	21943000	22998424	24142137	25386482	30
	24	23	22	21	

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiusdem Quadrantis.

	65	66	67	68	
30	21943000	22998424	24142137	25386482	30
31	21959926	23016731	24162013	25408154	29
32	21976874	23035062	24181917	25429858	28
33	21993843	23053418	24201849	25451594	27
34	22010834	23071798	24221809	25473362	26
35	22017846	23090203	24241798	25495162	25
36	22044879	23108632	24261815	25516995	24
37	22061934	23127086	24281860	25538860	23
38	22079011	23145565	24301934	25560758	22
39	22096109	23164068	24322037	25582688	21
40	22113229	23182597	24342169	25604651	20
41	22130372	23201151	24362329	25626647	19
42	22147537	23219730	24382518	25648675	18
43	22164725	23238335	24402735	25670736	17
44	22181935	23256965	24422981	25692830	16
45	22199168	23275621	24443256	25714957	15
46	22216424	23294302	24463559	25737118	14
47	22233703	23313008	24483891	25759312	13
48	22251004	23331740	24504252	25781540	12
49	22268328	23350498	24524642	25803801	11
50	22285675	23369282	24545061	25826096	10
51	22303044	23388092	24565509	25848424	9
52	22320435	23406927	24585986	25870786	8
53	22337848	23425788	24606492	25893181	7
54	22355284	23444674	24627028	25915610	6
55	22372742	23463586	24647594	25938073	5
56	22390223	23482523	24668189	25960569	4
57	22407726	23501486	24688814	25983099	3
58	22425252	23520475	24709469	26005663	2
59	22442800	23539489	24730154	26028261	1
60	22460371	23558529	24750869	26050893	0
	24	23	22	21	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complemẽtorũ arcuũ eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

	69	70	71	72	
0	26050893	27474777	29042105	30776834	60
1	26073559	27499665	29069569	30807323	59
2	26096260	27524592	29097080	30837866	58
3	26118996	27549559	29124638	30868465	57
4	26141766	27574565	29152243	30899119	56
5	26164571	27599612	29179895	30929828	55
6	26187411	27624699	29207595	30960593	54
7	26210286	27649827	29235343	30991413	53
8	26233196	27674995	29263139	31022289	52
9	26256141	27700204	29290982	31053221	51
10	26279120	27725453	29318873	31084208	50
11	26302135	27750742	29346811	31115252	49
12	26325185	27776072	29374797	31146352	48
13	26348270	27801443	29402831	31177508	47
14	26371390	27826855	29430913	31208720	46
15	26394546	27852308	29459043	31239989	45
16	26417738	27877803	29487221	31271315	44
17	26440966	27903339	29515446	31302698	43
18	26464229	27928917	29543719	31334138	42
19	26487528	27954536	29572041	31365636	41
20	26510863	27980196	29600411	31397191	40
21	26534234	28005898	29628834	31428805	39
22	26557641	28031642	29657301	31460476	38
23	26581084	28057429	29685820	31492205	37
24	26604563	28083258	29714388	31523992	36
25	26628079	28109129	29743006	31555838	35
26	26651631	28135043	29771674	31587742	34
27	26675220	28160999	29800392	31619705	33
28	26698845	28186998	29829160	31651727	32
29	26722507	28213040	29857978	31683807	31
30	26746206	28239125	29886847	31715946	30
	20	19	18	17	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus earundem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	69	70	71	72	
30	26746206	28239125	29886847	31715946	30
31	26769942	28265253	29915765	31748144	29
32	26793716	28291424	29944734	31780401	28
33	26816527	28317638	29973753	31812717	27
34	26841375	28343895	30002823	31845093	26
35	26865260	28379195	30031943	31877528	25
36	26889183	28396539	30061113	31910024	24
37	26913143	28422926	30090334	31942580	23
38	26937141	28449357	30119605	31975197	22
39	26961177	28475832	30148927	32007875	21
40	26985251	28502350	30178299	32040613	20
41	27009362	28528913	30207723	32073413	19
42	27033511	28555520	30237200	32106275	18
43	27057698	28582172	30266730	32139200	17
44	27081922	28608868	30296312	32172187	16
45	27106184	28635608	30325947	32205237	15
46	27130484	28662393	30355635	32238349	14
47	27154823	28689222	30385375	32271524	13
48	27179200	28716096	30415169	32304762	12
49	27203616	28743015	30445015	32338064	11
50	27228070	28769979	30474915	32371430	10
51	27252563	28796987	30504867	32404858	9
52	27277095	28824040	30534872	32438348	8
53	27301667	28851139	30564930	32471901	7
54	27326278	28878283	30595041	32505517	6
55	27350929	28905472	30625205	32539196	5
56	27375620	28932707	30655423	32572937	4
57	27400350	28959988	30685695	32606741	3
58	27425120	28987315	30716020	32640907	2
59	27449929	29014687	30746400	32674536	1
60	27474777	29042105	30776834	32708528	0
	20	19	18	17	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

	73	74	75	76	
0	32708528	34874151	37320517	40107808	60
1	32745286	34912477	37363987	40157569	59
2	32776709	34950881	37407551	40207446	58
3	32810898	34989364	37451210	40257440	57
4	32845153	35027925	37494964	40307552	56
5	32879747	35066565	37538814	40357781	55
6	32913862	35105283	37582760	40408129	54
7	32948317	35144080	37626803	40458596	53
8	32982839	35182956	37670943	40509183	52
9	33017427	35221911	37715180	40559890	51
10	33052082	35260945	37759515	40610718	50
11	33086802	35300059	37803948	40661665	49
12	33121588	35339253	37848479	40712731	48
13	33156441	35378528	37893109	40763917	47
14	33191362	35417883	37937838	40815224	46
15	33226351	35457320	37982666	40866652	45
16	33261408	35496838	38027592	40918201	44
17	33296534	35536438	38072616	40969871	43
18	33331728	35576121	38117740	41021663	42
19	33366990	35615888	38162963	41073577	41
20	33402321	35655739	38208285	41125614	40
21	33437720	35695672	38253708	41177775	39
22	33473188	35735689	38299232	41230062	38
23	33508725	35775789	38344857	41282475	37
24	33544330	35815973	38390584	41335015	36
25	33580005	35856241	38436414	41387683	35
26	33615750	35896593	38482347	41440480	34
27	33651566	35937029	38528384	41493407	33
28	33687453	35977550	38574525	41546464	32
29	33723410	36018156	38620772	41599653	31
30	33759438	36058848	38667125	41652974	30
	16	15	14	13	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro tāgētibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiusdem Quadrantis

	73	74	75	76	
30	33759438	36058848	38667125	41652974	30
31	33795535	36099623	38713580	41706424	29
32	33831703	36140483	38760139	41760003	28
33	33867942	36181427	38806801	41813712	27
34	33904252	36222456	38853567	41867550	26
35	33940634	36263570	38900438	41921518	25
36	33977088	36304771	38947416	41975617	24
37	34013615	36346060	38994501	42029848	23
38	34050215	36387437	39041695	42084211	22
39	34086888	36428903	39088998	42138706	21
40	34123634	36470459	39136409	42193334	20
41	34160453	36512103	39183929	42248096	19
42	34197345	36553836	39231557	42302993	18
43	34234310	36595659	39279294	42358025	17
44	34271348	36637572	39327139	42413193	16
45	34308459	36679574	39375094	42468497	15
46	34345644	36721666	39423158	42523937	14
47	34382903	36763849	39471331	42579514	13
48	34420237	36806121	39519614	42635228	12
49	34457647	36848483	39568006	42691080	11
50	34495132	36890936	39616509	42747070	10
51	34532692	36933479	39665124	42803199	9
52	34570327	36976114	39713852	42859468	8
53	34608038	37018840	39762695	42915878	7
54	34645824	37061659	39811654	42972429	6
55	34683686	37104570	39860729	43029122	5
56	34721625	37147574	39909917	43085958	4
57	34759640	37190670	39959218	43142937	3
58	34797733	37233859	40008633	43200060	2
59	34835903	37277141	40058103	43257328	1
60	34874151	37320517	40107808	43314742	0
	16	15	14	13	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro tangentibus cōplementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	77	78	79	80	
0	43314742	47046295	51445543	56712854	60
1	43372301	47113680	51525561	56809480	59
2	43430066	47181249	51605820	56906425	58
3	43487857	47249003	51686321	57003690	57
4	43545855	47316942	51767065	57101277	56
5	43604000	47385067	51848053	57199188	55
6	43662293	47453380	51929285	57297425	54
7	43720733	47521882	52010762	57395990	53
8	43779321	47590575	52092485	57494885	52
9	43838057	47659460	52174455	57594111	51
10	43896942	47728538	52256673	57693670	50
11	43955977	47797809	52339140	57793564	49
12	44015163	47867274	52421857	57893795	48
13	44074501	47936934	52504826	57994366	47
14	44133992	48006790	52588048	58095279	46
15	44193637	48076841	42671525	58196536	45
16	44253435	48147088	52755259	58298138	44
17	44313387	48217531	52839251	58400087	43
18	44373494	48288171	52923503	58502385	42
19	44433756	48359008	53008016	58605034	41
20	44494174	48430043	53092792	58708035	40
21	44554749	48501278	53177831	58811388	39
22	44615481	48572714	53263134	58915093	38
23	44676371	48644352	53348702	59019157	37
24	44737419	48716193	53434536	59123576	36
25	44798626	48788238	53520637	59228353	35
26	44859993	48860488	53607006	59333490	34
27	44921521	48932945	53693644	59438989	33
28	44983211	49005610	53780552	59544852	32
29	45045065	49078483	53867731	59651081	31
30	45107083	49151565	53955183	59757678	30
	12	11	10	9	

Minuta Graduū Quadrātis pro tāgētibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiusdem Quadrantis

	77	78	79	80	
30	45107083	49151565	53955183	59757678	30
31	45169263	49224856	54042909	59864646	29
32	45231607	49298357	54130911	59971987	28
33	45294114	49372069	54219190	60079703	27
34	45356785	49445993	54307748	60187796	26
35	45419621	49520130	54396586	60296268	25
36	45482623	49594481	54485705	60405121	24
37	45545790	49669047	54575107	60514358	23
38	45609123	49743829	54664793	60623981	22
39	45672623	49818827	54754764	60733992	21
40	45736291	49894042	55845022	60844392	20
41	45800128	49969475	54935569	60955184	19
42	45864135	50045127	55029406	61066370	18
43	45928314	50120999	55117535	61177952	17
44	45992666	50197092	55208958	61289930	16
45	46057192	50273407	55300676	61402307	15
46	46121892	50349935	55392692	61515085	14
47	46186767	50426707	55485007	61628267	13
48	46251817	50503695	55577622	61741856	12
49	46318043	50580910	55670539	61855854	11
50	46382445	50658353	55763759	61970263	10
51	46448023	50736025	55857283	62085085	9
52	46513778	50813927	55951112	62200323	8
53	46579711	50892060	56045247	62315979	7
54	46645823	50970425	56139689	62432056	6
55	46712115	51049023	56234439	62548556	5
56	46778587	51127855	56329498	62665481	4
57	46845240	51206922	56424868	62782833	3
58	46912075	51286225	56520550	62900615	2
59	46979093	51365765	56616545	63018829	1
60	47046295	51445543	56712854	63137478	0
	12	11	10	9	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro tangentibus cōplementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	81	82	83	84	
0	63137478	71153707	81443502	95143611	60
1	63256564	71304198	81639821	95410585	59
2	63376089	71455313	81837074	95679034	58
3	63496056	71607058	82035268	95948971	57
4	63616468	71759440	82234410	96220411	56
5	63737327	71912459	82434508	96493467	55
6	63858635	72066117	82635570	96767939	54
7	63980394	72220422	82837603	97044063	53
8	64102607	72375376	83040614	97321646	52
9	64225276	72530983	83244610	97600890	51
10	64348404	72687247	83449598	97881716	50
11	64471994	72844173	83655585	98164135	49
12	64596049	73001766	83862572	98448162	48
13	64720571	73160031	84070565	98733810	47
14	64845563	73318972	84279571	99021104	46
15	64971028	73478593	84489598	99310047	45
16	65096969	73638898	84700687	99600655	44
17	65223388	73799892	84912817	99893042	43
18	65350287	73961579	85125995	100187022	42
19	65477669	74123964	85340229	100482822	41
20	65605537	74287052	85555525	100780346	40
21	65733894	74450847	85771891	101079507	39
22	65862743	74615354	85989335	101380525	38
23	65992087	74780577	86207866	101683314	37
24	66121928	74946521	86427493	101987889	36
25	66252268	75113189	86648225	102294266	35
26	66383110	75280586	86870072	102602473	34
27	66514457	75448716	87093043	102912514	33
28	66646313	75617584	87317150	103224405	32
29	66778681	75787195	87542404	103538166	31
30	66911564	75957554	87768816	103853919	30
	8	7	6	5	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	81	82	83	84	
30	66911564	75957554	87768816	103853919	30
31	67044965	76128666	87996394	104171468	29
32	67178887	76300536	88225146	104491055	28
33	67313334	76473170	88455079	104812581	27
34	67448309	76646573	88686196	105136063	26
35	67583815	76820751	88918508	105461519	25
36	67719855	76995710	89152021	105788969	24
37	67856423	77171455	89386745	106118428	23
38	67993549	77347991	89622688	106449917	22
39	68131209	77525324	89859858	106783466	21
40	68269416	77703459	90098268	107119198	20
41	68408173	77882402	90337927	107456902	19
42	68547438	78062159	90578848	107796712	18
43	68687350	78242737	90821043	108138767	17
44	68827777	78424142	91064526	108482852	16
45	68968768	78606379	91309309	108829233	15
46	69110326	78789454	91555401	109177805	14
47	69252455	78973371	91802810	109528589	13
48	69395158	79158136	92051546	109881598	12
49	69538439	76343754	92301618	110236864	11
50	69682302	79530231	92553036	110594415	10
51	69826751	79717572	92805759	110954264	9
52	69971789	79905783	93059875	111316432	8
53	70117419	80094869	93314361	111680940	7
54	70263645	80284835	93572238	112047814	6
55	70410470	80475688	93830595	112417202	5
56	70557898	80667435	94090270	112788878	4
57	70705932	80860083	94351448	113163656	3
58	70854576	81053639	94614055	113539681	2
59	71003833	81248110	94878103	113918875	1
60	71153706	81443502	95143611	114300579	0
	8	7	6	5	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro tangentibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.	85	86	87	Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis,
0	114300579	143006601	190811200	60
1	114684819	143606943	191879163	59
2	115071619	144212307	192959095	58
3	115461005	144822757	194051200	57
4	115853017	145438358	195155685	56
5	116247668	146059175	196273146	55
6	116644985	146685275	197403054	54
7	117044995	147316726	198545993	53
8	117447864	147953611	199702191	52
9	117853346	148595987	200871878	51
10	118261757	149244148	202055705	50
11	118672834	149897753	203253093	49
12	119086890	150557233	204464726	48
13	119503669	151222301	205691260	47
14	119923488	151893462	206932111	46
15	120346233	152570581	208188402	45
16	120771937	153253487	209459545	44
17	121200643	153942729	210746693	43
18	121632370	154638158	212049271	42
19	122067151	155339855	213368214	41
20	122505017	156047923	214704085	40
21	122946003	156762433	216056028	39
22	123390142	157483474	217425507	38
23	123837634	158211136	218812405	37
24	124288195	158945509	220217049	36
25	124742169	159686753	221639784	35
26	125199280	160434770	223080983	34
27	125659878	161189849	224540987	33
28	126123842	161952305	226020167	32
29	126591211	162721698	227518902	31
30	127062036	163498660	229037584	30
	4	3	2	

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	85	86	87	
30	127062036	163498660	229037584	30
31	127536341	164282764	230576614	29
32	128014165	165074651	232136427	28
33	128495548	165873906	233717425	27
34	128980531	166681172	235320041	26
35	129469305	167496287	236945285	25
36	129961652	168319085	238592501	24
37	130457692	169150247	240262714	23
38	130957670	169989613	241957021	22
39	131461286	170837304	243674732	21
40	131968930	171693461	245417543	20
41	132480297	172558198	247184785	19
42	132995769	173431641	248978216	18
43	133515636	174313925	250797165	17
44	134038804	175205183	252643455	16
45	134566419	176105555	254517088	15
46	135098153	177015180	256417991	14
47	135634096	177934219	258348100	13
48	136174272	178862806	260307416	12
49	136718731	179801085	262296605	11
50	137267523	180749537	264316358	10
51	137820702	181707670	266366704	9
52	138378319	182676299	268449755	8
53	138940429	183654941	270565570	7
54	139507087	184644417	272714927	6
55	140078545	185644562	274898633	5
56	140654481	186655202	277117516	4
57	141235334	187677207	279372435	3
58	141820765	188710414	281664304	2
59	142411234	189755028	283994009	1
60	143006601	190811200	286362498	0
	4	3	2	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrátis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.	88		89		Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis
0	286362498		5718999830		60
1	288770746		582610421		59
2	291219764		592655713		58
3	293710598		603057015		57
4	296244357		613825994		56
5	298823024		624990311		55
6	301445987		636564040		54
7	304115322		648591509		53
8	306833212		661050728		52
9	309599077		674016435		51
10	312416191		687500725		50
11	315283945		701531474		49
12	318204757		716149676		48
13	321181137		731385593		47
14	324212583		747289264		46
15	327302782		763899813		45
16	330451172		781259259		44
17	333661982		799432199		43
18	336934467		818463792		42
19	340272744		838430438		41
20	343677949		859395374		40
21	347150587		881427652		39
22	350695255		904627361		38
23	354312962		929081086		37
24	358006024		954893332		36
25	361776788		982180553		35
26	365626388		1011062679		34
27	369560062		1041705454		33
28	373579199		1074263589		32
29	377686614		1108922084		31
30	381885288		1145891136		30
	1		0		

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	88		89		
30	381885288		1145891136		30
31	386178258		1185395877		29
32	390568737		1227736470		28
33	395060088		1273213435		27
34	399655828		1322188681		26
35	404359642		1375082163		25
36	409175388		1432363027		24
37	414111295		1494645462		23
38	419159137		1562590046		22
39	424335793		1637005697		21
40	429641796		1718863124		20
41	435082056		1809337410		19
42	440661780		1909864971		18
43	446386310		2022219818		17
44	452261453		2148619711		16
45	458293185		2291873854		15
46	464487853		2455533838		14
47	470852152		2644433955		13
48	477393195		2864819229		12
49	484118353		3125276745		11
50	491038024		3437829002		10
51	498155754		3819696333		9
52	505482730		4297181900		8
53	513030946		4911098124		7
54	520805157		5729633839		6
55	528821258		6875680006		5
56	537085003		8594003953		4
57	545610968		11457529506		3
58	554414914		17188033688		2
59	563504309		34376070815		1
60	572899830		Infinita		0
	I		O		

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Digitized by Google

TABVLA
LINEARVM SECANTIVM,
SIVE
BENEFICA.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduū Quadrantis pro secantibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

	0	1	2	3	
0	10000000	10001524	10006095	10013723	60
1	10000001	10001574	10006198	10013875	59
2	10000002	10001626	10006301	10014029	58
3	10000004	10001679	10006405	10014184	57
4	10000008	10001733	10006509	10014339	56
5	10000010	10001788	10006615	10014495	55
6	10000014	10001844	10006721	10014653	54
7	10000020	10001900	10006828	10014811	53
8	10000027	10001957	10006936	10014970	52
9	10000034	10002015	10007045	10015130	51
10	10000042	10002074	10007155	10015291	50
11	10000051	10002134	10007265	10015453	49
12	10000060	10002195	10007376	10015613	48
13	10000071	10002256	10007488	10015778	47
14	10000083	10002318	10007601	10015942	46
15	10000095	10002381	10007716	10016107	45
16	10000108	10002445	10007831	10016273	44
17	10000122	10002510	10007946	10016440	43
18	10000137	10002576	10008062	10016608	42
19	10000152	10002642	10008179	10016777	41
20	10000168	10002709	10008298	10016946	40
21	10000186	10002777	10008417	10017116	39
22	10000204	10002846	10008537	10017287	38
23	10000223	10002916	10008658	10017459	37
24	10000243	10002987	10008779	10017632	36
25	10000264	10003058	10008902	10017806	35
26	10000285	10003130	10009025	10017981	34
27	10000308	10003203	10009149	10018157	33
28	10000332	10003277	10009274	10018333	32
29	10000357	10003352	10009400	10018510	31
30	10000381	10003428	10009527	10018687	30
	89	88	87	86	

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiusdem Quadrantis

	0	1	2	3	
30	10000381	10003428	10009527	10018687	30
31	10000407	10003505	10009655	10018865	29
32	10000433	10003582	10009783	10019044	28
33	10000461	10003660	10009912	10019224	27
34	10000489	10003739	10010043	10019405	26
35	10000518	10003819	10010174	10019587	25
36	10000548	10003900	10010306	10019770	24
37	10000579	10003982	10010439	10019954	23
38	10000611	10004066	10010572	10020138	22
39	10000643	10004148	10010706	10020324	21
40	10000677	10004232	10010841	10020510	20
41	10000711	10004317	10010977	10020698	19
42	10000746	10004403	10011114	10020886	18
43	10000782	10004490	10011252	10021086	17
44	10000819	10004578	10011390	10021266	16
45	10000857	10004666	10011529	10021456	15
46	10000895	10004755	10011670	10021649	14
47	10000934	10004845	10011811	10021842	13
48	10000975	10004936	10011952	10022035	12
49	10001016	10005028	10012098	10022239	11
50	10001058	10005122	10012238	10022424	10
51	10001100	10005216	10012385	10022620	9
52	10001144	10005310	10012528	10022817	8
53	10001188	10005405	10012674	10023015	7
54	10001233	10005501	10012822	10023213	6
55	10001280	10005598	10012970	10023412	5
56	10001327	10005696	10013119	10023612	4
57	10001375	10005795	10013269	10023813	3
58	10001423	10005894	10013419	10024014	2
59	10001473	10005994	10013570	10024217	1
60	10001524	10006095	10013723	10024420	0
	89	88	87	86	

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro secantibus cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduú Quadrantis pro secantibus complementorú arcuú eiusdem Quadrantis

	4	5	6	7	
0	10024420	10038198	10055082	10075098	60
1	10024625	10038454	10055390	10075459	59
2	10024830	10038710	10055699	10075820	58
3	10025036	10038968	10056009	10076182	57
4	10025242	10039226	10056320	10076545	56
5	10025450	10039486	10056632	10076909	55
6	10025658	10039746	10056944	10077274	54
7	10025868	10040008	10057256	10077639	53
8	10026078	10040269	10057570	10078005	52
9	10026289	10040532	10057884	10078372	51
10	10026500	10040796	10058200	10078740	50
11	10026713	10041061	10058517	10079009	49
12	10026927	10041326	10058834	10079479	48
13	10027141	10041592	10059153	10079850	47
14	10027357	10041859	10059472	10080222	46
15	10027573	10042128	10059792	10080595	45
16	10027790	10042397	10060113	10080968	44
17	10028009	10042667	10060435	10081332	43
18	10028227	10042936	10060757	10081717	42
19	10028447	10043207	10061080	10082093	41
20	10028667	10043479	10061405	10082470	40
21	10028889	10043752	10061730	10082848	39
22	10029111	10044025	10062056	10083226	38
23	10029334	10044300	10962383	10083606	37
24	10029559	10044576	10062711	10083987	36
25	10029784	10044853	10063039	10084368	35
26	10030009	10045130	10063369	10084750	34
27	10030236	10045409	10063700	00085134	33
28	10030463	10045689	10064031	10085518	32
29	10030692	10045969	10064364	10085903	31
30	10030920	10046250	10064696	10086289	30
	85	84	83	82	

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiusdem Quadrantis

	4	5	6	7	
30	10030920	10046250	10064696	10086287	30
31	10031150	10046532	10065035	10086677	29
32	10031381	10046815	10065365	10087065	28
33	10031614	10047098	10065701	10087454	27
34	10031846	10047383	10066038	10087843	26
35	10032079	10047669	10066376	10088243	25
36	10032314	10047954	10066715	10088623	24
37	10032550	10048241	10067054	10089015	23
38	10032786	10048529	10067394	10089408	22
39	10033023	10048818	10067735	10089802	21
40	10033261	10049107	10068076	10090196	20
41	10033500	10049398	10068419	10090592	19
42	10033740	10049690	10068763	10090988	18
43	10033981	10049983	10069107	10091385	17
44	10034223	10050276	10069452	10091783	16
45	10034465	10050571	10069808	10092182	15
46	10034708	10050865	10070155	10092582	14
47	10034952	10051160	10070493	10092983	13
48	10035196	10051456	10070842	10093385	12
49	10035441	10051753	10071192	10093787	11
50	10035688	10052051	10071543	10094190	10
51	10035936	10052350	10071895	10094624	9
52	10036184	10052649	10072247	10095030	8
53	10036434	10052951	10072600	10095406	7
54	10036684	10053252	10072954	10095813	6
55	10036934	10053555	10073310	10096221	5
56	10037185	10053858	10073666	10096630	4
57	10037438	10054162	10074023	10097040	3
58	10037690	10054468	10074380	10097451	2
59	10037944	10054775	10074737	10097863	1
60	10038198	10055082	10075098	10098275	0
	85	84	83	82	

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro secantibus cōplementorū arcuū eiusdē Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro secantibus

	8	9	10	11	
0	10098275	10124650	10154264	10187166	60
1	10098698	10125117	10154786	10187743	59
2	10099103	10125585	10155308	10188320	58
3	10099518	10126054	10155831	10188899	57
4	10099934	10126524	10156356	10189478	56
5	10100351	10126994	10156881	10190058	55
6	10100769	10127465	10157407	10190639	54
7	10101188	10127947	10157934	10191221	53
8	10101607	10128410	10158462	10191804	52
9	10102028	10128684	10158991	10192387	51
10	10102450	10129358	10159520	10192972	50
11	10102872	10129634	10160051	10193557	49
12	10103295	10130311	10160582	10194144	48
13	10103720	10130788	10161114	10194732	47
14	10104144	10131266	10161648	10195320	46
15	10104570	10131746	10162182	10195910	45
16	10104996	10132226	10162707	10196500	44
17	10105423	10132707	10163252	10197092	43
18	10105851	10133189	10163789	10197684	42
19	10106286	10133672	10164327	10198277	41
20	10106710	10134156	10165865	10198872	40
21	10107140	10134641	10165495	10199467	39
22	10107572	10135127	10165944	10200063	38
23	10108005	10135614	10166485	10200660	37
24	10108438	10136102	10167028	10201258	36
25	10108873	10136591	10167571	10201857	35
26	10109309	10137080	10168116	10202457	34
27	10109755	10137571	10168661	10203058	33
28	10110182	10138163	10169207	10203659	32
29	10110620	10138555	10169765	10204262	31
30	10110059	10139048	10170303	10204867	30
	81	80	79	78	

Minuta Gradus Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Gradus Quadrantis pro secantibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	8	9	10	11	
30	10111059	10139048	10170303	10204867	30
31	10111509	10139543	10170852	10205470	29
32	10111940	10140038	10171401	10206075	28
33	10112482	10140534	10171952	10206681	27
34	10112825	10141036	10172504	10207289	26
35	10113279	10141528	10173056	10207897	25
36	10113713	10142027	10173609	10208506	24
37	10114159	10142526	10174165	10209116	23
38	10114606	10143026	10174718	10209727	22
39	10115053	10143528	10175274	10210339	21
40	10115501	10144030	10175831	10210952	20
41	10115951	10144533	10176389	10211566	19
42	10116401	10145037	10176947	10211180	18
43	10116852	10145542	10177507	10212796	17
44	10117303	10146048	10178068	10213412	16
45	10117754	10146554	10178630	10214030	15
46	10118209	10147062	10179193	10214668	14
47	10118663	10147572	10179756	10215268	13
48	10119118	10148082	10180321	10215889	12
49	10119574	10148593	10180886	10216510	11
50	10120031	10149104	10181453	10217113	10
51	10120489	10149615	10182021	10217756	9
52	10120948	10150128	10182589	10218380	8
53	10121408	10150642	10183158	10219015	7
54	10121868	10151156	10183728	10219631	6
55	10122330	10151672	10184299	10220258	5
56	10122792	10152188	10184870	10220885	4
57	10123256	10152705	10185443	10221514	3
58	10123720	10153224	10186017	10222143	2
59	10124275	10153744	10186591	10222774	1
60	10124650	10154264	10187166	10223405	0
	81	80	79	78	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

	12	13	14	15	
0	10223405	10263040	10306136	10352762	60
1	10224037	10263730	10306884	10353569	59
2	10224671	10264420	10307633	10354377	58
3	10225305	10265112	10308383	10355186	57
4	10225941	10265804	10309134	10355996	56
5	10226577	10266498	10309886	10356807	55
6	10227215	10267192	10310639	10357619	54
7	10227854	10267888	10311393	10358433	53
8	10228493	10268584	10312148	10359247	52
9	10229134	10269281	10312903	10360063	51
10	10229775	10269979	10313660	10360880	50
11	10230417	10270688	10314417	10361698	49
12	10231060	10271379	10315176	10362517	48
13	10231644	10272080	10315935	10363337	47
14	10232288	10272782	10316696	10364158	46
15	10232994	10273485	10317457	10364980	45
16	10233641	10274199	10318220	10365802	44
17	10234289	10274895	10318984	10366626	43
18	10234938	10275601	10319749	10367450	42
19	10235587	10276318	10320525	10368276	41
20	10236238	10277016	10321282	10369102	40
21	10236889	10277726	10322050	10369930	39
22	10237541	10278436	10322819	10370758	38
23	10238195	10279148	10323589	10371588	37
24	10238849	10279860	10324359	10372418	36
25	10239505	10280573	10325131	10373250	35
26	10240161	10281287	10325903	10374092	34
27	10240818	10282002	10326677	10374916	33
28	10241476	10282717	10327451	10375750	32
29	10242135	10283434	10328227	10376586	31
30	10242795	10284151	10329003	10377422	30
	77	76	75	74	

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro secātibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis.

Gradus Quadrantis pro secantibus.

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	12	13	14	15	
30	10242795	10284151	10329003	10377422	30
31	10243456	10284870	10329781	10378260	29
32	10244118	10285589	10330559	10379098	28
33	10245782	10286310	10331339	10379938	27
34	10245445	10287032	10332119	10380778	26
35	10246110	10287754	10332902	10381620	25
36	10246776	10288478	10333684	10382463	24
37	10247442	10289202	10334467	10383307	23
38	10248110	10289928	10335252	10384153	22
39	10248778	10290654	10336037	10384999	21
40	10249448	10291381	10336824	10385846	20
41	10250119	10292119	10337612	10386694	19
42	10250790	10292838	10338400	10387543	18
43	10251461	10293569	10339189	10388393	17
44	10252136	10294300	10339980	10389244	16
45	10252811	10295043	10340771	10390096	15
46	10253482	10295766	10341564	10390949	14
47	10254162	10296501	10342347	10391803	13
48	10254839	10297237	10343152	10392657	12
49	10255517	10297973	10343947	10393513	11
50	10256196	10298710	10344743	10394370	10
51	10256876	10299449	10345541	10395228	9
52	10257557	10300188	10346340	10396087	8
53	10258239	10300928	10347139	10396947	7
54	10258922	10301669	10347940	10397808	6
55	10259606	10302411	10348741	10398670	5
56	10260291	10303154	10349544	10399533	4
57	10260977	10303898	10350347	10400397	3
58	10261661	10304643	10351151	10401262	2
59	10262351	10305390	10351956	10402128	1
60	10263040	10306136	10352762	10402994	0
	77	76	75	74	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	16	17	18	19	
0	10402994	10456917	10514621	10576207	60
1	10403862	10457847	10515616	10577267	59
2	10404730	10458779	10516612	10578328	58
3	10405590	10459711	10517609	10579400	57
4	10406471	10460645	10518607	10580463	56
5	10407343	10461580	10519606	10581518	55
6	10408216	10462516	10520606	10582583	54
7	10409091	10463453	10521607	10583650	53
8	10409966	10464391	10522608	10584717	52
9	10410843	10465330	10523611	10585795	51
10	10411721	10466270	10524615	10586855	50
11	10412600	10467211	10525620	10587925	49
12	10413479	10468153	10526626	10588997	48
13	10414360	10469096	10527633	10590070	47
14	10415241	10470041	10528642	10591145	46
15	10416124	10470986	10529651	10592220	45
16	10417007	10471933	10530662	10593297	44
17	10417892	10472880	10531673	10594375	43
18	10418778	10473829	10532686	10595455	42
19	10419665	10474778	10533699	10596534	41
20	10420553	10475729	10534714	10597615	40
21	10421442	10476680	10535730	10598697	39
22	10422333	10477633	10536747	10599780	38
23	10423224	10478587	10537765	10600865	37
24	10424116	10479542	10538785	10601950	36
25	10425009	10480498	10539805	10603037	35
26	10425903	10481454	10540826	10604125	34
27	10426798	10482412	10541848	10605214	33
28	10427694	10483371	10542872	10606304	32
29	10428591	10484331	10543897	10607395	31
30	10429489	10485292	10544923	10608487	30
	73	72	71	70	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro secãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	16	17	18	19	
30	10429489	10485292	10544923	10608487	30
31	10430388	10486254	10545950	10609580	29
32	10431288	10487217	10546977	10610675	28
33	10432189	10488181	10548006	10611770	27
34	10433091	10489146	10549036	10612867	26
35	10433995	10490113	10550067	10613964	25
36	10434899	10491080	10551099	10615063	24
37	10435805	10492049	10552133	10616163	23
38	10436711	10493018	10553168	10617264	22
39	10437619	10493989	10554204	10618366	21
40	10438528	10494961	10555241	10619469	20
41	10439436	10494934	10556279	10620574	19
42	10440346	10496908	10557318	10621680	18
43	10441257	10497883	10558359	10622787	17
44	10442170	10498059	10559400	10623895	16
45	10443083	10499836	10560443	10625004	15
46	10443998	10500814	10561496	10626114	14
47	10444913	10501793	10562531	10627226	13
48	10445830	10502773	10563577	10628338	12
49	10446749	10503754	10564623	10629451	11
50	10447668	10504736	10565670	10630566	10
51	10448588	10505719	10566719	10631682	9
52	10449509	10506704	10567769	10632799	8
53	10450431	10507689	10568820	10633917	7
54	10451354	10508676	10569872	10635037	6
55	10452279	10509664	10570925	10636157	5
56	10453204	10510653	10571980	10637279	4
57	10454131	10511643	10573034	10638402	3
58	10455058	10512635	10574091	10639526	2
59	10455987	10513627	10575149	10640651	1
60	10456917	10514621	10576207	10641777	0
	73	72	71	70	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	20	21	22	23	
0	10641777	10711449	10785347	10863603	60
1	10642905	10712646	10786616	10864945	59
2	10644034	10713888	10787885	10866289	58
3	10645164	10715042	10789155	10867633	57
4	10646295	10716242	10790427	10868979	56
5	10647427	10717444	10791700	10870326	55
6	10648560	10718647	10792974	10871675	54
7	10649694	10719850	10794250	10873024	53
8	10650829	10721056	10795527	10874374	52
9	10651965	10722261	10796805	10875626	51
10	10653103	10723469	10798085	10877079	50
11	10654242	10724677	10799365	10878434	49
12	10655381	10725887	10800647	10879790	48
13	10656522	10727098	10801930	10881147	47
14	10657664	10728310	10803214	10882506	46
15	10658807	10729524	10804500	10883865	45
16	10659951	10730738	10805787	10885226	44
17	10661097	10731953	10807074	10886588	43
18	10662244	10733170	10808363	10887952	42
19	10663392	10734387	10809652	10889317	41
20	10664541	10735606	10810942	10890683	40
21	10665692	10736826	10812234	10892051	39
22	10666844	10738048	10813528	10893417	38
23	10667996	10739270	10814823	10894788	37
24	10669150	10740494	10816119	10896159	36
25	10670304	10741719	10817417	10897531	35
26	10671460	10742945	10818715	10898905	34
27	10672617	10744173	10820015	10900280	33
28	10673776	10745401	10821316	10901656	32
29	10674936	10746631	10822617	10903033	31
30	10676096	10747864	10823920	10904413	30
	69	68	67	66	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro secãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	20	21	22	23	
30	10676096	10747864	10823920	10904413	30
31	10677258	10749094	10825225	10905790	29
32	10678420	10750327	10826531	10907171	28
33	10679584	10751561	10827838	10908553	27
34	10680749	10752797	10829146	10909936	26
35	10681915	10754034	10830455	10911322	25
36	10683082	10755273	10831766	10912709	24
37	10684250	10756513	10833078	10914096	23
38	10685420	10757753	10834391	10915484	22
39	10686591	10758995	10835706	10916874	21
40	10687763	10760237	10837023	10918265	20
41	10688936	10761481	10838341	10919657	19
42	10690111	10762726	10839660	10921051	18
43	10691287	10763972	10840980	10922436	17
44	10692464	10765220	10842301	10923833	16
45	10693642	10766469	10843623	10925241	15
46	10694821	10767720	10844947	10926641	14
47	10696001	10768971	10846272	10928041	13
48	10697182	10770224	10847597	10929442	12
49	10698364	10771477	10848924	10930846	11
50	10699548	10772732	10850252	10932249	10
51	10700732	10773988	10851583	10933654	9
52	10701918	10775244	10852914	10935061	8
53	10703105	10776502	10854246	10936469	7
54	10704294	10777761	10855578	10937879	6
55	10705483	10779022	10856912	10939290	5
56	10706674	10780284	10858247	10940702	4
57	10707866	10781547	10859584	10942115	3
58	10709059	10782802	10860922	10943527	2
59	10710254	10784078	10862262	10944945	1
60	10711449	10785347	10863603	10946362	0
	69	68	67	66	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis

	24	25	26	27	
0	10946362	11033783	11126021	11223262	60
1	10947781	11035280	11127601	11224927	59
2	10949201	11036779	11129182	11226593	58
3	10950622	11038279	11130765	11228260	57
4	10952045	11039780	11132349	11229929	56
5	10953469	11041283	11133933	11231599	55
6	10954898	11042787	11135519	11233270	54
7	10956320	11044293	11137106	11234943	53
8	10957747	11045799	11138694	11236617	52
9	10959175	11047306	11140284	11238292	51
10	10960605	11048815	11141875	11239969	50
11	10962036	11050325	11143467	11241648	49
12	10963469	11051837	11145061	11243329	48
13	10964903	11053350	11146656	11245011	47
14	10966338	11054865	11148254	11246694	46
15	10967775	11056381	11149853	11248378	45
16	10969213	11057898	11151453	11250064	44
17	10970652	11059420	11153055	11251751	43
18	10972092	11060939	11154658	11253440	42
19	10973533	11062461	11156262	11255130	41
20	10974976	11063985	11157868	11256822	40
21	10976420	11065510	11159475	11258516	39
22	10977865	11067037	11161084	11260211	38
23	10979312	11068564	11162694	11261907	37
24	10980760	11070092	11164306	11263605	36
25	10982210	11071621	11165919	11265304	35
26	10983661	11073152	11167533	11267005	34
27	10985113	11074684	11169149	11268707	33
28	10986567	11076218	11170766	11270410	32
29	10988022	11077753	11172385	11272114	31
30	10989480	11079289	11174006	11273820	30
	65	64	63	62	

Minuta Graduū Quadrantis pro secantibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	24	25	26	27	
30	10989480	11079289	11174006	11273820	30
31	10990938	11080827	11175627	11275528	29
32	10992398	11082366	11177249	11277238	28
33	10993859	11083906	11178873	11278949	27
34	10995321	11085448	11180499	11280661	26
35	10996783	11086990	11182125	11282374	25
36	10998247	11088536	11183753	11284089	24
37	10999712	11090082	11185383	11285805	23
38	11001179	11091629	11187014	11287524	22
39	11002647	11093178	11188647	11289244	21
40	11004116	11094729	11190281	11290965	20
41	11005587	11096280	11191916	11292688	19
42	11007059	11097833	11193553	11294412	18
43	11008533	11099387	11195191	11296132	17
44	11010008	11100943	11196831	11297864	16
45	11011484	11102500	11198472	11299593	15
46	11019262	11104058	11200114	11301324	14
47	11014441	11105618	11201758	11303056	13
48	11015921	11107179	11203404	11304789	12
49	11017402	11108741	11205051	11306523	11
50	11018884	11110306	11206700	11308259	10
51	11020367	11111871	11208350	11309996	9
52	11021852	11113438	11210001	11311735	8
53	11023338	11115006	11211654	11313476	7
54	11024826	11116575	11213308	11315218	6
55	11026315	11118145	11214963	11316961	5
56	11027806	11119717	11216620	11318706	4
57	11029298	11121290	11218278	11319452	3
58	11030791	11122865	11219938	11322159	2
59	11032287	11124442	11221599	11323949	1
60	11033783	11126021	11223262	11325700	0
	65	64	63	62	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	28	29	30	31	
0	11325700	11433540	11547004	11666331	60
1	11327452	11435384	11548944	11668371	59
2	11329206	11437230	11550886	11670413	58
3	11330961	11439078	11552829	11672457	57
4	11332718	11440927	11554774	11674502	56
5	11334479	11442777	11556720	11676548	55
6	11336237	11444629	11558669	11678597	54
7	11337999	11446483	11560619	11680647	53
8	11339762	11448339	11562570	11682698	52
9	11341526	11450196	11564523	11684752	51
10	11343292	11452054	11566480	11686807	50
11	11345060	11453915	11568434	11688864	49
12	11346830	11455776	11570393	11690923	48
13	11348601	11457639	11572353	11692984	47
14	11350373	11459503	11574314	11695046	46
15	11352149	11461370	11576277	11697110	45
16	11353923	11463238	11578242	11699176	44
17	11355698	11465107	11580208	11701243	43
18	11357475	11466978	11582175	11703312	42
19	11359255	11468850	11584145	11705383	41
20	11361036	11470723	11586116	11707455	40
21	11362819	11472599	11588089	11709530	39
22	11364603	11474483	11590064	11711606	38
23	11366389	11476354	11592040	11713684	37
24	11368177	11478235	11594018	11715764	36
25	11369966	11480117	11595998	11717845	35
26	11371756	11482001	11597979	11719928	34
27	11373548	11483887	11599961	11722012	33
28	11375341	11485774	11601946	11724099	32
29	11377136	11487662	11603932	11726187	31
30	11378933	11489353	11605919	11728276	30
	61	60	59	58	

Minuta Graduú Quadrantis pro ſecantibus complementorú arcuú eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	28	29	30	31	
30	11378933	11489353	11605919	11728276	30
31	11380731	11491445	11607909	11730367	29
32	11382530	11493338	11609900	11732460	28
33	11384331	11495233	11611893	11734555	27
34	11386134	11497140	11613888	11736652	26
35	11387938	11499028	11615876	11738751	25
36	11389744	11500928	11617882	11740851	24
37	11391551	11502829	11619881	11742953	23
38	11393359	11504731	11621882	11745057	22
39	11395169	11506626	11623885	11747162	21
40	11396981	11508532	11625889	11749269	20
41	11398794	11510450	11627996	11751378	19
42	11400609	11512360	11629904	11753489	18
43	11402425	11514271	11631913	11755603	17
44	11404243	11516183	11633924	11757718	16
45	11406063	11518097	11635937	11759834	15
46	11407884	11520013	11637952	11761951	14
47	11409706	11521930	11639968	11764069	13
48	11411530	11523849	11641986	11766190	12
49	11413356	11525770	11644005	11768312	11
50	11415183	11527692	11646026	11770437	10
51	11417012	11529616	11648049	11772564	9
52	11418842	11531542	11650075	11774696	8
53	11420673	11533469	11652099	11776822	7
54	11422507	11535398	11654127	11778954	6
55	11424342	11537328	11656156	11781088	5
56	11426178	11539260	11658188	11783223	4
57	11428016	11541193	11660221	11785361	3
58	11429856	11543128	11662256	11787500	2
59	11431689	11545065	11664292	11789640	1
60	11433540	11547004	11666331	11791783	0
	61	60	59	58	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	32	33	34	35	
0	11791783	11923633	12062179	12207745	60
1	11793927	11925886	12064546	12210233	59
2	11796073	11928141	12066916	12212723	58
3	11798221	11930397	12069286	12215214	57
4	11800371	11932656	12071660	12217708	56
5	11802522	11934917	12074036	12220204	55
6	11804675	11937180	12076413	12222702	54
7	11806830	11939445	12078792	12225201	53
8	11808987	11941701	12081174	12227703	52
9	11811145	11943979	12083558	12230207	51
10	11813306	11946250	12085943	12232713	50
11	11815468	11948522	12088330	12235221	49
12	11817632	11950796	12090720	12237732	48
13	11819797	11953071	12093111	12240245	47
14	11821965	11955349	12095504	12242759	46
15	11824134	11957629	12097899	12245275	45
16	11826306	11959910	12100296	12247794	44
17	11828479	11962194	12102696	12250315	43
18	11830654	11964479	12105097	12252837	42
19	11832830	11966766	12107500	12255361	41
20	11835008	11969055	12109905	12257888	40
21	11837188	11971346	12112312	12260417	39
22	11839369	11973638	12114722	12262948	38
23	11841552	11975932	12117133	12265481	37
24	11843737	11978229	12119546	12268016	36
25	11845924	11980527	12121960	12270553	35
26	11848114	11982828	12124377	12273093	34
27	11850305	11985131	12126796	12275634	33
28	11852498	11987435	12129216	12278187	32
29	11854693	11989741	12131638	12280722	31
30	11856890	11992050	12134063	12283270	30
	57	56	55	54	

Minuta Graduū Quadrantis pro secantibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	32	33	34	35	
30	11856890	11992050	12134063	12283270	30
31	11859088	11994360	12136490	12285820	29
32	11861288	11996672	12138919	12288372	28
33	11863489	11998986	12141350	12290925	27
34	11865693	12001303	12143783	12293481	26
35	11867899	12003619	12146218	12296039	25
36	11870107	12005938	12148656	12298599	24
37	11872316	12008259	12150095	12301161	23
38	11874527	12010582	12153536	12303725	22
39	11876739	12012907	12155978	12306291	21
40	11878954	12015233	12158423	12308859	20
41	11881171	12017562	12160870	12311430	19
42	11883389	12019893	12163319	12314003	18
43	11885609	12022226	12165770	12316578	17
44	11887831	12024560	12168223	12319156	16
45	11890054	12026897	12170677	12321736	15
46	11892280	12029236	12173135	12324317	14
47	11894508	12031576	12175594	12326900	13
48	11896737	12033919	12178055	12329486	12
49	11898968	12036264	12180518	12332074	11
50	11901202	12038610	12182983	12334664	10
51	11903437	12040958	12185450	12337256	9
52	11905674	12043309	12187919	12339851	8
53	11907912	12045661	12190390	12342448	7
54	11910153	12048016	12192864	12345046	6
55	11912395	12050372	12195340	12347646	5
56	11914640	12052730	12197817	12350249	4
57	11916886	12055089	12200296	12352854	3
58	11919133	12057451	12202777	12355460	2
59	11921382	12059814	12205260	12358068	1
60	11923633	12063179	12207745	12360678	0
	57	56	55	54	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

	36	37	38	39	
0	12360678	12521357	12690184	12867599	60
1	12363290	12524103	12693070	12870632	59
2	12365906	12526851	12695957	12873667	58
3	12368524	12529601	12698847	12876704	57
4	12371144	12532354	12701739	12879744	56
5	12373766	12535110	12704634	12882787	55
6	12376391	12537867	12707531	12885832	54
7	12379018	12540627	12710430	12888879	53
8	12381647	12543389	12713332	12891929	52
9	12384278	12546152	12716236	12894982	51
10	12386911	12548918	12719143	12898037	50
11	12389546	12551686	12722052	12901094	49
12	12392183	12554456	12724964	12904155	48
13	12394822	12557229	12727878	12907218	47
14	12397464	12560005	12730794	12910283	46
15	12400108	12562783	12733713	12913351	45
16	12402754	12565563	12736635	12916422	44
17	12405402	12568345	12739559	12919494	43
18	12408053	12571130	12742485	12922569	42
19	12410705	12573917	12745413	12925647	41
20	12413359	12576706	12748344	12928727	40
21	12416015	12579597	12751277	12931809	39
22	12418674	12582912	12754213	12934895	38
23	12421335	12585087	12757151	12937983	37
24	12423998	12587885	12760092	12941073	36
25	12426663	12590685	12763035	12944166	35
26	12429331	12593488	12765981	12947262	34
27	12432001	12596293	12768929	12950360	33
28	12434673	12599101	12771880	12953461	32
29	12437348	12601911	12774833	12956565	31
30	12440024	12604724	12777788	12959671	30
	53	52	51	50	

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro secantibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	36	37	38	39	
30	12440024	12604724	12777788	12959671	30
31	12442702	12607539	12780746	12962780	29
32	12445383	12610356	12783707	12965891	28
33	12448066	12613175	12786670	12969007	27
34	12450751	12615997	12789635	12972124	26
35	12453438	12618821	12792602	12975243	25
36	12456128	12621648	12795573	12978366	24
37	12458821	12624477	12798546	12981491	23
38	12461516	12627308	12801521	12984618	22
39	12464213	12630141	12804498	12987747	21
40	12466913	12632977	12807478	12990880	20
41	12469614	12635815	12810460	12994015	19
42	12472317	12638655	12813445	12997153	18
43	12475022	12641597	12816432	13000293	17
44	12477730	12644343	12819422	13003436	16
45	12480440	12646191	12822415	13006582	15
46	12483152	12650041	12825410	13009730	14
47	12485866	12652893	12828407	13012881	13
48	12488583	12655748	12831407	13016034	12
49	12491302	12658605	12834409	13019189	11
50	12494022	12661464	12837414	13022348	10
51	12496744	12664325	12840421	13025509	9
52	12499469	12667189	12843431	13028673	8
53	12502197	12670055	12846443	13031839	7
54	12504927	12672924	12849458	13035008	6
55	12507659	12675795	12852475	13038180	5
56	12510394	12678668	12855495	13041354	4
57	12513132	12681543	12858517	13044530	3
58	12515871	12684421	12861542	13047710	2
59	12518613	12687301	12864569	13050892	1
60	12521357	12690184	12867599	13054077	0
	53	52	51	50	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	40	41	42	43	
0	13054077	13250131	13456326	13673275	60
1	13057264	13253482	13459851	13676986	59
2	13060455	13256835	13463380	13680700	58
3	13063646	13260192	13466912	13684417	57
4	13066843	13263582	13470447	13688138	56
5	13070041	13266915	13473985	13691861	55
6	13073242	13270282	13477527	13695587	54
7	13076445	13273651	13481071	13699316	53
8	13079651	13277023	13484618	13703048	52
9	13082859	13280397	13488168	13706783	51
10	13086071	13283775	13491721	13710523	50
11	13089285	13287155	13495276	13714266	49
12	13092502	13290538	13498835	13718012	48
13	13095721	13293924	13502397	13721761	47
14	13098944	13297313	13505962	13725514	46
15	13102169	13300704	13509530	13729270	45
16	13105397	13304098	13513101	13733029	44
17	13108627	13307495	13516675	13736790	43
18	13111861	13310896	13520252	13740555	42
19	13114098	13314299	13523832	13744322	41
20	13118337	13317705	13527416	13748092	40
21	13121578	13321114	13531003	13751867	39
22	13124823	13324526	13534593	13755644	38
23	13128070	13327941	13538185	13759424	37
24	13131320	13331359	13541781	13763209	36
25	13134572	13334779	13545380	13766997	35
26	13137828	13338203	13548981	13770788	34
27	13141085	13341629	13552585	13774582	33
28	13144346	13345058	13556193	13778380	32
29	13147509	13348490	13559803	13782181	31
30	13150874	13351924	13563417	13785985	30
	49	48	47	46	

Minuta Graduū Quadrātis pro secātibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	40	41	42	43	
30	13150874	13351924	13563417	13785985	30
31	13154142	13355361	13567034	13789792	29
32	13157413	13358802	13570654	13793603	28
33	13160687	13362245	13574277	13797416	27
34	13163964	13365691	13577903	13801233	26
35	13167243	13369140	13581532	13805053	25
36	13170526	13372592	13585164	13808876	24
37	13173811	13376057	13588799	13812703	23
38	13177099	13379505	13592438	13816534	22
39	13180389	13382966	13596079	13820368	21
40	13183682	13386430	13599723	13824205	20
41	13186978	13389897	13603370	13828045	19
42	13190276	13393367	13607021	13831889	18
43	13193577	13396839	13610975	13835736	17
44	13196882	13400315	13614332	13839586	16
45	13200189	13403794	13617992	13843439	15
46	13203499	13407275	13621656	13847296	14
47	13206812	13410759	13625323	13851156	13
48	13210128	13414247	13628993	13855019	12
49	13213447	13417738	13632666	13858885	11
50	13216769	13421232	13636342	13862755	10
51	13220093	13424728	13640021	13866628	9
52	13223421	13428227	13643704	13870505	8
53	13226750	13431729	13647390	13874385	7
54	13230082	13435234	13651078	13878268	6
55	13233417	13438742	13654769	13882154	5
56	13236754	13442253	13658464	13886044	4
57	13240094	13445767	13662162	13889936	3
58	13243437	13449284	13665863	13893833	2
59	13246783	13452804	13669567	13897733	1
60	13250131	13456326	13673275	13901636	0
	49	48	47	46	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro secātibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis.

	40	41	42	43	
0	13054077	13250131	13456326	13673275	60
1	13057264	13253482	13459851	13676986	59
2	13060455	13256835	13463380	13680700	58
3	13063646	13260192	13466912	13684417	57
4	13066843	13263582	13470447	13688138	56
5	13070041	13266915	13473985	13691861	55
6	13073242	13270282	13477527	13695587	54
7	13076445	13273651	13481071	13699316	53
8	13079651	13277023	13484618	13703048	52
9	13082859	13280397	13488168	13706783	51
10	13086071	13283775	13491721	13710523	50
11	13089285	13287155	13495276	13714266	49
12	13092502	13290538	13498835	13718012	48
13	13095721	13293924	13502397	13721761	47
14	13098944	13297313	13505962	13725514	46
15	13102169	13300704	13509530	13729270	45
16	13105397	13304098	13513101	13733029	44
17	13108627	13307495	13516675	13736790	43
18	13111861	13310896	13520252	13740555	42
19	13114098	13314299	13523832	13744322	41
20	13118337	13317705	13527416	13748092	40
21	13121578	13321114	13531003	13751867	39
22	13124823	13324526	13534593	13755644	38
23	13128070	13327941	13538185	13759424	37
24	13131320	13331359	13541781	13763209	36
25	13134572	13334779	13545380	13766997	35
26	13137828	13338203	13548981	13770788	34
27	13141085	13341629	13552585	13774582	33
28	13144346	13345058	13556193	13778380	32
29	13147509	13348490	13559803	13782181	31
30	13150874	13351924	13563417	13785985	30
	49	48	47	46	

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	40	41	42	43	
30	13150874	13351924	13563417	13785985	30
31	13154142	13355361	13567034	13789792	29
32	13157413	13358802	13570654	13793603	28
33	13160687	13362245	13574277	13797416	27
34	13163964	13365691	13577903	13801233	26
35	13167243	13369140	13581532	13805053	25
36	13170526	13372592	13585164	13808876	24
37	13173811	13376057	13588799	13812703	23
38	13177099	13379505	13592438	13816534	22
39	13180389	13382966	13596079	13820368	21
40	13183682	13386430	13599723	13824205	20
41	13186978	13389897	13603370	13828045	19
42	13190276	13393367	13607021	13831889	18
43	13193577	13396839	13610975	13835736	17
44	13196882	13400315	13614332	13839586	16
45	13200189	13403794	13617992	13843439	15
46	13203499	13407275	13621656	13847296	14
47	13206812	13410759	13625323	13851156	13
48	13210128	13414247	13628993	13855019	12
49	13213447	13417738	13632666	13858885	11
50	13216769	13421232	13636342	13862755	10
51	13220093	13424728	13640021	13866628	9
52	13223421	13428227	13643704	13870505	8
53	13226750	13431729	13647390	13874385	7
54	13230082	13435234	13651078	13878268	6
55	13233417	13438742	13654769	13882154	5
56	13236754	13442253	13658464	13886044	4
57	13240094	13445767	13662162	13889636	3
58	13243437	13449284	13665863	13893833	2
59	13246783	13452804	13669567	13897733	1
60	13250131	13456326	13673275	13901636	0
	49	48	47	46	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	44	45	46	47	
0	13901636	14142135	14395564	14662790	60
1	13905542	14146251	14399901	14667366	59
2	13909452	14150371	14404242	14671946	58
3	13913365	14154494	14408587	14676530	57
4	13917281	14158621	14412937	14681119	56
5	13921201	14162751	14417290	14685712	55
6	13925126	14166884	14421647	14690309	54
7	13929052	14171021	14426008	14694910	53
8	13932982	14175162	14430374	14699514	52
9	13936916	14179306	14434743	14704122	51
10	13940854	14183454	14439116	14708735	50
11	13944795	14187606	14443493	14713352	49
12	13948739	14191761	14447874	14717973	48
13	13952686	14195919	14452259	14722598	47
14	13956638	14200082	14456648	14727228	46
15	13960592	14204248	14461040	14731862	45
16	13964550	14208418	14465437	14736500	44
17	13968511	14212591	14469838	14741142	43
18	13972476	14216769	14474242	14745788	42
19	13976444	14220950	14478650	14750438	41
20	13980416	14225135	14483062	14755094	40
21	13984391	14229324	14487478	14759753	39
22	13988370	14233517	14491898	14764416	38
23	13992352	14237713	14496322	14769083	37
24	13996338	14241912	14500750	14773755	36
25	14000327	14246115	14505182	14778430	35
26	14004319	14250321	14509617	14783110	34
27	14008315	14254531	14514056	14787794	33
28	14012314	14258745	14518500	14792482	32
29	14016316	14262961	14522946	14797174	31
30	14020322	14267182	14527397	14801871	30
	45	44	43	42	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro secãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	44	45	46	47	
30	14020322	14267182	14527397	14801871	30
31	14024332	14271407	14531852	14806571	29
32	14028345	14275635	14536311	14811276	28
33	14032361	14279867	14540773	14815985	27
34	14036381	14284103	14545240	14820698	26
35	14040404	14288343	14549711	14825416	25
36	14044431	14292587	14554186	14830139	24
37	14048461	14296834	14558665	14834866	23
38	14052494	14301086	14563148	14839597	22
39	14056531	14305331	14567635	14844332	21
40	14060572	14309599	14572126	14849072	20
41	14064616	14313861	14576621	14853815	19
42	14068664	14318127	14581120	14858563	18
43	14072715	14322396	14585624	14863315	17
44	14076770	14326670	14590131	14868071	16
45	14080829	14330947	14594642	14872831	15
46	14084891	14335228	14599157	14877597	14
47	14088956	14339513	14603676	14882377	13
48	14093026	14343802	14608199	14887141	12
49	14097099	14348095	14612725	14891919	11
50	14101175	14352391	14617256	14896701	10
51	14105255	14356691	14621791	14901487	9
52	14109339	14360995	14626330	14906278	8
53	14113427	14365303	14630873	14911073	7
54	14117518	14369615	14635421	14915873	6
55	14121612	14373930	14639973	14920677	5
56	14125709	14378350	14644528	14925486	4
57	14129810	14382573	14649087	14930299	3
58	14133915	14386900	14653651	14935116	2
59	14138023	14391230	14658218	14939938	1
60	14142135	14395564	14662790	14944764	0
	45	44	43	42	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	48	49	50	51	
0	14944764	15242532	15557239	15890158	60
1	14949594	15247634	15562635	15895869	59
2	14954429	15252741	15568036	15901586	58
3	14959268	15257852	15573441	15907307	57
4	14964112	15262969	15578852	15913034	56
5	14968960	15268090	15584267	15918766	55
6	14973812	15273216	15589688	15924504	54
7	14978668	15278347	15595114	15930247	53
8	14983530	15283484	15600545	15936095	52
9	14988396	15288626	15605981	15941748	51
10	14993266	15293773	15611422	15947508	50
11	14998104	15298924	15616868	15953273	49
12	15003020	15304080	15622319	15959044	48
13	15007903	15309240	15627775	15964820	47
14	15012791	15314405	15633237	15970603	46
15	15017683	15319574	15639704	15976390	45
16	15022580	15324748	15644177	15982184	44
17	15027481	15329926	15649655	15987983	43
18	15032387	15335109	15655138	15993788	42
19	15037297	15340297	15660626	15999599	41
20	15042212	15345491	15666119	16005416	40
21	15047131	15350689	15671617	16011237	39
22	15052054	15355892	15677121	16017065	38
23	15056982	15361100	15682630	16022898	37
24	15061915	15366313	15688144	16028736	36
25	15066852	15371530	15693663	16034579	35
26	15071791	15376753	15699188	16040429	34
27	15076739	15381980	15704717	16046283	33
28	15081690	15387212	15710252	16052143	32
29	15086645	15392449	15715792	16058008	31
30	15091605	15397692	15721337	16063878	30
	41	40	39	38	

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	48	49	50	51	
30	15091605	15397692	15721337	16063878	30
31	15096569	15402939	15726887	16069754	29
32	15101538	15408191	15732443	16075637	28
33	15106571	15413447	15738003	16081524	27
34	15111490	15418708	15743569	16087418	26
35	15116472	15423974	15749141	16093318	25
36	15121459	15429246	15754718	16099224	24
37	15126451	15434522	15760300	16105135	23
38	15131447	15439803	15765887	16111053	22
39	15136447	15445089	15771479	16116976	21
40	15141453	15450380	15777077	16122905	20
41	15146463	15455675	15782680	16128839	19
42	15151478	15460976	15788289	16134779	18
43	15156497	15466282	15793903	16140724	17
44	15161520	15471593	15799523	16146676	16
45	15166548	15476908	15805147	16152634	15
46	15171581	15482229	15810777	16158598	14
47	15176619	15487554	15816412	16164567	13
48	15181661	15492885	15822052	16170542	12
49	15186708	15498220	15827697	16176522	11
50	15191760	15503560	15833349	16182509	10
51	15196816	15508905	15839005	16188501	9
52	15201877	15514256	15844667	16194499	8
53	15206943	15519611	15850335	16200503	7
54	15212013	15524972	15856008	16206513	6
55	15217088	15530338	15861676	16212528	5
56	15222168	15535710	15867370	16218550	4
57	15227253	15541083	15873058	16224577	3
58	15232342	15546463	15878753	16230610	2
59	15237435	15551848	15884453	16236648	1
60	15242532	15557239	15890158	16242692	0
	41	40	39	38	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

	52	53	54	55	
0	16242692	16616401	17013017	17434469	60
1	16248742	16622819	17019832	17441715	59
2	16254799	16629243	17026654	17448968	58
3	16260861	16635673	17033482	17456229	57
4	16266929	16642109	17040318	17463499	56
5	16273003	16648551	17047160	17470775	55
6	16279083	16655001	17054010	17478059	54
7	16285169	16661457	17060866	17485351	53
8	16291261	16667919	17067729	17492650	52
9	16297358	16674408	17074599	17499957	51
10	16303461	16680864	17081476	17507272	50
11	16309570	16687345	17088359	17514594	49
12	16315685	16693834	17095250	17521924	48
13	16321806	16700328	17102148	17529262	47
14	16327934	16706829	17109053	17536607	46
15	16334067	16713336	17115965	17543959	45
16	16340197	16719850	17122885	17551319	44
17	16346353	16726362	17129812	17558687	43
18	16352505	16732877	17136747	17566063	42
19	16358663	16739430	17143689	17573446	41
20	16364827	16745970	17150638	17580837	40
21	16370996	16752517	17157593	17588236	39
22	16377172	16759070	17164556	17595643	38
23	16383359	16765629	17171525	17603057	37
24	16389542	16772195	17178502	17610480	36
25	16395736	16778767	17185485	17617909	35
26	16401936	16785347	17192476	17625347	34
27	16408152	16791933	17199472	17632793	33
28	16414365	16798525	17206477	17640246	32
29	16420573	16805124	17213488	17647707	31
30	16426798	16811729	17220507	17655174	30
	37	36	35	34	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	52	53	54	55	
30	16426798	16811729	17220507	17655175	30
31	16433027	16818341	17227532	17662651	29
32	16439263	16824960	17234565	17670136	28
33	16445505	16831585	17241605	17677627	27
34	16451754	16838217	17248653	17685127	26
35	16458008	16844856	17255708	17692635	25
36	16464269	16851502	17262770	17700151	24
37	16470536	16858154	17269839	17707674	23
38	16476809	16864813	17276917	17715206	22
39	16483089	16871479	17284002	17722744	21
40	16489385	16878151	17291095	17730290	20
41	16495668	16884830	17298194	17737844	19
42	16501967	16891515	17305300	17745407	18
43	16508272	16898207	17312413	17752978	17
44	16514582	16904907	17319514	17760555	16
45	16520898	16911613	17326662	17768142	15
46	16527220	16918326	17333798	17775740	14
47	16533548	16925046	17340941	17783343	13
48	16539883	16931772	17348091	17790955	12
49	16546224	16948504	17355249	17798575	11
50	16552571	16945244	17362415	17806203	10
51	16558925	16951990	17369587	17813838	9
52	16565286	16958743	17376767	17821481	8
53	16571642	16965495	17383954	17829132	7
54	16578026	16972270	17391148	17836792	6
55	16584406	16979044	17398350	17844460	5
56	16590792	16985824	17405560	17852135	4
57	16597184	16992611	17412776	17859818	3
58	16603584	16999406	17420000	17867509	2
59	16609989	17006208	17427231	17875209	1
60	16616401	17013017	17434469	17882917	0
	37	36	35	34	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	56	57	58	59	
0	17882917	18360816	18870800	19416c39	60
1	17890632	18369014	18879589	19425445	59
2	17898356	18377251	18888385	19434862	58
3	17906089	18385497	18897196	19444290	57
4	17913830	18203753	18906018	19153727	56
5	17921579	18402017	18914846	19463175	55
6	17929337	18410291	18923685	19472635	54
7	17937102	18418574	18932534	19482114	53
8	17944876	18426865	18941393	19491595	52
9	17952658	18435165	18950261	19501076	51
10	17960448	18443454	18959139	19510578	50
11	17968247	18451792	18968027	19520091	49
12	17976054	18460120	18976926	19529615	48
13	17983869	18468456	18985834	19539150	47
14	17991693	18476802	18994752	19548697	46
15	17999525	18485157	19003680	19558254	45
16	18007365	18493521	19012618	19567822	44
17	18015214	18501895	19021516	19577401	43
18	18023071	18510278	19030523	19586991	42
19	18030936	18518670	19039491	19596592	41
20	18038811	18527072	19048468	19606204	40
21	18046693	18535483	19057455	19615827	39
22	18054584	18543903	19066453	19625462	38
23	18062482	18552332	19075461	19635107	37
24	18070389	18560770	19084480	19644765	36
25	18078305	18569217	19093509	19654434	35
26	18086229	18577674	19102549	19664114	34
27	18094161	18586139	19111598	19673805	33
28	18102102	18594614	19120658	19683507	32
29	18110051	18603098	19129727	19693220	31
30	18118009	18611591	19138807	19702945	30
	33	32	31	30	

Minuta Graduū Quadrātis pro secātibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	56	57	58	59	
30	18118009	18611591	19138807	19702945	30
31	18125975	18620094	19147897	19712680	29
32	18133950	18629606	19156998	19722428	28
33	18141934	18637127	19166109	19732186	27
34	18149926	18645658	19175231	19741956	26
35	18157927	18654198	19184362	19751738	25
36	18165937	18662748	19193504	19761531	24
37	18173956	18671307	19202656	19771335	23
38	18181984	18679875	19211818	19781141	22
39	18190021	18688452	19220990	19790968	21
40	18198065	18697038	19230172	19800808	20
41	18206118	18705634	19239365	19810658	19
42	18214179	18714239	19248569	19820320	18
43	18222249	18722854	19257783	19830393	17
44	18230328	18731480	19267008	19840277	16
45	18238416	18740115	19276242	19850172	15
46	18246513	18748760	19285488	19860079	14
47	18254618	18757414	19294744	19869997	13
48	18262732	18766078	19304010	19879927	12
49	18270854	18774752	19313287	19889868	11
50	18278986	18783436	19322574	19899820	10
51	18287126	18792130	19331872	19909784	9
52	18295276	18800833	19341181	19919760	8
53	18303434	18809546	19350501	19929748	7
54	18311601	18818268	19359831	19939749	6
55	18319776	18826999	19369172	19949760	5
56	18327961	18835741	19378524	19959784	4
57	18337154	18844492	19387886	19966820	3
58	18344356	18853252	19397260	19979868	2
59	18352567	18862021	19406644	19989928	1
60	18360816	18870800	19416039	20000000	0
	33	32	31	30	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	60	61	62	63	
0	20000000	20626654	21300545	22026892	60
1	20010083	20637484	21312206	22039475	59
2	20020179	20648338	21323882	22052074	58
3	20030285	20659184	21335570	22064690	57
4	20040404	20670054	21347275	22077322	56
5	20050534	20680937	21358993	22089970	55
6	20060676	20691834	21370727	22102635	54
7	20070832	20702744	21382475	22115316	53
8	20080995	20713667	21394238	22128014	52
9	20091172	20724603	21407016	22140728	51
10	20101361	20735554	21417808	22153459	50
11	20111562	20746517	21429615	22166204	49
12	20121776	20757494	21441438	22178971	48
13	20132001	20768484	21453275	22191751	47
14	20142239	20779488	21465128	22204548	46
15	20152489	20790505	21476995	22217361	45
16	20162751	20801535	21488877	22230191	44
17	20173035	20812579	21500774	22243038	43
18	20183321	20823636	21512686	22255902	42
19	20193619	20834706	21524612	22268782	41
20	20203930	20845791	21536553	22281680	40
21	20214252	20856888	21548509	22294595	39
22	20224588	20868000	21560481	22307526	38
23	20234936	20879125	21572467	22320474	37
24	20245296	20890264	21584469	22333439	36
25	20255669	20901416	21596487	22346420	35
26	20266054	20912582	21608520	22359419	34
27	20276452	20923761	21620568	22372434	33
28	20286863	20934955	21632631	22385466	32
29	20297286	20946162	21644710	22398418	31
30	20307721	20957383	21656804	22411584	30
	29	28	27	26	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro secãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	60	61	62	63	
30	20307721	20957383	21656804	22411584	30
31	20318170	20968618	21668913	22424667	29
32	20328630	20979867	21681038	22437768	28
33	20339102	20991130	21693178	22450886	27
34	20349587	21002406	21705334	22464022	26
35	20360084	21013696	21717505	22477175	25
36	20370594	21025001	21729691	22490346	24
37	20381116	21036319	21741893	22503543	23
38	20391751	21047651	21754111	22516748	22
39	20402198	21058997	21766344	22529965	21
40	20412758	21070357	21778593	22543201	20
41	20423331	21081731	21790858	22556358	19
42	20433916	21093119	21803138	22569723	18
43	20444514	21104522	21815434	22583025	17
44	20455126	21115938	21827745	22596336	16
45	20465750	21127368	21840072	22609663	15
46	20476387	21138814	21852415	22623009	14
47	20487037	21150273	21864774	22636372	13
48	20497700	21161747	21877149	22649754	12
49	20508376	21173235	21889539	22663152	11
50	20519064	21184737	21901946	22676569	10
51	20529765	21196253	21914369	22690004	9
52	20540479	21207783	21926808	22703456	8
53	20551205	21219328	21939263	22716924	7
54	20561945	21230887	21951734	22730414	6
55	20572697	21242460	21964220	22743919	5
56	20583463	21254048	21976722	22757443	4
57	20594242	21265650	21989240	22770984	3
58	20605033	21277267	22001775	22784543	2
59	20615837	21288899	22014325	22798120	1
60	20626654	21300545	22026892	22811726	0
	29	28	27	26	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Gradũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

	64	65	66	67	
0	22811726	23662013	24585936	25593051	60
1	22825329	23676784	24602010	25610602	59
2	22838962	23691575	24618107	25628180	58
3	22852612	23706387	24634227	25645783	57
4	22866281	23721220	24650370	25663414	56
5	22879968	23736073	24666536	25681071	55
6	22893674	23750947	24682727	25698754	54
7	22907387	23765842	24698940	25716464	53
8	22921140	23780757	24715178	25734201	52
9	22934901	23795692	24731439	25751965	51
10	22948680	23810648	24747724	25769755	50
11	22962478	23825625	24764033	25787582	49
12	22976294	23840623	24780365	25805417	48
13	22990129	23855642	24796721	25823287	47
14	23003983	23870683	24813101	25841185	46
15	23017855	23885844	24829504	25859104	45
16	23031747	23900827	24845932	25877061	44
17	23045657	23915931	24862383	25895040	43
18	23059586	23931055	24879958	25913046	42
19	23073534	23946200	24895356	25931080	41
20	23087501	23961366	24911878	25949142	40
21	23101486	23976553	24928423	25967230	39
22	23115490	23991762	24944993	25985345	38
23	23129513	24006992	24961587	26003487	37
24	23143556	24022245	24978205	26021658	36
25	23157616	24037518	24994847	26039855	35
26	23171696	24052814	25011514	26058081	34
27	23185795	24068130	25028205	26076333	33
28	23199913	24083469	25044920	26094614	32
29	23214050	24098830	25061660	26112923	31
30	23228205	24114213	25078426	26131259	30
	25	24	23	22	

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro secātibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	64	65	66	67	
30	23228205	24114213	25078426	26131259	30
31	23242380	24129616	25095216	26149623	29
32	23256574	24145041	25112030	26168015	28
33	23270797	24160487	25128869	26186436	27
34	23285021	24175956	25145732	26204884	26
35	23299273	24191445	25162620	26223361	25
36	23313546	24206956	25179532	26241867	24
37	23327838	24222488	25196469	26260400	23
38	23342150	24238043	25213432	26278963	22
39	23356481	24253619	25230418	26297555	21
40	23370832	24269217	25247431	26316176	20
41	23385203	24284838	25264468	26334825	19
42	23399593	24300481	25281531	26353503	18
43	23414003	24316147	25298620	26372209	17
44	23428433	24331835	25315734	26390945	16
45	23442882	24347546	25332874	26409709	15
46	23457351	24363281	25350039	26428502	14
47	23471840	24379038	25367229	26447323	13
48	23486348	24394818	25384445	26466174	12
49	23500876	24410620	25401687	26485053	11
50	23515424	24426446	25418956	26503962	10
51	23529992	24442294	25436250	26522890	9
52	23544580	24458164	25453570	26541867	8
53	23559188	24474056	25470915	26560863	7
54	23573817	24489973	25488286	26579889	6
55	23588565	24505908	25505683	26598945	5
56	23603134	24521869	25523005	26618030	4
57	23617822	24537851	25540553	26637145	3
58	23632532	24553857	25558027	26656291	2
59	23647262	24569885	25575526	26675466	1
60	23662013	24585936	25593051	26694672	0
	25	24	23	22	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	68	69	70	71	
0	26694672	27904284	29238045	30715531	60
1	26713907	27925445	29261433	30741500	59
2	26733172	27946642	29284861	30767516	58
3	26752467	27967873	29308328	30793579	57
4	26771791	27989139	29331835	30819689	56
5	26791145	28010440	29355382	30845846	55
6	26810529	28031776	29378970	30872051	54
7	26829942	28053147	29402599	30898304	53
8	26849390	28074553	29426268	30924605	52
9	26868867	28095994	29449978	30950953	51
10	26888373	28117469	29473728	30977350	50
11	26907910	28138980	29497519	31003793	49
12	26927479	28160527	29521350	31030285	48
13	26947078	28182108	29545222	31056824	47
14	26966709	28203725	29569136	31083412	46
15	26986370	28225378	29593090	31110047	45
16	27006062	28247067	29617087	31136731	44
17	27025785	28268793	29641124	31163462	43
18	27045539	28290553	29665204	31190241	42
19	27065323	28312349	29689326	31217019	41
20	27085138	28334181	29713488	31243945	40
21	27104985	28356049	29737692	31270871	39
22	27124864	28377954	29761938	31297848	38
23	27144774	28399894	29786227	31324873	37
24	27164717	28421871	29810558	31351948	36
25	27184690	28443884	29834931	31379072	35
26	27204686	28465934	29859347	31406247	34
27	27224734	28488021	29883705	31433472	33
28	27244804	28510144	29908306	31460747	32
29	27264906	28532304	29932850	31488072	31
30	27285040	28554501	29957438	31515448	30
	21	20	19	18	

Minuta Graduū Quadrātis pro secātibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	68	69	70	71	
30	27285040	28554501	29957438	31515448	30
31	27305205	28576735	29982069	31542873	29
32	27325402	28599007	30006743	31570349	28
33	27345631	28621316	30031460	31597875	27
34	27365893	28643662	30056220	31625453	26
35	27386186	28666045	30081023	31653080	25
36	27406513	28688467	30105870	31680758	24
37	27426872	28710925	30130760	31708486	23
38	27447264	28733422	30155714	31736265	22
39	27467688	28755956	30180672	31764094	21
40	27488145	28778549	30205694	31791974	20
41	27508635	28801139	30230760	31819906	19
42	27529157	28823787	30255871	31847891	18
43	27549722	28846473	30281026	31875929	17
44	27570301	28869196	30306226	31904019	16
45	27590922	28891957	30331460	31932164	15
46	27611578	28914756	30356759	31960358	14
47	27632266	28937594	30382092	31988606	13
48	27652989	28960471	30407470	32016909	12
49	27673745	28983386	30432893	32045263	11
50	27694535	29006340	30458361	32073672	10
51	27715358	29029332	30483873	32102132	9
52	27736215	29052363	30509430	32130649	8
53	27757105	29075435	30535033	32159212	7
54	27778029	29098546	30560682	32187832	6
55	27798987	29121697	30586375	32216504	5
56	27819978	29144888	30612115	32245231	4
57	27841003	29168118	30637890	32274012	3
58	27862060	29191388	30663732	32302846	2
59	27883156	29214697	30689608	32331735	1
60	27904284	29238045	30715531	32360678	0
	21	20	19	18	

Minus Gradum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minus Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro secantibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

	72	73	74	75	
0	32360678	34203038	36279559	38637042	60
1	32389676	34235609	36316402	38679033	59
2	32418726	34268245	36353333	38721117	58
3	32447837	34300947	36390323	38763296	57
4	32477001	34333716	36427401	38805571	56
5	32506219	34366553	36464558	38847941	55
6	32535494	34399452	36501793	38890408	54
7	32564823	34432420	36539107	38932971	53
8	32594209	34465456	36570511	38975632	52
9	32623651	34498557	36613973	39018390	51
10	32653148	34531726	36651525	39061246	50
11	32682701	34564959	36689156	39104200	49
12	32712311	34598259	36726868	39147252	48
13	32741977	34631626	36764660	39190423	47
14	32771699	34665061	36802533	39233653	46
15	32801478	34698564	36840488	39277002	45
16	32831314	34732135	36878524	39320449	44
17	32861207	34765775	36916641	39363994	43
18	32891157	34799483	36954842	39407640	42
19	32921165	34833259	36993127	39451384	41
20	32951231	34867105	37031496	39495228	40
21	32981355	34901024	37069947	39539172	39
22	33011537	34935005	37108482	39583218	38
23	33041776	34966052	37147101	39627364	37
24	33072074	35003172	37185803	39671613	36
25	33102431	35037361	37224589	39715965	35
26	33131846	35071621	37263459	39760420	34
27	33163320	35105952	37302413	39804979	33
28	33193853	35140354	37341453	39849642	32
29	33224444	35174826	37380577	39894411	31
30	33255094	35209369	37419788	39939286	30
	17	16	15	14	

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

	72	73	74	75	
30	33255094	35209369	37419788	39939286	30
31	33285803	35243981	37459081	39984263	29
32	33316571	35278664	37498460	40029344	28
33	33347398	35313418	37537923	40074528	27
34	33378286	35348244	37577471	40119816	26
35	33409132	35383140	37617104	40165289	25
36	33440240	35418110	37656824	40210709	24
37	33471307	35453152	37696632	40256316	23
38	33502436	35488268	37736518	40302033	22
39	33533625	35523456	37776513	40347858	21
40	33564875	35558718	37816588	40393792	20
41	33596187	35594052	37856751	40439834	19
42	33627561	35629460	37897004	40485985	18
43	33658998	35664940	37937146	40532245	17
44	33690497	35700494	37977779	40578613	16
45	33722059	35736121	38018300	40625091	15
46	33753683	35771822	38058912	40671678	14
47	33785370	35807597	38099614	40718374	13
48	33817120	35843447	38140406	40765180	12
49	33848934	35879373	38181288	40812093	11
50	33880813	35915374	38222261	40859121	10
51	33912753	35951451	38263324	40906259	9
52	33944756	35987602	38304479	40953510	8
53	33976821	36023829	38345725	41004876	7
54	34008950	36060132	38387064	41048358	6
55	34041141	36096510	38428495	41095957	5
56	34073395	36132966	38470019	41143668	4
57	34105712	36169497	38511635	41191492	3
58	34138091	36206107	38553344	41239431	2
59	34170523	36242794	38595146	41287425	1
60	34203038	36279559	38637042	41335654	0
	17	16	15	14	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

	76	77	78	79	
0	41335654	44454097	48097335	52408433	60
1	41383937	44510183	48163151	52486983	59
2	41432338	44566415	48229350	52565774	58
3	41480856	44622793	48295633	52644807	57
4	41529492	44679318	48362102	52724084	56
5	41578245	44735990	48428756	52803604	55
6	41627117	44792810	48495599	52883368	54
7	41676108	44849777	48562631	52963377	53
8	41725219	44906892	48629854	53043632	52
9	41774450	44964155	48697269	53124134	51
10	41823802	45021567	48764877	53204885	50
11	41873273	45079129	48832678	53285884	49
12	41922863	45136843	48900673	53367134	48
13	41972573	45194707	48968853	53448635	47
14	42022405	45252726	49037249	53530390	46
15	42072357	45310898	49105830	53612399	45
16	42122431	45369224	49174607	53694666	44
17	42172625	45427703	49243590	53777191	43
18	42222942	45486338	49312751	53859976	42
19	42273380	45545127	49382118	53943022	41
20	42323942	45604073	49451684	54026331	40
21	42374627	45663175	49521449	54109903	39
22	42425439	45722435	49591416	54193739	38
23	42476377	45781853	49661584	54277840	37
24	42527442	45841429	49731956	54362207	36
25	42578635	45901164	49802532	54446842	35
26	42629957	45961059	49873313	54531744	34
27	42681409	46021115	49944301	54616915	33
28	42732991	46081333	50015497	54702356	32
29	42784705	46141715	50086901	54788068	31
30	42836551	46202261	50158514	54874053	30
	13	12	11	10	

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrantis pro secantibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	76	77	78	79	
30	42836551	46202261	50158514	54874053	30
31	42888527	46262969	50230335	54960312	29
32	42940631	46323841	50302367	55046847	28
33	42992865	46384877	50374610	55133659	27
34	43045229	46446076	50447065	55220751	26
35	43097722	46507440	50519732	55308122	25
36	43150347	46568970	50592614	55395775	24
37	43203103	46630665	50665711	55483710	23
38	43255992	46692527	50739024	55571930	22
39	43309012	46754555	50812553	55660434	21
40	43362166	46816752	50886299	55749226	20
41	43415454	46879117	50960263	55838300	19
42	43468877	46941653	51034447	55927677	18
43	43522435	47004361	51108850	56017340	17
44	43576129	47067242	51183475	56107297	16
45	43629959	47130297	51258321	56197549	15
46	43683925	47193526	51333391	56288099	14
47	43738028	47256930	51408684	56378948	13
48	43792268	47320509	51484204	56470097	12
49	43846646	47384264	51559951	56561548	11
50	43901162	47448195	51635936	56653302	10
51	43955817	47512302	51712129	56745360	9
52	44000612	47576586	51788563	56837723	8
53	44065548	47641048	51865227	56930392	7
54	44120625	47705689	51942124	57023369	6
55	44175844	47770510	52019254	57116653	5
56	44231207	47835511	52096618	57210246	4
57	44286712	47900693	52174216	57304150	3
58	44342362	47966058	52252051	57398367	2
59	44398156	48031605	52330123	57492896	1
60	44454097	48097335	52408433	57587740	0
	13	12	11	10	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

	80	81	82	83	
0	57587740	63924495	71852975	82055127	60
1	57682901	64042118	72002006	82249986	59
2	57778381	64160180	72151659	82445779	58
3	57874180	64278683	72301942	82642513	57
4	57970302	64397632	72452863	82840196	56
5	58066748	64517028	72604421	83038833	55
6	58163520	64636873	72756618	83238436	54
7	58260619	64757168	72909461	83439009	53
8	58358049	64877918	73062954	83640561	52
9	58455810	64999124	73217100	83843097	51
10	58553904	65120789	73371903	84046626	50
11	58652333	65242916	73527367	84251153	49
12	58751099	65365508	73683499	84456680	48
13	58850205	65488566	73840302	84663213	47
14	58949653	65612095	73997782	84870760	46
15	59049444	65736097	74155942	85079327	45
16	59149581	65859675	74314786	85288957	44
17	59250065	65985531	74474318	85499628	43
18	59350898	66110967	74634544	85711347	42
19	59452082	66246886	74795468	85924121	41
20	59553618	66363291	74957095	86137958	40
21	59655506	66490185	75119429	86352864	39
22	59757728	66617572	75282475	86568849	38
23	59860346	66745453	75446238	86785921	37
24	59963291	66873831	75610721	87004089	36
25	60066612	67002708	75775928	87223362	35
26	60170285	67132088	75941864	87443750	34
27	60274319	67261972	76108533	87665261	33
28	60378718	67392365	76275941	87887909	32
29	60483482	67523270	76444091	88111704	31
30	60588615	67654691	76612989	88336657	30
	9	8	7	6	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	80	81	82	83	
30	60588615	67654691	76612989	88336657	30
31	60694118	67786629	76782641	88562776	29
32	60799995	67919089	76953050	88790069	28
33	60906246	68052073	77124223	89018543	27
34	61012875	68185585	77296165	89248201	26
35	61119882	68319630	77468882	89479054	25
36	61227271	68454208	77642381	89711108	24
37	61335043	68589313	77816665	89944373	23
38	61443202	68724977	77991740	90178856	22
39	61551749	68861175	78167612	90414568	21
40	61660686	68997920	78344287	90651519	20
41	61770013	69135315	78521769	90889717	19
42	61879735	69273018	78700066	91129181	18
43	61989853	69411469	78879183	91369917	17
44	62100367	69550434	79059128	91611941	16
45	62211280	69689963	79239905	91855265	15
46	62322594	69830059	79421520	92099899	14
47	62434312	69970726	79603976	92345849	13
48	62546437	70111967	79787381	92593126	12
49	62658971	70253786	79971439	92841739	11
50	62771918	70396188	80156456	93091699	10
51	62885274	70539174	80342336	93342963	9
52	62999049	70682751	80529087	93595620	8
53	63113241	70826919	80716713	93849647	7
54	63227855	70971684	80905219	94105066	6
55	63342890	71117047	81094612	94361964	5
56	63458352	71263014	81284899	94620181	4
57	63574240	71409586	81476087	94879901	3
58	63690559	71556760	81668183	95141050	2
59	63807309	71704564	81861195	95403639	1
60	63924495	71852975	82055127	95667689	0
	9	8	7	6	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	84	85	86	
0	95667689	114737188	143355808	60
1	95933204	115119970	143954694	59
2	96200195	115505313	144558602	58
3	96468673	115893242	145167595	57
4	96738655	116283797	145781740	56
5	97010253	116676991	146401101	55
6	97283267	117072851	147025745	54
7	97557932	117471403	147655740	53
8	97834057	117872815	148291169	52
9	98111843	118276840	148932108	51
10	98391211	118683794	149578791	50
11	98672171	119093414	150230942	49
12	98954738	119506013	150888966	48
13	99236930	119921335	151552578	47
14	99524766	120339695	152222283	46
15	99812250	120760985	152897946	45
16	100101400	121185232	153579394	44
17	100392329	121612482	154267179	43
18	100684851	122042752	154961155	42
19	100979193	122476076	155661396	41
20	101275259	122912485	156368008	40
21	101572962	123352014	157081063	39
22	101872522	123794696	157800648	38
23	102173854	124240732	158526854	37
24	102476971	124689836	159259771	36
25	102781890	125142353	159999560	35
26	103088639	125598007	160746121	34
27	103397202	126057149	161499724	33
28	103707656	126519656	162260744	32
29	104019959	126985568	163028671	31
30	104334254	127454936	163804188	30
	5	4	3	

Minuta Graduú Quadrátis pro secátibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrátis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis

	84	85	86	
30	104334254	127454936	163804188	30
31	104650345	127927785	164586836	29
32	104968474	128404152	165377268	28
33	105288542	128884078	166175067	27
34	105610566	129367604	166980877	26
35	105934564	129854921	167794536	25
36	106260557	130345812	168615879	24
37	106588558	130840395	169445585	23
38	106918589	131338917	170283495	22
39	107250680	131841076	171129820	21
40	107584955	132347264	171984431	20
41	107921201	132857174	172847712	19
42	108259514	133371390	173719700	18
43	108600151	133889600	174600528	17
44	108942779	134411312	175490331	16
45	109287702	134937471	176389247	15
46	109634817	135467749	177297417	14
47	109984143	136002235	178215000	13
48	110335695	136540955	179142131	12
49	110689503	137083887	180078954	11
50	111045597	137631223	181025951	10
51	111403988	138183016	181982628	9
52	111764699	138739177	182949802	8
53	112127750	139299830	183926988	7
54	112493167	139865032	184915009	6
55	112861097	140435034	185913698	5
56	113231316	141009514	186922883	4
57	113604036	141588910	187943432	3
58	113979204	142172885	188975184	2
59	114356941	142761897	190018342	1
60	114737188	143355808	191073059	0
	5	4	3	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	87	88	89	
0	191073059	286537048	572987098	60
1	192139567	288943841	582696234	59
2	193218044	291391404	592740072	58
3	194308693	293880683	603139919	57
4	195411723	296413087	613907444	56
5	196527729	298990299	625070305	55
6	197656182	301611807	636642580	54
7	198797665	304279687	648655621	53
8	199952408	306996123	661126359	52
9	201120639	309760533	674090521	51
10	202303011	312576192	687573461	50
11	203498943	315442491	701612741	49
12	204709121	318361849	716229489	48
13	205934200	321336774	731453951	47
14	207173596	324366765	747356168	46
15	208428431	327455509	763965262	45
16	209698119	330602545	781323254	44
17	210983811	333811800	799494739	43
18	212284914	337082830	818524878	42
19	213602421	340419652	838490069	41
20	214936837	343823403	859453551	40
21	216287319	347294586	881484374	39
22	217655350	350837799	904682629	38
23	219040792	354454051	929134899	37
24	220443981	358145679	954945691	36
25	221865261	361914968	982231457	35
26	223305005	365763113	1011112129	34
27	224763453	369695332	1041753449	33
28	226241278	373713015	1074309940	32
29	227738558	377818975	1108967170	31
30	229255785	382016194	1145934768	30
	2	1	0	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Digitized by Google

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	87	88	89	
30	229255785	382016194	1145934768	30
31	230793360	386307709	1185438054	29
32	232351718	390696734	1227777193	28
33	233931261	395186630	1273252703	27
34	235532422	399780916	1322226495	26
35	237156211	404483275	1375118522	25
36	238801972	409397566	1432397932	24
37	240470730	414227875	1494678912	23
38	242163582	419278406	1562622042	22
39	243879838	424453607	1637036239	21
40	245621193	429758156	1718892212	20
41	247386980	435196961	1809365043	19
42	249178956	440775230	1909891150	18
43	250996450	446498305	2022234532	17
44	252841285	452371994	2148642981	16
45	254713463	458402271	2291895669	15
46	256612911	464595485	2455554199	14
47	258541565	470958329	2644450861	13
48	260499426	477497828	2864894681	12
49	262487160	484221619	3125282743	11
50	264505458	491139838	3437843546	10
51	266554348	498256113	3819709423	9
52	268635944	505581634	4297193536	8
53	270750304	513128395	4911255640	7
54	272898206	520901152	5729642566	6
55	275080457	528915798	6875687278	5
56	277297985	537178089	8594018365	4
57	279551349	545702599	11458691197	3
58	281841763	554505091	17188036598	2
59	284170013	563593031	34376072269	1
60	286537048	572987098	Infinita.	0
	2	1	0	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Digitized by Google

VSVS TABVLÆ TAM TANGENTium, quam secantium.

Vsus tabulæ tam tangentium, quam secantium.

EX vtraq; tabula non aliter tangentes, ac secantes arcuum, vel complementorum arcuum inuestigabimus, ac supra sinus rectos, & sinus complementorum arcuum ex sinuum tabula eruere docuimus. Vt si quæratur tam tangens, quam secans arcus grad. 50. Min. 24. inuenietur in tabula tangentium sub grad. 50. in vertice tabulæ positis, è regione Min. 24. ad sinistram collocatorum tangens particularum 1208923. qualium sinus totus ponitur 10000000. In tabula vero secantium reperietur sub grad. 50. è regione Min. 24. secans earundem particularum. 15688144. Quod si quæratur tam tangens, quam secans complementi arcus 39. Min. 36. reperietur in priori quidem tabula supra grad. 39. in ima sede positos, è regione Min. 36. ad dextram collocatorum tangens eadem, quæ prius, 1208923. In posteriori vero tabula eadem secans 15688144. propterea quòd complementum arcus grad. 39. Min. 36. complectitur grad. 50. Min. 24. cui arcui dicta tangens, ac secans debetur, vt patet.

IAM verò si sinus totus assumatur particularum tantummodo 100000. abiectis duabus cifris ex sinu toto 10000000. abijciendæ quoq; erunt ex singulis tangentibus, ac secantibus duæ priores figuræ ad dextram: quemadmodum de sinubus diximus.

SINVVM, TANGENTIVM, ET SECANTIVM FINIS.

Digitized by Google

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV TRIANGVLA RECTILINEA.

LYON

Digitized by Google

Digitized by Google

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA RECTILINEA.

PRÆFATIO.



INVVM, linearum tangentium, & secantium vsus potissimum in doctrina triangulorum tam rectilineorum, quàm sphæricorum consistit. Omnes enim Astronomi in motibus cælestibus vel inuestigandis, vel explicandis explorant in triangulis beneficio sinuum, linearum tangentium, & secantium tum latera ex angulis notis, tum etiam angulos ex lateribus cognitis. Id quod ex Epitoma Ioan. Regiom. in Almagestum, siue magnam cõstructionem Ptolomæi, ex opere Copernici de reuolutionibus cælestibus, & ex aliorum Astronomorũ scriptis perspicuè constare potest. Quam ob rem cum iam tractationem sinuum, linearumq; tangentium, ac secantium absoluerimus, ordo postulat, vt sciẽtiam hanc triangulorum à Ioanne Regiom.

Vsus sinuũ, linearũ tangentium, & secantium in doctrina triangulorum potissimum consistit.

quinq; libris diffusè explicatam, & à Gebro Hispalensi Arabe, necnon à Nicolao Copernico breuiter quidem, sed paulò obscurius traditam, pro virili etiam exponamus, cum incredibilis sit eorum vtilitas cum in rebus omnibus Mathematicis, tum præsertim in cælestibus motibus, & in ijs rebus, quæ ex illis pendent, rectè intelligendis, vel inuestigãdis, vt dictum est, & partim etiam non obscure ex nostra Gnomonica colligi potest, vbi permulta ad horologia pertinentia ex triangulis à nobis sunt demonstrata. Exordiemur autem à triangulis rectilineis, tanquam facilioribus, de quibus ea solum demonstrabimus, quæ ad res Astronomicas, & Geometricas rectè pertipiendas necessaria esse iudicamus: Id quod etiam in sphæricis triangulis obseruauimus. Qui plura desiderat, legat Menelaum, & Maurolycum de sphæricis triangulis, de rectilineis vero Ioannem Regiomontanum. Ante omnia autem explicandum erit, penes quid angulorum rectilineorum quantitas sumenda sit.

PENES QVID ANGVLI rectilinei magnitudo sumatur.

Angulorũ rectilineorũ magnitudo penes quid sumatur.

ANGVLI *cuiusuis rectilinei magnitudo sumitur penes arcum circuli ex ipso angulo, vt centro, descripti ad quodcunq; interuallum, inter rectas lineas angulum comprehendentes interceptum. Nam quilibet angulus rectilineus tantus esse dicitur, quantus est arcus circuli, cuius centrum est in ipso angulo, inter duas lineas rectas, quæ*

Digitized by Google

quæ angulum continent, interiectus: ita vt quot graduum fuerit ille arcus, totidem partium sit & angulus, qualium quatuor recti sunt 360. aut vnus rectus 90. Ex quo fit, indifferenter sinum anguli rectilinei pro sinu arcus accipi posse, & contra; quod etiam de tangente, & secante intelligatur: quandoquidem arcus, & angulus illi in centro insistens eundem habent partium numerum, licet diuersi generis, cum partes arcus sint arcus, partes vero anguli sint anguli: quamuis & partes anguli dici possint arcus, ita vt angulus dicatur habere tot gradus, quot in arcu, cui insistit, comprehenduntur.

Angulus rectilineus est tot partiū, quot graduū est arcus circuli, cui in centro insistit.

QVANDOCVNQVE *ergo arcus angulum rectilineum metiens est quadrās, id est, quarta pars totius circunferentiæ, angulus ei insistens in centro rectus erit, nempe quarta pars quatuor rectorum, quibus spatium, quod circumstat centrum circuli æqualiter omnes partes circunferentiæ respiciens, æquale est: quando autem arcus idem est quadrante minor, angulus quoq; minor erit recto, nempe acutus: quando deniq; arcus est maior quadrante, angulus etiam recto maior erit, nimirum obtusus. Et contra, quando angulus est rectus, erit arcus illum metiens quadrans: quando acutus, quadrante minor: quando deniq; obtusus, maior quadrante. Quæ omnia ex lemmate sequenti erunt perspicua.*

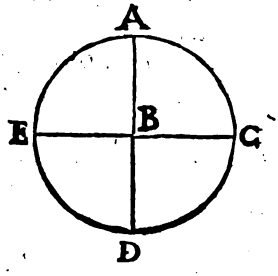
Coroll. 2. 15. primi.

LEMMA.

RECTÆ lineæ angulum rectum comprehendentes abscindūt quadrantem ex circulo, qui ex ipso angulo, vt centro, ad quodcunq; interuallum describitur: lineæ vero rectæ angulum acutum continentes auferunt arcum quadrante minorem: lineæ deniq; rectę constituentes angulum obtusum intercipiunt in eodem circulo arcum maiorem quadrante. Et contra, rectæ lineæ ex centro circuli egredientes, quadrantemq; intercipientes constituunt angulum rectum: lineæ vero arcum quadrante minorem abscindentes angulum acutum continent: rectæ deniq; lineæ auferentes arcum maiorem quadrante obtusum angulum comprehendunt.

Quomodo se habeant anguli recti linei ad arcus circulorū ex ipsis, vt centris, descriptorū, & contra.

RECTAE lineæ A B, C B, angulum rectum contineant A B C, & ex B, circulus describatur A C D E. Dico arcum A C, quadrantem esse, &c. Quoniam enim est, vt angulus A B C, in centro ad quatuor rectos, ita arcus A C, ad totam circunferentiam; est autem angulus A B C, cum rectus sit, quarta pars quatuor rectorum: erit quoq; arcus A C, totius circunferentiæ quarta pars, id est, quadrans. Quoniam vero recta linea constituens cum recta A B, in puncto B, angulum acutum cadit in arcum A C, recta vero linea cum eadem A B, constituens angulum obtusum in puncto B, cadit in arcum C D; liquido constat, rectas lineas angulum acutum in centro



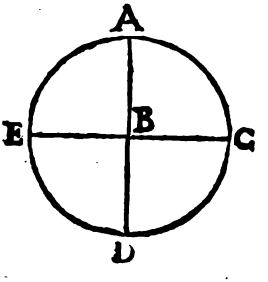
Coroll. 2. 33. sexti.

Digitized by Google

centro B, constituentes intercipere arcum quadrante A C, minorem, lineas vero rectas continẽtes angulum obtusum abscindere arcum quadrante A C, maiorem.

SED auferant iam rectæ B A, B C, ex centro B, egredientes quadrantem A C. Dico angulum A B C, esse rectum, &c. Quoniam enim
Coroll. 2. 33. sexti. est, vt arcus A C, ad totam circunferentiam, ita angulus A B C, in centro ad quatuor rectos; est autem arcus A C, quadrans, id est, quarta pars circunferentiæ totius: erit quoq; angulus A B C, quarta pars quatuor rectorum, atq; adeo rectus. Quia vero rectæ ex centro B, emissæ, atque arcum quadrante A C, minorem auferentes angulum constituunt minorem angulo recto A B C, auferentes vero arcum quadrante A C, maiorem constituunt angulum recto angulo A B C, maiorem; perspicuum est, rectas lineas arcum quadrante A C, minorem intercipientes constituere in centro B, angulum acutum, lineas vero rectas arcum quadrante A C, maiorem includentes continere in centro B, angulum obtusum. Quod est propositum.

ALITER. Contineant rursum rectæ A B, C B, angulum rectum A B C, et ex B, circulus describatur A C D E. Dico arcum A C, esse quadrantem, &c.



Productis enim rectis A B, C B, ad D, E, erunt & anguli A B E, C B D, cum sint angulo A B C, deinceps, recti, ex definitione; necnõ & angulus D B E, quòd angulo A B C,
15. primi. sit ad verticem æqualis, rectus. Quare cum
16. tertij. omnes quatuor anguli ad B, centrum sint recti, id est, æquales, æquales quoq; erunt quatuor arcus A C, C D, D E, E A; atq; adeo quilibet eorum quadrans erit. Reliqua demonstrabuntur, vt prius.

VERVM rectæ B A, B C, ex centro B, emissæ auferant iam quadrantem A C. Dico angulum A B C, rectum esse, &c. Productis enim
15. primi. rectis A B, C B, ad D, E, cum angulus D B E, angulo A B C, ad verti-
16. tertij. cem sit æqualis, erit & arcus D E, arcui A C, æqualis, & proinde quadrans. Semicirculum ergo conficiunt duo quadrantes A C, D E; atque adeo reliqui duo arcus A E, D C, alterum semicirculum constituent. Cum
16. tertij. ergo duo arcus A E, D C, æquales sint, quòd anguli A B E, C B D, ad
15. primi. verticem sint æquales; erit vterq; eorum quadrans: ac propterea quatuor arcus A C, C D, D E, E A, cum sint quadrantes, æquales erunt.
27. tertij. Quatuor ergo anguli ad centrum B, æquales quoq; erunt; atq; adeo eorum quilibet erit rectus. Vel breuius. Cum A C, sit quadrans, erit quoque

eam

tam in ſemicirculo C A E, reliquus arcus A E, quam in ſemicirculo A C D, reliquus arcus C D, quadrans: Eodemq; modo in ſemicirculo A E D, vel C D E, reliquus arcus D E, quadrans erit; & proinde quatuor anguli ad B, quatuor quadrantibus æqualibus inſiſtentes erunt æquales, & recti. Reliqua, vt prius, oſtendentur. 27. tertij.

SCHOLIVM.

Datis duobus angulis trigoni rectilinei, datus etiã erit tertius. Itẽ in trigulo rectangulo, ſi detur vn⁹ angulus acutus, datus quoq; erit acutus reliquus.

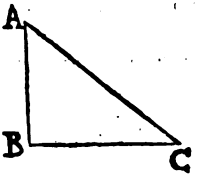
IN materia porro triangulorum rectilineorum, cum dantur duo anguli noti, tertius illico notus quoq; erit, cum ſit complementum duorum rectorum: Item cum in triangulo rectãgulo datur vnus acutus angulus, notus etiã erit reliquus acutus, quod ſit complementum vnius recti. Itaq; detractis duobus angulis notis ſimul ex grad. 180. reliquus erit tertius notus. Item in triangulo rectangulo, ſi detrahatur acutus notus ex grad. 90. remanebit alter acutus notus. Quod ſemel monuiſſe ſatis ſit.

THEOR. 1. PROPOS. 1.

IN omni triangulo rectilineo latera quæuis duo eandem proportionem habent, quam ſinus angulorum illis oppoſitorum.

Latera trigoni rectilinei ſunt ſinubus angulorũ oppoſitorum proportionalia.

SIT primum triangulum rectangulum A B C, cuius angulus rectus B. Dico eſſe A B, ad A C, vt eſt ſinus anguli C, ad ſinum anguli B. Item A B, ad B C, vt eſt ſinus anguli C, ad ſinum anguli A, &c. Quoniam enim, vt in definitionibus ſinuum oſtendimus, ſi A C, ponatur ſinus totus, latus A B, eſt ſinus anguli C; & B C, ſinus anguli A: liquido conſtat, ita eſſe latus A B, ad latus A C, vt eſt A B, ſinus anguli C, ad A C, ſinum totum anguli recti B: Vel ita eſſe latus A C, ad latus A B, vt eſt A C, ſinus totus recti anguli B, ad A B, ſinum anguli C; cum ipſa latera ſint ſinus angulorum oppoſitorum, ac proinde vtrobiq; ſit identitatis proportio. Eadem ratione erit, vt latus A C, ad latus B C, ita A C, ſinus totus anguli recti B, ad B C, ſinum anguli A: Vel vt latus B C, ad latus A C, ita B C, ſinus anguli A, ad A C, ſinum totum recti anguli B. Item vt latus A B, ad latus B C, ita A B, ſinus anguli C, ad B C, ſinum anguli A: Vel vt latus B C, ad latus A B, ita B C, ſinus anguli A, ad A B, ſinum anguli C.



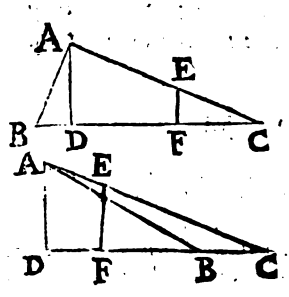
SIT deinde triangulum A B C, non rectangulum. Dico rurſus eſſe latus A B, ad latus A C, vt eſt ſinus anguli C, ad ſinum anguli B, &c. Aut enim latera aſſumpta A B, A C, æqualia ſunt, aut inæqualia. Si æqualia, erunt quoq; anguli C, B, æquales; ac proinde, vt in definitionibus ſinuum docuimus, eorum ſinus æquales. Quare erit, vt latus A B, ad latus A C, ita ſinus anguli C, ad ſinum anguli B: Vel vt latus A C, ad latus A B, ita ſinus anguli B, ad ſinum anguli C; cum ſemper ſit proportio æqualitatis. Si vero 5. primi.

Digitized by Google

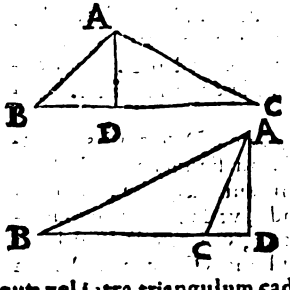
vero latera A B, A C, sunt inæqualia, sit A C, maius, ex quo abscindatur recta C E, minori lateri A B, æqualis, & ex A, E, ad tertium latus B C, perpendiculares demittantur A D, E F, quarum vtraq; cadet intra triangulum, quando angulus B, maiori lateri A C, oppositus acutus est. Erit enim & tunc angulus quoq; C, acutus, cum minor sit, quam B. Quare perpendicularis A D, intra triangulum cadet, ac proinde & perpendicularis E F. Quando vero angulus B, obtusus est, cadet quidem A D, semper extra triangulum, at E F, cadere potest vel extra etiam, vel in punctum B, vel intra triangulum. Quomodocunq; autem cadant dictæ perpendiculares, semper eadem erit demonstratio. Nam cum A D, E F, sint parallelæ, erunt triangula C E F, C A D, similia. Quamobrem erit, vt C E, ad E F, ita C A, ad A D. Cum ergo ex ijs, quæ in definitionibus sinuum tradidimus, posito sinu toto C E, recta E F, sit sinus anguli C; posito item sinu toto A B, recta A D, sit sinus anguli A B D; sintq; sinus toti C E, A B, respectu quorum illi sunt sinus, æquales; liquet esse, vt C E, hoc est, latus A B, ad E F, sinum anguli C, ita latus C A, ad A D, sinum anguli A B D: Et permutando, vt latus A B, ad latus A C, ita E F, sinum anguli C, ad A D, sinum anguli A B D, hoc est, in posteriori triangulo, ad sinum anguli A B C, cum duo anguli ad B, æquales sint duobus rectis, & proinde eundem sinum habeant, vt in definitionibus sinuum docuimus. Ex quo constat, ita esse minus latus A B, ad maius A C, vt est E F, sinus anguli C, minori lateri oppositi ad A D, sinum anguli A B C, maiori lateri oppositi: Et conuertendo, ita esse maius latus A C, ad minus A B, vt est A D, sinus anguli A B C, maiori lateri oppositi ad E F, sinum anguli C, minori lateri oppositi. Non aliter ostendemus esse, vt latus A B, ad latus B C, ita sinum anguli C, ad sinum anguli A: Vel vt latus B C, ad latus A B, ita sinum anguli A, ad sinum anguli C. &c. dummodo ex puncto, vbi conueniunt latera assumpta inæqualia, (si forte æqualia non sunt) ducas ad latus oppositum lineam perpendicularem, & minori lateri ex maiore rectam æqualem abscindas, initio facto ab altero puncto extremo maioris lateris, vbi cum tertio latere coniungitur, vt à nobis factum est, &c.

18. primi. Schol. 13. secundi. Schol. 12. secundi.

28. primi. Coroll. 4. sexti. 4. sexti.



ALITER. Sit rursus triangulum non rectangulum A B C: de rectangulo enim in principio huius demonstrationis iam est demonstratum. Dico esse, vt latus A B, ad latus A C, ita sinum anguli C, ad sinum anguli B: Vel vt latus A C, ad latus A B, ita sinum anguli B, ad sinum anguli C, &c. Ducta enim ex A, vbi duo latera assumpta coeunt, ad tertium latus B C, perpendiculari A D,



latus A B.	sin. ang. C.
latus A D.	sin. ang. D.
latus A C.	sin. ang. B.

quæ vel intra triangulum cadet, vel extra, prout anguli B, & C, acuti fuerint,

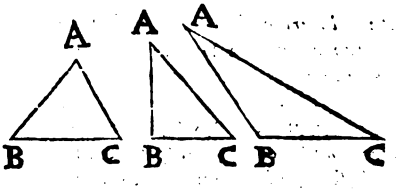
Digitized by Google

rint, vel alter eorũ obtusus: erit in triangulo rectangulo A B D, vt latus A B, ad latus A D, ita sinus anguli recti D, ad sinum anguli B, vt supra est demonstratum: Item in triangulo rectangulo A D C, vt latus A D, ad latus A C, ita sinus anguli C, ad sinum anguli recti D. Ex æqualitate ergo, & perturbata proportione erit, vt latus A B, ad latus A C, ita sinus anguli C, (Habẽt enim duo anguli ad C, in obtusangulo triangulo eundem sinum, vt in tractatione sinuum ostendimus. ad sinum anguli B, vt in formula suprapositа apparet: Et conuertendo quoq; , vt latus A C, ad latus A B, ita sinus anguli B, ad sinum anguli C. Eodem modo concludemus esse, vt latus A B, ad latus B C, ita sinum anguli C, ad sinum anguli B A C: Vel vt latus B C, ad latus A B, ita sinum anguli B A C, ad sinum anguli C, &c. Quocirca in omni triangulo rectilineo latera quæuis duo eandem proportionem habent, quam sinus angulorum illis oppositorum. Quod erat demonstrandum.

SCHOLIVM.

Qua rõne ex trib⁹ vel duobus angulis notis cuiusuis triãguli cognoscantur proportiones laterũ. 1. huius.

EX *hac propos. facile colligemus proportiones laterum cuiusuis trianguli rectilinei, cuius omnes anguli cogniti sint, vel duo tantum. Sint enim omnes anguli in triangulo* A B C, *noti. Dico proportiones laterum notas esse. Cum enim eadem sit proportio lateris* A B, *ad latus* A C, *quæ sinus anguli* C, *ad sinum anguli* B: *sint autem sinus angulorũ* C, B, *notorum cognita ex tabula sinuum: nota erit proportio laterũ* A B, *ad latus* A C, *&c. Exempli causa, ponatur in primo triangulo angulus* C, *grad.* 60. B, *grad.* 50. *&* A, *grad.* 70. *Horum sinus sunt* 86602. 76604. 93969. *Est ergo proportio* A B, *ad* A C, *eadem, quæ* 86602. *ad* 76604. *&* A B, *ad* B C, *eadem, quæ* 86602. *ad* 93969. *&* A C, *ad* B C, *eadem, quæ* 76604. *ad* 93969. *In triangulo vero secundo ponatur angulus* B, *rectus, ac proinde grad.* 90. C, *grad.* 50. *&* A, *grad* 40. *Horum sinus sunt* 100000. 76604. 64278. *Erit igitur* A B, *ad* A C, *vt* 76604. *ad* 100000. *&* A B, *ad* B C, *vt* 76604. *ad* 64278. *&* A C, *ad* B C, *vt* 100000. *ad* 64278. *In triangulo demiq; tertio statuatur angulus* B, *obtusus & grad.* 124. C, *grad.* 30 *&* A, *grad.* 26. *Horum sinus sunt (si pro sinu anguli obtusi accipiatur sinus complementi ipsius vsq; ad grad.* 180. *nempe sinus grad.* 56.) 82903. 50000. 43837. *Quare erit* A B, *ad* A C, *vt* 50000. *ad* 82903. *&* A B, *ad* B C, *vt* 50000. *ad* 43837. *&* A C, *ad* B C, *vt* 82903. *ad* 43837.



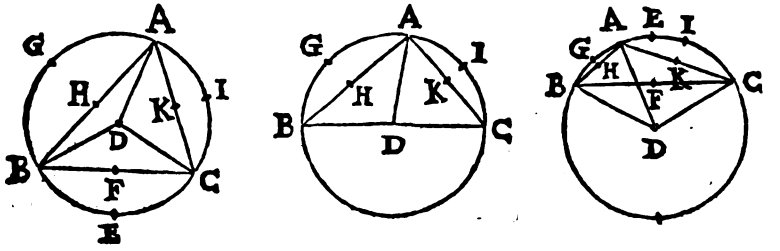
ITAQVE vt facile proportiones laterum habeantur, satis est, si lateribus sinus angulorum oppositorum ascribantur: propterea quòd latera eandem proportionem habent, quam oppositorum angulorum sinus, vt demonstratum est. Praxis.

QVOD *si duo tantum anguli cogniti sint, erit reliquus tertius quoq; notus. Quare, vt prius, laterum proportiones cognoscentur.*

POSSVMVS *easdem proportiones laterum cognoscere ex angulis datis, sine auxilio antecedentis propos. hoc modo. Circa datum triangulum* A B C, *describa* 5. quarti.

Digitized by Google

Coroll. 5. quarti. *tur circulus, cuius centrum* D, *quod cadet vel intra triangulum, vel in vnum latus, vel extra triangulum, prout triangulum fuerit vel acutangulum, vel rectangulũ, aut obtusangulum. Ductis deinde ex centro* D *ad omnes angulos rectis* D A, D B, D C, *(In rectangulo triangulo satis est, si ducatur* D A, *quòd* D B, D C, *partes sint laterũ* B C.) *secentur singula latera, & arcus, quos subtendunt, bifariam in punctis* F, H, K, *&* E, G, I. *In rectangulo tamen triangulo arcus* B C, *cui rectus angulus insistit, non est dividendus bifariã: In obtusangulo autem secãdus est bifariam arcus* B A C, *in quo existit obtusus angulus, non autem arcus* B C, *cui insistit.* Erunt autem mea



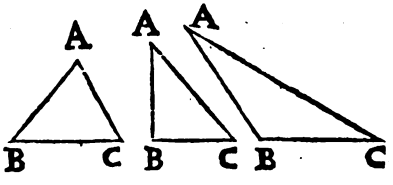
dietates laterum sinus recti medietatum arcuum, ex defin. sinus recti. Itaq; quoniam tam angulus A D B, *anguli* A C B, *quàm angulus* A D C, *anguli* A B C, *&* 20. tertij. *in triangulo acutangulo etiam angulus* B D C, *anguli* B A C, *duplus est: ponuntur autem anguli triangulorum notis erunt queq; eorum dupli in centro cogniti. Quare & eorũ arcus* A B, A C, *necnon & arcus* B C, *in primo circulo noti erunt: ac proinde & semisses eorundem. Igitur, ex tabula sinuum, dabuntur sinus harum semissium, hoc est, semisses laterum* A B, A C, *& in triangulo acutangulo semissis quoq; lateris* B C; *propterea q; & tota latera* A B, A C, *vnà cum latere* B C, *in triangulo acutangulo, cognita fient in partibus sinus totius* A D. *In triangulo porrò rectangulo latus* B C, *recto angulo oppositum duplum est sinus totius, ac proinde notum in eisdem partibus sinus totius* A D: *In triangulo vero obtusangulo latus* B C, *angulo obtuso oppositum ita dabitur. Quoniam arcus* A B, A C, *dati sunt, datus etiam erit totus arcus* B A C, *ex ipsis conflatus. Igitur & eius semissis* B E, *& proinde & huius semissis sinus rectus* B F, *dabitur; propterea q; & totum latus* B C. *Cognita ergo erunt hac ratione omnia latera in partibus semidiametri circuli triangulo circunscriptis & proinde eorum proportiones notæ.*

Praxis. *ITA autem sine longa circuitione latera cognosces in partibus dictæ semidiametri. Sinus rectus cuiusuis anguli acuti duplicetur, & habebitur latus illi angulo oppositum in partibus dictæ semidiametri. quod facile ex demonstratis intelligi potest. Nam quilibet angulus acutus continet tot gradus, quot sunt in semisse arcus, cui insistit; Vt angulus* A C B, *continet tot gradus, quot sunt in arcu* A G, *semisse arcus* A B, *cui insistit, propterea quòd angulus* A D B, *cui totus arcus* A B, *debetur, duplus est anguli* A C B. 20. tertij. *Quare cum* A H, *semissis lateris* A B, *sit sinus arcus* A G, *erit eadem* A H, *sinus anguli* A C B: *atq; adeo sinus anguli*

Digitized by Google

guli A C B, duplicatus dabit latus A B, in partibus semidiametri A D, &c. Latus autem recto angulo oppositum perpetuò est diameter circuli circunscripti triangulo. quare si semidiameter, sinus ve totus duplicetur, cognitum fiet ipsum latus. Latus deniq; obtuso angulo oppositum habebitur, si vterq; angulorum acutorum duplicetur, & duplicatorum semissis accipiatur. Nam sinus huius semissis duplicatus illico latus ostendet notum. Anguli namq; A D B, A D C, dupli sunt acutorum angulorum A C B, A B C: quibus quidem duplis angulis totus arcus B A C, debetur, &c. 20. tertij.

IMMO vero si non dentur anguli, sed eorum tantum proportiones, cognoscemus nihilominus proportiones laterum, si prius ex angulorum proportionibus datis eorundem magnitudines inuestigemus, hoc modo. In primo triangulo prioris figuræ huius scholij ponatur proportio anguli C, ad angulum B, eadem, quæ 12. ad 10. & anguli B, ad angulum A, quæ 20. ad 28. quæ duæ proportiones notæ satis sunt, etiamsi proportio anguli A, ad angulum C, ignota sit. Inuentis autem minimis numeris 6. 5. qui eandem proportionem habeant, quam anguli C, B, hoc est, quam numeri 12. 10. si hi minimi non sint; Item minimis 5. 7. eandem proportionem habentibus, quam anguli B, A, siue numeri 20. 28. sumemus tres hosce numeros deinceps minimos 6. 5. 7. in proportionibus numerorum minimorum 6. 5. & 5 7. qui si non essent deinceps minimi, inquirendi essent tres minimi, per ea, quæ ab Euclide demonstrata sunt lib. 8. Quomodo ex datis proportionib⁹ omniũ angulorũ triãgulĩ cognoscantur ipsi anguli. 35. septimi



Erit ergo angulus C, vt 6. B, vt 5. & A, vt 7. quos in gradibus per regulam Societatum ita notos efficiemus. Collectis numeris 6. 5. 7. in vnam summam 18. dicemus per auream regulam. Si 18. dant grad. 180. (tot enim gradibus omnes tres anguli, hoc est, duo recti, æquivalent.) quid dabunt 6? quid 5? & quid 7? vt hic vides. 4. octaui.

$$18.\quad 180.\text{grad.}\left\{\begin{matrix}6\ ?\\5\ ?\\7\ ?\end{matrix}\right\}\ \text{fiunt}\ \left\{\begin{matrix}60.\text{gr.}\\50.\text{gr.}\\70.\text{gr.}\end{matrix}\right\}\ \text{pro angulo}\ \left\{\begin{matrix}\text{C.}\\\text{B.}\\\text{A.}\end{matrix}\right.$$

Inueniemusq; angulum C, grad. 60. B, grad. 50. & A, grad. 70. Quòd si duæ notæ proportiones angulorum non sint continuatæ, vt in dato exemplo, continuandæ erunt. Vt si dicat quis. Proportio anguli C, ad angulum B, est vt 12. ad 10. & proportio anguli A, ad angulum B, vt 28. ad 20. vbi vides, eundem angulum C, in vtraq; proportione esse consequens: continuabimus illas, si dicamus, proportionem C, ad B, esse vt 12. ad 10. & B, ad A, vt 20. ad 28. Aut si quis dicat. Proportio anguli C, ad B, est vt 12. ad 10. proportio autem A, ad C, est vt 28. ad 24. continuabimus eas, ponendo proportionem A, ad C, vt 28. ad 24. & C, ad B, vt 12. ad 10. Aut deniq; si quis dicat. Proportio C, ad B, est vt 12. ad 10. & C, ad A, vt 24. ad Quãdo proportiones angulorũ notæ non sunt continuatæ, quid agendum.

28. continuabimus eas, ponendo B, ad C, vt 10. ad 12, & C, ad A, vt 24. ad 28. &c.

SED demus aliud exemplum in tertio triangulo eiusdem figuræ, in quo sit proportio anguli B, ad angulum C, vt 62. ad 15. & proportio anguli B, ad angulum A, vt 248 ad 52. Quoniam angulus B, bis fuit antecedens, hoc est, proportiones datæ non sunt continuatæ, eas continuabimus, statuendo proportionem A, ad B, vt 52. ad 248. & B, ad C, vt 62. ad 15. Inuentis autem minimis numeris 13. 62. eandem proportionem habentibus, quam anguli A, B, siue numeri 52. 248. erunt duæ datæ proportiones continuatæ in his tribus numeris minimis 13. 62. 15. vt constat. Collectis ergo ipsis in vnam summam 90. inueniemus per regulam Societatum angulos in gradibus, vt hic apparet.

90. 180. grad. { 13 ? / 62 ? / 15 ? } fiunt { 26. gr. / 124. gr. / 30. gr. } pro angulo { A. / B. / C.

Inuentis hac ratione angulis, reperientur laterum proportiones, vt prius.

Quo pacto ex proportione duorũ tantum angulorũ in triangulo rectangulo proportiones laterum cognoscantur.

PORRO in triangulo rectangulo satis est, si duorũ angulorum proportio detur. Sit enim in secundo triangulo eiusdem figuræ proportio anguli A, ad angulum B, rectum, vt 8. ad 18. Quoniam ergo rectus angulus B, est grad. 90. inueniemus per regulam auream angulum A, esse grad. 40. vt hic vides.

18. 90. grad. 8 ? fiunt 40. gr. pro angulo A.

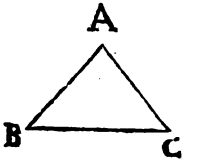
Reliquus ergo angulus C, complectetur grad. 50. &c. Sit rursum proportio acuti anguli A, ad angulum acutum C, vt 16. ad 20. Quoniam ergo duo anguli A, C, vni recto sunt æquales, hoc est, continẽt grad. 90. Collectis numeris 16. & 20. in vnam summam 36. reperiemus per regulam Societatum vtrumq; angulum in gradibus, vt hic cernis.

36. 90. grad. { 16 ? / 20 ? } fiunt { 40. gr. / 50. gr. } pro angulo { A. / C.

Inuentis autem angulis hac ratione, notæ fient laterum proportiones, vt prius.

Quo pacto ex proportione vtriusuis angulorum æqualium ad tertium angulum in triangulo Isosceles inueniãtur laterũ proportiones.

EODEM modo in triangulo Isosceles satis est, si proportio vtriuslibet æqualium angulorum ad tertium angulum cognoscatur, aut tertij anguli ad vtrumlibet angulorum æqualium. Nam si in triangulo Isosceles A B C, cuius duo latera A B, A C, æqualia sunt, cognita sit proportio anguli B, ad angulum A, nempe eadem, quæ 10. ad 16. erit quoq; proportio anguli C, ad angulum A, vt 10. ad 16. Quare duæ proportiones notæ erunt, quas continuabimus, si dicamus proportionem A, ad B, esse, vt 16. ad 10. & B, ad C, vt 10. ad 10. Ex quibus inuenietur angulus A, grad. 80. & vterq; B, C, grad. 50. per ea, quæ iam demonstrata sunt.



DE æquilatero triangulo non est, quòd quicquam præcipiamus, cum in eo latera habeant æqualitatis proportionem.

SED

SED iam ad inuentionem laterum, atq; angulorum in triangulis rectilineis ex quibusdam datis ac cognitis accedamus; quæ in re, vt certum ordinem, ac methodum seruemus, agemus primo loco de triangulis rectangulis, deinde vero de non rectangulis, cum in illis minor, quàm in his, difficultas reperiatur.

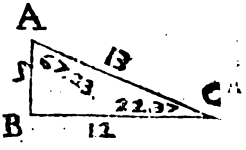
PROBL. 1. PROPOSITIO 2.

In triangulo rectangulo ex vno latere dato, vna cũ angulo acuto reliqua inuestigãtur.

DATO vno latere, cum vno angulo acuto trianguli rectãguli, vel cum proportione duorum angulorum quorumcunq;, reliqua duo latera cognoscere, & quorumlibet duorum laterum proportionem efficere notam.

Quando latus recto angulo oppositũ datum, cum acuto angulo.

SIT triangulum A B C, cuius angulus B, rectus, sitq; primò latus A C, recto angulo oppositũ datum 13. palmorum, vna cum angulo acuto C, grad. 22. Min. 37. ac proinde & cum angulo acuto A, grad. 67. Min. 23. Oportet ex his indagare reliqua latera. Quoniam, per ea, quæ in defin. Sinuum tradidimus, posito sinu toto AC, latera A B, BC, sunt sinus oppositorum angulorum: sunt autem anguli dati; noti erunt sinus dictorum angulorum; A B, quidem 38456. at B C, 92310. Per regulam ergo auream dicemus. Si AC, partium 100000. nempe quatenus sinus totus, dat 13. palmos, quid dabit A B, sinus partium 38456. & quid sinus B C, partium 92310? vt hic vides. Inueniemusque latus A B, palm. 5. & B C, palm. 12. ferè.



$$\begin{matrix} AC. & AC. & \left\{\begin{matrix} AB. \\ 38456 \\ BC. \\ 92310 \end{matrix}\right\} & \text{fiunt} & \left\{\begin{matrix} AB. \\ 5 \\ BC. \\ 12 \end{matrix}\right. \\ 100000. & 13. & & & \end{matrix}$$

Praxis.

ITAQVE quando latus recto angulo oppositum datur cum angulo vno acuto, ac proinde cum altero etiam acuto: Si fiat, vt sinus totus ad latus datum recto angulo oppositum, ita sinus vtriusque anguli acuti seorsum ad aliud, reperientur latera eisdem angulis opposita in partibus mensuræ, secundum quam datum est latus angulo recto oppositum.

Quãdo latus vnum circa angulum rectũ datur, cum acuto angulo.

DEINDE datum sit vnum ex lateribus circa angulum rectum, vt B C, palmorum 12. cum angulo C, grad. 22. Min. 37. & proinde cum angulo etiam A, grad. 67. Min. 23. Oportet ex his reliqua latera inuestigare. Quoniam per ea, quæ in lineis tangentibus, atque secantibus ad initium ostendimus, posito sinu toto B C, latus A B, est tangens anguli C, & latus A C, eiusdem secans, dabitur tangẽs A B, partium 41660. & secans A C, partium 108331. Quare per regu-

Digitized by Google

regulam aureã dicemus. Si BC, quatenus ſinus totus partium 100000. dat 12. palmos, quid dabit tangens AB, inuenta partium 41660. & quid ſecans AC, inuenta partium 108331? vt hic cernis. Inueniemusque latus AB, palm. 5. & AC, palm. 13. ferè.

BC. 100000. BC. 12. { AB. 41660? AC. 108331? } fiunt { AB. 5. AC. 13.

Praxis. *ITAQVE cum datur vnum latus circa angulum rectum, cum vno angulo acuto, ac proinde cum altero etiam acuto: Si fiat, vt ſinus totus ad datum latus circa angulum rectum, ita tam tangens anguli acuti dato lateri adiacentis, quàm ſecans eiuſdem anguli, ad aliud, prodibit tam latus, quod fuit tangens, quàm latus, quod fuit ſecans, notum in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum fuit datum.*

Aliter per ſolos ſinus. PER ſolos autem ſinus, cum datur vnum latus circa rectum angulum, cũ vno acuto angulo, & proinde etiam cum altero acuto, ita reliqua latera exquiremus. Sit rurſus datum latus BC, palm. 12. & angulus C, grad. 22. Min. 37. ac proinde angulus A, grad. 67. Min. 23. Quoniam igitur, vt in defin. ſinuum diximus, poſito ſinu toto AC, latus AB, eſt ſinus anguli C, & BC, ſinus anguli A: ſunt autem anguli dati; noti erunt dicti ſinus, vt AB, 38456. & BC, 92310. Per aureã igitur regulam dicemus. Si BC, ſinus partium 92310. dat palm. 12. quid dabit ſinus AB, partium 38456. & quid ſinus totus AC, partium 100000? &c. vt hic apparet. Inuenietur enim latus AB, palm. 5. & AC, palm. 13. ferè.

BC. 92310. BC. 12. { AB. 38456? AC. 100000? } fiunt { AB. 5. AC. 13.

Praxis. *QVANDO ergo vnum latus datur circa angulum rectũ, & vnus acutus angulus, ac proinde & alter acutus: Si fiat, vt ſinus anguli acuti dato lateri circa angulum rectum oppoſiti ad latus datum, ita tam ſinus alterius anguli acuti, quam ſinus totus, ad aliud, prodibit tam latus alterum circa angulum rectum, quàm latus recto angulo oppoſitum, notum in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum fuit datũ. Sed expeditior eſt via per lineas tangentes, & ſecantes, cum ibi ſinus totus in regula aurea primum locũ obtineat, & proinde diuiſio fiat facilior.*

Quando latus vnũ datur, & proportio duorum angulorum quorũlibet. QVOD ſi detur vnum latus, vnà cum proportione duorum angulorum, ita problema abſoluemus. Ex proportione angulorum reperiemus acutorum angulorum magnitudines, vt in ſcholio propoſ. 1. oſtendimus. Quam ob rem inueniemus ex angulis notis reliqua latera, vt prius.

INVENTIS autem lateribus, manifeſtum eſt, proportionem quorumlibet duorum dari in numeris, in quibus inuenta ſunt. Erit enim proportio AB,

Digitized by Google

A B, ad A C, ut 5. ad 13. Vel ut 38456. ad 100000. Vel ut 41660. ad 108331. &c. In his enim omnibus numeris dicta latera inuenta sunt. Dato ergo uno latere, cum uno angulo acuto trianguli rectanguli, &c. Quod faciendum erat.

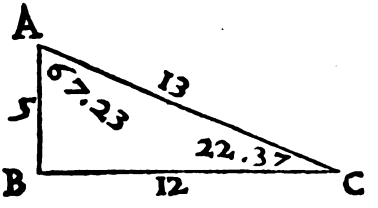
PROBL. 2. PROPOS. 3.

DATIS duobus lateribus trianguli rectanguli, duos angulos acutos efficere notos, vna cum tertio latere. Item data proportione duorum laterum, & insuper vno latere dato quocunque, duos angulos acutos, vna cum reliquis duobus lateribus cognoscere.

In triangulo rectangulo ex duobus lateribus notis, vel ex eorum proportione nota, vna cum vno latere quocunque, reliqua inquiruntur.

IN triangulo A B C, cuius angulus B, rectus, sit primum latus A C, recto angulo oppositum, & insuper latus A B, circa angulum rectum datum, nempe AC, palm. 13. & A B, palm. 5. Oportet ex his & angulos A, C, & latus tertium B C, explorare. Quoniam, posito sinu toto A C, latus A B, est sinus anguli C, dicemus. Si A C, palm. 13. dat A C, sinum totum partium 100000. quid dabit A B, palm. 5? inueniemusque sinum A B, partium 38461. ut hic uides.

Quando latus angulo recto oppositum, cum vno latere circa angulum rectum datur.



AC. AC. AB. AB.
13. 100000. 5? fit 38461.

Ex tabula ergo sinuum dabitur angulus C, grad. 22. Min. 37. ac proinde reliquus angulus A, grad. 67. Min. 23. Igitur & huius anguli A, sinus, nempe B C, dabitur partium 92310. ex eadem tabula sinuum. Dicemus ergo rursum. Si sinus totus A C, partium 100000. dat A C, palm. 13. Vel si sinus A B, inuentus partium 38461. dat A B, palm. 5. quid dabit sinus B C, partium 92310? reperiemusque B C, esse palm. 12. fermè, ut hic apparet.

AC. 100000. AB. 38461. } AC. 13. AB. 5. } BC. 92310? fit BC. 12.

CVM ergo datur latus angulo recto oppositum, cum vno latere circa eundem angulum rectum; Si fiat, vt datum latus recto angulo oppositum ad sinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, prodibit sinus acuti anguli, qui lateri dato circa rectum angulum opponitur. Inuento autem, beneficio huius sinus inuenti, vtroq; angulo acuto; Si iterum fiat, vt sinus totus

Praxis.

Digitized by Google

totus ad datum latus recto angulo oppositum; vel vt sinus anguli acuti dato lateri circa rectum angulum oppositi ad datum latus circa angulum rectum, ita sinus alterius anguli acuti ad aliud, cognoscetur tertium latus in partibus mensuræ, secundum quam duo latera sunt data.

Aliter per lineas tangentes & secantes.

ALITER. Sit rursus A C, palm. 13. & A B, palm. 5. Quia igitur, ut ad initium linearum tangentium, ac secantium ostendimus, posito A B, sinu toto latus A C, secans est anguli A, & B C, tãgens eiusdem; dicemus. Si A B, palm. 5. dat A B, sinum totum partium 100000 quid dabit A C, palm. 13? inueniemusq; secantem A C, partium 260000. ut hic patet.

A B.	A B.	A C.		A C.
5.	100000.	13?	fit	260000.

Ex tabula ergo Secantium erit angulus A, grad. 67. Min. 23. & proinde reliquus angulus C, grad. 22. Min. 37. Igitur & tangens anguli A, nempe B C, dabitur partium 240038. ex tangentium tabula. Quare rursum dicemus. Si sinus totus A B, partium 100000. dat A B, palm. 5. Vel si secans A C, inuenta partium 260000. dat A C, palm. 13. quid dabit tangens B C, partium 240038? inueniemusque iterum B C, esse ferme palm. 12. ut hic constat.

A B.	A B.			
100000.	5.	B C.		B C.
A C.	A C.	240038?	fit.	12.
260000.	13.			

Præx.

IGITVR quando latus recto angulo oppositum datur, cum vno latere circa angulum rectum; Si fiat, vt datum latus circa angulum rectum ad sinum totum, ita datum latus angulo recto oppositum ad aliud, prodibit secans anguli acuti sub datis lateribus comprehensi. Inuento ergo, beneficio huius secantis reperta, vtroque angulo acuto, & tangente acuti anguli sub datis lateribus comprehensi, ex tangentiũ tabula; Si iterum fiat, vt sinus totus ad datum latus circa angulum rectum; Vel vt secans acuti anguli sub datis lateribus comprehensi ad latus datum recto angulo oppositum, ita tangens acuti anguli sub lateribus datis comprehensi ad aliud, notum fiet tertium latus in partibus mensuræ, secundum quam sunt data duo latera. Verum satius est per solos sinus operari, cum tangentes lineæ, atque secantes nihil compendij afferant, sintque per sinus inuentæ.

ADHVC aliter. Ponatur rursum A C, palm. 13. & A B, palm. 5. Quoniã ergo quadratum rectæ A C, duobus quadratis rectarum A B, B C, æquale est; si auferatur quadratum lateris A B, quod est 25. ex quadrato lateris A C, quod est 169. relinquetur quadratũ lateris B C, nempe 144. cuius radix quadrata 12. dabit latus B C, palm. 12. Et quia, posito A C, sinu toto, latera A B, B C, sunt sinus angulorum oppositorum, ut in defin. sinuum explicauimus: Si fiat, ut latus A C, angulo recto oppositum palmorum 13. ad A C, sinum totum partium 100000. ita alterutrum laterum circa angulum rectum, nempe B C, palm. 12. ad aliud, prodibit sinus anguli acuti A, sumpto lateri opposito partium 92308. Ex sinuum ergo tabula dabitur angulus A, grad. 67. Min. 23.

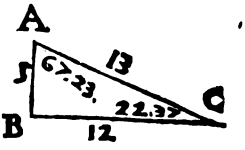
47. primi.

atque

atque adeo reliquus C, grad. 22. Min. 37. Hoc modo primo loco inuenitur tertium latus, deinde vero anguli: cū alijs vijs inuenti sint prius anguli, quam tertium latus.

Quando duo latera circa angulum rectū data sunt.

SINT iam duo latera A B, B C, circa rectum angulum data, vt A B, palm. 5. & B C, palm. 12. Oportet ex his tertium latus A C, & acutos angulos inuenire. Quoniam, ex demonstratis in principio linearum tangentium, secantiumque, posito A B, sinu toto, latus B C, tangens est anguli A, & latus A C, eiusdem secans; dicemus. Si A B, palm. 5. dat A B, sinum totum partium 100000. quid dabit B C, palm. 12? reperiemusque tangentem B C, partium 240000. vt hic manifestum est.



A B. A B. B C. B C.
5. 100000. 12? fit. 240000.

Ex tabula ergo tangentium dabitur angulus A, grad. 67. Min. 23. ac proinde reliquus angulus C, grad. 22. Min. 37. Igitur & A C, secans anguli A, dabitur ex tabula secantium, partium 260035. Rursus ergo dicemus. Si A B, sinus totus partium 100000. dat A B, palm. 5. Vel, sit angens B C, inuenta partium 240000. dat B C, palm. 12. quid dabit A C, secans partium 260035? inueniemusque A C, palm. 13. ferè vt hic vides.

A B. 100000. A B. 5. B C. 240000. B C. 12. } A C. 260035? fit. A C. 13.

Praxis.

ITAQVE si dentur duo latera circa angulum rectum: Si fiat, vt alterutrum datorum laterum ad sinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, proueniet tangēs acuti anguli huic alteri dato lateri oppositi. Inuento ergo, beneficio huius tangentis inuentæ, vtroq; angulo acuto, in tabula tangentium; & ex tabula secantium, secante anguli acuti, qui alteri huic dato lateri opponitur: Si rursum fiat, vt sinus totus ad primum latus datum; vel vt tangens inuenta ad secundum latus datum, ita secans accepta ex tabula secantium, ad aliud, notum fiet latus tertium recto angulo oppositum in ijsdem partibus, in quibus duo latera circa angulum rectum data sunt.

Aliter sine tāgentibus & Secantibus. 47. primi.

ALITER. Sit rursum A B, palm. 5. & B C, palm. 12. Et quoniam quadrata laterum A B, B C, simul æqualia sunt quadrato lateris A C; erit quadratum lateris A C, palm. 169. cuius radix quadrata dabit latus A C, palm. 13. Quia vero, vt in defin. sinuum traditum est, posito A C, sinu toto, latera A B, B C, sunt sinus oppositorum angulorum: Si fiat, vt latus A C, quod angulo recto opponitur, inuētum palm. 13. ad A C, sinum totum partiū 100000. ita alterutrum laterum circa angulum rectum, nempe A B, palm. 5. ad aliud, reperietur sinus anguli acuti C, qui accepto lateri opponitur, partiū 38461. Ex tabula ergo sinuum dabitur angulus C, grad. 22. Min. 37. ac propterea reliquus A, grad. 67. Min. 23. Hac via primo loco reperitur tertium latus, deinde vero duo anguli: cum tamen alio modo anguli prius inuenti sint, quam tertium latus.

Digitized by Google

Quãdo proportio duorum laterũ datur, & vnũ latus.

IAM vero si detur duorum laterũ quorumlibet proportio, & vnum latus, quodcũque illud sit, sumemus numeros proportionis notæ, ac si essent partes alicuius mensuræ, in quibus duo illa latera dentur; atq; ex his, vt demonstrauimus in hac propos. angulos inueniemus, ac tertium latus in eisdẽ partibus. Deinde, si fiat, vt numerus illius lateris, quod datum est, ad ipsum latus datũ, ita numeri aliorum laterum sigillatim ad aliud, reperientur alia latera in partibus mensuræ, secundum quam illud alterum latus est datum. Vt si proportio A B, ad A C, sit, vt 15. ad 39. & latus B C, palm. 12. reperietur, ex demonstratis, angulus A, grad. 67. Min. 23. & angulus C, grad. 22. Min. 37. latus vero B C, partium 36. qualium A B, est 15. & A C, 39. Quare si fiat, vt latus B C, inuentum partium 36. ad idem B C, datum palm. 12. ita tam A B, partium 15. quàm A C, partium 39. ad aliud, inuenietur A B, palm. 5. & A C, palm. 13. Datis ergo duobus lateribus trianguli rectanguli, duos angulos acutos effecimus notos, &c. Quod erat faciendum.

SCHOLIVM.

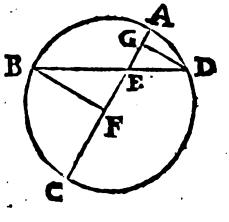
ABSOLVTVS *iam est rectangulorum triangulorum calculus, sequitur de triangulis non rectangulis. Sed prius quædam ad hanc rem necessaria demonstranda sunt, quorum nonnulla plurimum etiam triangulis sphæricis conducent.*

THEOR. 2. PROPOS. 4.

Quam proportionem habeãt duo segmenta cuiuslibet chordæ.

SI diameter circuli chordam quamlibet, eiusq; arcum secet in duas partes; habebunt segmenta chordæ eandem proportionem, quam sinus segmentorum arcus respondentium.

IN circulo A B C D, diameter A C, secet chordam B D, in E, eiusque arcum B A D, in A, uel B C D, in C: ducanturque B F, D G, ad diametrum A C, perpendiculares; quarum B F, sinus est arcus B A, uel B C: & D G, sinus arcus A D, uel C D. Dico ita esse B E, ad E D, ut B F, ad D G. Quoniam enim in triangulis B E F, D E G, anguli F, G, æquales sunt, utpote recti: Itẽ anguli E, ad uerticem æquales; æquiangula erunt triangula B E F, D E G. Quare erit, ut B E, ad B F, ita E D, ad D G: Et permutando, ut B E, ad E D, ita B F, ad D G. Si ergo diameter circuli chordam quamlibet, eiusq; arcum secet in duas partes, &c. Quod erat demonstrandum.



15. primi.
32. primi.
4. sexti.

THEOR. 3. PROPOS. 5.

Qui ꝓportionem habeat chorda circuli

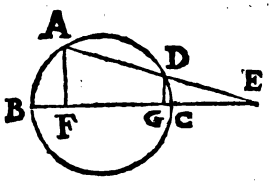
SI in circulo chorda cuiuslibet arcus ad vnam partem producatur, conueniatq; cum diametro qua-

Digitized by Google

quauis ad eandem partem producta; erit eadem proportio totius chordæ productæ ad segmẽtum exterius, quæ sinus arcus inter punctũ, per quod diameter producta est, & remotius punctum extremum dictæ chordæ, ad sinum arcus inter idem punctum diametri, & propinquius punctum extremum eiusdem chordæ.

producta, & eũ diametro producta conueniens, ad segmẽtum exterius.

IN circulo A B C D, chorda A D, arcus A D, ad partes D, producta conueniat cum diametro B C, ad eandem partes producta in puncto E; demittanturque A F, D G, ad diametrum B C, perpendiculares; quarum A F, sinus est arcus A C: & D G, sinus arcus C D. Dico ita esse A E, ad D E, ut A F, ad D G. Quoniam enim A F, D G, parallelæ sunt ob angulos rectos F, G; similia erunt triangula A E F, D E G. Quare erit, ut A E, ad A F, ita D E, ad D G: Et permutando, ut A E, ad D E, ita A F, ad D G. Si igitur in circulo chorda cuiuslibet arcus ad unam partem producatur, conueniatque cum diametro quauis, &c. Quod ostendendum erat.



28. primi. Coroll. 4. sexti.

PROBL. 3. PROPOS. 6.

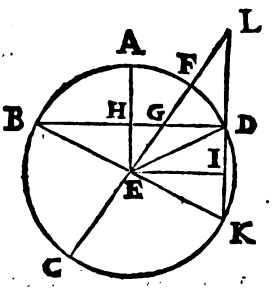
DATO aggregato duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, siue minus illud sit, siue maius, quàm grad. 180. vnà cum proportione, quam eorum sinus habent: vtrumque illorum seorsim exhibere notum.

Ex summa data duorũ arcuũ, quorum quilibet semicirculo minor sit, vel duorum angulorum, vnacũ proportione, quã eorũ sinus habẽ, vterque cognosci tur.

IN circulo A B C D, cuius centrum E, datum sit primo aggregatum arcuum B F, F D, quorum singuli sint semicirculo minores, uel angulorũ B E F, F E D, & aggregatum tam arcuum, quàm angulorum minus, quàm grad. 180. nimirum datum sit grad. 130. Data quoque sit proportio sinus arcus B F, vel anguli B E F, ad sinum arcus F D, uel anguli F E D, eadẽ, quæ 1c. ad 5. Oportet ex his utrumque arcum B F, F D, uel utrumque angulum B E F, F E D, notum efficere. Ducta chorda B D, ducatur ex puncto F, ubi dati arcus coniunguntur, diameter F C, secans chordam B D, in G. Diuisũ quoque toto arcu

Quãdo aggregatũ arcuum, vel angulorũ minus est, quã grad. 180.

cu B A D, bifariam in A, ſecabit ſemidiameter ducta E A, chordam B D, bi-
3. tertij. fariam in H, ex lemmate ad defin. ſinuum demonſtrato; atque adeo & ad an-



4. huius. gulos rectos. Quoniam vero proportio ſinus arcus BF, ad ſinum arcus FD, ponitur, vt 10. ad 5. eſtque vt ſinus arcus B F, ad ſinum arcus F D, ita B G, ad G D; erit quoque B G, ad G D, vt 10. ad 5. Poſita igitur recta B G, 10. erit G D, 5. ac proinde tota B D, 15. vtraque vero ſemiſsis B H, H D, $7\frac{1}{2}$. & denique H G, differentia inter ſemiſſem B H, & maius ſegmentum B G, vel inter ſemiſſem H D, & minus ſegmentum G D, erit $2\frac{1}{2}$. Rurſus quia totus arcus BAD, ponitur grad. 130. erit vtraque ſemiſsis B A, A D, grad. 65. ac proinde & vterque angulus B E A, A E D, graduum quoque 65. Et quoniam ex ijs, quæ ad initium tangentium, ſecantiumque tradidimus, poſito ſinu toto E H, recta B H, tangens eſt anguli B E H, & H G, tangens anguli H E G; dabitur, ex tangentium tabula, tangens grad. 65. nempe B H, partium 214451. Quare, vt tangentem anguli AEF, nimirum H G, inueniamus, dicemus per auream regulam. Si B H, ſemiſsis aggregati terminorum proportionis datæ, nempe $7\frac{1}{2}$. dat B H, tangentem ſemiſsis aggregati angulorum B E F, F E D, vel arcuũ BF, FD, partium 214451. quid dabit H G, differentia inter ſemiſſem aggregati terminorum datæ proportionis, & vtrumlibet terminorum eiuſdem proportionis, nimirum $2\frac{1}{2}$? inueniemusq; tangentem HG, partium 71484. vt hic factum vides.

B H.	B H.	H G.	H G.
$7\frac{1}{2}$.	214451.	$2\frac{1}{2}$?	fit 71484.

Ex tabula ergo tangentium elicietur angulus H E G, hoc eſt, arcus A F, grad. 35. Min. 34. qui additus ſemiſsi A B, grad. 65. componet arcum B F, maiorem, atq; adeo & angulum B E F, grad. 100. Min. 34. ablatus vero ex ſemiſſe A D, relinquet arcum minorem F D, & proinde & angulum F E D, grad. 29. Min. 26.

Praxis. *ITAQVE, quando duo arcus ſimul minores ſunt, quàm ſemicirculus, vel duo anguli ſimul duobus rectis minores: Si fiat, vt ſemiſſis aggregati terminorum proportionis datæ ad tangentem ſemiſſis aggregati arcuum, vel angulorum (quærendo tangentem per partem proportionalem reſpondentem 30. ſecundis, ſi forte aggregatum bifariam diuidi nequeat ſine Secundis.) ita differentia inter ſemiſſem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, reperietur tangens arcus, vel anguli, quo vterque arcus, angulusve quæſitus à ſemiſſe aggregati eorundem differt. Additus igitur arcus, vel angulus huius inuentæ tangentis ad ſemiſſem dabit maiorem arcum, vel angulum; ablatus vero ex eadem ſemiſſe relinquet arcum, vel angulum minorem.*

Alia demõ-ſtratio. ALITER. Producta ſemidiametro B E, ad K, & diametro C F, producta, donec in L, conueniat cum recta K D L, ex K, per D, ducta, agatur E I, ad
3. tertij. D K, perpendicularis, quæ ipſam D K, bifariam ſecabit; ac proinde cum latera D E,

ra D E, E I, lateribus K E, E I, æqualia sint, & basis D I, basi K I; angulus D E I, angulo K E I, æqualis erit. Quia ergo arcus B F D, datus est grad. 130. dabitur reliquus D K, de semicirculo grad. 50. & eius semissis, id est, angulus D E I, grad. 25. Rursus quia sinus arcus B F, ad sinum arcus F D, ponitur, ut 10. ad 5. estque idem sinus arcus K F, qui arcus B F, vt in defin. sinuum ostensum est: erit quoque sinus arcus K F, ad sinum arcus D F, vt 10. ad 5. Cum ergo sit, vt sinus arcus K F, ad sinum arcus D F, ita K L, ad D L; erit etiam K L, ad D L, vt 10. ad 5. Posita igitur K L, 10. erit D L, 5: ac proinde & reliqua K D, 5. & eius semissis I D, $2\frac{1}{2}$. Atquoniam, vt ad initium tangentium & secantiũ diximus, posito sinu toto E I, recta I D, tangens est anguli D E I, hoc est, grad. 25. dabitur I D, ex tabula tangẽtium, partium 46631. Dicemus ergo per auream regulam. Si I D, semissis differentiæ inter terminos proportionis datæ, nempe $2\frac{1}{2}$. dat I D, tangentem semissis differentiæ inter aggregatum datum, & semicirculum, partium 46631. quid dabit I L, composita ex semisse differentiæ inter terminos datæ proportionis, & consequente eiusdem proportionis, nimirum $7\frac{1}{2}$? reperiemusque I L, partium 139893. qualium I D, est 46631. vel E I, 100000. vt hic vides. 8. primi. 5. huius.

I D.	I D.	I L.		I L.
$2\frac{1}{2}$.	46631.	$7\frac{1}{2}$?	fit	139893.

Cum ergo I L, sit tangens anguli I E L, posito sinu toto E I, vt in tractatione tangentium ac secantium tradidimus; dabitur, ex tangentium tabula, angulus I E F, grad. 54. Min. 26. Ablato ergo angulo D E I, grad. 25. nimirum semisse differentiæ inter datum aggregatum, & semicirculum, reliquus erit angulus F E D, ac propterea & arcus F D, minor, grad. 29. Min. 26. qui subtractus ex dato aggregato grad. 130. relinquet angulum B E F, & proinde & arcum B F, maiorem, grad. 100. Min. 34. vt prius.

IGITVR si fiat, vt semissis differentiæ inter terminos proportionis datæ ad tangentem semissis differentiæ inter aggregatum datum, & semicirculum, ita aggregatum ex semisse differentiæ inter terminos datæ proportionis, & consequente eiusdem proportionis, ad aliud, inuenietur tangens anguli, à quo si dematur semissis differentiæ inter datum aggregatum, & semicirculum, reliquus erit angulus, seu arcus minor quæsitus: qui detractus ex aggregato dato, relinquet maiorẽ angulum, siue arcũ quæsitũ. Praxis.

ALITER adhuc per solos sinus sine tangentibus. Ijsdem positis, quoniam vt in sinubus declarauimus, posito sinu toto E B, recta B H, est sinus anguli B E H, nempe semissis aggregati angulorum, vel arcuũ dati, nempe grad. 65. & H E, sinus anguli E B H, grad. 25. vtpote complementi anguli B E H; dabitur ex tabula sinuum, B H, partium 90631. at H E, partiũ 42262. Quòd si dicamus. Si B H, semissis aggregati terminorum proportionis datæ, nempe $7\frac{1}{2}$. dat B H, sinum semissis aggregati angulorum, vel arcuum, partiũ 90631. quid dabit H G, differentia inter semissem aggregati terminorum proportionis datæ, & alterutrum terminorum, nimirum $2\frac{1}{2}$? reperiemus H G, partium 30210. qualium sinus totus E B, est 100000. vel E H, 42262. vt hic patet. Aliter absque tangẽtibus.

B H.	B H.	H G.		H G.
$7\frac{1}{2}$.	90631.	$2\frac{1}{2}$?	fit	30210.

Quia vero quadrata rectarum H E, H G, nempe 1786076644. 912644100. qua- 47. primi.

quadrato rectæ EG, æqualia sunt, si ea in vnam summam colligamus, fiet quadratum rectæ E G, 2698720744. cuius radix quadrata dabit E G, partium 51949. Cum autem, posito sinu toto E G, recta H G, sinus sit anguli H E G, vt in sinuum defin. diximus, dicemus rursum. Si E G, inuenta partium 51949. dat E G, sinum totum partium 100000. quid dabit H G, inuenta partium 30210? inueniemusque H G, sinum anguli H E G, partiũ 58153. vt hic vides.

E G.	E G.	H G.	H G.
51949.	100000.	30210?	fit. 58153.

Ex sinuum ergo tabula dabitur angulus H E G, siue arcus A F, grad. 35. Min. 34. qui additus semissi A B, grad. 65. exhibebit maiorem arcum B F, ideoque & angulum B E F, grad. 100. Min. 34. ablatus vero ex semisse A D, reliquum faciet arcum minorem F D, atque adeo & angulum F E D, grad. 29. Min. 26. vt prius.

Praxis. *QVO CIRCA, quando aggregatum duorum arcuum, vel angulorum minus est, quam grad. 180. Si fiat, vt semissis aggregati terminorum proportionis datæ ad sinum semissis aggregati arcuum, angulorumve, ita differentia inter semissem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, inuenietur numerus; cuius quadratum si adiungatur quadrato sinus complementi semissis aggregati arcuum, seu angulorum; Et tandem fiat, vt compositi huius numeri radix quadrata ad sinum totum, ita numerus per auream regulam nuper inuẽtus ad aliud, producetur sinus anguli, siue arcus, quo vterq; angulus, arcusve quæsitus ab eorundem aggregati semisse differt. Additus ergo arcus, siue angulus huius sinus inuenti ad semissem aggregati dati, dabit maiorem arcum, vel angulum; ablatus vero ex eadem semisse relinquet minorem arcum, siue angulum. Sed priores duæ viæ longe sunt expeditiores; vt perspicuum est.*

Quãdo aggregatũ arcuũ, vel angulorũ maius est, quã grad. 180.

DETVR deinde aggregatum arcuum B C, C D, quorum singuli semicirculo quoq; sint minores, vel angulorum B E C, C E D, at aggregatum tam arcuum, quam angulorum superet grad. 180. nempe detur grad. 230. Detur item proportio sinus arcus B C, vel anguli B E C, ad sinum arcus C D, vel anguli C E D, eadem, quæ 10. ad 5. Oportet ex his vtrumq; arcum B C, C D, vel vtrumq; angulum B E C, C E D, elicere. Ducta diametro C F, & detracto dato aggregato ex integro circulo, hoc est, ex grad. 360. reliquum erit aggregatum arcuum B F, F D, vel angulorum B E F, F E D, grad. 130. minus, quam grad. 180. Et quoniam arcus B C, B F, eundem sinuum habent, necnon & arcus C D, F D, vt in defin. sinuum diximus, data quoq; erit proportio sinuum arcuum B F, F D, vel angulorum B E F, F E D, eadem, quæ 10. ad 5. Quam ob rem, vt iam demonstratum est, inueniemus arcus B F, F D, vel angulos B E F, F E D, grad. 100. Min. 34. & grad. 29. Min. 26. qui ex semicirculo, hoc est, ex grad. 180. sublati relinquent arcus B C, C D, vel angulos B E C, C E D, grad. 79. Min. 26. & grad. 150. Min. 34.

Praxis. *QVANDO ergo aggregatum duorum arcuum, seu angulorum maius est, quam grad. 180. Si illud ex grad. 360. auferamus, remanebit aggregatum aliorum duorum arcuum, vel angulorum minus, quam grad. 180.*

Digitized by Google

180. Quare si, vt iam demonstratum est, beneficio huius aggregati minoris, & proportionis datæ, vtrumq; arcum, vel angulum inquiramus, & vtrumq; inuentum sigillatim ex grad. 180. demamus, noti relinquentur arcus, vel anguli quæsiti.

QVOD si quando proportio sinuum data sit proportio æqualitatis, hoc est, sinus sint æquales, erunt quoq; tam duo arcus, quam duo anguli æquales, vt in defin. sinuum ostendimus. Quapropter semisis dati aggregati dabit vtrumq; arcum, siue angulum cognitum. Dato igitur aggregato duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, &c. vtrumq; illorum sigillatim exhibuimus notum. Quod faciendum erat.

Quando sinuum proportio data est æqualitatis.

SCHOLIVM.

SI aggregatum duorum arcuum, vel angulorum fuerit præcisè grad. 180 non poterunt arcus illi, vel anguli cognosci, etiam si proportio, quam eorum sinus habent, data sit. Nam quomodocunq; semicirculus in duos arcus secetur, habebunt semper eorum sinus proportionem æqualitatis, cum vnus, & idem sinus sit vtriusq; arcus, vt ad defin. sinuum demonstrauimus. Necesse est ergo, aggregatum datum vel minus esse, vel maius, quam grad. 180. vt in propositione expressum est.

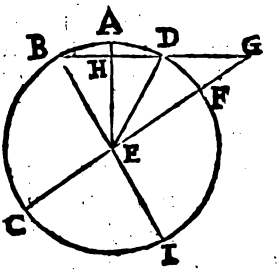
Quãdo aggregatũ datũ continet grad. 180. problema solui non potest.

PROBL. 4. PROPOS. 7.

DATA differentia duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, vna cum proportione, quam eorum sinus habent: vtrumq; illorum sigillatim notum efficere.

Ex differentia data duorum arcuũ, quorũ quilibet semicirculo minor sit, vel duorũ angulorũ, vna cũ proportione, quã eorum sinus habent, vterq; cognoscit.

IN circulo A B C D, cuius centrum E, superet arcus B F, semicirculo minor arcum D F, arcu B D, vel angulus B E F, angulum D E F, angulo B E D, sitque differentia hæc, nempe arcus B D, vel angulus B E D, data grad. 60. Proportio quoque sinus maioris arcus B F, vel anguli B E F, ad sinum arcus minoris D F, vel anguli D E F, sit primo maioris inæqualitatis data, eadem, quæ 11. ad 5. quod quidem contingit, quando duo arcus B F, D F, semicirculo sunt minores simul sumpti. Oportet ex his vtrumque arcum B F, D F, siue vtrumque angulum B E F, D E F, cognitum facere. Ducta chorda B D, & diametro C F, conue-



Quãdo sinus maioris arcus, vel anguli ad sinum minoris habet proportionẽ maioris inæqualitatis.

nient

nient hæ lineæ productæ ad partes D,F, vt in puncto G. Cum enim sinuum proportio sit data maioris inæqualitatis, maior erit sinus arcus B F, hoc est, perpendicularis ex B, ad C F, demissa, sinu arcus D F, hoc est, perpendiculari ex D, ad C F, demissa. Quare minus distabit punctum D, à recta C F, quàm punctum B; atque adeo tandem coibunt B D, C F, productæ ad partes D, F. Quod etiam ita probabitur. Si ambo sinus, hoc est, perpendiculares ex B, D, ad C F,

28. primi. demissæ essent æquales, cum ipsæ sint parallelæ, essent quoque B D, C F, parallelæ. Cũ

33. primi.

ergo perpendicularis ex D, demissa minor sit, efficitur, vt conueniant, &c. Diuiso deinde arcu B D, bifariam in A, secabit semidiameter ducta E A, chordã B D, quoq; bifariã in H, ex lemmate ad defin. sinuum demonstrato; & proinde & ad angulos rectos. Quoniam vero proportio sinus arcus B F, ad sinum arcus D F, est, ex hypothesi, vt 11. ad

3. tertij. 5. estque vt sinus arcus B F, ad sinum arcus D F, ita B G, ad D G; erit quoque B G, ad D G, vt 11. ad 5. Posita igitur recta B G, 11.

5. huius. erit D G, 5. ac proinde reliqua B D, 6. vtraque uero semissis B H, H D, 3. ac denique H G, 8. Rursus quia arcus B D, ponitur grad. 60. erit utraque semissis B A, A D, grad. 30. propterea que & uterque angulus B E A, A E D, graduum quoque 30. Et quia, posito sinu toto E H, recta H D, tangens est anguli D E H, & H G, tangens anguli H E G, ut ad initium tangentium, atque secãtium monuimus; dabitur ex tangentium tabula, tangens grad. 30. hoc est, H D, partium 57735. Quapropter, ut tangentem H G, anguli H E G, cognoscamus, dicemus per auream regulam. Si H D, semissis differentiæ terminorum proportionis datæ, nempe 3. dat H D, tangentem semissis differentiæ datæ arcuum B F, F D, uel angulorum B E F, D E F, partium 57735. quid dabit H G, aggregatum ex semisse differentiæ terminorum datæ proportionis, & consequente eiusdem proportionis, nimirum 8? proueniet que H G, tangens partium 153960. ut hic apparet.

HD.	HD.	HG.		HG.
3.	57735?	8?	fit.	153960.

In tangentium autem tabula hæc tangens inuenta offert angulum A E F, siue arcum A F, grad. 57. cui si addatur semissis A B, grad. 30. dabitur maior arcus B F, siue angulus B E F, grad. 87. si uero ab eodem subtrahatur semissis A D, grad. 30. remanebit minor arcus D F, uel angulus D E F, grad. 27.

Praxis. *IGITVR quando proportio sinus maioris arcus, vel anguli, ad sinũ minoris est maioris inæqualitatis: Si fiat, vt semissis differentiæ terminorum proportionis datæ ad tangentem semissis differẽtiæ arcuum, vel angulorum datæ, ita aggregatum ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequente proportionis ad aliud, producetur tangens arcus, vel anguli, qui semissi differentiæ arcuum, vel angulorum datæ additus componit maiorem arcum, seu angulum; & si ab eodem semissis dicta subducatur, remanet arcus, vel angulus minor.*

ALI-

ALITER sine tangentibus per solos sinus. Iisdem positis, quoniam, per ea, quæ in sinuum defin. ostendimus, posito sinu toto E D, recta H D, sinus est anguli H E D, nimirum semisis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ, hoc est, grad. 30. & H E, sinus anguli H D E, grad. 60. vtpote complementi anguli H E D; dabitur ex sinuum tabula, H D, partium 50000. & E H, partium 86603. Iam vero si dicamus. Si H D, semisis differentiæ terminorum proportionis datæ, nimirum 3. dat H D, sinum 50000. vtpote sinum semisis differentiæ arcuũ, angulorumve datæ, quid dabit H G, aggregatũ ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequente eiusdem proportionis, nempe 8? inueniemus H G, esse 133333. respectu sinus totius E D, vt hic vides. Aliter sine tangentibus.

H D.	H D.	H G.	H G.
3.	50000.	8? fit.	133333.

Igitur, cum quadrata rectarum E H, H G, nempe 749996404. 17777688889. æqualia sint quadrato rectæ E G, fiet quadratum rectæ E G, 25277595293. cuius radix quadrata indicabit rectam E G, esse 158989. respectu sinus totius E D. Cum autem, vt in nostris sinibus diximus, posito sinu toto E G, recta H G, sit sinus anguli H E G; dicemus rursum. Si E G, inuenta partiũ 158989. dat E G, sinum totum partium 100000. quid dabit H G, inuenta partium 133333? reperiemus q; H G, sinum anguli H E G, partiũ 83863. vt hic apparet. 47. primi.

E G.	E G.	H G.	H G.
158989.	100000.	133333? fit.	83863.

Hic sinus in tabula sinuum monstrat arcum grad. 57. Tantus est ergo angulus A E F, siue arcus A F; cui si adijciatur semisis A B, grad. 30. fiet arcus maior B F, & angulus B E F, grad. 87. Si vero ab eodem minuatur semisis A D, grad. 30. reliquus erit minor arcus D F, & angulus D E F, grad. 27. vt prius.

Si igitur (quando proportio sinuum data est maioris inæqualitatis) fiat, vt semisis differentiæ terminorum proportionis datæ ad sinum semissis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ, ita aggregatum ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequente eiusdem proportionis, ad aliud, inuenietur numerus; cuius quadratum si adijciatur quadrato sinus complementi semissis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ: Et tandem fiat, vt compositi huius numeri radix quadrata ad sinum totum, ita numerus per regulam auream nuper inuentus ad aliud, inuenietur sinus anguli, siue arcus, cui si addatur semissis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ, notus fiet maior arcus, siue angulus: Ab eodem vero si eadem semissis detrahatur, remanebit minor arcus, angulusve cognitus. Sed prior ratio breuior est, vt constat. Praxis.

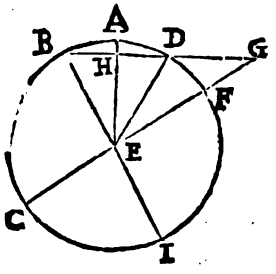
ADHVC aliter tam per tangentes, quam per sinus. Iisdem positis, & extensa recta B E, vsq; ad I: Quoniam arcus B D, hoc est, differentia arcuum B F, D F, datur grad. 60. dabitur reliquus semicirculi arcus D I, nimirum aggregatum arcuum D F, F I, grad. 120. Datur autem & proportio sinus arcus B F, hoc est, arcus F I, (cum arcus B F, F I, eundem sinum habeant, vt in defin. sinuum diximus.) ad sinum arcus D F, eadem, quæ 11. ad 5. Quare, vt demonstratum est, vterq; arcus I F, D F, cognoscetur, quorum D F, est minor propositorum arcuum: at F I, complementum maioris B F, vsq; ad semicir- 6. huius.

culum,ac proinde ex ſemicirculo ſublatus maiorē B F,notum relinquet. Erit
26. tertij. autē ſemper arcus I F,maior,quam D F,propterea quod æqualis eſt arcus I F,
arcui B C,qui maior eſt arcu D F,quòd illius ſinus maior ponatur ſinu huius.

Praxis. *QVOCIRCA ijſdem poſitis : Si ex data proportione ſinuum maioris inæqualitatis, & ex arcu, qui relinquitur poſt detractionem differentiæ datæ ex ſemicirculo, tanquam aggregato duorum arcuum, inquirantur duo arcus huius aggregati, vt in antecedente propoſ. oſtenſum eſt; dabit maior inuentus, ſi ex ſemicirculo auferatur, maiorem arcum; atque adeo & angulum propoſitum; minor vero inuētus erit minor propoſitus.*

Quādo ſinus maioris arcus, aut anguli ad ſinum minoris proportionem minoris inæqualitatis habet.

DEINDE ſuperet arcus DBC,ſemicirculo minor arcū BC,arcu DB,vel angulus D E C,angulū BEC,angulo DEB;ſitq; differētia hęc,nēpe arcus DB, vel angulus D E B,data grad.60. Proportio quoq; ſinus arcus maioris DBC, vel anguli D E C, ad ſinū arcus minoris B C,vel anguli B E C,ſit data, & minoris inæqualitatis, eadem, quæ 5. ad 11. quod quidem accidit, quando duo arcus ſimul ſumpti D B C,B C,ſemicirculū excedūt. Oportet ex his vtrumq; arcum D B C,B C,vel vtrumq; angulum D E C, B E C, notum fieri. Ijſdem conſtructis, quæ prius, non conueniet chorda D B,cum diametro C F, ad partes B, C, minoris arcus producta, ſed ad partes D, F,vt ex ijs,quæ ad initium huius propoſ. oſtendimus,manifeſtum eſt. Quia vero tam arcus D B C, D F, eundem ſinum habent,quam arcus B C, BF, erit quoq; proportio ſinus arcus D F, ad ſinum arcus B F, data, eadem, quæ 5. ad 11. & proinde proportio ſinus arcus B F, ad ſinum arcus D F, vt 11. ad 5. nempe maioris inæqualitatis. Quare cum arcus B F, D F, eandem differentiam habeant B D, datam, reperiemus vtrumq; arcum B F, D F, atq; adeo & vtrumq; angulum B E F,D E F,vt ante demonſtrauimus,illum nimirum grad. 87. hunc vero grad. 27. qui ex ſemicirculo ſigillatim detracti relinquent minorem arcum propoſitum BC, grad. 93. maiorem vero D B C, grad. 153.



Praxis. *ITAQVE, quando proportio ſinuum data eſt minoris inæqualitatis: Si inuertatur, vt fiat maioris inæqualitatis proportio, & ex hac, et differentia data inquirantur duo arcus, dabit maior inuentus, ſi ex ſemicirculo dematur, minorem arcum, atq; angulum propoſitum, minor vero, ſi ex eodem ſemicirculo auferatur, maiorem.*

Quandò proportio ſinuū eſt æqualitatis. IAM vero ſi quādo ſinuum data proportio fuerit æqualitatis; quod quidem euenit, quando duo arcus propoſiti BF, DF, ſemicirculo æquantur, erunt arcus D F,B C, æquales,vt in ſinuum defin. demonſtrauimus, ob æqualitatem ſinuum.

Praxis. *QVARE ſi tunc data differentia grad. 60. nempe arcus B D, ex ſemicirculo detrahatur, & reſidui arcus grad. 120. ſemiſſis, nempe grad. 60. ad differentiam addatur, componetur maior arcus B F, ſiue angulus B E F,*

Digitized by Google

BEF, grad. 120. *Ipsa vero semissis erit arcus minor DF, vel angulus DEF, grad.* 60. *Ita si differentia data complectatur grad.* 104. *Min.* 20. *detrahemus eam ex grad.* 180. *& reliqui arcus grad.* 75. *Min.* 40. *semissem, nempe grad.* 37. *Min.* 50. *datæ differentiæ addemus, vt componatur maior arcus, seu angulus propositus, grad.* 142. *Min.* 10. *Minor enim erit iosa differentiæ semissis grad.* 37. *Min.* 50.

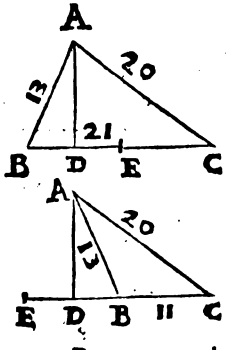
QVOCIRCA, data differentia duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, &c. vtrumq; illorum sigillatim notum effecimus. Quod faciendum erat.

THEOR. 4. PROPOS. 8.

Quãto maius sit quadratũ maioris lateris, quàm minoris in quouis triãgulo.

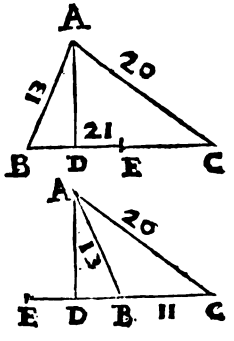
SI ab angulo trianguli cuiusuis duobus lateribus inæqualibus comprehenso linea perpendicularis ad basim ducatur, si quidem intra triangulum cadit, erit quadratum maioris laterum dictum angulum ambientium maius, quam quadratum minoris, rectangulo sub base, & differentia segmentorum à perpẽdiculari factorum comprehenso: si vero extra cadit, erit quadratum maioris lateris maius, quam quadratum minoris, rectangulo sub base, & recta linea, quæ ex base, & duplo exterioris lineæ inter perpendicularem, & angulum trianguli componitur, comprehenso.

IN triangulo ABC, cuius duo latera AB, AC, inæqualia sint, AC, maius, & AB, minus, ducatur ex angulo A, ad basim BC, perpendicularis AD, cadens primùm intra triangulum, vt in priori figura. Et quoniam tam quadrata rectarum AD, DB, quadrato rectæ AB, quàm quadrata rectarum AD, DC, quadrato rectæ AC, æqualia sunt; est autem quadratum rectæ AB, minus quadrato rectæ AC, quòd minor ponatur recta AB, quam AC: erunt quoque duo quadrata rectarum AD, DB, simul minora duobus quadratis AD, DC, simul; ablatoque propterea communi quadrato rectæ AD, quadratum rectæ BD, quadrato rectæ DC,



minus erit, & proinde & recta B D, minor, quam recta D C. Abscissa ergo recta D E, ipsi B D, æquali, erit E C, differentia inter segmenta B D, D C. Dico quadratum lateris A C, superare quadratum lateris A B, rectangulo sub B C, E C, comprehenso. Quia enim recta B E, secta est bifariam in D, eiq; addita in continuum recta E C, erit rectangulum sub B C, E C, contentum vna cum quadrato rectæ D E, quadrato rectæ D C, æquale. Addito ergo quadrato communi rectæ A D, erit rectangulum sub B C, E C, vnà cum quadratis rectarum D E, A D, hoc est, rectarum B D, A D, hoc est, cum quadrato rectæ A B, æquale quadratis rectarum D C, A D, hoc est, quadrato rectæ A C. Maius ergo est quadratum lateris A C, quam quadratum lateris A B, rectangulo sub B C, E C, comprehenso. quod est propositum.

6. secundi.



C A D A F deinde perpendicularis A D, extra triangulum in basim C B, productam, vt in figura posteriori. Abscissa recta D E, ipsi D B, æquali, erit recta E C, composita ex base B C, & E B, quæ dupla est lineæ D B, inter perpendicularem, & angulum B. Dico rursus, quadratum lateris A C, superare quadratum lateris A B, rectangulo sub B C, E C, com-

6. secundi. prehenso. Erit enim rursus rectangulum sub B C, E C, vnà cum quadrato rectæ D B, quadrato rectæ D C, æquale. Addito ergo quadrato communi rectæ A D, erit rectangulum sub B C, E C, vnà cum quadratis rectarum D B, A D, hoc est, cum quadrato rectæ A B, æquale quadratis rectarum D C, A D, hoc est, quadrato rectæ A C. Excedit igitur quadratum lateris A C, quadratum lateris A B, rectangulo contento sub B C, E C.

47 primi. ALITER. Quoniã quadratis ex A D, D C, quadratum ex A C; & quadratis ex A D, D B, quadratum ex A B, æquale est: idem erit excessus quadrati ex A C, supra quadratum ex A B, qui quadratorum ex A D, D C, supra quadrata ex A D, D B. Et, ablato communi quadrato ex A D, idem, qui quadrati ex D C, supra quadratum ex D B, per pronunciatum 17. lib. 1. Eucl. Sed quadratum ex D C, superat quadratum ex D B, rectangulo sub B C, C E,

6. secundi. comprehenso; propterea quòd quadratum ex D C, æquale est quadrato ex D B, vel ex D E, in prima figura, vnà cum rectangulo sub B C, C E, contento. Igitur & quadratum ex A C, superat quadratum ex A B, rectangulo comprehenso sub B C, C E. Quocirca, Si ab angulo trianguli cuiusuis duobus lateribus inæqualibus comprehenso linea perpendicularis ad basim ducatur, &c. Quod ostendendum erat.

COROLLARIVM.

Perpendicularis in Isoscele secat basim bifariam.

47. primi. EX demonstratis constat, In Isoscele perpendicularem secare basim bifariam. Nam si in priore triangulo latera A B, A C, ponantur æqualia, erunt eorum quadrata quoque æqualia. Quare cum quadratum ex A B, æquale sit quadratis ex A D, B D; & quadratum ex A C, quadratis ex A D, C D: erunt quoque quadrata ex A D, B D, quadratis ex A D, C D, æqualia: Ablatoque communi quadrato rectæ A D, reliqua erunt quadrata ex B D, C D, æqualia, & proinde rectæ B D, C D, æquales.

PRO-

Digitized by Google

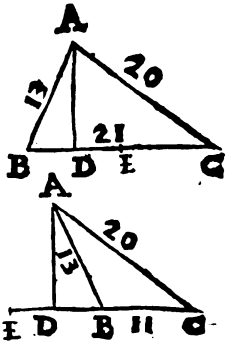
PROBL. 5. PROPOS. 9.

SI ab vno angulo trianguli cuiusuis notorum laterum ad oppositũ latus perpendicularis demittatur: quanta sit recta inter perpendicularem, & vtrumuis angulorum reliquorum comprehensa, cognoscere.

Cognitis tribus trianguli, cognoscitur segmenta basis inter perpendiculare, & vtrumque angulum comprehensa.

REPETANTVR duo triangula præcedẽtis propos. sitq; latus AC, 20. AB, 13. & in priori quidem triangulo, BC, 21. in posteriori vero, 11. Oporteatq; cognoscere, quanta sit tam recta BD, quàm CD. Quoniam quadratum ex AC, superat quadratum ex AB, rectangulo sub BC, CE, contento; si quadratum rectæ AB, hoc est, 169. detrahatur ex 400. quadrato rectæ AC, reliquum erit rectangulum sub BC, CE, contentum 231. quo diuiso per latus BC, hoc est, per 21. in priori triangulo, prodibit recta CE, 11. quæ ablata ex latere BC, id est, ex 21. relinquet BE, 10. Huius ergo dimidium 5. dabit rectam BD: ac proinde reliqua CD, erit 16. nempe residuum lateris BC. In posteriori vero triangulo, diuiso eodem rectangulo 231. per 11. nimirum per latus BC, inuenietur CE, 21. à qua si latus BC, hoc est, 11. auferatur, remanebit BE, 10. cuius semissis dabit BD, 5. ac proinde CD, erit 16. nempe compositum ex latere BC, ac BD.

8. huius.



ITAQVE, Si differentia inter duo quadrata laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis ducta est, diuidatur per tertium latus, in quod perpendicularis est demissa, producetur numerus, qui si minor tertio latere fuerit, indicabit perpendicularem intra triangulum cecidisse, idemque ex tertio latere subductus relinquet numerum, cuius semissis dabit minus segmentum basis: hoc autem ex tertio latere subtractum exhibebit segmentum maius. Si vero numerus ille ex diuisione productus fuerit tertio latere maior, argumento est, perpendicularem extra triangulum cecidisse. Quare si ex eo tertium latus detrahatur, reliquus erit numerus, cuius semissis dabit rectam extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtusum; eadem vero semissis tertio lateri addita exhibebit alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum.

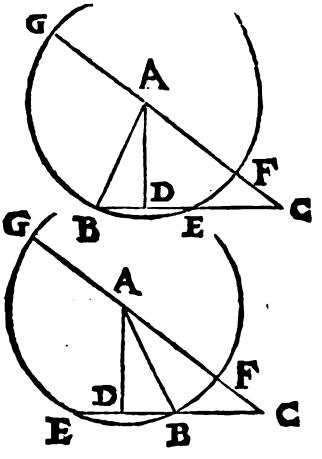
Praxis.

Quo pacto ex operatione intelligatur, num perpendicularis intra triangulum cadat, an extra.

Digitized by Google

Alia inuẽtio segmẽtorum basis, & facilior.

ALITER & facilius. Ex A, ad interuallum minoris lateris A B, circulus describatur secans maius latus A C, in F, idemq; productum in G, & latus B C, si perpendicularis intra triangulum cadit, vel certe, si extra cadit, ipsum productum in E: secabiturq; recta B E, bifariam in E. Quia vero rectangulum sub B C, C E, rectangulo sub G C, C F, æquale est; erit, vt B C, latus, in quod perpendicularis ducitur, nempe vt 21. in priori triangulo, vel vt 11. in posteriori, ad G C, summam reliquorũ duorum laterũ A C, A B, (quod A G, ipsi A B, sit æqualis) hoc est, ad 33. ita C F, differentia inter eadem duo latera, id est, ita 7. ad C E. Quare per regulam auream inuenietur C E, partium 11. in triangulo priori, in posteriori autem 21.



3. tertij.

corol. 1. 36. tertij.

16. sexti.

vt hic perspicuum est.

BC.	GC.	CF.		CE.
21.	33.	7?	fit.	11.
		Item		
11.	33.	7?	fit.	21.

Quòd si E C, inuenta partium 11. in priori triangulo auferatur ex latere B C, nempe ex 21. remanebit B E, 10. cuius semissis 5. erit segmentum B D, ac proinde alterum C D, erit 16. In posteriori vero triangulo, si ex E C, inuenta partium 21. dematur latus B C, partium 11. relinquetur rursus B E, 10. Quare eius dimidium 5. dabit rectam B D, extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtusum; ac proinde tota C D, composita ex latere B C, & dicto dimidio B D, erit 16.

Praxis.

Quo pacto ex ipsa operatione cognoscatur, an perpendicularis cadat intra triangulũ, an extra.

SI igitur fiat, vt latus, in quod perpendicularis ducta est, ad summam aliorum duorũ laterum, ita differentia eorundem laterum ad aliud, reperietur numerus, qui si minor fuerit tertio latere, indicabit perpendicularem intra triangulum cecidisse, idemq; ex tertio latere ablatus relinquet numerum, cuius dimidium erit minus segmentum basis, hoc autem ex tertio latere demptum reliquum faciet maius segmentum. Si vero numerus per auream regulam inuentus tertium latus superet, argumento est, perpendicularem cecidisse extra triangulum. Quare si ex eo latus tertium detrahatur, dabit semissis reliqui numeri rectam extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtusum: Eadem vero semissis tertio

Digitized by Google

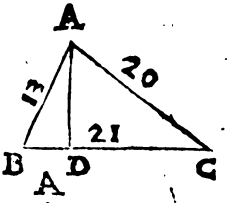
tertio lateri adiuncta offeret alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum.

SI ergo ab vno angulo trianguli cuiuſuis notorum laterum, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

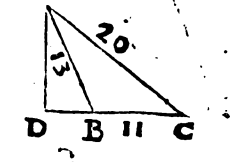
VIDES *igitur, in vtraque praxi calculum ipſum monſtrare, num perpendiculum intra triangulum cadat, an vero extra.*

IDEM *hoc problema abſolui poteſt per propoſ. 13. aut 12. lib. 2. Eucl. prout perpendicularis intra triangulum cadit, vel extra. Cadat enim primùm perpendicularis AD, intra, ſintq; latera, vt prius; A B, 13. A C, 20. B C. 21. Eritq; vterq; angulus B, C, acutus, propter rectos angulos ad D. cùm tam duo anguli B, & A D B, quàm duo C, & A D C, ſint duobus rectis minores. Quoniam igitur quadratũ ex AC, minus eſt, quàm duo quadrata ex A B, B C, rectangulo bis cõprehenſo ſub C B, B D; ſi quadratũ lateris A C, nempe 400. auferatur ex ſumma quadratorum laterum A B, B C, nimirum ex 610 reliquum erit rectangulũ ſub C B, B D, bis comprehẽſum 210. Semiſsis ergo huius, vtpote 105. erit rectangulum ſub C B, B D, comprehenſum: quo diuiſo per latus B C, hoc eſt, per 21. exibit ſegmentum B D, 5. Reliquum ergo C D, erit 16. Quod tamen eodem modo reperiri poteſt, ſi quadratum lateris A B, ex quadratis laterum A C, C B, ſubducatur, &c. Eſt enim & illud minus, quàm hæc duo, rectangulo ſub B C, C D, bis comprehenſo.* 17. primi. 13. ſecundi.



13. ſecundi.

CADAT *deinde perpendicularis A D, extra, ſintq; latera, vt prius; A B, 13. A C, 20. B C, 11. Eritq; angulus A B C, obtuſus: propterea quod duo D, & A B D, ſunt duobus rectis minores; ac proinde A B D, acutus, cum D, rectus ſit. Quia ergo quadratum ex A C, maius eſt, quàm duo quadrata ex A B, B C, rectangulo bis comprehenſo ſub C B, B D; ſi ſumma quadratorum laterum A B, B C, idemſt, 290. auferatur ex 400. quadrato lateris A C, relinquetur rectangulum bis comprehenſum ſub C B, B D, 110. Semiſsis ergo huius, nimirum 55. erit rectangulum ſub C B, B D, contentum: quo diuiſo per 11. latus B C, prodibit recta B D, extra triangulum, 5. quæ cum 11. latere B C, componet rectam C D, 16.*



17. primi

12. ſecundi.

ITAQVE, cadente perpendiculari intra triangulum; Si ſemiſſis differentiæ inter quadratum vtriusuis laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis demiſſa eſt, & ſummam quadratorum ex reliquis duobus lateribus deſcriptorum, diuidatur per latus, in quod perpendicularis cadit, producetur ſegmentum baſis prope angulum, quem continent latera, quorum ſumma quadratorum accepta fuit: Hoc autem ſegmentum ex eadem baſe detractum relinquet alterum ſegmentum. Praxis.

CADENTE vero perpendiculari extra triangulum; Si ſe miſſis differentiæ inter quadratum lateris angulo obtuſo oppoſiti, & ſummam qua-

Digitized by Google

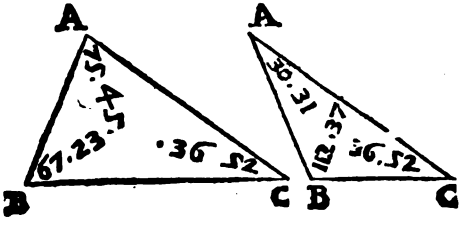
quadratorum ex reliquis duobus lateribus descriptorum, diuidatur per latus, in quod productum perpendicularis cadit, procreabitur linea extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtusum: Hæc vero addita basi constituet alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum basis.

PROBL. 6. PROPOS. 10.

In triangulo non rectangulo ex angulis notis, vel ex proportionib⁹ angulorum notis, vna cũ vno latere, reliqua inuestigãtur.

DATIS omnibus angulis trianguli non rectanguli, vel datis eorum proportionibus, vna cũ vno latere; reliqua duo latera cognoscere, & quorumlibet duorum proportionem facere notam.

IN triangulo A B C, sint primum omnes anguli acuti, & dati; A, grad. 75. Min. 45. B, grad. 67. Min. 23. C, grad. 36. Min. 52. Datum quoq; sit latus A B, 13. Oportet ex his reliqua duo latera inuenire. Quoniam est, vt sinus anguli C, ad sinum anguli A, ita latus A B, datum ad latus B C: si fiat, vt sinus anguli C, nempe 59996. ad 96923. sinum anguli A, ita latus A B, datũ 13. ad aliud, inuenietur latus B C, 21. ferè, vt hic apparet.



s. huius.

C.	A.	A B.	B C.
59996.	96923.	13?	fit 21. ferè.

Item quia est, vt sinus anguli C, ad sinum anguli B, ita latus A B, datum ad latus A C: si fiat, vt 59996. sinus anguli C, ad 92310. sinum anguli B, ita latus A B, datum 13. ad aliud, inuenietur latus A C, fere 20. vt hic vides.

C.	B.	A B.	A C.
59996.	92310.	13?	fit 20. ferè.

s. huius. Vel quia est, vt sinus anguli A, ad sinum anguli B, ita latus B C, inuentum ad latus A C: si fiat, vt 96923. sinus anguli A, ad 92310. sinum anguli B, ita latus B C, inuentum 21. ad aliud, reperietur latus A C, fere 20. vt hic cernis.

A.	B.	B C.	A C.
96923.	92310.	21?	fit 20. ferè.

SIT deinde angulus B, obtusus grad. 112. Min. 37. A, grad. 30. Min. 31. C, grad. 36. Min 52. & rursum latus A B, 13. Quoniam idem est sinus anguli B, qui eius complementi grad. 67. Min. 23. vt in tractatione sinuum demonstrauimus, inuenietur ratione iam exposita latus B C, 11. & A C, 20. fermè. vt hic liquido constat.

A. C.

Digitized by Google

C.	A.	AB.		BC.	
59996.	50779.	13?	fit	11.	ferè.

Item.

C.	B.	AB.		AC.	
59996.	92310.	13?	fit	20.	ferè.

Vel.

A.	B.	BC.		AC.	
50779.	92310.	11?	fit	20.	ferè.

ITAQVE, datis angulis omnibus, cum vno latere; Si fiat, vt sinus anguli lateri dato oppositi ad sinum vtriusuis reliquorum angulorum, ita latus datum ad aliud, inuenietur latus angulo illi, cuius sinus acceptus est, oppositum: Et si rursus fiat, vt sinus anguli lateri dato oppositi ad sinum tertij anguli, ita datum latus ad aliud, reperietur latus tertio angulo oppositum, &c. Praxis.

QVOD si triangulum fuerit Isosceles, & dentur anguli: Vel si fuerit scalenum, & duo dentur latera cum angulis, vnius tantum lateris inuentione opus est, vt patet. In æquilatero autem triangulo, si detur vnum latus, erunt & reliqua data, vtpote illi æqualia. Quãdo triãgulũ est Isosceles, vel æquilaterũ: aut quãdo in scaleno dãtur duo latera cum angulis.

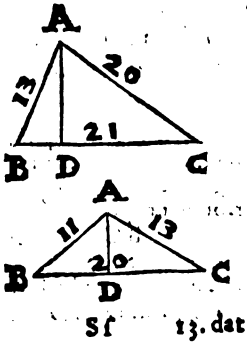
IAM verò si datæ sint proportiones angulorum, cum vno latere, inuestigandæ erunt ex illis proportionibus magnitudines angulorum, vt in scholio propos. 1. demonstrauimus: Deinde vero reliqua latera exploranda, vt hic ostensum est. Quãdo dãrur proportiones angulorũ, cũ vno latere.

INVENTIS autem lateribus, liquido constat, eorum proportiones esse notas in numeris, in quibus ipsa cognita sunt. Datis ergo omnibus angulis trianguli non rectanguli, &c. Quod erat faciendum.

PROBL. 7. PROPOS. 11.

DATIS omnibus trianguli non rectanguli lateribus, vel eorum proportionibus, omnes angulos notos efficere. In triãgulo ex notis lateribus, vel ex eorũ proportionibꝰ notis, anguli inuenientur.

IN triangulo priori A B C, sint data omnia latera; A B, 13. A C, 20. & B C, 21. Oportet ex his inuestigare angulos. In maximum latus B C, ex oppositio angulo A, ducatur perpendicularis A D, quę necessario intra triangulum cadet. Cum enim latus B C, sit maximum, erit & angulus A, ipsi oppositus, maximus: ac propterea vterq; B, C, acutus. Ex quo fit, perpendicularem A D, intra triangulum cadere. Primùm itaq; inquirantur rectæ B D, C D. Inuenietur B D, 5. & C D, 16. Quia ergo, posito sinu toto A B, recta B D, sinus est anguli B A D, vt in tractatione sinuum ostendimus, dicemus per auream regulam. Si A B,

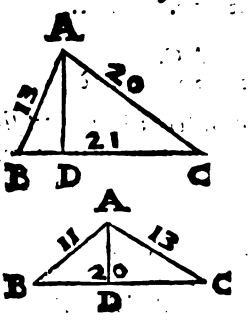


19. primi. 17. primi. Scholium 13. secundi. 9. huius.

Sf 13. dat

13. dat A B, sinum totum partium 100000. quid dabit B D, 5? Inueniemusq; sinum B D, 38461. vt hic vides.

A B. A B. B D. B D.
13. 100000. 5? fit. 38461.



Ex tabula ergo sinuum dabitur angulus B A D, grad. 22. Min. 37. atq; adeo eius complementum B, grad. 67. Min. 23. qui est vnus angulorum quæsitorum. Rursus, quia posito A C, sinu toto, C D, sinus est anguli C A D, dicemus iterum per regulam auream. Si A C, 20. dat A C, 100000. sinum totum, quid dabit C D, 16? Inueniemusq; sinum C D, 80000. Vt hic patet.

A C. A C. C D. C D.
20. 100000. 16? fit 80000.

Qui sinus in tabula sinuum monstrat angulum C A D, grad. 53. Min. 8. ac proinde eius complementum C, erit grad. 36. Min. 52. qui est vnus etiam angulorum quæsitorum. Quòd si duo anPraxis. guli duorum sinuum inuentorum, nempe grad. 22. Min. 37. & grad. 53. Min. 8. simul componantur, fiet tertius angulus B A C, grad. 75. Min. 45. Vel certe si summa duorum angulorum B, C, inuentorum ex grad. 180. auferatur, reliquus fiet tertius angulus B A C, grad. 75. Min. 45.

ITAQVE, (vt totam praxim complectamur) si fiat, vt maximum latus (in quod perpendicularis ducta est) ad summam aliorum duorum, ita differentia eorundem duorum ad aliud, reperietur numerus, qui ex maximo latere subductus relinquet numerum, cuius semissis dabit minus segmentum basis, hoc autem ex basi detractum relinquet maius segmentum, vt constat ex secunda praxi propos. 9. Quòd si rursum fiat, vt minimum latus ad sinum totum, ita segmentum basis minus ad aliud, inuenietur sinus, cuius arcus complementum dabit angulum supra basim medio lateri oppositum. Deinde si rursum fiat, vt medium latus ad sinum totum, ita maius segmentum basis ad aliud, reperietur sinus, cuius arcus complementum dabit angulum supra basim minimo lateri oppositum. Tertius vero angulus maximo lateri oppositus constabitur ex duobus illis arcubus duorum sinuum inuentorum: vel certè relinquetur post detractionem duorum angulorum inuentorum ex duobus rectis.

RVRSVS in posteriori triangulo datum sit latus A B, 11. A C, 13. & B C, 20. Demissa in maximum latus B C, perpendiculari A D, inuenietur segmentum B D, $8\frac{4}{5}$. at C D, $11\frac{1}{5}$. vt hic apparet secundum praxim posteriorem propos. 9.

B C. A B. A C. Differ. inter A B, A C.
20. 24. 2? fit $2\frac{2}{5}$.

Hic numerus ex base 20. ablatus relinquit $17\frac{1}{5}$. cuius semissis $8\frac{4}{5}$. dat segmentum minus B D. Ergo maius C D, erit $11\frac{1}{5}$. Hinc inuenietur angulus B, grad.

Digitized by Google

B, grad. 36. Min. 52. C, grad. 30. Min. 31. [& BAC, grad. 112. Min. 37. vt hic vides.

AB.	AB.	BD.		BD.
11.	100000.	$8\frac{4}{5}$?	fit	80000.

Item.

AC.	AC.	CD.		CD.
13.	100000.	$11\frac{1}{5}$?	fit	86154.

Complemẽtum arcus, quem prior sinus inuentus offert, dat angulum B, grad. 36. Min. 52. At complementum arcus posterioris sinus inuenti dat angulum C, grad. 30. Min. 31. &c. Est ergo doctrina huius propositionis generalis, siue angulus maximus A, acutus sit, vt in priori triangulo, siue obtusus, vt in posteriori, siue deniq; rectus sit; quamuis in rectangulo triangulo iam supra traditum sit propos. 3. quo pacto ex duobus lateribus cognitis facilius anguli duo acuti inueniantur. Generalitas huius propos.

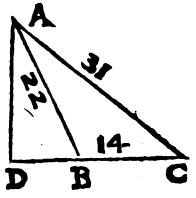
IAM si dentur laterum proportiones, saltem duæ, continuabimus eas in tribus minimis numeris, si proportionum numeri minimi non sint, vt Eucl. docuit propos. 4. lib. 8. eosq; numeros lateribus ascribemus, perinde ac si in illis numeris darentur. Vt si in priori triangulo proportio AB, ad BC, sit, quæ 26. ad 42. At AB, ad AC, quæ 39. ad 60. reuocabuntur hæ proportiones ad minimos hosce numeros 13. 21. & 13. 20. Dabitur ergo AB, 13. AC, 20. & BC, 21. Ex quibus angulos eruemus, vt prius. Quando laterum proportiones datæ sunt. 35. sept. mi.

PORRO in Isoscele datorum laterum ducenda est perpendicularis ad basim, siue ea sit maximum latus, siue minimum: quæ diuidet basim bifariam. Quare si fiat, vt vnum æqualium laterum ad sinũ totum, ita dimidium basis ad aliud, inuenietur sinus cuiusdam arcus, cuius complementum dabit vnum æqualium angulorum supra basim, vt ex demonstratis liquet. Ergo & alter dabitur: ac proinde & tertius basi oppositus, vtpote reliquus duorũ rectorum. Quãdo triãgulũ est Isosceles. coroll. 8. huius.

IN æquilatero deniq; triangulo dabuntur anguli, etiamsi latera non dentur, cum quilibet sit tertia pars duorum rectorum, hoc est, contineat grad. 60. Datis igitur omnibus trianguli non rectanguli lateribus, &c. Quod faciendum erat, Quãdo triãgulũ est æquilaterũ.

SCHOLIVM.

ETSI *in hac propos. præcepimus, perpendicularem ad maximum latus esse ducendam ex angulo opposito, vt intra triangulum cadat, fiatq; calculus facilior: tamen eadem fere via problema absoluemus, si in triangulo obtusangulo perpendicularis non ducatur ab obtuso angulo in maximum latus, sed ab alterutro acutorum angulorum in latus oppositum protractum, ita vt cadat extra triangulum, vt in hoc triangulo* ABC, *manifestum est, in quo latus* AB, *datur* 22. AC, 31. & BC, 14. *Nam si fiat, vt* BC, 14. (*in quod latus perpendicularis est ducta*) *ad* 53. *summam aliorum laterum* AB, AC, *ita* 9. *differentia eorundem laterum ad aliud, reperietur numerus* $34\frac{1}{4}$. *à quo si subducatur latus* BC, *remanebit numerus* $20\frac{1}{4}$. *cuius semissis* $10\frac{1}{8}$. *erit recta* BD, *ac proinde* CD, $24\frac{1}{8}$. *Quam ob rem si iam fiat, vt* AB, 22. *ad* AB, *summam totam* 100000. *ita* BD, $10\frac{1}{8}$. *ad aliud, inuenietur* BD, *sinus* 45617. Quãdo perpendicularis in obtusãgulo triãgulo cadit extra triangulum.



cuius arcus complementum exhibebit angulum A B D, *grad.* 62. *Min.* 52. *ac propterea reliquum duorum rectorum* A B C, *grad.* 117. *Min.* 8. *Item si fiat, vt* A C, 3. *ad* A C, 100000. *sinum totum, ita* C D, $24\frac{1}{2}\frac{1}{8}$. *ad aliud, reperietur sinus* 77534. *cuius arcus complementum offeret angulum* C, *grad.* 39. *Min.* 10. *Quod si duo anguli* A B C, *&* C, *ex grad.* 180. *demantur, relinquetur angulus* B A C, *grad.* 23. *Min.* 42. *Ratio huius operationis colligitur ex tractatione sinuum, vbi ostendimus, si* A B, *statuatur sinus totus,* B D, *esse sinum anguli* B A D: *Item si* A C, *ponatur sinus totus,* C D, *esse sinum anguli* C A D, *&c.*

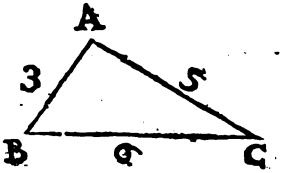
PROBL. 8. PROPOS. 12.

In triangulo nõ rectãgulo ex duobus lateribus notis, vel ex eorũ proportione nota, cũ angulo ab ipsis comprehenso, tertium latus, & reliqui anguli exquiruntur.

DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo ab ipsis comprehenso; vel data proportione duorum laterum angulum datum continentium: tertium latus, & reliquos angulos inuenire.

IN triangulo A B C, data sint primum duo latera A B, A C, illud 3. hoc 5. ambientia angulum A, obtusum, qui datus etiam sit grad. 93. Min. 50. Oportet ex his tertium latus B C, & reliquos angulos B, C, inuestigare. Quoniam datur angulus A, grad. 93. Min. 50. si detrahatur ex grad. 180. hoc est, ex duobus rectis, reliquum erit aggregatum duorum angulorum B, C, grad. 86. Min. 10. Est autem & proportio sinuum angulorum C, B, data, nempe eadem, quæ lateris A B, 3. ad latus A C, 5. propterea quod est, vt latus A B, ad latus A C, ita sinus anguli C, ad sinum anguli B. Quare vterq; angulus C, B, sigillatim cognitus erit, illic grad. 29. Min. 55. hic vero grad. 56. Min. 15. Quia vero latera sunt sinubus angulorum oppositorum proportionalia, erit, vt sinus anguli C, ad sinum anguli A, ita latus A B, ad latus B C: vel vt sinus anguli B, ad sinum anguli A, ita latus A C, ad latus B C. Per auream ergo regulam inuenietur latus B C, ferme 6. vt hic apparet.

2. huius.
4. huius.
3. huius.



C.	A.	A B.		B C.
49874.	99776.	3.	fit	6. ferè.

Vel.

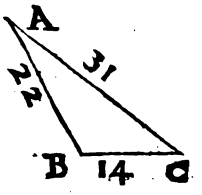
B.	A.	A C.		B C.
83147.	99776.	5.	fit	6. ferè.

Praxis. *VT ergo totum praxim complectamur: Si (ablato angulo dato ex grad.* 180. *vt summa aliorum duorum habeatur) fiat, vt semissis summæ duorum laterum datorum, nempe semissis summæ terminorum proportionis sinuum angulorum reliquorum, ad tangentem semissis summæ reliquorum angulorum, ita differentia inter semissem summæ datorum laterum,*

hoc

hoc est, terminorum proportionis sinuum angulorum reliquorum, & alterum laterum, siue terminorum proportionis, ad aliud, reperietur tangens anguli, qui cum semisse summæ reliquorum angulorum componet maiorem angulum, qui nimirum maiori lateri dato opponitur: idem verò ex eadem semisse dictæ summæ detractus relinquet angulum minorem minori lateri dato oppositum; vt perspicuum est ex praxi priore propos. 6. Quòd si rursus fiat, vt sinus vtriusuis angulorum inuentorum ad sinum anguli in principio dati, ita latus inuento angulo, qui acceptus fuerit in regula aurea, oppositum ad aliud, inuenietur tertium latus. Et ad maiorem perspicuitatem proponemus aliud exemplum.

SINT in triangulo A B C, data duo latera A B, A C, 22. & 31. vnà cum angulo A, grad. 23. Min. 42. Hic angulus ablatus ex grad. 180. reliqua fiet summa angulorum B, C, grad. 156. Min. 18. Si ergo fiat, vt $28\frac{1}{2}$. semissis laterum A B, A C, id est, terminorum proportionis sinuum angulorum B, C, ad 476595. tangentem semissis summæ angulorum B, C, hoc est, ad tangentem grad. 78. Min. 9. ita $4\frac{1}{2}$. differentia inter semissem summæ laterũ A B, A C, vel terminorũ proportionis sinuũ angulorum B, C, & alterutrũ laterum, seu terminorum, ad aliud, reperietur tangens 80931. cuius arcus grad. 38. Min. 59. additus ad grad. 78. Min. 9. nempe ad semissem summæ angulorum B, C, constituet angulum maiorem B, maiori lateri dato A C, oppositum grad. 117. Min. 8. Idem vero arcus grad. 38. Min. 59. ex eadem semisse summæ angulorum B, C, id est, ex grad. 78. Min. 9. detractus relinquet minorem angulum C, minori lateri dato A B, oppositum grad. 39. Min. 10. Operationem aureæ regulæ hic vides.



$26\frac{1}{2}$. 476595. $4\frac{1}{2}$? fit 80931.

Quòd si iam fiat, vt 63158. sinus anguli C, ad 40195. sinum anguli A, ita latus A B, 22. ad aliud: Vel vt 88995. sinus anguli B, ad 40195. sinum anguli A, ita latus A C, 31. ad aliud, inuenietur latus B C, 14. ferè. vt hic cernis.

C.	A.	A B.		B C.
63158.	40195.	22 ?	fit	14 ferè

Vel

B.	A.	A C.		B C.
88995.	40195.	31 ?	fit	14. ferè.

SI vti nolis tangentibus, vsurpanda erit posterior praxis propos. 6. in inuentione angulorum B, C.

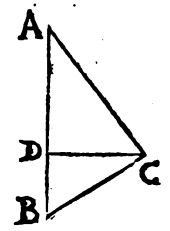
IAM si proportio laterum A B, A C, data sit, vna cum angulo A, ab ipsis comprehenso, ascribemus dictis lateribus numeros proportionis, ac si in ipsis data essent, problemaq; absoluemus, vt prius. Quando laterum proportio data est.

HOC etiam problema absolui potest sine auxilio propos. 6. hoc modo. In triangulo A B C, detur latus A B, 29. A C, 24. & angulus A, primùm acutus grad. 38. Min. 16. Ducatur ad maius latus A B, ab angulo opposito C, perpendicularis C D: quæ necessario intra triangulum cadet. Cum enim latus Alia demõstratio problematis sine propos. 6.

19. primi. A B, maius sit latere A C, erit & angulus C, angulo B, maior. Quare B, acutus erit. Nam si rectus esset, aut maior, esset C, etiam maior recto. quod est absurdum; quòd B, C, sint minores duobus rectis. Cum ergo & A, ponatur acutus, cadet perpendicularis C D, intra triangulum. In triangulo igitur rectangulo A C D, cum angulus A, sit grad. 38. Min. 16. erit eius complementum A C D, grad. 51. Min. 44. Quare cum sit, vt sinus totus anguli recti D, ad sinum anguli A, ita latus A C, 24. ad latus C D: inuenietur latus C D, per regulã auream, $14\frac{2}{3}\frac{6}{1}\frac{9}{2}\frac{9}{5}$. Vt hic apparet.

17. primi.

Schol. 13. secundi.



D.	A.	A C.		C D.
100000.	61932.	24?	fit	$14\frac{2}{3}\frac{6}{1}\frac{9}{2}\frac{9}{5}$.

2. huius. Eadem ratione, cum sit, vt sinus totus anguli recti D, ad sinum anguli A C D, ita latus A C, 24. ad latus A D: reperietur latus A D, $18\frac{5}{6}\frac{2}{2}\frac{7}{5}\frac{1}{0}$. vt hic vides.

D.	A C D.	A C.		A D.
100000.	78514.	24?	fit	$18\frac{5}{6}\frac{2}{2}\frac{7}{5}\frac{1}{0}$.

Ablata autem A D, inuenta ex A B, data 29. relinquetur B D, $10\frac{9}{6}\frac{7}{2}\frac{9}{5}\frac{}{0}$. Et quia, vt in tractatu tangentium ostendimus, posito sinu toto B D, recta C D, tangens est anguli B, inuenietur C D, tangens 146344. vt hic manifestum est.

B D.	B D.	C D.		C D.
$10\frac{9}{6}\frac{7}{2}\frac{9}{5}\frac{}{0}$.	100000.	$14\frac{2}{3}\frac{6}{1}\frac{9}{2}\frac{9}{5}$?	fit	146344.

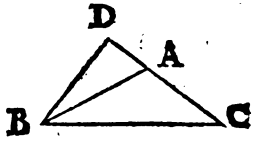
Tangens autem 146344. monstrat in tabula tangentium angulum B, grad. 55. Min. 40. ac proinde duo anguli A, B, grad. 38. Min. 16. & grad. 55. Min. 40. ex grad. 180. subducti reliquum facient angulum A C B, grad. 86. Min. 4.

4. huius. Quoniam autem est, vt sinus anguli B, noti ad sinum anguli A, dati, ita latus datum A C, 24. ad latus B C, reperietur latus B C, 18. ferè. vt hic vides.

B.	A.	A C.		B C.
82577.	61932.	24?	fit	18. ferè.

RVRSVS in triangulo A B C, datum sit latus A B, 13. A C, 11. & angulus A, ab ipsis comprehensus obtusus, & datus grad. 112. Min. 37. Ducatur ex alterutro angulorum acutorum, vt ex B, ad oppositum latus C A, perpendicularis: quae extra triangulum cadet. Quia igitur angulus B A C, ponitur grad. 112. Min. 37. erit B A D, grad. 67. Min. 23. eiusq; complementum propterea A B D, necessariò grad. 22. Min. 37. Quare cum sit, vt sinus totus anguli recti D, ad sinum anguli B A D, ita latus A B, datum 13. ad latus B D: Item vt sinus totus anguli recti D, ad sinum anguli A B D, ita latus datum A B, 13. ad latus A D; inuenietur B D, quidem 12. at A D, 5. ferè. vt hic apparet.

Schol. 13. secundi.



4. huius.

D.	B A D.	A B.		B D.
100000.	92310.	13?	fit	12. ferè.

Item.

D.	A B D.	A B.		A D.
100000.	38456.	13?	fit	5. ferè.

Addita

Addita autem A D, inuenta 5. ad latus A C, datum 11. fiet tota C D, 16. Cum ergo, posito sinu toto C D, recta B D, sit tangens anguli C; reperietur tangens B D, 75000. vt hic cernis.

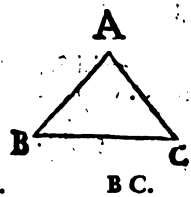
C D.	C D.	B D.	B D.
16.	100000.	12? fit	75000.

Quæ tangens offeret in tangentium tabula angulum C, grad. 36. Min. 52. & proinde duo anguli A, C, grad. 112. Min. 36. & grad. 36. Min. 52. ex grad. 180. ablati relinquent angulum A B C, grad. 30. Min. 31. Quoniam tandem est, vt sinus anguli C, cogniti ad sinum anguli B A C, dati, ita latus A B, 13. datum ad B C, inuenietur latus B C, 20. ferè. vt hic apparet. 1. huius.

C.	B A C.	A B.	B C.
59996.	92310.	13? fit	20. ferè.

Verum, vt vides, prior ratio multò est breuior, & expeditior.

QVOD si quando data duo latera datum angulum ambientia fuerint æqualia, facilius erit problema. Sint namq; in triangulo A B C, duo latera A B, A C, æqualia, quodlibet 9. & angulus A, comprehensus grad. 80. Ablato hoc angulo ex grad. 180. dabit semissis residui, quod est grad. 100. vtrumque angulorum B, C, grad. 50. Si autem fiat, vt sinus anguli B, vel C, ad sinum anguli A, ita latus A C, vel A B, ad aliud, prodibit latus B C, 11 4/7 3/6 6/6 8/0 5/4. vt hic vides. Quãdo data latera sũt æqualia.



B, vel C.	A.	A B, vel A C.	B C.
76604.	98481.	9? fit	11 4/7 3/6 6/6 8/0 5/4.

Datis ergo duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo ab ipsis comprehenso, &c. Quod erat faciendum.

PROBL. 9. PROPOS. 13.

In triangulo non rectangulo ex datis duobus lateribus datus, vel ex eorũ proportione data, cũ vno angulo nõ ab ipsis cõprehenso, tertium latus, & reliqui anguli inuestigãtur.

DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, vel eorum proportione data, vnà cum angulo, qui alteri datorum laterum opponitur; reliquos angulos, & tertium latus inquirere. Oportet autem constare, num alter angulus reliquo lateri dato oppositus sit acutus, an obtusus, si datus angulus acutus est.

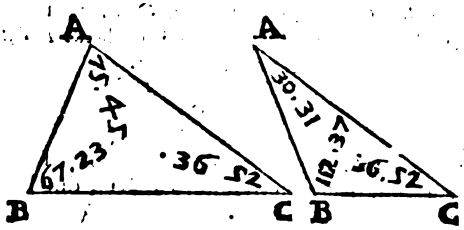
SINT in triangulo A B C, data duo latera A B, A C. 13. & 20. datus q; sit acutus angulus C, grad. 36. Min. 52. lateri dato A B, oppositus, constetque de angulo B, qui alteri dato lateri A C, opponitur, num acutus sit, an obtusus: alias enim nihil certi colligi posset, vt ex sequenti scholio patebit. Quoniam ergo est, vt latus A B, ad latus A C, ita sinus anguli C, ad sinum anguli B; suntque tria primad ata, inuenietur per auream regulam quartum, hoc est, sinus anguli B, 92302. vt hic liquet. 1. huius

A B.

Digitized by Google

A B.	A C.	C.		B.
13.	20.	59996?	fit	92302.

Qui sinus in tabula sinuum exhibet angulum B, ferè grad. 67. Min. 23. si acutus fuerit, vt in priori triangulo: si autem obtusus, vt in triangulo posteriori, grad. 112. Min. 37. vtpote qui cum illo semicirculum compleat; cum obtusus, & acutus conficientes grad. 180. eundem sinum habeant, vt ad definitiones sinuum demõstrauimus. Ablatis autem duobus angulis C, B, ex grad. 180. relinquetur in priori triangulo angulus A, grad. 75. Min. 45. In posteriori vero grad. 30. Min. 31. Latus autem B C, inuenietur, per auream regulam, partium ferè 21. in priori triangulo; in posteriori autem



1. huius. ferè 11. quòd sit, vt sinus anguli C, ad sinum anguli A, ita latus A B, ad latus B C. vt in hac operatione apparet.

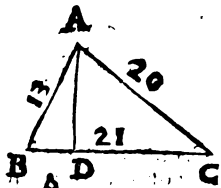
C.	A.	A B.		B C.
59996.	96923.	13?	fit	21. ferè.

Item

C.	A.	A B.		B C.
59996.	50779.	13?	fit	11. ferè.

Praxis. *ITAQVE, si fiat, vt latus datum dato angulo oppositum ad alterum latus datum, ita sinus dati anguli ad aliud, reperietur sinus, cuius arcus dabit angulum alteri lateri dato oppositum, si acutus fuerit, (quod quidem semper contingit, quando datus angulus est obtusus) aut certe ex semicirculo sublatus dabit illum angulum, si obtusus fuerit: Summa vero ex dato angulo, & inuento angulo conflata ex grad. 180. subducta exhibebit tertium angulum. Si deniq; fiat, vt sinus anguli dati ad sinum tertij anguli à datis lateribus comprehensi, qui vltimo inuentus est, ita latus datum dato angulo oppositum ad aliud, producetur tertium latus.*

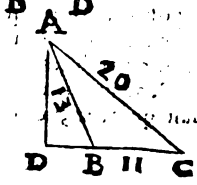
Quãdo proportio duorum laterũ datur.



QVOD si detur duorum laterum proportio, si lateribus illis numeri proportionis ascribantur, eodem modo problema exequemur.

ALITER. Dentur rursum duo latera A B, 13. & A C, 20. vnà cum angulo C, acuto grad. 36. Min. 52. sitq; primum alter angulus B, acutus etiam, vt in priori triangulo. Ducta ex A, ad B C, perpendiculari A D, quæ intra triangulum cadet: quoniam in triãgulo rectangulo A C D, posito sinu toto A C, recta A D, sinus est anguli dati C, vt in tractatu sinuum docuimus; si fiat, vt A C, sinus totus ad A C, latus datum, ita A D, sinus dati anguli C, ad aliud, reperietur A D, 12. ferè, vt hic vides.

Schol. 13. secundi.



A C.

AC.	AC.	AD.		AD.
100000.	20.	59996?	fit	12. ferè.

Rursus, quia posito sinu toto AB, recta AD, est sinus anguli B, vt in sinubus traditum est; si fiat, vt AB, latus datum ad sinum totum, ita AD, iam inuenta ad aliud, inuenietur sinus AD, 92308. vt hic apparet.

AB.	AB.	AD.	fit	AD.
13.	100000.	12?		92308.

Ex tabula ergo sinuum dabitur angulus B, grad. 67. Min. 23. ac proinde BAC, reliquus duorum rectorum, grad. 75. Min. 45. Quoniam vero est, vt sinus anguli dati C, ad sinum anguli A, inuenti, ita latus AB, ad latus BC, inuenietur latus BC, 21. ferme: vt hic cernis. 1. huius.

C.	BAC.	AB.		BC.
59996.	96923.	13?	fit	21. ferè.

DEINDE, ijsdem positis, sit alter angulus B, obtusus, vt in posteriori triangulo. Ducta ex A, ad BC, perpendiculari AD, quæ extra triangulum cadet: quoniam in triangulo rectangulo ACD, posito sinu toto AC, recta AD, sinus est anguli C, vt dictum est in tractatione sinuum; si fiat, vt sinus totus ad datum latus AC, ita sinus dati anguli C, ad aliud, inuenietur AD, ferme 12. vt hic apparet. Schol. 22. secundi.

AC.	AC.	AD.		AD.
100000.	20.	59996?	fit	12. ferè.

Rursus, quia posito sinu toto AB, recta AD, sinus est anguli ABD, vt in defin. sinuum explicauimus; Si fiat, vt latus datum ad sinum totum, ita AD, proxime inuenta ad aliud, reperietur sinus AD, 92308. vt hic vides.

AB.	AB.	AD.		AD.
13.	100000.	12?	fit	92308.

Qui sinus exhibet in tabula sinuum angulũ ABD, grad. 67. Min. 23. ac proinde reliquum duorum rectorum ABC, grad. 11. Min. 37. Ablatis autem duobus angulis C, & ABC, notis ex grad. 180. remanebit angulus BAC, grad. 30. Min. 31. Hinc, quoniam est, vt sinus anguli C, dati ad sinum anguli A, inuenti, ita latus AB, datum ad latus BC, inuenietur latus BC, fere 11. vt hic manifestum est. 1. huius.

C.	A.	AB.		BC.
59996.	50779.	13?	fit	11. ferè.

POSTREMO, datis ijsdem lateribus, detur angulus obtusus ABC, grad. 112. Min. 37. vt in posteriori triangulo, factaque eadem constructione: quoniam posito sinu toto AB, recta AD, sinus est anguli ABD, hoc est, anguli dati ABC, inuenietur rursum AD, 12. ferè, vt hic cernis.

AB.	AB.	AD.		AD.
100000.	13.	92308?	fit	12. ferè.

Rursus, quia posito sinu toto AC, recta AD, sinus est anguli C, reperietur sinus AD, 60000. Vt hic apparet.

AC.

Digitized by Google

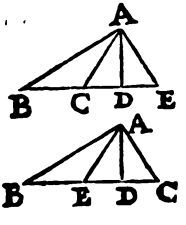
AC.	AC.	AD.		AD.
20.	100000.	12½	fit	60000.

Eſt ergo angulus C, grad. 36. Min. 52. & proinde reliquus duorum rectorum B A C, grad. 30. Min. 31. Latus B C, inuenietur 11. vt prius. Igitur, Datis duobus lateribus trianguli non rectanguli, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

Quãdo datus angulus eſt acutus, cur cõſtare debeat, num alter angulus ſit acutus, vel obtuſus. 4. primi.

QVOD *autem nihil certi colligi poſsit, quando datus angulus vni datorum laterum oppoſitus acutus eſt, niſi prius cognitum ſit, num angulus alteri dato lateri oppoſitus ſit acutus, obtuſusue, vt in propoſ. diximus, ita perſpicuum faciemus. Sint in triangulo* A B C, *data latera* A B, A C, *vna cum angulo acuto* B. *Ducta ex* A, *ad* B C, *perpendiculari* A D, *ignorabitur, num ea cadat extra triangulum, an intra, niſi ſciatur, angulum alterum* A C B, *eſſe obtuſum, acutumue. Sumpta quoque recta* D E, *ex altera parte perpendicularis* A D, *ipſi* D C, *æqualis, ductaq; recta* A E; *erit* A E, *ipſi* A C, *æqualis: propterea quòd latera* D C, D A, *lateribus* D E, D A, *æqualia ſunt, angulosq; comprehendunt æquales, vtpote rectos. Itaque etiamſi nota ſint latera* A B, A C, *vel* A B, A E, *& angulus acutus* B, *non tamen idcirco reliquum latus notum erit, aut reliqui anguli; cum reliquum latus poſsit eſſe vel* B C, *vel* B E; *ac propterea reliqui anguli vel* B C A, B A C; *vel* B E A, B A E: *niſi prius conſtet, angulum* B C A, *obtuſum eſſe, vel acutum. Hoc enim cognito, ſciemus, quando perpendicularis* A D, *extra triangulum cadit, & quando intra; &c.*



Error Nicolai Copernici,

EX *quibus conſtat,* Nicolaum Copernicum, *alioquin diligentiſsimum, hallucinatum fuiſſe lib. 1. Reuolutionum propoſ. 6. triangulorum rectilineorum, dum ſimpliciter proponit: Si duo latera trianguli data ſint, & angulus vni eorum oppoſitus datus etiam, reliquum latus, & reliquos angulos dari poſſe. Hoc etenim fieri non poteſt, vt demonſtrauimus, quando datus angulus eſt acutus, niſi conſtet, num angulus alteri laterum datorum oppoſitus ſit acutus, an obtuſus.*

FINIS TRIANGVLORVM RECTILINEORVM.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA SPHÆRICA:

Digitized by Google

Digitized by Google

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA SPHÆRICA.

PRÆFATIO.

EXPLICATIS ijs, quæ ad triangulorum rectilineorum scientiam, qua ex angulis notis latera, & vicissim ex notis lateribus anguli cognoscũtur, necessaria esse duximus; reliquum est, vt Sphæricorum etiam triangulorum doctrinam, qua arcus ex cognitis angulis, et contra, anguli ex arcubus notis inquiruntur, tradamus. Quamuis enim Menelaus, qui etiam Mileus, nobilis scriptor, qui temporibus Traiani Imperatoris floruit, vt auctor est Ptolemæus, acutissimos tres libros de triãgulis sphæricis composuerit, non tamen eius ordinem nos in hisce nostris Sphæricis triangulis sequemur; propterea quòd & plurimas eius propositiones, licet iucundissimæ sint, miraq́; eruditione refertæ, tãquam Lib. 7. Almag. cap. 1.

Digitized by Google

non neceſſarias reiecimus, & alias non paucas ab eo omiſſas ex Gebro Hiſpalenſi, Ioanne Regiom. Franciſco Maurolyco, & ex alijs adiecimus, quas omnino neceſſarias eſſe iudicauimus ad res Aſtronomicas intelligendas. Plerunq; etiam nouas demonſtrationes, easq; breuiores, ac faciliores adhibuimus, nonnullas item eodem modo demõſtrauimus, quo eadem de angulis, & triangulis rectilineis demonſtratæ ſunt ab Euclide, vt planior fieret earum demonſtratio: ex quarum numero ſunt propoſ. 5. 6. 7. 8. & 9. Non parum tamen operæ in eo poſuimus, vt omnes propoſitiones triangulorum ſphæricorum ita in ordinem redigeremus, vt poſteriores ex prioribus penderẽt, quemadmodum res Mathematicæ poſtulant, & in omnibus elementis Geometricis fieri conſueuit. Sed iam ad rem veniamus, exordio ſumpto à definitionibus.

DEFINITIONES.

I.

Angulus ſphæricus quid.

ANGVLVS ſphæricus eſt, quem in ſphæræ ſuperficie duo arcus circulorum maximorum ſeſe mutuo ſecantes continent.

QVONIAM *angulus ſphæricus, qui à Geometris in ſphærica ſuperficie conſideratur, ab arcubus maximorum circulorum tantummodo conſtituitur, omnes an-*

Digitized by Google

tem circuli maximi in sphæra se mutuo secant bifariam, fit, vt duo arcus angulum sphæricum in superficie sphæræ continentes, si producantur, se mutuo secent, non autem se mutuo contingant: ita vt omnis angulus sphæricus fiat ex duobus arcubus sese intersecantibus in superficie sphæræ, non autem ex arcubus se mutuo tangentibus. Id quod de angulis in plana superficie existentibus dici non potest. In hac enim non solum duæ lineæ rectæ, vel curuæ, vel quarum vna recta est, & altera curua, se mutuo secantes. si producantur, angulum planum constituunt, verum etiam duæ lineæ, quarum vtraque vel curua est, vel vna curua, & altera recta, sese tangentes tantummodo, angulum planum curuilineum, vel mixtum (qui quidem angulus contactus, vel contingentiæ à Geometris vocatur,) constituere possunt, vt ex propos. 16. lib. 3. Eucl. perspicuum est: licet Iacobus Peletarius neget eum esse angulum, conetuŕq; illud multis rationibus confirmare, quæ omnes sophisticæ sunt, & friuolæ, vt ex solutionibus illarum, quas in scholio dictæ propos. adduximus, perspicuũ est. Neque vero Peletarius in Apologia de contactu linearũ, quam anno 1579. in me conscripsit, (quàm modeste, & syncere, ipse viderit.) ausus est solutiones meas impugnare, aut opinionẽ suam, no nam illam quidem, & inauditam, nouis rationibus (scilicet nullas habebat) confirmare: sed verbis duntaxat, & conuitijs se defendere conatur, vt facile ij, qui eam perlegerint, iudicabunt.

11. 1. Theod. Angulus sphæricus necessario fit ex duobus arcub⁹ se mutuo secantibus. Angulus planus fieri etiam potest ex duabus lineis se non secantibus, sed tangentibus se mutuo dũtaxat.

HVIC ego Apologiæ iam pridem non tam mei purgandi, quam veritatis tuendę gratia respondissem, nisi me ab hoc consilio grauissima eruditissimorum hominum auctoritas, qui eam responto omnino indignam iudicabant, reuocasset. Nunc vero quoniam de re ipsa, eiusq; Apologia necessario mentio facta est, non alienum esse duxi, breuiter calumnias, atq; iniurias, quibus frequenter me in ea Apologia afficit, quanta potero modestia, depellere, vt benignus lector intelligat, sine causa eum tanto animi dolore, & iracundia, quantam præ se fert, contra me exarsisse, falsoq; mihi imposuisse multa: me autem è contrario nullum verbum iniuriosum in illum effudisse, aut conuitium, quod frustra in epistola nuncupatoria criminatur, vbi me à conuitijs non abstinere, aperte testatur. Atq; in illa Apologia nihil adeo me offendit, quàm quòd me Peletarius non syncere, sed animose, atq; adeo inuidiose feciſse infimulat, vt eum in meis commentarijs vel reprehenderem, vel laudarem: quæ sane vitia pusilli semper animi esse duxi, & ab homine liberaliter, christianeq; educato alienissima. Verum ea quàm longe absint tum à nostræ Societatis disciplina, tum à mea consuetudine, nemo omnino, qui nos ac nostra norit, ignorat. His vero, qui nostra minime norunt, liber ipse fidem faciet, syncere omnia dici, nihil inuidiose, nihil animose: planè vt veritatem quæsitam, non cuiusq; auctoritatem contemptam esse appareat. Neq; enim mihi tantum derogo, (etsi nihil arrogo) vt mihi vni interdictum putem, ne, si quid in alienis scriptis falsum videatur, occasione oblata, cur id mihi minus probetur, ostendam; modo (quod pudentium, ac bene moratorum hominum consuetudo postulat) id sine conuicio, atq; irrisione faciam: Hoc autem liber ipse, qui in medio est, ita à me factum esse clamat. Etenim vt totum illum librum peruolutes, ne verbum quidem vnum reperias, quod vel speciem maledicti habeat, atq; conuicij. Nam in scholio de angulo contactus

Digressio cõtra Apologiam Peletarij in auctorem scriptam.

Digitized by Google

tactus iurare liquido possem, nihil me minus cogitasse, quàm vt Peletarium obtrectandi animo oppugnarem; sed illud habuisse propositum, (si modo consequi possem) vt suus esset veritati locus. Quod quidem eò liberius feci, quòd Peletario ipso non modo inuito, sed etiam libenti existimaui me esse facturum, quod vel ipso auctore facerem: qui non à Cardano solum, atque Campano, sed etiam à Proclo, Theone, Apollonio, Eratosthene, Pappo, Ptolemæo, Hippocrate Chio, Geometriæ luminibus, ab ipso deniq; omnium magistro Euclide dissentire non dubitauit. Nimirum quia, vt ab eodem in Apologia vere dictum est, in omni doctrina, præsertim verò in Geometria, non auctoritas est spectanda, sed veritas: quanquam non video, qui amicus veritatis sit is, apud quem veritas odium parit; nisi forte aut decipi se non posse arbitratur, qui columina illa Geometriæ errasse interdum prædicat, aut veritatem in alienis rebus amat, ac quærit potius, quàm in suis. Equidem si quis me in re quapiam (quod pro humani ingenij imbecillitate fieri posse video) errasse ostenderit, næ ego maximam illi gratiam habuero, qui errantem in viam veritatis reduxerit. At enim probat studium veritatis Peletarius, conuitia ferre non potest: quæ tandem conuitia? rogas? Demonstrationes meas appellas sophismata. Nunc demum, quæ conuitia dicat, intelligo. Nam alia nulla in meo libro esse certò scio: ab his (si conuitia sunt) fateor me non abstinere. At ego homo simplex, & ignarus verborum, conuitia esse nunquam duxi, cum vere dicerentur. Neq; enim, quo alio vocabulo demonstrationes plane fallaces, & adulterinas appellarem, habebam: neq; vero philosophorum, ac Mathematicorum consuetudo loquendi magis appositum mihi verbum suppeditabat. Accedit, quòd cum à Peletario, homine in loquendo consideratissimo, germanas Campani, Cardanique demonstrationes paralogismos appellari viderem, existimaui in falsis eius demonstrationibus refellendis impunius perfimili me vocabulo vsurum. Quòd si sophisma contumeliosius verbum est, quam paralogismus, in Gallia, ignoscat consuetudinis eius ignaro, atq; existimet, me paralogismos dicere voluisse. Atq; vt plane intelligat Peletarius, me non contradicendi studio illa scripsisse, mecum vnà consideret, quantam mihi materiam sui refellendi dederit, si hominem refellere potius, quam rem, quæ tum agebatur, explanare in animo fuisset: quanquam occasionē eius reprehendendi in sinum delatam sæpius omisi, ne illum mihi delegisse viderer, in quem potissimum incurrerem. Quàm præclara enim occasio fuit in propos. 4. & 8. lib. 1. atq; in propos. 24. lib. 3. quam ipse 23. facit? In his enim omnibus reijcit demonstrationes antiquissimas Euclidis, tanquam non Geometricas; quippe in quibus figuram vnam alteri superponi concipere animo oporteat: quod ipse a Geometriæ dignitate putat esse alienum, hac solum inductus ratione, quòd superpositionem illam mechanicum quid esse arbitretur, & quòd omnes fere propositiones hoc modo, vt ait, possint demonstrari, etiam problemata, in quibus aliquid proponitur construendum; atq; in huius rei exemplum adducit propos. 2. & 3.

lib.

Digitized by Google

lib. 1. quæ problemata sunt. Hic certe Peletarium iure carpere potuissem, si id mihi fuisset propositum, vt falso criminatur; maxime in eo, quòd eadem ratione vsui fore existimauit superpositionem in demostrādis problematibus, ac theorematibus. Nam non satis intellexisse videtur, quo pacto Geometræ superpositionem illam vsurpent. Neq; enim volunt, re ipsa faciendam esse figurarum superpositionem, (hoc enim mechanicum quid esset) sed cogitatione tantum, ac mente, quod opus est rationis atq; intellectus. Itaque in theorematibus quidem locum habebit genus hoc argumentandi, in problematibus vero non. Namq; in theorematibus, propter magnitudinum æqualitatem, inæqualitatemve, quæ, vt nota, ponitur, facile intellectus cuiusuis sine vlla hęsitatione comprehendit, vnam vel non excedere alteram, vel excedere, si animo concipiatur vna alteri esse superposita, quamuis re ipsa non fiat illa superpositio, vt in propos. 4. lib. 1. factum est: At in problematibus, in quibus magnitudinē quis alteri æqualem construere iubetur, licet mente cogitet magnitudinem propositam transferri in alium locum, non tamen propterea quicquam efficiet, cum re ipsa translatio nulla facta sit: Vt mirum sit, Peletarium sibi persuadere potuisse, propos. 2. & 3. lib. 1. & alias pene omnes per superpositionem, siue translationem linearum, figurarumve posse demonstrari, si hoc modo argumentandi in Geometria vti liceret. Et certe hac in re non solum Euclidem in crimen vocat Peletarius, verum etiam Archimedem, quo, omnium iudicio, acutior in demonstrando, & subtilior fuit nemo, eiusque commentatorem grauissimum, eumque doctissimum Eutocium Ascalonitam, qui eodem argumentandi genere vtuntur in æqueponderantibus, immo vero & omnes Geometras redarguat necesse est, qui non raro hoc argumenti genus adhibent. Sed videamus, quò tandem egregius hic noster Geometra, qui omnes alios Geometras reprehendit, sit deuolutus. Viderat Peletarius, (neq; enim rem adeo manifestam videre non poterat) si hunc modum argumentandi è medio tollat, vniuersam se Geometriam funditus euertere, cum plurimæ, eæque præcipuæ propositiones in Geometria demonstrentur ex propos. 4. & 8. lib. 1. & ex 24. lib. 3. quæ quidem alio modo demonstrari nequeunt, quam per dictam figurarum superpositionem, non quidem re ipsa existentem, sed cogitatione duntaxat, vt dixi, comprehensam. Quò igitur se verteret? quid ageret? Excogitauit sane rem magis à Geometria alienam, quam est superpositio illa figurarum. Coactus enim est asserere, propositionem 4. lib. 1. esse definitionem angulorum æqualium, (& quis vnquam talem audiuit definitionem?) atq; adeo concedendam eam esse sine demonstratione: propositionem vero 8. eiusdem lib. principium esse per se quoq; notum. Quod vt credibile magis efficiat, ita scribit in propositionem 4. lib. 1. [*Etenim nulla euidentiori specie æqualitas figurarum dignoscitur, quam ex laterum æqualitate.*] Idemque quasi confirmat, & repetit in propositionem 8. eiusdem lib. dum ita loquitur. [*Quis enim negauerit, duas superficies esse æquales, quarum latera & quantitate, & numero sint æqualia?*] Hæc Peletarius,

Superpositio figurarum apud Geometras quo modo intelligatur, & cur ea locum habeat in theorematibus, non autem in problematibus.

Absurda sententia Peletarij de propos. 4. & 8. lib. 1. Euclidis.

Digitized by Google

tius, vt dictę propositiones Euclidis sine demonstratione admittantur, cõmẽtatus est, sed quę omnino falsa sunt: vt magnopere mirandũ sit, potuisse eũ propositiones a Geometria prorsus alienas tam incõsiderate proferre. Scilicet verum est, quod philosophi afferunt; Dato vno absurdo, cætera consequũtur. Assumpserat enim Peletarius propos. 4. & 8. lib. 1. pro principijs: quod quidem falsum est, atq; absurdum. Vnde ad eas absurditates necessario deuenit, quas etiam illi, qui vix adhuc principia Geometriæ attigerunt, vel facile vitare potuissent. Nam quis non videt, Rhombum, & Quadratum, etiamsi latera habeant & quantitate, & numero æqualia, posse tamen inter se valde esse inæqualia? Id quod in Pentagonis quoque æquilateris, & in alijs figuris pluriũ laterum æqualium cerni potest: quod non est huius loci pluribus verbis explicare. Cum ergo in omnibus figuris multilateris inæqualitas reperiatur, licet latera habeant & quantitate, & numero æqualia, demonstrandum fuit necessario Euclidi, æqualitatem triangulorum colligi ex laterum æqualitate, quandoquidem in alijs figuris ea non colligitur. Quare neq; propositio 4. Definitio, neq; propositio 8, principium erit; ac proinde omnes propositiones, quæ illis nituntur, quæ innumerabiles propemodum sunt, corruant necesse est, nisi demonstrationes Euclidis recipiãtur in illis propositionibus, cum alio modo demonstrari non possint. Demonstratio enim noua propos. 4. quam Peletarius confinxit, nihil aliud est, quam (vt cum Logicis loquamur) petitio principij. Id quod perspicuum erit cuilibet, qui eam diligentius considerare voluerit. Nam in ea solum cõstruitur vnum triangulum posteriori ex duobus datis æquale, immo idem, atq; hoc ipsum quidem ineptissime, cum ad id præstandum circulos describat Peletarius, quibus tamen in demonstratione non vtitur, quod vitiosum omnino est in Geometria: Deinde infert, triangulum hoc constructum, quod a posteriori ex duobus propositis non differt, priori esse æquale, sine vlla demonstratione; certum autem est, hoc ab initio propositum fuisse, vt demonstretur. Quocirca manifeste principium petit, cum eadem facilitate statim in principio concludere potuisset, etiamsi nullam adhibuisset constructionem, triangula proposita esse æqualia; quippe cum constructio illa ad rem non faciat. Idem dico de demonstratione propos. 24. lib. 3. quam etiam nouam confinxit: quod eorum iudicio, ad quorum manus eius commentarij peruenerunt, relinquo. Prætereo alia loca innumerabilia, in quibus abutitur propositionibus Euclidis in demonstrando, vt quòd plerunq; secundam propos. lib. 1. inscite pro tertia assumat, &c. Neq; enim mihi in animo nunc est, eius commentarios examinare, sed solum calumnias, quas frequentes in sua Apologia adhibuit, a me depellere. Quæ cum ita sint, quod ille falsò de me, verè ego de illo dicere possem, rubere me, (vt eius verbis vtar) Euclidi interpretem contigisse, qui nõ iam Theonem, aut Campanũ emẽdet, sed ipsum Euclidem sine causa reprehendat; quippe cum ego Euclidem (vti par est) a calumnijs ipsius defendam, omnesque insidias, ac fallacias, quas contra eum instruxerat, detegam ac refellam. Liquet igitur, me ea

Petitur principiũ à Peletario in propos. 4. lib. 1. Euc.

Digitized by Google

mente non fuisse, vt Peletarium redarguerem, cum tot ac tantos errores dissimulauerim: quos ego ne nunc quidem in lucem protulissem, nisi vellem omnes & intelligere, quantum Peletarius a me, de quo tam acerbe queritur, tum beneficium acceperit, & ex breui hac disputatione fructus aliquid, vtilitatisque percipere. Nunc vt, quam dispari ille animo in me fuerit, appareat, eius calumnias breuiter exponam, atq; ita refellam ac diluam, vt omnes oculis videant, eas esse calumnias: In quo tamen eiusmodi a me moderatio adhibebitur, vt modestiæ, quæ hominem religiosum decet, minime obliuiscar. Neq; enim illi, vti prouocauit, respõdebo.

PRIMVM itaq; mihi obijcit Peletarius, quòd in eius demonstrationibus citandis ita me gesserim, vt si quo modo nomen ipsius supprimere potuissem, id me ostendam libenter fuisse facturum. Quod quam sit falsum, facile iudicabunt ij, qui meos commentarios legerint; cum vbiq; eum honorifice appellem, eique plurimas demonstrationes ascribam, tanquam proprias, quas tamen aliter, quam ipse, & multo breuius demonstro, & interdum etiã (quod maius est) vniuersalius, vt liquido constat ex ijs, quæ tum ad propos. 38. tum ad propos. 45. lib. 1. ex Peletario demonstraui, vt àlia interim taceam: quæ non iniuria mihi vendicare potuissem: vt mirer, quid illi in mentem venerit, id a me parum syncere, atq; adeo inuidiose factum existimare, quod ego verebar, ne nimis ambitiose factũ quispiam iudicaret. Quòd vero propos. 16. lib. 3. & in prioribus duabus definitionibus lib. 5. vt ipse obijcit, animose, vt ego fateor, libere, quid de eius demonstrationibus sentirẽ, exposui, id feci, vt iam ante dixi, non cuiusquam lædendi causa, sed quærendæ veritatis. Ea enim est natura, & conditio eorum, qui liberalibus artibus dant operam, vt etiamsi alter alterius interdum sententiam impugnet, non tamen idcirco odijs potius, quam ingenijs inter se certare videantur. Qui sit aliorum sensus ignoro, equidem, vt supra dixi, ita sum animo, vt si quis me alicuius erroris in demonstrando commissi admoneret, ei quam maximas gratias haberem: atq; vt liberius id facerent, enixe rogaui non paucos, & nunc iterum eosdem, atque etiam alios amicè oratos volo. Scio enim quam facile possit in suis quisq; inuentis hallucinari; video (quod ipse quoq; Peletarius in Apologia sapienter asseruit) omnibus hominibus commune esse, vt peccent. Deinde quòd in additionibus ad propos. 47. lib. 1. eius mentionem non fecerim, non est, quod ægre ferat, cum illæ propositiones non sint ab ipso inuentæ. Quædam enim multo tempore ante ipsum demonstratæ sunt vel a Campano, vel a Proclo, aut Theone: quasdam vero demonstraui egomet, antequam ipsius demonstrationes vidissem; quòd adeo manifestæ sint, & faciles, vt nulla probatione egeant, sed sint instar corollariorum propos. 47. Vt nulla prorsus laus, aut gloria illi accessura videretur, si maxime eas ab ipso inuentas esse (quod tamen verum non est) prædicassem; cùm eas quilibet, modo primoribus labris studia Mathematica degustarit, nullo negotio ex illa propos. 47. colligere possit: Vt non videam, cur tandem eas propositiones tanti ponderis esse dicat, cum sint omnium iudicio leuis

simæ;adeo vt in plerisque earum nec ipse Peletarius demonstrationem vllam,propter earum euidentiam, adducat, sed eas nulla probatione egere fateatur. Denique non est,quod tantopere mihi succenseat idcirco, quod constructionem Pentagoni æquilateri,& æquianguli supra datam rectam lineam finitam ei non tribuerim:quoniam in ea constructione nihil prorsus ab eo sum mutuatus:quod ijs dijudicandum relinquo,qui meam cum illius constructione contulerint. Nam & mea omnino diuersa est, & ille in sua mirifice(vt alia peccata taceam)abutitur propositione 9. lib.3. cum ex ea probet,punctum quoddam esse centrũ circuli, qui nondum est descriptus. Geometra sanè dixisset, punctum illud esse eiusmodi, vt circulus ex eo descriptus ad interuallum cuiuslibet lineæ rectæ ex illis tribus, quæ ibi ostensæ sunt æquales,transeat per extremitates reliquarum duarum linearum æqualium.Nam propositio 9. lib. 3. nihil eo loco ad rem facit, cum propositum ex ipsa cõstructione possit cõcludi,& ex demõstratis, vt proxime dixi,etiamsi propositio illa vera non esset, aut nusquam demonstrata.Idem peccatum committit Peletarius in omnibus propositionibus lib. 4. in quibus vel intra figuram rectilineam,vel circa eandẽ circulus describẽdus est.Quòd si ideo sum reprehẽdendus,quòd propositionem vnã,multo aliter a me, & breuius demonstratam, ei non ascripserim ,non video, quo pacto in idem ipse vitium non incurrat, cum problema hoc [*Propositis duabus lineis inæqualibus, potentiam maioris supra minorem cognoscere.*] multis seculis ante ipsum a Theone demonstratum sibi arroget, hac solum de causa, vt arbitror, quòd illud alia ratione, longiore tamen, demonstrauerit. Mitto hoc aliud problema, [*Dato angulo rectilineo æqualem angulum curuilineum constituere.*] quod in Apologia suum proprium appellat, idemque hactenus desideratum esse gloriatur; cum tamen illud ipsum ego ex Proclo,qui multis ante eum seculis floruit,in defin. 5.lib. 5. multo breuius, & clarius demonstrauerim. Nam,vt eo in loco ostendi,si rectæ lineæ datum angulum rectilineum continentes ponantur æquales,& circa ipsas duo semicirculi (qui æquales erunt) versus easdem partes describantur, illico constitutus erit angulus curuilineus dato angulo rectilineo æqualis:Neque opus est tot ambagibus vti, quot Peletarius ad eam rem demonstrandam adhibet;quamuis robur demonstrationis ipsius idem sit,quod meæ. Et quod magis mirandum est, fatetur Peletarius, se meam demonstrationem vidisse, & eam nihilominus sibi audet, tanquam propriam arrogare. En cur Peletarius clamet, me non paucas demonstrationes parum honeste, vt mihi vendicem, sibi subducere conatum. Quis autem non videt,id eum in altero vituperare, quod ipse sibi glorioſum putat ? Itaque multo verius, ac iustius eodem illum crimine ego, quàm ille me,condemnare possum; cum nunquam propositionum illarum inuentorem me appellauerim,vt ipse,sed solum eius nomen, ob rationes a me expositas,reticuerim.

Improprietates Peletarij in demonstrando.

DEINDE angulum contactus,& acutum rectilineum eiusdem generis esse, contra me pluribus verbis conatur ostendere. Sed nescio quo modo

modo aberrat, quod dicitur, a scopo. Solum enim probat, vtrumque angulum eodem genere quantitatis contineri, hoc est, vtrumque angulum planum esse; quod acutus angulus rectilineus, vel etiam rectus constare possit ex angulo contactus, & alio angulo mixto: quod neque ego, neque vllus vnquam Geometra negauit. Ego angulos illos eiusdem esse generis negaui hac solum de causa, quòd angulus contactus quantumuis multiplicatus angulum acutum rectilineum superare nequeat, vt in scholio propos. 16. lib. 3. euidenter ostendi. Hinc enim fit, vt alter ad alterum proportionem non habeat, atque adeo quodammodo diuersi generis sint: quemadmodum eadē de causa linea recta finita, & infinita non censentur esse eiusdem generis, cum altera ad alteram proportionem non habeat; quamuis sub eodem genere magnitudinis; nimirum sub linea recta, comprehendantur. Hoc itaque feriat, vt collimasse videatur: quamquam vt omnia faciat, collimabit nunquam; ita longè abest, quod est propositum. Magnitudines autem, quarum altera multiplicata alteram superare nequit, non censeri eiusdem generis, (quod ad proportionem attinet) licet sub eodē genere quantitatis, hoc est, sub longitudine, aut latitudine, aut profunditate, aut numero, collocentur, liquido constat ex defin. 5. lib. 5. vbi Euclides satis perspicue explicat, cuiusmodi debeant esse magnitudines eiusdem generis, inter quas proportio reperitur. Quare viderint alij, Peletarius homo consideratus quam cogitatè me incogitantem hominem appellarit; quasi non recte intellexerim, quæ magnitudines sint eiusdē generis, quæ non sint. Nunquam enim dixi (id quod mihi affinxit, vt carperet) duarum magnitudinum, quæ sub diuersis quātitatis generibus collocantur, quales sunt linea, superficies, corpus, ac numerus, alterutram ita posse multiplicari, vt alteram superet: In quo, nemine reluctante, frustra sese fatigat, vt doceat, id fieri non posse; sed de illis duntaxat magnitudinibus sum locutus, quæ cum in eodem genere quantitatis versentur, diuersi tamen generis censeri possunt: quales sunt superficies rectilinea & curuilinea, siue mixta: Itemque linea recta, & curua. Hæ etenim ita differre inter se videntur, vt Aristoteles liquido affirmarit, vnam alteri æqualem esse non posse: quod tamen (pace Aristotelis dictum sit) verum vsquequaque non est; cum Archimedes in lib. de lineis spiralibus demonstrauerit, quænam linea recta æqualis possit esse circunferentiæ cuiusuis circuli dati. Non igitur negare poterit Peletarius, aut quisquam alius, ab Euclide defin. 5. lib. 5. aliquas quantitates a proportionis definitione excludi, diuersique propterea esse quodammodo generis, quod ad proportionem attinet, licet in eodem magnitudinis genere ponantur: quales sunt angulus contactus, & angulus rectilineus; Linea item recta finita, & infinita: Multas item magnitudines comprehendi in eadem definitione proportionis, quas plerique excludebant; cuiusmodi sunt curuilinea superficies, & rectilinea; necnon linea circularis, & recta, vt paulo ante diximus, latiusque in defin. 5. lib. 5. exposuimus. Verum Peletarius, ne opinionem illam suam, quam de angulo contactus semel imbiberat, deserere cogeretur, noluit hanc expositionem quintæ defin. lib. 5.

Angulus contactus, & rectilineus cur dicantur esse diuersi generis.

Digitized by Google

recipere; immo eā vt oppugnet, omnes videtur in Apologia intēdisse nerā uos, oblitus sui, q fere eodē modo illam defin. in quinto lib. olim exposue- rat; nisi quod nō rectē inde colligit, angulum contactus non esse quantitatē, propterea quod multiplicatus nullam magnitudinem, vt dicit, possit excē dere. Hoc enim (pace eius dixerim) falsum est. Nam licet angulus contactus multiplicatus angulum rectilineum non possit excedere, excedet tamen alium angulum contactus. Quare ex illa defin. 5. lum rectē colligitur, angulum contactus ad angulum rectilineum non habere proportionem vllam; ad angulum vero alium contactus quemcunque proportionem habere. Sed siue ita intellexerit eam defin. vt ex commentarijs eius in lib. 5. colligi potest, siue secus, vt in Apologia indicare videtur, non multum laboro: Certē ita illam esse intelligendam, vt exposui, nemo, qui verba Euclidis diligenter expenderit, negabit. Verum enim verò, si mihi fidem habere non vult Peletarius, habebit certe, (nisi arrogans haberi volet) aut Proclo grauissimo scriptori, qui lib. 2. in lib. 1. Eucl. ad definitionem anguli plani eodem modo definitionem illam intellexit, aut Petro Nonio Lusitano, quem tanti facit, (& merito id quidē: fuit enim acerrimo vir ingenio, & nullo hac nostra ætate in Mathematicis inferior) vt eum vnum pro multis millibus testem citet, & suarū demōstrationum approbatorem, qui disertissimis verbis tum in libro de Erratis Orontij, tum in Algebra sua, illam definitionem explicat, vt a me est exposita: quineriam ibidem asserit, ex ea defin. colligi, angulum contactus ad angulum rectilineum, & lineam finitam ad infinitam nullam habere proportionem; vt Petrus Nonius, quem testem produxerat pro se Peletarius, iam pro me testimonium dicat. Atque ex hisce duobus locis Petri Nonij facile quiuis intelliget, quam sine ratione, quanto contradicendi studio mihi insultet Peletarius, cum semel atque iterum odiosē percontatur, vndenam potuerim illi lineā infinitam deportare. In idem enim crimen (si crimen est, lineam infinitam exempli causa nominare) vocat etiam Petrum Nonium testem suum, atque adeo omnes philosophos, quorum est illa vox nemini inaudita, præterquam Peletario, finiti ad infinitum nullam esse proportionem. Desinat igitur a me scisciari, vnde lineam infinitam deportauerim: Inde enim respondebo, vnde eam Petrus Nonius, vnde philosophi omnes deportarunt. Quid? nonne sophisma illud Peletarij, semper in hoc erro, demonstratio illa, volui dicere, & quidem palmaris, qua conatur ostendere, propositionem 1. lib. 10. cum propos. 16. lib. 3. stare non posse, si angulus contactus concedatur esse quantitas, a Petro Nonio Peletarij cognitore eadem prorsus ratione, qua a me ipso, confutatur? Quæ si germana demonstratio est, miror quid sit, cur eā Nonius Geometriæ scientissimus, idemq; Peletarij approbator, minus probarit: Cur nihilo magis demonstrationes eiusdem, quibus planum facit, (vt putat) angulum contactus quantitatem non esse, eundem illum Nonium nihil admodum mouerint? Id enim (nisi fallor) illa Nonij verba [*Si quis sententiam Peletarij de angulo contactus amplectis velit.*] declarant. Nam si demonstrationes existimasset, profecto Peletarij

letarij doctrinã in eo retinendam esse dixisset, Geometricæ enim demonstrationes eiusmodi sunt, vt assensum extorqueant, ac dubitationem omnem excludant, nulloq; modo quempiam sinant ancipiti opinione distrahi sic, vt tum assentiatur, si velit, tum, si nolit, dissentiat. En cur Peletarius Nonij testimonio aliorũ iudicia cõtemnat, en prȩclarum testimoniũ, quod Petrus Nonius eius demonstrationibus dedit: quò æquiore animo ferat, eas a me nihilo magis, quã ab illo suo approbatore, demõstrationes putari.

TERTIO, quòd existimare dixi Peletarium, angulum contingentiæ nihil esse, falsum esse, clamat: Nusquam enim dixisse se, nihil esse, sed quantitatem non esse. Ita ne vero? at in prædicamento Quantitatis, quod neque est punctum, (quis enim inclinationem illam punctum esse dixerit?) neque quantitas, quo alio nomine vocetur, quam Nihil? Sed vt vt dixit, profecto non modo mirabile est, sed monstri in Geometria simile, putare angulum contactus non esse quantitatem, qui postea additus alijs angulis efficiat curuilineum angulum rectilineo æqualem. Quis enim vnquã Geometrarum id, quod quantitas non est, magnitudini adiunxit, vt æqualem eam alteri efficeret? Prætereo, quod figura trilatera curuilinea intra tres circulos se mutuo tangentes concluſa nullum haberet angulũ ex Peletarij sententia; quia tres illi contactus, anguli non sunt: cum tamen tribus diuersis lineis contineatur; quod omnino nouum est, & inauditũ apud Geometras. Itemque, si quatuor, aut plures circuli se mutuo tangerent, vt fieret figura curuilinea quadrilatera, vel plurium laterum, illa nullum angulum haberet. Atque etiam, si duæ lineæ rectæ angulum continentes, vnum eundemque circulum tangerent, trilatera illa figura habens tertium latus curuum, vnicum tantum haberet angulum. Quæ omnia si sunt absurda, consentanea non est opinio Peletarij. Sed nimis fortasse multa ad Nihil illud Peletarij euertendum, ad quod tuendum ille nihil afferat. Quoniam vero, ne pro Nihilo suo nihil agere videatur, quando res non potest, mea verba carpit, verba defendam: quæ quidẽ ille nescio quibus præstigijs ita deprauat, vt dicere videar, nihil esse minus quocũq; angulo: atq; (vt simplicem, credo, hominẽ irretiat) quærit ex me, quod tãdem genus sermonis sit illud. Viderit is, cuius ex officina prodijt. Neque enim ego eiusmodi sermonem agnosco, qui, nihil esse minus quocunque angulo, nusquam dixerim, nisi ex sententia Peletarij. Sed videlicet homo vehemens, vt suum illud Nihil vlciscereturaliud mihi nihil affinxit, quo cum impune pugnaret: At quam palæstrice pugnat? quam sibi placet hoc loco, dum meum illud argumentum, quo petitus fuerat, in me ipsum mira venustate conuertit? Sic enim argumentatur. [*Angulus contactus nihil est: Angulus contactus angulo contactus maior est. Angulus igitur maior nihilo est: Atqui Clauius eundẽ ponit minorẽ nihilo. Est igitur angulus contactus nihilo maior, et idẽ nihilo minor*] Mox quasi Nihil illud ab se effictũ iugulasset, exclamat. [*En Clauij argumenta, quæ vtrum tandem Peletary sophismata sunt, an Clauij potius figmenta, cum ipse suum angulum contactus nihil esse dicat, non ego?*] Verum vt hominem fæneum, atque adumbratum nequicquam

peterę

petere desinat, virum ostendam, qui cum, si velit, certare cum laude possit. Ego vt ostenderem, angulum contactus, ex Euclidis sententia, verè esse angulum, & angulum semicirculi angulo recto rectilineo minorem, ita sum argumentatus. Si Euclides sensisset, angulum contactus nihil prorsus esse, (hoc est, vt Peletarius intelligit, non esse angulum, vel non esse quantitatem) & angulum semicirculi æqualem recto rectilineo; quid, obsecro, tantopere desudasset, vt demonstraret, angulum contactus esse minorem omni acuto rectilineo, angulum vero semicirculi maiorem? Quid enim clarius, quàm nihil, cuiusmodi est angulus contactus, ex Peletarij sententia, hoc est, quàm id, quod quantitas non est, minus esse quocunque angulo? Quid rursus magis perspicuum, quàm angulum rectum, qualem ponit Peletarius angulum semicirculi, maiorem esse quolibet acuto? Agnoscat itaque Peletarius, Nihil illud suum male à nobis acceptum, idque ita vlciscatur, vt meum hoc argumentum refellat: in quo ego si angulum contactus dixi esse nihil, & non potius eum nihil esse asserui ex sententia Peletarij, libenter manus dabo. Videtur Peletarius aut non intellexisse meum argumentum, aut intelligere noluisse: nisi eum quis dicat, dedita opera verba mea voluisse cauillari; quod & plerisque alijs in locis facere videtur. Nunquam enim dixi, angulum contactus minorem esse, aut maiorem nihilo: Solum affirmaui, angulum contactus quemcunque minorem esse, aut maiorem aliquo alio angulo contactus, quem non ego dixi nihil esse, sed Peletarius, eundemque Euclides minorem quolibet acuto rectilineo recte demonstrauit. Vt autem intelligat Peletarius, me, quod ipse negat, didicisse Dialecticam, illum ipsum tam lepidum, atque acutum syllogismum, quo Nihil illud ab se cõfictum mira venustate confixit, paulisper considerabimus; vt quàm suo iure Dialecticæ ignaros alios vocet, appareat. Nam mihi quidem male tornatus ille ipse syllogismus videtur, incudique reddendus. Etenim cum versetur in tertia figura, in eo maior extremitas, (vt Dialectici loquuntur) quæ est, Nihil, de minori, quę est, angulo contactus maior, in recto prædicari deberet, hoc pacto. Angulus contactus nihil est: Angulus contactus angulo contactus maior est. Igitur aliquid, quod angulo contactus maius est, nihil est. Quæ quidem conclusio recte sequitur ex præmissis, quarum prior Peletarij est, non mea, posterior autem mea, & Procli, immo & Euclidis. Conclusio autem illa Peletarij, Angulus igitur maior nihilo est, nulla ratione ex præmissis inferri potest. Nam si, angulum cum dicit, intelligit Peletarius angulum contactus, assumitur medius terminus, qui in vtraq; præmissa subijcitur: quod nefas esse, Aristoteles in prioribus Anal. & Dialectici omnes clamant. Si autem alium angulum intelligit, assumitur in conclusione terminus, cuius nulla facta est mentio in præmissis: quod nihilo magis licere, nemo est tam plumbeus in Dialecticis, qui nesciat. Neque contendat Peletarius, mentionem factam esse anguli in minore extremitate, vbi dictum est, angulum contactus angulo contactus maiorem esse. Nam angulus in minore extremitate positus est in obliquo, qui in conclusione subijcitur in recto: quod,

Paralogismus Peletarij insignis.

vtau-

Digitized by Google

vt auctore Aristotele docent omnes Logici, sine peccato fieri non potest. Quod vt planum fiat, vtemur ea palaestra, quam ab illo didicimus. Si quispiam ita argumentetur; Angulus in semicirculo rectus est: Angulus in semicirculo angulo acuto maior est. Angulus igitur acutus maior recto est; quis, modo sit imbutus Dialecticis, eiusmodi argumentationem probet, cum praemissae verae sint, conclusio autem falsa? Talis ille syllogismus est Peletarij, qui apud imperitam multitudinem alter Chrysippus videri voluit. Conclusio, quae recte ex praemissis inferretur, haec esset. Igitur aliquis angulus, qui acuto maior est, rectus est. Sed tamen ei veniam dandam puto, quòd se Geometricum Dialecticum, ex alio quodam Dialecticorum genere, profitetur, cuius ego me Dialecticae, si ab Aristotelica abhorret, planè fateor ignarum. Fatetur deinde Peletarius, se non intelligere, quo pacto dicere possim, angulum rectilineum minimum dari non posse, & tamen angulum contactus esse omni acuto rectilineo minorem, (ipse, vt aliquid addat de suo, dicit, omni minimo acuto rectilineo minorem; cum tamen verbum illud, minimo, ego non addiderim) cupitque scire, quid aliud sit, angulum contactus minorem esse omni rectilineo acuto, quàm angulum contactus esse acutorum rectilineorum minimum. Qua in re morem geram homini non grauate, etsi è scholio ad propos. 16. lib. 3. potuit id, quod cupit, cognoscere. Nempe ea ratione me illud potuisse dicere, qua dicimus, angulum obtusum rectilineum minimum dari non posse, & tamen angulum rectilineum acutum esse omni obtuso rectilineo minorem. Item quemadmodum aliud est, angulum rectilineum acutum minorem esse omni rectilineo obtuso, quàm angulum rectilineum acutum esse obtusorum rectilineorum minimum: propterea quod angulus acutus non est obtusus, sicut nec angulus contactus rectilineus est, aut acutus. Id quod etiam clarissime docet Proclus lib. 2. in primum Eucl. ad defin. anguli recti, obtusi, & acuti. Sed haec puerilia sunt, & quae magis ad Grammaticos spectent, quàm ad Geometras. Quòd etiam, ne librum meum parum spissum videretur feciſſe, suas demonstrationes ad verbum me recitasse queritur, id in me reprehendit, quod ego in ipso desidero. Id enim eo a me consilio factum est, vt omnes plane viderent, syncere me, ac fideliter eius opinionem retulisse, nullumq; omnino verbũ immutasse. Quod vtinam in meis verbis recitãdis ipse facere in animum induxisset. Multo enim minus spissam Apologiam suam facere potuisset. Nam ego, quid erat, cur laborarem meum librum Peletarij verbis magis spissum efficere? Qui enim parum spissum iudicarem librum eum, qui nec raras, nec inanes in libros omnes Euclidis commentationes contineret, cum Peletarius suum librum, qui sex priorum duntaxat librorum demonstrationes complectitur, satis spissum fit arbitratus? Sed eo sum aequior Peletario, quòd ex se alios iudicat. Nam in Apologia sua, ne inanis rerum videretur, tres demonstrationes nihil penitus ad eam pertinentes inserit: quarum priorem immeritò suam propriam facit, vt supra dixi: posteriorem vero, quam mirum in modum gloriatur se clariorem feciſſe, ego & longè breuius, & dilucidius (nisi meorum

me

me amor fallat) iam pridem demonstraui, vt mox, Deo adiuuante, ex libello meo de dimensionibus magnitudinum apparebit. Sed licuerit Peletario suæ Apologię, ne incomitata prodiret, nouo more comites ac pedissequas adiungere: mihi cur non liceat, quod omnibus semper licuit, aliorum sententias totas meis scriptis intexere? Aut igitur omnes reprehendat, atque in primis Petrum Nonium laudatorem suum, qui idem fecit in refellendis paralogismis Orontij, aut sine causa id se mihi vitio dedisse fateatur. Quòd si, postquam tam fideliter eius verba proposui, Peletarius criminatur, me eius sententiam perperam esse interpretatum, quid facturus fuisset, si alienis verbis eius opinionem in medium adduxissem? Equidem facile sibi persuadebit quis, nullum eum verbum relicturum fuisse, quod non reprehendisset.

QVARTO vt leuiora hæc omittat, illud putat palmare, quòd me laborare ostendit, vt probem, angulos cõtactus alios alijs esse inæquales: propterea quòd scripsi, æqualitatem angulorum eiusdem generis requirere eandem inclinationem linearum, ita vt lineæ vnius conueniant omnino lineis alterius, si alter alteri superponatur, iuxta octauum pronunciatum. Qua in re dupliciter me peccare ait. Primum quod dicam, ad æqualitatem angulorum eiusdem generis requiri eandem linearum inclinationem; cum tamen angulus rectilineus ostensus sit a me æqualis circuilineo, atque adeo eiusdem generis cum illo, licet non sit in vtroq; eadem linearum inclinatio. Deinde quod putem angulos contactus ideo inter se inæquales esse, quòd sibi mutuo non congruant. Equidem si quid in eo a me peccatum esse intelligerem, & peccatum (quod est ingenuo, & liberaliter educato homine dignum) agnoscerem, & Peletario correctori, & emendatori meo (quocunque id animo fecerit) gratias agerem. Nunc vero, cum, tota re etiam atque etiam considerata, nihil omnino vitij inesse videam, ita, quæ obijciuntur, diluam, vt tamen gratiam habeam Peletario, qui occasionem dedit eius loci diligentius explicandi. Ego igitur eo loco intellexi angulos eiusdem generis illos, qui vnam lineam habent rectam, & alteram circularem, quales sunt anguli contactus, & semicirculorum, de quibus tunc agebamus. Quare cum linea recta vnius congruat lineæ rectæ alterius, circularis vero circulari non itẽ, nisi circuli ponantur æquales, efficitur, angulos illos esse inæquales inter se, quippe cum alter alterum excedat. Eadem ratione, si dentur duo anguli curuilinei æqualium circulorum æquales, necesse est, lineas vnius lineis alterius congruere, si alter alteri superponatur. Quòd si Peletarius hanc doctrinam oppugnat, sciat, se iam bellum mouere non mihi, sed Proclo, qui lib. 3. in primum Eucl. ad propos. 4. idem prorsus docet, quod ego. Ait enim [*Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam laterum in rectilineis, in cæterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, vt in Lunaribus, in Systroidibus, atque in vtrinque conuexis, &c.*] Et infra. [*Quæ æqualia data sunt, sibi inuicem congruunt. Hoc autem non in omnibus verũ est, sed in ijs, quæ specie similia sunt. Specie autem similia hæc dico, vt recta linea rectæ lineæ*

& cir-

& circunferentia circunferentiæ circuli eiusdem, & anguli, qui à similibus similiter iacentibus lineis comprehensi sunt. Horum autem dico, quòd quæ æqualia data fuerint, sibi inuicem congruũt.]Nonne luce clarius ex his colligitur, Proclum illos solum angulos contactus concedere æquales, quorum rectæ lineæ,& curuæ sibi mutuò congruunt? Temere igitur Peletarius mihi obijcit angulum rectilineum & circuilineum, triangulum & quadratum,atque alia huiusmodi,de quibus eo loco sermo non erat;quippe quæ non sint eiusdem speciei,atque adeo æqualitatem tueantur,etiamsi alterum alteri non congruat. Vt iam vereri incipiam,ne Peletarius noster contentionis sit cupidior,quàm veritatis.

POSTREMO, vt nihil intactum relinquat, me non modo Geometriæ ignarum vocat,sed etiam Logices:propterea quòd lib. 5. dixi, non recte à quibusdam diuidi Proportionem rationalem in proportionẽ æqualitatis, atque inæqualitatis? quòd multæ proportiones inæqualitatis sint etiam irrationales. Ego vero(etsi non is sum,qui mihi quicquã vllo in genere arrogem)tamen in hisce studijs, in quibus mediocriter versatus sum, planè rudem non esse,præ me semper tuli. Quantulum autem sit id,quod in vtroq; possim,cæteri melius,qui vacant amore,& odio,iudicabunt;Peletario quidem ipsi ita me adhuc respõdisse arbitror, vt iam minus fortasse ignarus Geometriæ,ac Dialecticæ videar,quàm putarat. Nunc, vt perspiciat,neq; me pertinacem esse,neq; illa,quæ exagitat,à Dialecticorũ præceptis abhorrere, libẽter ei concedo,diuisionẽ illam,quam à me reprehensam criminatur,probã esse,ita tamen,si in quolibet diuisionis membro Diuisum intelligatur:neq; vero hoc vnquã negaui, cum alibi similes diuisiones vsurpem. Solũ id eo loci contẽdi,rectius meo iudicio, diuidi Proportionem in vniuersum duplici diuisione,priori quidem in proportionem rationalem,& irrationalem;posteriori vero in proportionẽ æqualitatis,atq; inæqualitatis, (quod verisimum esse, neminem negaturum censeo, qui rem diligentius expenderit)cum tam priora duo membra diuidẽtia,quam posteriora totum Diuisum (vt Logici loquuntur) exhauriant: quàm si prius membrum prioris diuisionis,hoc est,proportio rationalis,secetur in proportionem æqualitatis, & inæqualitatis, cum hæc membra diuidentia latius pateant, quam Diuisum, nisi in illis Diuisum intelligatur. Atque eò magis duplex illa diuisio mihi probatur,quòd non desint,qui primum partiantur Proportionem in proportionẽ æqualitatis,& inæqualitatis;posteriorem deinde hanc in proportionem rationalem,& irrationalem:contrario scilicet modo,quàm priores. Vt igitur hanc controuersiam dirimerem, ac dubitationem, vtri rectius faciant, priores ne an posteriores, tollerem, statui duabus diuisionibus secandam esse Proportionem, quarum vtraque absolutissima est,ac perfectissima. Non aliter arbitror,omnes magis esse probaturos,si corpus duplici diuisione secetur,primum quidem in viuens, & non viuens; deinde vero in album, nigrum,ac mixto colore affectum: quam si corpus viuens diuidatur in album,nigrum, ac mixto colore affectum;ob causam iam dictam:licet hęc subdiuisio bona sit, si Diuisum sem-

per intelligatur. Huiusmodi diuisiones sexcentas adducere possem: sed satis est, me prudenti lectori institutum meum in diuisione Proportionis exposuisse, & cur duplicem illam diuisionem subdiuisioni aliorum prætulerim. Quòd si tam acres, & seueri iudices singulorum verborum aut improprietatum, quæ per incogitantiam interdum excidunt, esse velimus, næ scriptorum nullus aliquo vitio carebit, neque ipse quidem Peletarius, vt partim ex ijs, quæ dicta sunt, constat, partim etiam ex alijs eius demonstrationibus apparere potest: quas si liberet ad certam illam Dialecticorum normam exquirere, profecto reprehendendi materia non deesset. Verum non est hoc nostri consilij, refellendi studio vitia aliena scrutari, sed vbi sese occasio obtulerit, meam (qualiscunque est) de aliorum sententijs sententiam exponere: Solum ab eo peto, (quoniam se tam acutum Dialecticum iactat, vt alios contemnere videatur; quanquàm ex superiore syllogismo, quem in me conuertit, liquido constat, quam sit Dialecticæ peritus) ex qua Logica hanc argumentationem hauserit; Omnes anguli contactus sunt minores quolibet angulo acuto rectilineo: ergo omnes inter se sunt æquales. Itemque hanc; Anguli semicirculorum, quò a maioribus circulis fiunt, eò sunt maiores: igitur tandem ad aliquem perueniemus, qui recto rectilineo maior sit; in qua quidem ad Cardanum scribit, nullum esse paralogismum. Ego sane vehementer miror, qua ratione in tam apertas hallucinationes, & viro Geometra omnino indignas, incidere potuerit. Sed argumentationes eiusmodi satis superque in scholio propos. 6. lib. 3. a me sunt confutatæ, adductis contra ipsas euidentissimis instantijs. Deinde quòd me perstringit, quasi parũ intellexerim, quæ sit proportio rationalis, & quæ irrationalis, non multum laboro. Constat enim eum studio mihi detrahendi id dixisse; cum has proportiones vbique ex sententia grauissimorum scriptorum definierim: neque vero ipse, vllum peccatũ a me ea in re esse commissum, poterit ostendere. Certe commentarius meus in lib. 10. Eucl. abunde declarat, num illas intellexerim, nec ne. Denique quòd criminatur, me in definitionibus lib. 5. proportionis nomen confundere cum Rationis nomine, nullo modo verum est. Perspicuis enim verbis docui in defin. 4. lib. 5. me in commentario comparationem duarum quantitatum Proportionem cum pluribus Geometris appellaturum, habitudinem autem proportionum, Proportionalitatem; licet in textu cum interprete illam dicam Rationem, hanc vero, Proportionem. Neque enim quicquam in textu Euclidis volui immutare. Itaque nulla in meis verbis potest esse ambiguitas.

Argumentationes Peletarij sophisticæ.

EX HIS, quæ diximus, satis (vt opinior) apparet, doctissimos illos viros, de quibus initio memini, non sine causa Apologiam Peletarij inanem, ac responsionis indignam iudicasse. Ego tamen, ne contemnere hominem viderer, quem semper laudandum esse duxi, occasione inuitatus respondendum amice putaui. Existimet ille, angulum contactus quantitatem non esse, atque adeo angulum semicirculi recto rectilineo esse æqualem, ego certe contrariam sententiam tuebor, donec aliud mihi demonstratum ab aliquo fuerit: rationes enim Peletarij fallaces sunt, nihilque continent in se, pro-

Digitized by Google

Probabilitatis, vt in scholio propos. 16. lib. 3. ostendi, vbi omnes dissolui: neque meis ipse solutionibus vel vnum verbum (exceptis ijs, quæ supra ex lib. 10. adduxi) respondit; quod tamen maxime ad Apologiam pertinebat: Vt non sine causa permulti existimauerint, eum non veritatis studio eam Apologiã scripsisse, sed ne veritati cessisse videretur. Nec vero quisquam putet, me vnum existimare, angulum contactus vere esse angulum, & angulum semicirculi recto rectilineo minorem. Multos enim eius rei auctores, eosque grauissimos laudare possum, Theonem, Campanum, Petrum Nonium, & (vt Nonius refert) Archimedem, atque Iordanum: quin etiam (quod plurimi facio) Euclidem ipsum, eiusque commentatorem celeberrimum Proclum; vt taceam ex Gallis præstantissimos, atque eruditissimos viros non paucos, è quorum numero in primis est Franciscus Candalla ex illustrissima Flussatum familia oriundus, qui insigne volumen in elementa Geometrica Euclidis edidit, vbi ad propos. 16. lib. 3. apertissime docet, angulos contingentiæ verè esse angulos, ex definitione anguli plani, aliosq; alijs esse maiores, æquales, ac minores: Eos autem, qui aliter sentiũt, (Peletariũ proculdubio intelligit. Præter eum enim ad hunc diem nemo hac de re scripsit) absurde multa ex falsis suppositis concludere affirmat. Huc accedat etiam Henricus Monantholius Mathematicarum artium professor regius qui, cum Apologiam Peletarij in me conscriptam vidisset, opusculum eruditum aduersus Peletarium de angulo contactus edidit. Vt autem studiosus lector videat, quid in hoc negotio sentiat Proclus, afferam in mediũ pauca quædam ex eius commentarijs in lib. 1. Eucl. quæ obiter notaui, & ex quibus liquido constabit, eius sententiam esse Peletarij commento prorsus contrariam. Primum itaque ita scribit lib. 2. in primum Eucl. ad definitionem anguli plani. [*Duæ namque circunferentiæ se inuicem secando, vel sese contingendo, angulos efficiunt. Quinetiam à recta linea, & conuexa circunferentia angulus continetur, vt Cornicularis.*] Intelligit autem nomine Cornicularis anguli angulum contactus mixtum. Paulo enim ante dixerat; angulum Cornicularem esse omni rectilineo minorem: quod solius anguli contactus proprium est. Deinde in eodem lib. ad definitionem anguli recti, obtusi, & acuti ita habet. [*Cornicularis namque angulus omni recto est minor, quandoquidem & acuto, nec tamen acutus est: Semicircularis itidem quocunque recto est minor, acutus tamen non est.*] Quid clarius, quam Proclum hic asserere, angulum semicirculi minorem esse recto? Rursus lib. 3. ad propos. 4. lib. 1. Eucl. ita scribit. [*Addiscemus enim, quòd angulus Cornicularis acuto semper inæqualis est, & nunquàm æqualis: Et semicircularis similiter, transitusque à maiori ad minus non omnino per æquale fit.*] En quam aperte docet, angulum semicirculi æqualem esse non posse angulo rectilineo, transitumque propterea fieri a maiori ad minus non per æquale: quorum vtrumque Peletarius negat, audetque posterius appellare paralogismũ. Denique in eodem lib. 3. ad propos. 23. hæc verba habentur. [*Cum autem nullus angulus mixtus rectilineo æqualis esse possit, &c.*] Et Peletarius tamen non dubitat angulum semi-

Varij auctores, qui senserunt, angulũ cõtactus vere esse angulum, & angulũ semicirculi angulo recto rectilineo minorem.

Procli sententia de angulo cõtactus, & semicirculi.

Digitized by Google

circuli, qui mixtus est, angulo recto rectilineo facere æqualem, cõtra Procli sententiam. Ex his liquere arbitror, vt de cæteris taceam, idem sentire Proclum de angulo contactus, & semicirculi, quod ego contra Peletarium scripsi: quis autem neget, maiorem esse auctoritatem, meliora argumenta Procli, quam Peletarij?

Idem dictum est de angulo cõtactus, qui in conicis sectionib⁹ fit, quod de illo Euclidis dicitur.

OBITER quoque hoc loco monendum lectorem censeo, id, quod de angulo contactus, qui fit in circulis, ex sententia Euclidis, & Procli docui, verum etiam esse de angulo cõtactus, qui in conicis sectionibus efficitur, nimirum in Parabola, Hyperbola, & Ellipsi. Vt enim Apollonius Pergæus demonstrat lib. 1. propos. 32. in locum, qui inter coni sectionem, & rectam lineam tangentem interijcitur, altera recta linea non cadit; atque adeo angulus ille contactus minor etiam est omni acuto rectilineo, & reliquus angulus ex recto (si nimirum ex puncto contactus ad lineam tangentem excitetur perpendicularis) omni acuto rectilineo maior. Si igitur, vt opinatur Peletarius, angulus contactus quantitas non est, (eadem enim hic est ratio, quæ in circulo) erunt omnes anguli contactus inter se æquales, hoc est, vt ipse vult, non inæquales, & reliquorum angulorum singuli recto rectilineo æquales. Vbi sanè maior absurditas apparet, quo ad sensum, in Ellipsi, quæ perexiguam habeat latitudinem, & in Hyperbola, quæ ferè linea recta esse videatur. Valde enim inæquales cernuntur anguli ad verticem Ellipsis, & Hyperbolæ constituti; vt incredibile omnino sit, nisi firma ratione demonstretur, angulos illos contactus ad vertices sectionum constitutos inter se, & reliquos ex rectis inter se quoque esse æquales; propterea quod in ea Ellipsi linea tangens magis recedere perspiciatur a circunferentia Ellipsis, quam in circulo; in illa vero Hyperbola minus. Sed hæc alio tempore examinanda relinquamus: nunc ad interruptam expositionem definitionum reuertamur.

II.

Angulus sphæricus rect⁹ quid.

ANGVLVS sphæricus rectus est, quem in sphærę superficie duo arcus circulorum maximorum sese ad angulos rectos secantium, id est, quorum alter ad alterum rectus est, continent.

III.

Angulus sphæricus obtusus quid.

ANGVLVS sphæricus obtusus est, qui recto maior est.

IIII.

Angulus sphæricus acutus qd.

ACVTVS verò, qui minor est recto.

CON-

CONSTITVITVR *angulus sphæricus rectus ad punctum datum in dato arcu circuli maximi superficie in sphæra, si per illud punctū & per polum dati arcus (qui per propos 21. lib 1. Theod. inuenitur) circulus maximus describatur. Huius enim circuli circunferentia cum arcu dato angulum rectum constituet: cum circulus hic ad circulum illius arcus sit rectus. Si vero per datum punctum describatur arcus circuli maximi non per polos dati arcus, constituet circunferentia huius circuli cum dato arcu angulos inæquales, obtusum vnum, & alterum acutum.*

Cōstructio anguli sphæralis recti, obtusi & acuti. 15. 1. Theo.

V.

TRIANGVLVM sphæricum est, quod tribus arcubus circulorum maximorum in sphæræ superficie continetur.

Triangulū sphæricum quid. Triangulū sphæri cum diuiditur, vt rectilineum ab Euclide. Discrimen inter triangulū rectāgulum, obtusangulūque rectilineum, ac sphæricū. 17. primi.

HOC *autem est vel æquilaterum, si omnes arcus æquales fuerint: vel Isosceles, si duo arcus tantum fuerint æquales: vel denique Scalenum, si omnes arcus inæquales inter se fuerint. Itemq; vel rectangulum, si aliquem angulum habuerit rectum; vel obtusangulum, in quo angulus aliquis fuerit obtusus: vel denique acutangulum, si omnes anguli fuerint acuti: quemadmodum de rectilineo triangulo dixit Euclides. Hoc tamen discrimen reperitur inter triangulum rectangulum, obtusangulumque rectilineum, & sphæricum, quòd in rectilineo reliqui duo anguli necessario sint acuti, propterea quòd duo anguli quomodolibet sumpti minores sint duobus rectis: in sphærico autem si vnus angulus fuerit rectus, vel obtusus, possunt alij duo etiam esse recti, vel obtusi, vel alter saltem, vt ex demonstrationibus sequentibus perspicuum fiet.*

VI.

ARCVS anguli sphærici est arcus circuli maximi, cuius polus est in ipso angulo, inter duos arcus angulum sphæricum comprehendentes interceptus.

Arcꝰ anguli sphærici quid.

QVIA *vero polus circuli maximi quadrante maximi circuli ab eo abest, fit, vt vterque arcuum angulum comprehendentium inter angulum, & arcum anguli positorum sit quadrans. Quare si angulus fuerit rectus, arcus anguli erit quadrans: si acutus, quadrante minor: si denique obtusus, maior quadrante: & contra. Vt propos. 16. demonstrabimus.*

Coroll. 16. 1. Theod.

VII.

COMPLEMENTVM arcus est excessus, quo quadrans eum superat, si arcus minor est quadran-

Complemētum arcus quid.

drante, vel ab eo ſuperatur, ſi eſt quadrante maior.

VIII.

Complemẽtũ anguli ſphærici quid.

COMPLEMENTVM anguli ſphærici dicitur exceſſus, quo quadrans arcum ipſius anguli ſuperat, vel ab eo ſuperatur.

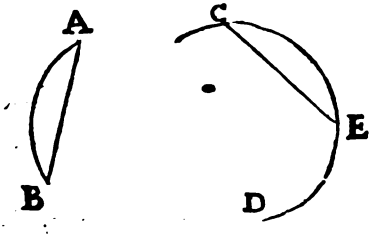
IX.

SINVS, Tangens, & Secans alicuius anguli ſphærici eſt ſinus, tangens, & ſecans illius arcus, qui arcus anguli dicitur.

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

DATIS duobus arcubus circulorum maximorum in ſuperficie ſphæræ inæqualibus, quorũ neuter ſemicirculo maior ſit, de maiore æqualem minori arcum detrahere.

SINT duo arcus circulorum maximorum inæquales A B, C D, quorum neuter ſemicirculo maior ſit, & maior ſit C D; oporteatque ex maiori C D, minori A B, æqualem detrahere. Ducta recta A B, applicetur ei æqualis C E, in arcu C D. Dico arcum ablatum C E, æqualem eſſe arcui minori A B. Cum enim circuli arcuum A B, C D, maximi ſint, & propterea æquales; auferent rectæ æquales A B, C E, arcus æquales A B, C E: quòd vterque arcus ſemicirculo minor ponatur. Datis igitur duobus arcubus circulorum, &c. Quod erat faciendum.



3. quarti.

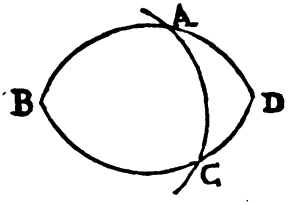
28. tertij.

THEOR. 1. PROPOS. 2.

IN omni triangulo ſphærico, latus quodcunque minus eſt ſemicirculo.

SIT triangulum ſphæricum A B C. Dico quodcunque latus ſemicirculo eſſe minus. Productis enim arcubus B A, B C, donec conueniant in D, vt tra-

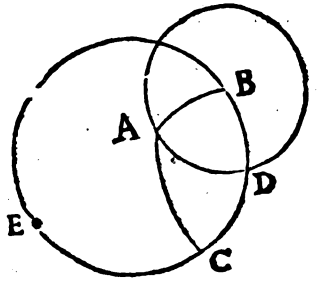
tra A, & C, erunt arcus B A D, B C D, semicirculi; cum circuli maximi se mu- 11. Theod.
tuo bifariam secent. Quare tam arcus B A, B C, semicirculo minor est. Eodem modo, productis arcubus A B, A C, ostendemus arcum A C, semicirculo esse minorem. Conuenient autem arcus B A, B C, producti vltra puncta A, & C, propterea quod sphæricos angulos faciunt cũ arcu A C, suntq; omnes tres arcus portiones circulorum maximorum, qui se mutuo secant in punctis A, B, C, non autem tangunt. Hinc enim fit, vt vterque arcus B A, B C, productus arcum A C, productum secet in punctis A, C, vt ex defin. constat; ac proinde inter se coeant vltra puncta A, C. In omni ergo triangulo sphærico, &c. Quod erat demonstrandum.



THEOR. 2. PROPOS. 3.

IN omni triangulo sphærico, duo latera reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta.

SIT triangulum sphæricum A B C. Dico duo quælibet latera, vt A B, A C, maiora esse latere B C. Si enim triangulum est æquilaterum, manifestum est duo simul dupla esse reliqui, atque adeo maiora. Quod si alterum laterũ A B, A C, æquale sit lateri B C, vel maius, vel etiã vtrumq; maius, perspicuum quoque est, duo latera A B, A C, maiora esse reliquo B C. Si vero vtrumque latus A B, A C, assumptum latere tertio B C, minus sit, demonstrabimus, latera A B, A C, simul maiora esse latere B C, hac ratione. Perficiatur circulus arcus tertij B C. Deinde ex polo B, nempe ex altero extremo maioris lateris B C, ad interuallũ vtriusuis arcuum minorum, nimirum ad interuallũ arcus B A, in superficie sphæræ circulus describatur A D, secans arcum B C, qui maior ponitur arcu B A, in D, puncto inter B, & C. Et quoniam circulus B C, transit quoque per reliquum polum circuli A D; sit alter polus E, qui per semicirculũ remotus erit à polo B; ita vt semicirculus sit B C E. Theod. Cum ergo arcus B C, semicirculo minor sit, existet polus E, vltra punctum C: Est autem punctum D, inter B, & C, vt dictum est. Punctum igitur C, inter puncta D, E, cadet. Quare cum ex puncto C, quod extra peripheriam circuli A D, est, & præter eiusdem polum E, signatur, ducantur duo arcus maximorum circulorum C B, C A, semicirculo minores (quòd latera sint trianguli sphærici A B C.) ad peripheriam A D, erit arcus C D, per polum B, transiens, minor arcu C A. Additis ergo æqualibus arcubus D B, A B; (sunt autem æqua-



schol. 10. 1.
2. huius.
schol. 21.
2. Theod.

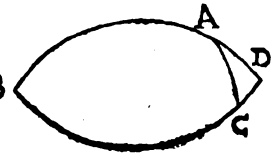
Digitized by Google

28.tertij. les, propterea quòd rectæ eos subtendentes æquales sunt, per defin. poli.) erit totus arcus B C, minor duobus arcubus A B, A C; hoc est, duo latera A B, A C, maiora erunt latere B C. Eodemque modo quælibet alia duo latera reliquo maiora demonstrabuntur. In omni ergo triangulo, &c. Quod erat demonstrandum.

THEOR. 3. PROPOS. 4.

IN omni triangulo sphærico, tria latera simul minora sunt integro circulo maximo.

SIT triangulum sphæricum A B C. Dico tria latera simul minora esse integro circulo maximo. Productis enim duobus arcubus quibuslibet B A, B C, donec coeant in D, puncto, (Coibunt autem necessario vltra A, C, quod circulum maximum A C, secent in punctis A, C. vel propterea quòd vterque arcus B A, B C, semicirculo minor est.) erunt duo arcus B A D, B C D, semicirculi; propterea quòd circuli maximi sese bifariam diuidunt. Quoniam verò in triãgulo D A C, latera D A, D C, maiora sunt latere A C; si addantur communes arcus A B, C B, hoc est, aggregatum ex arcubus A B, C B, fient quoque arcus B A D, B C D, maiores tribus arcubus A C, A B, B C; hoc est, tria latera A C, A B, B C, minora erunt duobus semicirculis B A D, B C D, hoc est, integro circulo maximo. In omni ergo triangulo sphærico. &c. Quod demonstrandum erat.

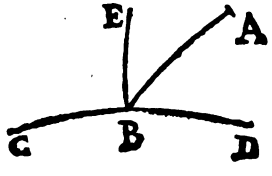


11.1.Theod. 3.huius.

THEOR. 4. PROPOS. 5.

CVM arcus circuli maximi in sphęra super arcum circuli maximi consistens angulos facit; aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

ARCVS circuli maximi A B, cõsistens super arcum circuli maximi C D, faciat duos angulos sphæricos A B C, A B D. Si igitur circulus arcus A B, per 25.1.Theo. polum circuli arcus C D, transit, secabit omnino arcum C D, ad angulos rectos; atque idcirco anguli A B C, A B D, recti erunt. Si verò arcus A B, per polos arcus C D, non transit, faciet vnum quidem angulũ obtusum, alterũ verò acutum. Dico igitur ipsos duobus esse rectis æquales. Ducatur enim arcus circuli maximi E B, per punctum B, & polum arcus C D; eruntque duo anguli E B C, E B D, recti. Quoniam verò angulus rectus E B D, æqualis est duobus angulis D B A, A B E; appositio communi angulo recto E B C, erunt duo recti E B D, E B C, tribus angulis D B A, A B E, E B C, æquales. Rursus quia anguius



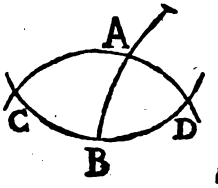
20.1.Theo. 25.1.Theo.

Digitized by Google

gulus A B C, duobus angulis A B E, E B C, æqualis est, appositio communi angulo A B D, erunt duo anguli A B C, A B D, tribus angulis D B A, A B E, E B C, æquales. Sed eisdem his tribus ostensum fuit esse etiam æquales duos rectos E B D, E B C; quæ autem eidem æqualia, inter se sunt æqualia. Duo igitur anguli A B C, A B D, æquales sunt duobus rectis E B D, E B C. Cum ergo arcus circuli maximi in sphæra, &c. Quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

SEQVITVR ex his, duos arcus duorum angulorum, qui duobus rectis angulis sunt æquales, hoc est, qui ab arcu circuli maximi arcui alterius circuli maximi insistente efficiuntur, quales sunt duo anguli A B C, A B D, semicirculum constituere. Nam si ex polo B, circulus maximus describatur C A D, erunt, ex defin. 6. C A, A D, arcus angulorum A B C, A B D, Perspicuum autem est, arcus C A, A D, semicirculum conficere; cum circuli maximi C B D, C A D, se mutuo secent bifariam in C, D.

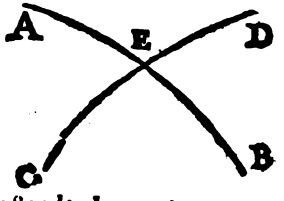


11. 1. Theod.

THEOR. 5. PROPOS. 6.

SI duo arcus circulorum maximorū in sphæra se mutuo secuerint, angulos ad verticem æquales inter se efficient.

SECENT se duo arcus A B, C D, circulorum maximorum in sphæra in E, vtcunque. Dico angulos, quos faciunt ad verticem E, inter se esse æquales; angulum videlicet A E D, angulo B E C, & angulum A E C, angulo B E D. Quoniam enim tam anguli A E D, D E B, quàm anguli D E B, B E C, duobus sunt rectis æquales, erunt illi duo his duobus æquales: ablato ergo communi angulo D E B, remanebit angulus A E D, angulo B E C, æqualis. Eademque ratione confirmabimus, angulum A E C, angulo B E D, æqualem esse. Si duo ergo arcus circulorum maximorum, &c. Quod ostendendum erat.



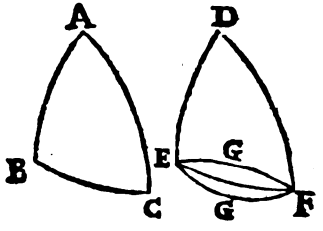
5. huius.

THEOR. 6. PROPOS. 7.

SI duo triangula sphærica duo latera duobus lateribus æqualia habeant, vtrumque vtrique; habeant verò & angulum angulo æqualē sub æqualibus arcubus contentū: Et basim basi æqualem habebunt; eritque triangulū triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, vterq; vtrique, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

Digitized by Google

SINT duo triangula sphærica A B C, D E F, habentia duo latera A B, A C, duobus lateribus D E, D F, æqualia, vtrumq; vtriq;, & angulum A, angulo D, æqualem. Dico & basem B C, basi E F, æqualem esse, & triangulum A B C, triangulo D E F, & reliquos angulos B, C, reliquis angulis E, F, vtrumq; vtriq;. Quoniam enim arcus A B, arcui D E, æqualis ponitur, fit, vt si alter alteri intelligatur superponi in superficie sphæræ, collocato puncto A, in puncto D, & puncto B, in puncto E, plana circulorum A B, D E, sibi mutuo congruant, & proinde arcus A B, arcui D E, congruat. Alias se mutuo secarent bifariam circuli illorum arcuum in A, & B, atq; adeo semicirculi essent A B, D E. quod est absurdum. Est enim semicirculo vterq; minor. Cum ergo angulus A, angulo D, ponatur æqualis, congruet quoq; arcus A C, arcui D F, punctumq; C, in punctum F, cadet, ob æqualitatem arcuum A C, D F. Basis igitur B C, basi E F, congruet quoq;: alias, si supra caderet, aut infra, cuiusmodi est arcus E G F, essent arcus E F, E G F, vel B C, se mutuo secantes in E, F, semicirculi; cum circuli maximi se mutuo secent bifariam. quod est absurdum. Singuli enim semicirculo minores sunt. Quocirca basis B C, basi E F, æqualis erit, cum neutra alteram excedat; & triangulum A B C, triangulo D E F; & anguli B, C, angulis E, F, vterq; vtrique, æquales erunt, ob eandem causam. Quare si duo trangula sphærica, &c. Quod ostendendum erat.



a.1.Theod.
a.huius.
a.1.Theod.
a.huius.

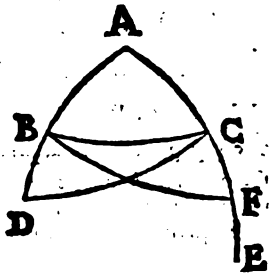
THEOR. 7. PROPOS. 8.

ISOSCELIVM triangulorum sphæricorum, qui ad basim sunt, anguli inter se sunt æquales: Et productis æqualibus arcubus, qui sub basi sunt, anguli inter se æquales erunt.

SIT triangulum sphæricum Isosceles A B C, cuius duo latera A B, A C, æqualia sint. Dico angulos B, C, supra basim B C, æquales esse: Item si producantur arcus æquales A B, A C, infra basim B C, quantumlibet, angulos quoque B, C, sub basi B C, æquales esse. Quoniam enim arcus A B, semicirculo minor est, poterit in eo producto accipi adhuc arcus minor semicirculo. Sit igitur arcus A D, semicirculo minor; & ex arcu A E, quantumcunq; producto abscindatur arcus A F, æqualis arcui A D; & per duo puncta B, F, nec non per C, D, ducantur duo arcus maximorum circulorum B F, C D. Quia ergo duo latera A B, A F, trianguli A B F, æqualia sunt duobus lateribus A C, A D, trianguli A C D, vtrumque vtrique, continentq; angulum communem A; erit basis B F, basi C D, æqualis, & anguli A B F, & F, angulis A C D, & D. Rursus, quoniam arcus A D, A F, æquales sunt; si demantur

a.huius.
3.huius.
20.1.Theo.
7.huius.

cur æquales AB, AC, erunt & BD, CF, æquales. Quare duo latera DB, DC, trianguli DBC, æqualia sunt duobus lateribus FC, FB, trianguli FCB: quæ cum contineant angulos æquales D, F, vt ostendimus, erunt & anguli DBC, DCB, angulis FCB, FBC, æquales. Quòd si ex angulis ABF, ACD, quos ostendimus æquales esse, auferantur anguli FBC, DCB, quos etiam æquales esse demonstrauimus, remanebunt anguli ABC, ACB, supra basim BC, æquales: Ostensum est autem & angulos DBC, FCB, infra eandem basim BC, esse æquales. Igitur & anguli supra basim inter se, & anguli infra eandem inter se æquales sunt. Quam ob rem Isoscelium triangulorum sphæricorum, &c. Quod demonstrandum erat.



7.huius

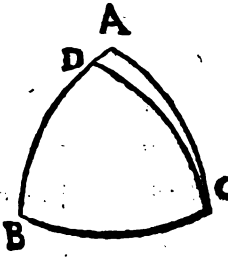
COROLLARIVM.

HINC manifestum est, omne triangulum sphæricum æquilaterum, esse quoque æquiangulum.

THEOR. 8. PROPOS. 9.

SI trianguli sphærici duo anguli æquales inter se fuerint: Et sub æqualibus angulis subtensa latera æqualia inter se erunt.

IN triangulo ABC, sint duo anguli B, C, supra latus BC, æquales. Dico latera quoque AB, AC, illis subtensa esse æqualia. Si enim non sunt æqualia, sit, si fieri potest AB, maius. Et quoniam arcus AC, minor est semicirculo, abscindatur ex arcu maiore AB, arcus BD, arcui minori AC, æqualis; & per puncta C, D, arcus circuli maximi ducatur CD. Quoniam ergo duo latera AC, CB, trianguli ACB, æqualia sunt duobus lateribus DB, BC, trianguli DBC, continentq; angulos æquales ACB, DBC; erunt triangula ACB, DBC, æqualia, totum & pars. Quod fieri non potest. Non ergo inæqualia sunt latera AB, AC, sed æqualia. Si trianguli igitur sphærici duo anguli, &c. Quod erat ostendendum.



2.huius.
1.huius.
& 2.Theo.
7.huius.

COROLLARIVM.

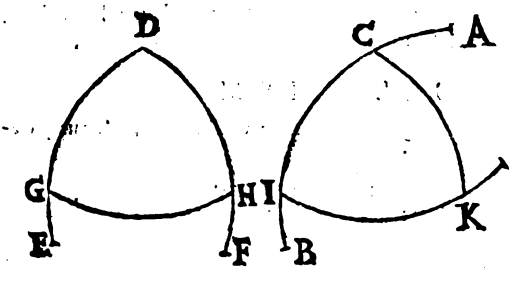
SEQVITVR hinc, omne triangulum sphæricum æquiangulum, esse quoque æquilaterum.

Digitized by Google

PROBL. 2. PROPOS. 10.

AD datum arcum circuli maximi in sphæra, datumq; in eo punctum, dato angulo sphærico æqualem angulum sphæricum constituere.

SIT datus arcus maximi circuli in sphæra A B, datumq; in eo punctum C, oporteatq; dato angulo sphærico D, ad punctum C, æqualem angulum sphæricum constituere. Productis arcubus D E, D F, angulum D, continen-
20.1.Theo. tibus quantumlibet, sumatur quadrans D G; atq; per G, & polum circuli D E, arcus circuli maximi ducatur G H, secans arcum D F, in H. Erit igitur angulus G, rectus. Deinde sumpto quoque quadrante C I, ducatur per I, & polum circuli A B, arcus maximi circuli I K. Erit igitur & angulus I, rectus. Postremo, quia arcus G H, semicirculo minor est, abscindatur

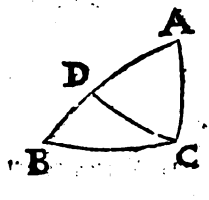


15.1.Theo.
20.1.Theo.
25.1.Theo.
2.huius.
1.huius.
20.1.Theo. ei arcus I K, æqualis, ducaturque per C, K, arcus circuli maximi C K. Dico angulum C, æqualem esse angulo D. Cum enim latera D G, G H, æqualia sint lateribus C I, I K, contineantque angulos æquales, vt pote rectos; æqua-
7.huius. les erunt anguli D, & C. Ad datum ergo arcum circuli maximi, &c. Quod faciendum erat.

THEOR. 9. PROPOS. 11.

OMNIS trianguli sphærici maior angulus maiori lateri subtenditur. Et maius latus maiorem angulum subtendit.

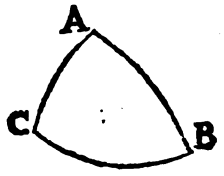
IN triangulo sphærico A B C, sit angulus A C B, angulo A, maior. Dico latus A B, maius esse latere B C. Quoniam angulus A C B, maior ponitur angulo A, fiat angulus A C D, angulo A, æqualis, secetque arcus C D, arcum A B, in D. Quoniam igitur in triangulo A D C, anguli A, & A C D, æquales sunt; erunt & latera A D, C D, æqualia. Addito ergo communi arcu D B, erunt arcus B D, D C, æquales arcui A B: Sed arcus B D, D C, simul maiores sunt arcu B C. Igitur & arcus A B, eodē arcu B C, maior erit. Quod est propositū.



20.huius.
9.huius.
5.huius.

SED

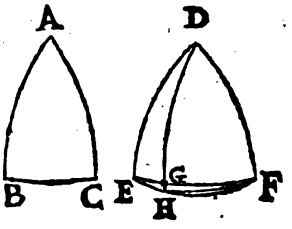
SED iam in triangulo sphærico A B C, latus A B, maius sit latere B C. Dico angulum C, maiorem esse angulo A. Si enim angulus C, maior non est angulo A, erit vel ei æqualis, vel minor. Si est æqualis, erunt latera A B, C B, æqualia. Quod est absurdum, cum A B, ponatur maius, quàm C B: Si vero minor est angulus C, angulo A, erit latus B C, latere A B, maius, vt iá ostensum est. Quod etiam absurdum est. ponitur enim A B, maius, quàm B C. Cum ergo angulus C, æqualis non sit, neque minor angulo A, erit vtique maior. Quod est propositum. Omnis ergo trianguli sphęrici maior angulus, &c. Quod erat ostendendũ. 9. huius.



THEOR. 10. PROPOS. 12.

SI duo triangula sphærica duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrumque vtrique, angulum verò angulo maiorem sub æqualibus arcubus contentum: Et basim basi maiorem habebunt. Quòd si basim basi maiorem habuerint: Et angulum sub æqualibus arcubus contentum angulo maiorem habebunt.

SINT duo latera A B, A C, trianguli A B C, æqualia duobus lateribus D E, D F, trianguli D E F, sed angulus E D F, maior sit angulo A. Dico basim E F, maiorem quoque esse basi B C. Sint enim primum triangula hæc sphærica Isosceli a, & ex D, polo per puncta E, F, arcus circuli describatur in superficie sphæræ E G F, qui circulus, si maximus fuerit, idem erit omnino, qui E F alias, cum maximi circuli se bifariam secent, esset E F, semicirculus: quod est absurdum, cum sit semicirculo minor. Tunc autem circulus arcus E G F, maximus erit, cum arcus D E, D F, quadrantes fuerint; quòd maximus circulus quadrante absit à suo polo. Sit ergo iam arcus E G F, maximi circuli, & idem, qui E F, fiatque angulus F D G, angulo A, æqualis. Erit arcus D G, arcui D E, atque adeo & arcui A B, æqualis: propterea quòd rectæ subtendentes D E, D G, ex defin. poli, æquales sunt. Quia igitur latera A B, A C, æqualia sunt lateribus D G, D F, angulosque continent æquales; æquales erunt bases B C, G F. Cum ergo arcus E F, maior sit arcu G F, maior quoque erit arcus E F, arcu B C. Quod est propositum.

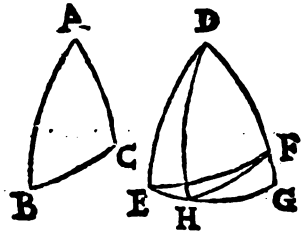


11. 1. Theod.
2. huius.
Coroll. 16. 1. Theod.
10. huius.
18. certij.
2. huius.

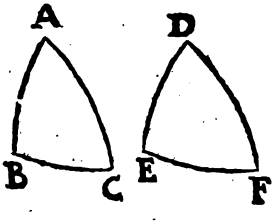
QVOD si circulus ex polo D, per puncta E, F, descriptus non fuerit maximus,

simus, atque adeò idem non sit, qui E F; sed vel cadat infra arcum E F, siue
20. huius. supra, (nihil enim interest, quocunque cadat.) fiat nihilominus angulus
26. tertij. F D H, angulo A, æqualis: eritque rursus arcus D H, arcui D E, hoc est, ar-
20. 1. Theo. cui A B, æqualis; eo quòd rectæ subtendentes D E, D H, æquales sint, ex de-
fin. poli. Ducto igitur per puncta F, H, arcu circuli maximi F H; cum latera
A B, A C, lateribus D H, D F, æqualia sint, angulosque contineant æquales;
7. huius. erunt & bases B C, H F, æquales. Quoniam verò circulus maximus D F, per
25. 1. Theo. D, polum circuli E H F, transiens eum bifariam secat; erit arcus E H F, semi-
circulo minor; (quia arcus à puncto F, per E, vsque ad illud punctum, in quo,
si protractus esset vltra E, secaretur ab arcu F D, ad partes D, producto, est
semicirculus: quandoquidem circulus arcus E H F, bifariam secatur a circulo
25. tertij. arcus F D, vt dictum est.) atque adeo recta F E, maior, quàm recta F H, in eo-
dem circulo: quia illa propinquior est centro circuli E H F, hoc est, diame-
2. huius. tro, quàm hæc. Cum ergo circuli arcuum E F, H F, maximi sint, ideoque æqua-
les; sit autem vterque arcus E F, H F, semicirculo minor; erit arcus E F, mai-
schol. 28. ior arcu H F: Ostensus autem est arcus H F, æqualis arcui B C. Maior igitur
tertij. erit quoque arcus E F, arcu B C. Quod est propositum.

SINT deinde triangula proposita non Isoscelia, sed latus A B, maius
sit latere A C, ac proinde & latus D E, maius latere D F. Producto ergo arcu
1. huius. D F, ad partes F, absciscoque arcu D G, æquali ipsi D E, qui minor est se-
2. huius. micirculo, describatur ex polo D, per pun
cta E, G, arcus circuli E H G, siue maxi-
mus is sit, siue non maximus. Fiat rur-
sus angulus F D H, angulo A, æqualis;
20. huius. eritque arcus D H, arcui D E, hoc est, ar-
28. tertij. cui A B, æqualis; eò quòd rectæ subtensæ
D H, D E, æquales sint, ex defin. poli. Du-
7. huius. cto igitur per puncta H, F, arcu circuli
maximi H F, erit, vt prius, arcus B C, ar-
cui H F, æqualis. Quoniam verò circulus
maximus D G, per D, polum circuli E G,
ducitur, estque punctum F, intra periphe-
riam circuli E G, (nempe inter circulum, & polum D.) & præter eius polum;
Schol. 21. erit arcus F E, maior arcu F H, cum ille propinquior sit arcui F D, per po-
9. Theod. lum D, transeunti, & vterque arcus F E, F H, semicirculo sit minor: propte-
rea quòd non se intersecant, nisi in puncto F: Ostensus est autem arcus H F,
arcui B C, æqualis. Maior ergo erit quoque arcus E F, arcu B C. Quod est
propositum.



SED iam basis E F, maior sit basi B C.
Dico & angulum D, maiorem esse angulo
A. Si enim angulus D, maior non est angu-
lo A, erit vel æqualis, vel minor. Si æqualis
dicatur esse, erit arcus E F, æqualis arcui
B C. quod est absurdum. Ponitur enim arcus
E F, maior arcu B C. Si verò minor dicatur
esse angulus D, angulo A, erit, vt iam ostensum est, arcus B C, maior arcu E F. quod
etiam absurdum est, cum E F, maior ponatur,



9. huius.

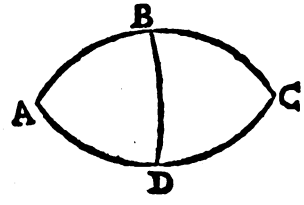
Digitized by Google

cur, quàm B C. Cum ergo angulus D, neque æqualis sit angulo A, neque minor, erit vtique maior. Quod est propositum. Itaque si duo triangula sphæ-rica, &c. Quod demonstrandum erat.

THEOR. 11. PROPOS. 13.

DVO semicirculi maximorum circulorum se mutuo secantes continent duos angulos inter se æquales.

DVO semicirculi maximorum circulorum A B C, A D C, se mutuo secent in A, C. Dico angulos A, & C, æquales esse. Diuiso enim semicirculo A B C, in B, bifariam, vt A B, B C, quadrantes sint, ducatur per B, & polum circuli A B C, arcus circuli maximi B D, secans arcũ A D C, in D; eritq; angulus B, ex vtraque parte rectus. Quia igitur duo latera A B, B D, duobus lateribus C B, B D, æqualia sunt, cõtinentq; angulos æquales, vtpote rectos; erunt & anguli A, & C, æquales. Quare duo semicirculi maximorum circulorum, &c. Quod demonstrandum erat.



20.1. Theo.

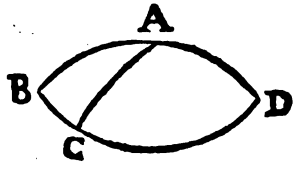
15.1. Theo.

7. huius

THEOR. 12. PROPOS. 14.

CVIVSCVNQVE trianguli sphærici vno latere producto, si reliqua latera simul æqualia sint semicirculo, erit angulus externus æqualis angulo interno opposito supra arcum productum: Si verò minora sint semicirculo, erit angulus externus eodem interno opposito maior: si denique maiora sint semicirculo, idem angulus externus dicto angulo interno opposito minor erit.

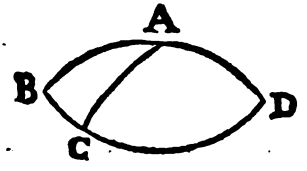
IN triangulo sphærico A B C, producatur latus B C, ad D, & sint primum reliqua duo latera A B, AC, simul semicirculo æqualia. Dico angulum externum ACD, æqualem esse interno opposito B, supra arcum productum B C, &c. Coeat enim arcus B A, productus cum arcu B C, producto in D; eritque B A D, semicirculus. Quia vero arcus B A, AC,



11.1. Theo.

Digitized by Google

AC, æquales pónuntur ſemicirculo BAD; dempto communi arcu BA, erunt
8.huius. reliqui arcus AC, AD, æquales. Quare & angulus ACD, angulo D, æqua-
13.huius. lis erit. Cum igitur anguli B, & D, ſint quoque æquales, æqualis quoque erit angulus ACD, angulo B. quod eſt propoſitum.



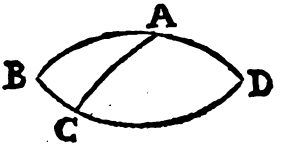
SINT deinde duo latera AB, AC, minora ſemicirculo BAD. Dempto ergo communi arcu AB, erit reliquus AC, reliquo
11.huius. AD, minor; ac propterea angulus ACD,
13.huius. maior angulo D, hoc eſt, angulo B, qui angulo D, æqualis eſt. Quod eſt propoſitum.

SINT poſtremo latera AB, AC, maiora ſemicirculo BAD. Dempto igitur cómuni arcu AB, erit reliquus AC, reliquo
11.huius. AD, maior; ac propterea angulus D, maior erit angulo ACD. Cum ergo
13.huius. angulo D, æqualis ſit angulus B, erit quoque angulus B, maior angulo ACD, hoc eſt, angulus ACD, angulo B, minor erit. Cuiuſcunque ergo trianguli, &c. Quod erat oſtendendum.

THEOR. 13. PROPOS. 15.

SI cuiuſcunque trianguli ſphærici vno latere producto, externus angulus æqualis fuerit interno oppoſito ſupra arcum productum, erunt duo reliqua latera ſimul æqualia ſemicirculo: Si verò angulus externus maior fuerit interno eodem, & oppoſito, erunt duo reliqua latera ſemicirculo minora: Si deniq; externus angulus interno oppoſito dicto minor fuerit, erunt duo latera reliqua ſemicirculo maiora.

POSITO eodem triangulo ſphærico, & conſtructione figuræ eadem; Sit primum angulus ACD, externus æqualis interno oppoſito B. Dico latera AB, AC, ſemicirculo eſſe æqualia, &c. Cum enim
13.huius. angulus B, angulo D, æqualis ſit, erit quo-
9.huius. que angulus ACD, angulo D, æqualis; ideoq; & arcus AC, AD, æquales erunt. Addito ergo communi arcu AB, erunt duo arcus AB, AC, ſemicirculo BAD, æqua-



les. Quod eſt propoſitum.

13.huius. SIT deinde angulus ACD, maior angulo B, hoc eſt, angulo D, qui an-
11.huius. gulo B, æqualis eſt; eritq; arcus AD, maior arcu AC. Addito ergo communi arcu

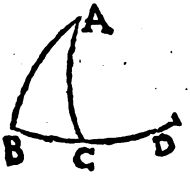
arcu A B, erunt duo arcus A B, A C, minores semicirculo B A D. Quod est propositum.

SIT postremò angulus A C D, minor angulo B, hoc est, angulo D, qui angulo B, æqualis est; eritque arcus A C, maior arcu A D. Addito ergo communi arcu A B, erunt duo arcus A B, A C, maiores semicirculo B A D. Quod est propositum. Si igitur cuiuscunque trianguli sphærici, &c. Quod erat demonstrandum. 13. huius. 11. huius.

THEOR. 14. PROP. 16.

SI cuiuscunque trianguli sphærici duo latera simul æqualia sint semicirculo, erunt duo anguli supra basim duobus rectis æquales: Si verò minora sint semicirculo, erunt duobus rectis minores: Si denique semicirculo sint maiora, erunt duobus rectis maiores.

IN triangulo sphærico A B C, sint primum duo latera A B, A C, semicirculo æqualia. Dico duos angulos B, C, esse æquales duobus rectis, &c. Producto enim arcu B C, ad D, erit angulus A C D, angulo B, æqualis. Cum ergo duo anguli ad C, duobus sint rectis æquales; erũt quoque duo anguli B, & A C B, æquales duobus rectis. 14. huius. 5. huius.



SINT deinde latera A B, A C, semicirculo minora. Cum ergo duo anguli ad C, sint duobus rectis æquales; & angulus B, minor sit angulo A C D; erunt anguli B, & A C B, duobus rectis minores. 5. huius. 14. huius.

SINT tandem latera A B, A C, semicirculo maiora. Quoniam igitur duo anguli C, sunt duobus rectis æquales, estque angulus B, maior angulo A C B; erunt anguli B, & A C B, maiores duobus rectis. Si igitur cuiuscunque trianguli sphærici, &c. Quod erat ostendendum. 5. huius. 14. huius.

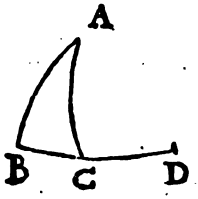
THEOR. 15. PROP. 17.

SI cuiuscunque trianguli sphærici duo anguli supra vnum latus duobus rectis æquales fuerint, erunt reliqua duo latera semicirculo æqualia: Si vero duobus rectis fuerint minores, erunt minora semicirculo: Si denique maiores extiterint duobus rectis, erunt semicirculo maiora.

Digitized by Google

POSITO eodem triangulo sphærico, & constructione figuræ eadem. Sint primum duo anguli B, C, duobus rectis æquales supra latus B C. Dico reliqua duo latera A B, A C, semicirculo æqualia esse, &c. Cum enim & anguli duo ad C, æquales sint duobus rectis; dempto communi angulo A C B, remanebit angulus A C D, angulo B, æqualis. Quare semicirculo æquales sunt arcus A B, A C.

5. huius.



25. huius.

SINT deinde anguli B, A C B, duobus rectis minores. Cum ergo duo anguli ad C, sint duobus rectis æquales; dempto communi angulo A C B, remanebit angulus A C D, maior angulo B. Arcus ergo A B, A C, semicirculo sunt minores.

5. huius. 25. huius.

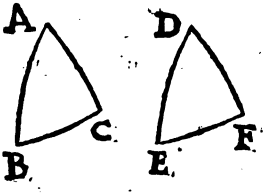
SINT denique anguli B, A C B, duobus rectis maiores. Cum ergo duo anguli ad C, sint æquales duobus rectis; si demptus communis angulus A C B, erit reliquus A C D, reliquo B, minor; atque adeo arcus A B, A C, semicirculo maiores. Quo circa si cuiuscunque trianguli sphærici, &c. Quod ostendendum erat.

THEOR. 16. PROP. 18.

SI duo triangula sphærica habeant tria latera tribus lateribus æqualia, singula singulis: habebũt & tres angulos tribus angulis æquales, singulos singulis, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

SINT duo triangula sphærica A B C, D E F, habentia tria latera A B, A C, B C, tribus lateribus D E, D F, E F, singula singulis, æqualia. Dico & angulos tres A, B, C, tribus angulis D, E, F, singulos singulis, esse æquales, sub quibus æqualia subtenduntur latera. Si enim angulus A, (vt ab hoc angulo incipiamus.) non est æqualis angulo D, erit vel maior eo, vel minor. Si maior, erit basis B C, maior quoque basi E F. Quod est absurdũ. ponuntur enim latera B C, E F, æqualia. Si verò minor est angulus A, angulo D, erit basis E F, maior basi B C. Quod rursum est absurdum, cum æquales ponantur. Cum ergo angulus A, neque maior sit, neque minor angulo D, erit vtique illi æqualis. Igitur & reliqui anguli B, C, angulis reliquis E, F, æquales erunt, nempe B, ipsi E, & C, ipsi F. Si duo ergo triangula sphærica, &c. Quod erat ostendendum.

8. huius.



8. huius.

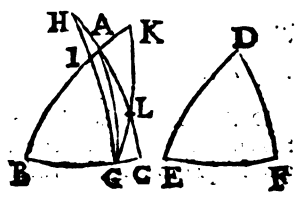
7. huius.

THEOR. 17. PROPOS. 19.

SI duo triangula sphærica habeant tres angulos tribus angulis, singulos singulis, æquales: habebunt

bunt & tria latera tribus lateribus æqualia, singula singulis, quæ æquales angulos subtendunt.

HABEANT duo triangula sphærica A B C, D E F, tres angulos A, B, C, tribus angulis D, E, F, singulos singulis, æquales. Dico & tria latera A B, A C, B C, tribus lateribus D E, D F, E F, esse æqualia, singula singulis, quæ angulos æquales subtendunt. Si enim latera B C, E F, (vt ab his lateribus exordiamur.) non sunt æqualia, sit B C, si fieri potest, maius; & abscindatur arcus B G, arcui E F, æqualis. Aut ergo arcus B A, æqualis est arcui E D, aut maior, aut minor. Quodcunque horũ dicatur, sequetur absurdũ ex eo, quòd inæqualia dicuntur esse latera B C, E F, nempe B C, maius, quàm E F. Sit enim primum arcus B A, arcui E D, æqualis; ducaturque per puncta A, G, arcus maximi circuli A G. Igitur cum latera B A, B G, æqualia sint lateribus E D, E F, angulosque contineãt æquales B, E, ex hypothesi; erunt anguli B A G, & D, æquales: Est autem angulus D, positus æqualis angulo B A C. Angulus igitur B A G, æqualis erit quoque angulo B A C, pars toti. Quod est absurdum.



1. huius.

20. 1. Theo.

7. huius.

SIT deinde arcus B A, maior arcu E D, & abscindatur arcus B I, æqualis ipsi E D; ac per puncta G, I, arcus circuli maximi ducatur G J, conueniens cum arcu C A, protracto in H. Quoniam igitur latera B I, B G, æqualia sunt lateribus E D, E F, angulosque continent æquales B, E; erunt anguli B I G, B G I, angulis D, F, hoc est, angulis B A C, B C A, æquales; quod his duobus æquales sint positi D, & F; sunt autem anguli B I G, B A C, angulis H I A, H A K, ad verticem æquales. Aequales ergo sunt & anguli H A K, H I A. Igitur cum & angulus B G H, externus æqualis sit interno B C H, & externus H A K, interno H I K, vt ostendimus: erunt tam arcus A H, H I, quam arcus C H, H G, semicirculo æquales; atque adeo arcus A H, H I, arcubus C H, H G, æquales erunt, pars toti. Quod est absurdum.

1. huius.

20. 1. Theo.

7. huius.

6. huius.

15. huius.

SIT tandem arcus B A, minor arcu E D, producaturque vltra A, & ex eo abscindatur arcus B K, æqualis arcui E D; atque per puncta G, K, arcus circuli maximi ducatur G K, secans arcum A C, in L. Quoniam ergo latera B K, B G, lateribus E D, E F, æqualia sunt, angulosque continent æquales B, E; erunt & anguli B K G, B G K, angulis D, F, hoc est, angulis B A C, B C A, (quòd his duobus æquales sint positi anguli D, F.) æquales. Itaque cum & angulus B A L, externus æqualis sit interno B K L, & externus B G L, interno B C L, vt ostendimus, erunt tam arcus A L, L K, quàm arcus C L, L G, semicirculo æquales; ac proinde duo arcus A C, G K, integro circulo æquales erunt. Quod est absurdum, cum vterque arcus A C, G K, semicirculo sit minor. Non ergo inæqualia sunt latera B C, E F, sed æqualia. Eodemque modo ostendemus, latera A C, D F, nec non A B, D E, æqualia esse. Tria ergo latera trianguli A B C, tribus lateribus trianguli D E F, æqualia sunt. Quare si duo triangula sphærica, &c. Quod ostendendum erat.

1. huius.

15. huius.

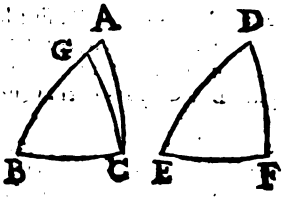
2. huius.

Digitized by Google

THEOR. 18. PROPOS. 20.

SI duo triangula ſphærica duos angulos duobus angulis æquales habuerint, vtrumque vtrique, vnumque latus vni lateri æquale, quod æqualibus adiacet angulis: Et reliqua latera reliquis lateribus æqualia, vtrumque vtrique, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

DVO triangula ſphærica A B C, D E F, habeant duos angulos B, C, duobus angulis E, F, æquales vtrumque vtrique, & latus B C, lateri E F, æquale, quod æqualibus angulis adiacet. Dico & reliqua latera A B, A C, reliquis lateribus D E, D F, æqualia eſſe, vtrumq; vtrique, & reliquum angulum A, reliquo angulo D. Si enim latera A B, D E, (vt ab his exordiamur.) non ſunt æqualia, ſit A B, maius, & abſcindatur arcus B G, arcui D E, æqualis, & per puncta C, G, arcus circuli maximi ducatur C G. Quoniam igitur latera G B, B C, æqualia ſunt lateribus D E, E F, angulosque comprehendunt æquales B, E, ex hypotheſi; erunt & anguli B C G, & F, æquales: Sed F, æqualis ponitur ipſi B C A. Igitur & angulus B C G, eidem B C A, æqualis erit, pars toti. Quod eſt abſurdum. Non ergo inæqualia ſunt latera A B, D E, ſed æqualia. Quare cum latera A B, B C, lateribus D E, E F, æqualia ſint, angulosque comprehendant æquales B, E; erunt & latera A C, D F, æqualia, & anguli A, D, æquales. Quapropter ſi duo triangula ſphærica duos angulos, &c. Quod oſtendendum erat.



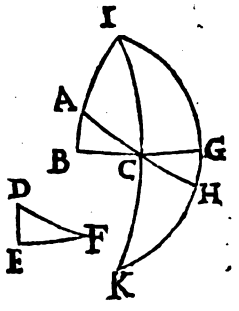
a. huius.
20. 1. Theo.
7. huius.
7. huius.

THEOR. 19. PROPOS. 21.

SI fuerint duo triangula ſphærica rectangula, habuerintque duos alios angulos æquales, & non rectos, nec non duo latera æqualia, quæ ſub rectis angulis ſubtenduntur: Erunt & duo reliqua latera duobus lateribus æqualia, vtrumque vtrique, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis erit.

SINT in duobus triangulis ſphæricis A B C, D E F, anguli B, E, recti, & duo anguli C, F, æquales, & non recti, nec non latera A C, D F, rectos angulos

gulos subtendentia, æqualia. Dico & reliqua latera A B, B C, reliquis lateribus D E, E F, æqualia esse, vtrumque vtrique; Item & reliquos angulos A, D, esse æquales. Productis enim arcubus A C, B C, abscindatur arcus C H, arcui F D, hoc est, arcui C A, & arcus C G, arcui F E, æqualis; & per puncta G, H, describatur arcus G H, maximi circuli. Et quoniá latera C H, C G, æqualia sunt lateribus F D, F E, angulosque continent æquales G C H, & F; (Est enim ex hypothesi angulus F, angulo A C B, æqualis, & A C B, ipsi G C H, ad verticem æqualis,) erunt & bases G H, E D, æquales, & anguli G, H, angulis E, D, æquales; ac propterea, existente angulo E, recto, erit & angulus G, rectus. Ducatur iam per C, & polum arcus B G, in vtramque partem arcus circuli maximi I C K, sitque I, polus arcus B G. Et quia circuli arcuum B A, H G, transeunt quoque per polos eiusdem arcus B G, ob angulos rectos B, G; conuenient arcus B A, G H, protracti cum arcu C I, in polo I. Conueniat quoque arcus G H, ex altera parte cum eodem arcu I C K, in K, puncto, quod alter polus erit arcus B G, cum vterque arcus I C K, I G K, per alterum polum arcus B G, transeat. Erunt igitur tres arcus I B, I C, I G, æquales; propterea quòd rectæ subtensæ illis inter se æquales sunt, ex definitione poli: Similiterque æquales erunt arcus K C, K G. Quoniam verò anguli I C G, I G C, æquales sunt angulis K C G, K G C, cum omnes sint recti; quòd I, polus sit arcus B G; illisque adiacet latus commune C G; erunt latera I C, I G, lateribus K C, K G, æqualia, vtrunque vtrique; ac propterea cum I G, arcus arcui I B, æqualis sit ostensus, erit & arcus K G, eidem arcui I B, æqualis. Et quoniam latera I C, C A, æqualia sunt lateribus K C, C H, (factus enim est arcus C H, arcui A C, æqualis.) angulosque ad verticé continent æquales; erunt bases I A, K H, & anguli I A C, K H C, æquales. Ablatis ergo arcubus æqualibus I A, K H, ex arcubus æqualibus I B, K G, & angulis æqualibus I A C, K H C, ex binis ad A, & H, quorum bini duobus rectis æquales sunt; remanebunt & arcus A B, H G, & anguli B A C, G H C, æquales: ostensus est autem arcus H G, arcui D E, & angulus G H C, angulo D, æqualis. Igitur & arcus A B, arcui D E, & angulus B A C, angulo D, æqualis erit. Quare cum latera A B, A C, æqualia sint lateribus D E, D F, angulosque complectantur æquales; erunt & arcus B C, E F, æquales. Sunt ergo latera A B, B C, lateribus D E, E F, æqualia, & angulus B A C, angulo D. Quamobrem, si fuerint duo triangula sphærica rectangula, &c. Quod demonstrandum erat.



1. huius, 20. 1. Theo. 6. huius. 7. huius. 20. 1. Theo. 13. 1. Theo. Coroll. 10. 1. Theod. 28. tertij. 15. 1. Theo. 20. huius. 6. huius. 7. huius. 5. huius. 7. huius.

SCHOLIVM.

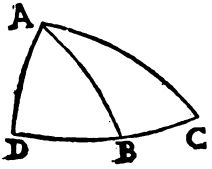
DEBENT *autem latera æqualia sub rectis angulis subtendi. Alioquin, si alios angulos subtenderent, nihil certi colligi posset. Sit enim triangulum sphæricum quodcunque* A B C, *habens duo latera* A B, A C, *inæqualia inter se, sed simul semicirculo æqualia: producto verò latere* C B, *ad partes* B, *ducatur per* A, *& polum arcus* C D, *arcus* A D, *circuli maximi secans* C D, *in* D; *eritq; angulus* D, *rectus. Quoniam igitur arcus* A B, A C, *semicirculo sunt æquales, erit angulus* A B D, *angulo* C, *æqua-*

20. 1. Theo. 15. 1. Theo. 14. huius.

Digitized by Google

C, *æqualiũ*. Itaq; *duo triangula* A D B, A D C, *angulum rectum* D, *habent commune*, *& duos angulos* A B D, *&* C, *æquales, & non rectos: (alias latera* A B, A C, *æqualia essent, propter angulos* B, C, *rectos, & æquales:) nec non latus* A D, *æquales angulos non rectos subtendens, commune: Et tamen nec reliqua latera* A B, B D, *reliquis lateribus* A C, C D, *æqualia sunt, vtrumque vtrique, nec reliquus angulus* B A D, *reliquo angulo* C A D, *vt perspicuum est. Hoc autem inde provenit, quòd latera æqualia non subtendunt rectos angulos, sed latus commune* A D, *angulos æquales non rectos subtendit.*

9. huius.



Error Nicolai Copernici.

QVAMOBREM *decipitur Nicolaus Copernicus lib. 1. Reuolutionum propos. 6. triãgulorũ sphæricorum, vbi dicit.* [Si bina triangula rectum angulum, ac insuper alium æqualem habuerint, alterum alteri, vnumq; latus vni lateri æquale, quod alterutri æqualiũ angulorum (etiã non recto, vt in demonstratione dicit) opponitur; reliqua quoque latera reliquis lateribus, alterũ alteri, ac angulum angulo, reliquũ reliquo æqualem habebunt.] *Oppositum enim apparuit in triangulis rectangulis* A D B, A D C, *in quibus latus commune* A D, *opponitur angulis æqualibus* A B D, A C D, *non rectis.*

Alius error Nicolai Copernici.

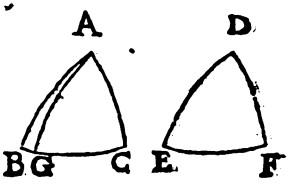
Vnde verum non semper est, quod idem Copernicus docet ibidem propos. 4. vbi ait. [In quocunq; triãgulo rectum angulum habente, alius insuper angulus fuerit datus, cum quolibet latere, reliquus etiam angulus cum reliquis lateribus dabitur.] *Quamuis enim angulus rectus* D, *& angulus* A B D, *noti sint, cum latere* A D, *quod angulo noto* A B D, *non recto opponitur, non tamen propterea in cognitionem reliqui anguli, & reliquorum laterum veniemus, cum reliqua latera possint esse vel* A B, B D, *vel* A C, C D, *& reliquus angulus vel* B A D, *vel* C A D, *vt perspicuum est. Oportebit ergo aliquid aliud præterea constare, antequam reliquus angulus cum reliquis lateribus colligatur, vt in scholio propos. 45. docebimus.*

THEOR. 20. PROPOS. 22.

SI fuerint duo triangula sphærica, quæ duos angulos habeant duobus angulis æquales, vtrumque vtrique, vnumq; latus vni lateri æquale, quod vni æqualium angulorum subtenditur, duo verò latera subtendẽtia reliquos angulos æquales æqualia non sint semicirculo, sed vel maiora, vel minora: Erunt & duo reliqua latera duobus reliquis lateribus æqualia, vtrumque vtrique, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis erit.

HABEANT duo triangula sphærica A B C, D E F, duos angulos B, C, duo-

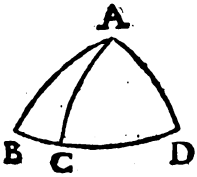
C, duobus angulis E, F, æquales, vtrumque vtrique, & latera A C, D F, subtendentia angulos æquales B, E, inter se æqualia, reliqua verò latera A B, D E, subtendentia alios æquales angulos C, F, non æqualia sint semicirculo, sed vel maiora, vel minora. Dico reliqua latera C B, B A, reliquis lateribus F E, E D, esse æqualia, vtrumque vtrique, & reliquos quoque angulos A, D, esse æquales. Si enim C B, & F E, non sunt æqualia, sit C B, maius, & abscindatur C G, arcus arcui F E, æqualis, & per A, G, arcus circuli maximi ducatur A G. Quoniam igitur latera A C, C G, lateribus D F, F E, æqualia sunt, angulosque continent æquales C, F; erunt & arcus A G, D E, & anguli A G C, & E, æquales: Positus est autem angulus E, angulo B, æqualis. Aequalis igitur est etiam angulus A G C, angulo B; ac propterea arcus A B, A G, semicirculo æquales erunt. Cum ergo arcus A G, arcui D E, ostensus sit æqualis, erunt quoque arcus A B, D E, semicirculo æquales: Ponuntur autem & non æquales semicirculo. Quod est absurdum. Non ergo inæquales sunt arcus C B, F E, sed æquales. Quare cum latera A C, C B, sint æqualia lateribus D F, F E, angulosque æquales contineant C, F; erunt & arcus A B, D E, & anguli B A C, & D, æquales. Si igitur fuerint duo triangula sphærica, &c. Quod demonstrandum erat.



2. huius.
20 1. Theo.
7. huius.
15. huius.
7. huius.

SCHOLIVM.

DIXIMVS, *duo latera subtendentia reliquos angulos æquales, non debere esse æqualia semicirculo. Nam alias propositio vera non esset. Sit enim triangulum sphæricum* A B C, *quodcunq; habens duo latera* A B, A C, *inæqualia inter se, sed simul semicirculo æqualia: Producto autem latere* B C, *vsque ad* D, *ita tamen, vt* B D, *semicirculo sit minor, ducatur per* A, D, *arcus circuli maximi* A D. *Quoniam igitur arcus* A B, A C, *semicirculo æquales sunt, erit angulus* A C D, *angulo* B, *æqualis. Itaq; duo triangula* A B D, A C D; *duos angulos* B, D, *duobus angulis* C, D, *æquales habent, vtrumque vtrique, & latus* A D, *commune, quod æqualibus angulis* B, C, *subtenditur; & tamen neque reliqua latera* A B, B D, *reliquis lateribus* A C, C D, *æqualia sunt, vtrumque vtrique, neque reliquus angulus* B A D, *reliquo angulo* C A D, *vt perspicuum est. Hoc autem ideò contingit, quod latera* A B, A C, *semicirculo sunt æqualia.*



20. 1. Theo.
14. huius.

NICOLAVS *ergo Copernicus lib. 1. Revolutionum propos. 12. triangulorum sphæricorum hallucinatur, cum docet, omne triangulum sphæricum, cuius duo anguli vtcunque dati fuerint, cum aliquo latere, datorum effici angulorum, & laterum. Nam in triangulo* A C D, *licet duo anguli* D, *&* A C D, *noti sint cum latere* A D, *non tamen ex hoc pervenietur in notitiam reliquorum laterum, & reliqui anguli: cum reliqua latera esse possint vel* A C, C D, *vel* A B, B D, *&c. Oportebit ergo præterea aliquid aliud constare, antequam reliquus angulus, cum reliquis lateribus cognoscatur, vt in scholio propos. 45, dicemus.*

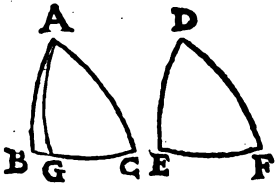
Error Nicolai Copernici.

THEOR.

THEOR. 21. PROPOS. 23.

Si fuerint duo triangula ſphærica, quæ duos angulos duobus angulis habeant æquales, vtrumque vtrique, duoque latera duobus lateribus circa reliquum angulum æqualia, vtrumque vtrique, & in reliquo angulo dicto non ſit polus reliqui lateris: Erit & reliquum latus reliquo lateri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis.

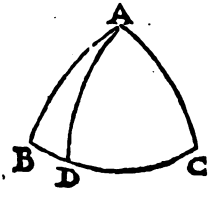
IN duobus triangulis ſphæricis A B C, D E F, ſint anguli B, C, angulis E, F, æquales, vterque vtrique, & latera A B, A C, circa reliquum angulum A, æqualia lateribus D E, D F, vtrumque vtrique, non ſint autem A, D, poli arcuum B C, E F. Dico & reliqua latera BC, E F, æqualia eſſe, & reliquos angulos A, D. Si enim arcus B C, EF, non ſunt æquales, ſit BC, maior, abſcindaturque arcus C G, æqualis ipſi F E, & per puncta A, G, arcus maximi circuli deſcribatur A G. Quoniâ igitur latera AC, C G, æqualia ſût lateribus D F, F E, angulosq; æquales continent C, F; erunt & arcus A G, D E, & anguli A G C, & E, æquales: Ponitur autem arcus D E, arcui A B, & angulus E, angulo B, æqualis. Igitur & arcus A G, arcui A B, & angulus A G C, angulo B, æqualis erit; atque adeò, cum A G C, A G B, ſint æquales duobus rectis, erût & B, A G B, duobus rectis æquales: Sunt autem B, & A G B, inter ſe æquales, ob æqualitatem arcuum A B, A G. Vterque igitut rectus erit; ac propterea vterque arcus A B, A G, per polum arcus B C, tranſibit. Eſt ergo A, polus arcus B C. Quod eſt abſurdum. Ponitur enim non eſſe. Non igitur inæquales ſunt arcus B C, E F, ſed æquales; atque idcirco & anguli B A C, & D, æquales erunt.



9. huius.
20. Theo.
7. huius.
5. huius.
8. huius.
13. 1. Theo.
18. huius.

SCHOLIVM.

EST *autem neceſſaria conditio illa, quòd in reliquo angulo polus non ſit reliqui lateris. Falſa enim eſſet propoſitio, ſi in illo angulo polus foret reliqui lateris. Sit enim triangulum ſphæricum* A B C, *ſitq; in* A, *polus arcus* B C; *& ex* A, *arcus circuli maximi deſcendat quicunque* A D, *ſecans* B C, *in* D. *Erunt igitur anguli ad* B, C, D, *omnes recti, atque omnes tres arcus* A B, A C, A D, *quadrantes. Itaque duo triangula* A B C, A D C, *duos angulos* B, C, *duobus angulis* A D C, *& C, æquales habent, vtrumque vtrique, & duo latera* A B, A C, *duobus lateribus* A D, A C, *circa angulos*



15. 3. Theo. Coroll. 16. 3. Theod.

Digitized by Google

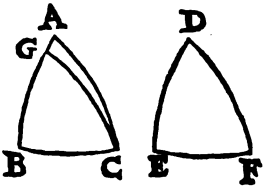
los B A C, D A C, æqualia, vtrumque vtrique, & tamen neque reliqua latera B C, D C, æqualia inter se sunt, neque reliqui anguli B A C, D A C, vt manifestum est. Hoc autem ideo accidit, quòd A, polus sit arcuum B C, D C.

HINC perspicuum quoque est, copernicũ hallucinari lib. 1. Revolutionum propos. 12. cum asserit, omne triangulum sphæricum, cuius duo anguli vtcunque dati fuerint, cum aliquo latere, datorum effici angulorum, & laterum. Nam in triangulo A B C, etiamsi dentur duo anguli B, C, cum duobus lateribus A B, AC, (& non cum vno tantum, vt ipse vult) non tamen statim reliquum latus, & reliquus angulus cognoscetur; cum reliquum latus esse possit vel B C, vel D C, & reliquus angulus vel B A C, vel D A C, &c. Aliquid ergo aliud præterea cõstet, necesse est, vt reliquus angulus, cum reliquis lateribus cognoscatur, vt in scholio propos. 45. ostẽdemus. Error Nicolai Copernici.

THEOR. 22. PROPOS. 24.

SI fuerint duo triangula sphærica, quæ vnum angulum vni angulo æqualem habeant, & duo latera duobus lateribus circa alium angulum æqualia vtrumque vtrique, atq; vtrumque reliquorum angulorum vel maiorem recto, vel minorem: Erit & reliquum latus reliquo lateri æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, vterque vtrique.

IN duobus triangulis sphæricis A B C, D E F, sint anguli B, E, æquales, & duo latera B C, C A, æqualia duobus lateribus E F, F D, vtrumque vtrique, circa angulos C, F, & vterq; angulorũ reliquorum A, D, vel minor sit, vel maior recto. Dico reliqua latera A B, D E, æqualia quoque esse, & reliquos duos angulos A, C, reliquis duobus angulis D, F, vtrũq; vtrique. Si enim latera A B, D E, æqualia non sunt, sit A B, maius, & abscindatur arcus B G, æqualis arcui D E, & per puncta C, G, arcus circuli maximi ducatur C H. Quia igitur latera B G, B C, æqualia sunt lateribus E D, E F, angulosque comprehendunt æquales B, E; erunt & arcus G C, D F, & anguli G, D, æquales: Ponitur autem arcus D F, arcui A C, æqualis. Aequalis igitur erit quoque arcus G C, eidem arcui A C; atque adeò anguli A, & C G A, æquales. Et quoniam anguli duo ad G, sunt æquales duobus rectis, erunt quoque duo anguli B G C, & A, duobus rectis æquales; ac proinde, cum angulus B G C, oftensus sit æqualis angulo D, erunt & duo anguli D, & A, duobus rectis æquales. Quod fieri non potest. Cum enim vterque minor recto ponatur, vel maior, erunt ambo simul vel duobus rectis minores, vel maiores. Non ergo inæqualia sunt latera A B, D E, sed æqualia. Quare



1. huius.

20. 1 Theod.

7. huius.

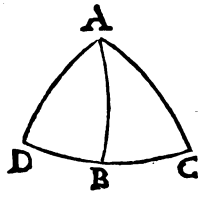
8. huius.

5. huius.

18.huius. & duo Anguli A, C, duobus ãngulis D, F, æquales erunt, vterque vtrique. Si fuerint igitur duo triangula, &c. Quod ostendendum erat.

SCHOLIVM.

DIXIMVS, *vtrumque reliquorum angulorum debere esse vel maiorem, vel minorem recto.* Nam alias falsa esset propositio. *Sit enim triangulum sphæricum quodcunque* A B C, *habens duo latera* A B, A C, *æqualia: Producto autem latere* C B, *ad* D, *ita vt* C D, *sit arcus semicirculo minor, ducantur per puncta* A, D, *arcus circuli maximi* A D. *Itaque triangula* A D B, A D C, *angulum angulo æqualem habẽt, nempe* D, *communem, & duo latera* A D, A B, *æqualia duobus lateribus* A D, A C, *vtrumque vtriques: & tamen reliqua latera* D B, D C, *æqualia non sunt, nec reliqui anguli* D A B, D A C, *immo neque anguli* A B D, A C D, *nisi vterq; rectus sit, vt demonstrabimus. Hoc autem ideò euenit, quòd non vterque angulus* A B D, A C D, *maior est vel minor recto, sed vel vterq; rectus, vel vnus maior recto, & alter minor: quod ita ostendemus.* 20.1 Theod.



Sit primum angulus A B D, *rectus. Dico & C, rectum esse. Recto enim existente angulo* A B D, *erit & A B C, rectus: quòd ambo anguli ad* B, *æquales sint duobus rectis: sed hic æqualis est angulo C, ob æqualitatem laterum* A B, A C. *Igitur & C, rectus erit.* 5. huius. 8. huius.

SIT *deinde angulus* A B D, *maior recto. Dico C, minorem esse recto. Cum enim* A B D, *sit recto maior, erit* A B C, *minor recto, cum ambo duobus rectis sint æquales. Igitur & angulus C, qui æqualis est angulo* A B C, *recto minor erit.* 5. huius. 8. huius.

SIT *tandem angulus* A B D, *minor recto. Dico C, esse recto maiorem. Cum enim* A B D, *sit minor recto, erit* A B C, *hoc est, sibi æqualis C, maior recto.*

Error Nicolai Copernici. HINC *manifestum est, propositionem* 8. *Nicolai Copernici de sphæricis triangulis, lib.* 1. *Reuolutionum falsam esse, quo ad eam partem, in qua dicit.* Si bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & angulum angulo æqualem, qui ad basim fuerit; basim quoque basi, ac reliquos angulos reliquis angulis habebunt æquales. *Hoc enim verum non est, nisi ponatur vterque reliquorum angulorum ad basin vel maior recto, vel minor. In triangulis enim proposito* A D B, A D C, *sunt duo latera* A D, A B, *duobus lateribus* A D, A C, *æqualia, angulusq; D, communis est super bases* D B, D C; *& tamen bases non sunt æquales, ob causam dictam.*

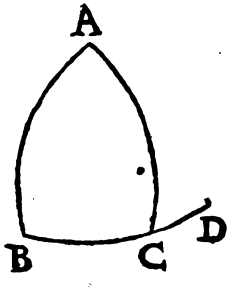
Alius error Nicolai Copernici. VNDE *errat idem Nicolaus in eodem libro propos.* 11. *vbi ait.* Omne triangulum, cuius duo latera fuerint data cum aliquo angulo, datorum efficitur angulorum, & laterum. *Nam etiamsi latera* A D, A B, *nota sint cum angulo D, non tamen inde in notitiam alterius lateris, & aliorum angulorum perueniemus, cum reliquum latus possit esse vel* D B, *vel* D C, *&c. Necesse est ergo aliud quippiam præterea constare, antequam reliquum latus, cum reliquis angulis notum efficiatur, vt in Scholio propos.* 45. *perspicuum faciemus.*

THEOR. 23. PROPOS. 25.

IN omni triangulo sphærico Isoscele, si duo latera

latera æqualia sint quadrantes, erunt duo anguli æquales super basim recti: si verò vtrumque quadrante minus sit, acuti: si denique maius quadrante, obtusi. Et si duo anguli æquales ad basim sint recti, erunt duo latera æqualia, quadrantes: si verò acuti, vtrumque quadrante minus erit: si denique obtusi, vtrumque quadrante maius.

IN triangulo sphærico Isoscele A B C, sint primum duo arcus æquales A B, A C, quadrantes. Dico æquales angulos B, C, ad basim esse rectos. Cum enim vterque arcus A B, A C, quadrans sit, erunt ambo simul semicirculo æquales. Quare producto arcu B C, ad D, angulus A C D, æqualis erit angulo B: sed angulus B, angulo A C B, æqualis est. Igitur & angulus, A C D, angulo A C B, æqualis erit; atque adeò, cum duo anguli ad C, duobus rectis æquales sint, erit vterque angulus ad C, rectus. Quare & angulus B, qui recto A C B, æqualis est, rectus erit. Quod est propositum.



14. huius.
8. huius.
5. huius.
8. huius.

SIT deinde vterque arcuum A B, A C, æqualium quadrante minor. Dico angulos B, C, æquales esse acutos. Cum enim vterque arcus A B, AC, quadrante minor sit, erunt ambo simul semicirculo minores. Quare angulus A C D, maior erit angulo B, hoc est, angulo A C B; cum anguli B, & A C B, æquales sint. Cum ergo duo anguli ad C, æquales sint duobus rectis, erit angulus A C B, recto minor; atque adeo angulus B, qui ei æqualis est, recto quoq; minor erit. Sunt ergo duo anguli B, & A C B, acuti. Quod est propositum.

14. huius.
8. huius.
5. huius.
8. huius.

SIT postremo vterque arcuum A B, A C, quadrante maior. Dico angulos æquales, B, C, esse obtusos. Cum enim vterque arcus A B, A C, maior sit quadrante, erunt ambo maiores semicirculo. Quare angulus A C D, minor erit angulo B, hoc est, angulo A C B, qui angulo B, æqualis est. Cum ergo duo anguli ad C, duobus rectis sint æquales, erit angulus A C B, recto maior, hoc est, obtusus; atque idcirco & angulus B, qui ei æqualis est, obtusus erit. Quod est propositum.

14. huius.
8. huius.
5. huius.
8. huius.

SED iam vterque angulorum æqualium B, C, sit rectus. Dico vtrumque arcum A B, A C, quadrantem esse. Cum enim A C B, rectus sit, & duo anguli ad C, æquales duobus rectis, erit quoque A C D, rectus, ac proinde recto B, æqualis. Sunt ergo duo arcus A B, A C, simul semicirculo æquales, ac propterea cum ipsi æquales ponantur, vterq; quadrans erit. Quod est propositũ.

5. huius.
15. huius.

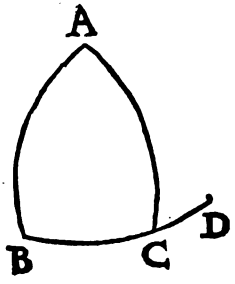
DEINDE vterque angulorum B, C, sit acutus. Dico vtrumque arcum A B, A C, quadrante minorem esse. Cum enim duo anguli ad C, æquales duo-

5. huius.

Digitized by Google

bus rectis sint, & A C B, ponatur recto minor; erit A C D, recto maior; ac propterea maior, quam B, qui recto etiam minor ponitur. Sunt ergo arcus A B, A C, simul semicirculo minores; atque idcirco, cum ipsi sint æquales, vterque quadrante minor erit. Quod est propositum.

17. huius.



5. huius.

17. huius.

POSTREMO sit vterque angulorum B, C, obtusus. Dico utrumque arcum A B, A C, maiorem esse quadrante. Cum enim duo anguli ad C, sint æquales duobus rectis, & A C B, ponatur maior recto, erit A C D, recto minor, atque idcirco minor angulo B, qui recto quoque maior ponitur. Arcus ergo A B, A C, simul maiores sunt semicirculo; atque adeò, cum ipsi æquales sint, erit uterq; quadrante maior. Quod est propositum. In omni ergo triangulo sphærico Isoscele, &c. Quod demonstrandum erat.

COROLLARIVM.

EX his sequitur, omne triangulum sphæricum æquilaterum, seu æquiangulum, si singula latera sint quadrantes, habere singulos angulos rectos: si verò quadrante minora, acutos. Si denique quadrante maiora, obtusos. Et omne triangulum sphæricum æquiangulum, seu æquilaterum, si singuli anguli sint recti, habere singula latera quadrantes: Si verò acuti, quadrante minora: si denique obtusi, quadrante maiora.

SCHOLIVM.

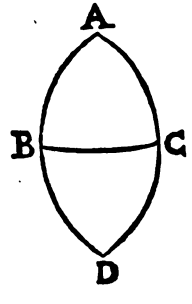
CAETERVM, *quando duo latera trianguli sphærici sunt quadrãtes, vtrumque angulum ad basim esse rectum: Et si vterque angulus ad basim rectus est, vtrumque latus esse quadrantem, demonstrari etiam poterit hac ratione.*

SINT *in triangulo* A B C, *quadrantes* A B, A C. *Dico angulos* B, C, *esse rectos*. *Productis enim arcubus* A B, A C, *donec coëant in* D, *vt sint* A B D, A C D, *semicirculi; erunt quoque arcus* D B, D C, *quadrantes; atque adeo vterque arcus* A B D, A C D, *bifariam diuidetur ab arcu* B C, *in punctis* B, *&* C. *Igitur arcus* B C, *per polos arcuum* A B, A C, *transibit; atque idcirco rectos angulos ad* B, *&* C, *efficiet*.

11.1.Theod.

Schol. 9. 2.Theod.

15.1 Theod.



13.1.Theod.

11.1.Theod.

9.2.Theod.

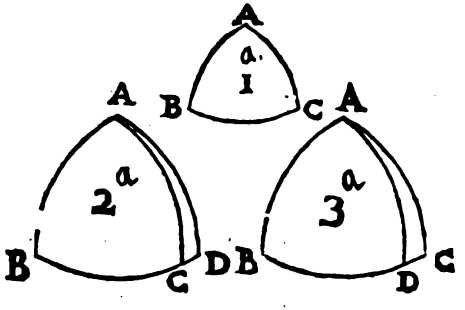
VERVM *iam anguli* B, C, *recti sint*. *Dico latera* A B, A C, *quadrantes esse*. *Cum enim anguli* B, C, *sint recti, transibit arcus* B C, *per polos arcuum* A B D, A C D, *quo quidem semicirculi sunt; atque adeò vtrumque bifariam secabit in* B, C. *Sunt ergo arcus* A B, A C, D B, D C, *quadrantes*. *Quod demonstrandum erat*.

THEOR. 24. PROPOS. 26.

IN omni triangulo Isoscele sphærico, cuius duo

duo latera æqualia ſint quadrantes, ſi angulus ſub ipſis comprehenſus fuerit rectus, erit baſis quadrans: Si verò acutus, quadrante minor: Si denique obtuſus, quadrante maior. Et ſi baſis fuerit quadrans, erit angulus ſub lateribus comprehenſus, rectus: Si verò minor quadrante, acutus: Si denique maior quadráte, obtuſus. Semper autem polus baſis erit in angulo ſub lateribus cõprehenſo.

IN triangulo ſphærico Iſoſcele A B C, ſint latera A B, A C, quadrantes, & primum angulus A, ſit rectus, vt in prima figura. Dico baſim B C, quadrantem eſſe. Cum enim A B, A C, ſint quadrãtes, erunt anguli B, C, recti. Quare omnes arcus erunt quadrantes. Quadrans ergo eſt B C. Quod eſt propoſitum. 25.huius. Corollar. 25.huius.



20.1 Theod.

SIT deinde angulus A, acutus, vt in ſecunda figura. Dico baſim B C, minorem eſſe quadrante. Ducto enim per A, & polum arcus A B, arcu circuli maximi A D, erit angulus B A D, rectus, atque adeo maior acuto angulo B A C. Occurret ergo A D, arcus arcui B C, producto, nempe in puncto D. Quoniam igitur in triangulo A B C, vterque angulus B, C, rectus eſt, erunt in triangulo A B D, duo anguli recti B, & D A B, ideoque æquales; ac propterea & arcus D A, D B, æquales erunt. Quare Iſoſceles eſt D A B, habens ad baſim A B, duos angulos rectos; ac proinde vterque arcus A D, B D, quadrans eſt. Igitur B C, quadrante erit minor. Quod eſt propoſitum. 15.1 Theod. 25. huius. 9. huius. 25.huius.

TERTIO ſit angulus A, obtuſus, vt in tertia figura. Dico baſim B C, eſſe quadrante maiorem. Ducto enim per A, & polum arcus A B, arcu circuli maximi A D, erit angulus D A B, rectus; atque adeo minor obtuſo angulo B A C. Occurret ergo arcus A D, arcui B C, intra triangulum, nempe in puncto D. Quoniam ergo in triangulo A B C, rectus eſt vterque angulus B, C, erunt in triangulo D A B, duo anguli ad baſim A B, recti, & propterea æquales; atque idcirco & arcus A D, B D, æquales. Quare Iſoſceles eſt D A B, habens ad baſim A B, duos angulos rectos. Vterque igitur arcus A D, B D, quadrans eſt, ideoque B C, quadrante maior. Quod eſt propoſitum. 20.1 Theod. 15.1 Theod. 25.huius. 9.huius. 25.huius.

SED iam baſis B C, quadrans ſit, vt in eadem prima figura. Dico angulum A, rectum eſſe. Quoniam enim duo arcus C A, C B, quadrantes ſunt, 25.huius.

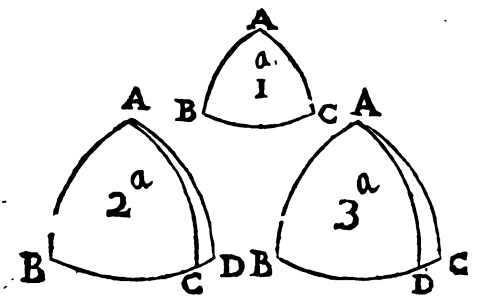
erit

erit vterque angulus A, B, rectus. Rectus igitur est angulus. A.

SIT deinde basis B C, quadrante minor. Dico angulum B A C, esse acutum. Producto enim arcu B C, ad D, vt sit B D, quadrans, ducatur per puncta A, D, arcus A D, circuli maximi. Quoniã igitur duo arcus B A, B D, quadrãtes sunt, erit vterque angulus D, & D A B, rectus. Acutus igitur est angulus B A C.

20.1 Theod.

25. huius.



1. huius.

SIT tãdem basis B C, maior quadrante. Dico angulum B A C, obtusum esse. Abscindatur B D, arcus æqualis quadrãti A B; & per puncta A, D, arcus circuli maximi describatur A D. Et quia duo arcus B A, B D, quadrantes sunt, erit vterque angulus B D A, D A B, rectus. Obtusus igitur est B A C, angulus.

20.1 Theod.

25. huius.

DICO præterea, in omnibus his punctum A, polum esse basis B C. Cum enim latera A B, A C, ponantur quadrantes, erit vterque angulus ad basim B C, rectus; ac propterea vterque arcus A B, A C, per polum arcus B C, transibit. Siue igitur B C, quadrans sit, siue minor, siue maior quadrante; Et siue angulus A, sit rectus, siue acutus, siue obtusus, semper punctum A, vbi coëunt arcus A B, A C, polus erit basis B C. In omni igitur triangulo Isoscele sphærico, cuius duo latera, &c. Quod erat ostendendum.

25. huius.

23.1 Theod.

SCHOLIVM.

IMMO *in omni triangulo sphærico habente duos angulos rectos, demonstrabimus eodem modo, in concursu duorum laterum, quæ rectos subtendunt angulos, reliqui lateris, quod rectis angulis adiacet, polum esse, etiamsi nondum sciatur, duo illa latera esse quadrantes. Sint enim in triangulo sphærico* A B C, *duo anguli recti* B, C. Dico A, *polum esse arcus* B C; Nam *vterque arcus* A B, A C, *per polum arcus* B C, *transibit; ac propterea* A, *polus erit arcus* B C.

23.1 Theod.

25. huius.

VERVM *est tamen, duos arcus* A B, A C, *esse semper quadrantes, propter angulos rectos* B, C.

THEOR. 25. PROPOS. 27.

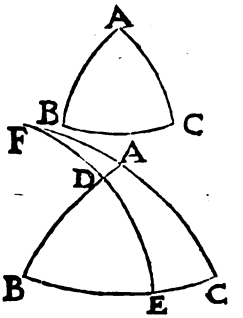
IN omni triangulo sphærico, cuius omnes arcus sint quadrante maiores, vel vnus quadrans, & reliqui duo quadrante maiores, omnes tres anguli sunt obtusi.

IN

IN triangulo sphærico A B C, sint primum singula latera quadrante maiora. Dico tres angulos A, B, C, esse obtusos. Aut enim triangulum æquilaterum est, aut Isosceles, aut Scalenum.

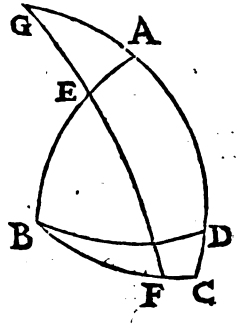
SI æquilaterum, perspicuum est, tres angulos esse obtusos. Corollar. 25. huius.

SI vero est Isosceles, habens duo latera A B, A C, æqualia, erunt duo anguli B, C, ad basim obtusi. Sint quadrantes B D, B E, & per puncta D, E, arcus circuli maximi ducatur E D, conueniens cum arcu C A, protracto in F. Quoniam igitur B D, B E, quadrantes sunt, & angulus B, ostensus est obtusus, erit D E, arcus quadrante maior, & anguli B D E, B E D, recti: Ponitur autem & arcus A C, quadrante maior. Igitur arcus D E, A C, simul semicirculo maiores sunt; ac propterea arcus F D, F A, simul minores semicirculo, cum arcus F E, F C, integro circulo simul sint minores; cum vterque arcus minor sit semicirculo. Angulus igitur F D B, maior est angulo F A D: Est autem angulus F D B, rectus; quòd anguli F D B, B D E, duobus rectis æquales sint, & B D E, rectus ostensus. Ergo F A D, acutus est; ac proinde, cum F A D, D A C, æquales sint duobus rectis, angulus B A C, obtusus erit: ostensi sunt autem & anguli B, C, obtusi. Omnes ergo tres anguli A, B, C, obtusi sunt.



25. huius. 25. huius. 20. 1 Theod. 26. huius. 25. huius. 2. huius. 14. huius. 5 huius. 5. huius. 1. huius. 20. 1 Theod. 25. huius.

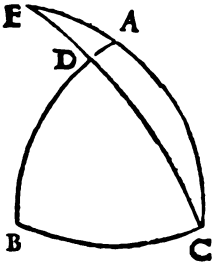
SI denique triangulum A B C, est Scalenum, sit latus A C, latere A B, maius, & abscindatur arcus A D, arcui A B, æqualis; eritque adhuc arcus A D, quadrante maior, quòd & arcus A B, cui æqualis est, maior ponatur quadrante. Si igitur per puncta B, D, ducatur arcus B D, circuli maximi, erit vterque angulus A D B, A B D, obtusus. Multo ergo magis obtusus erit angulus A B C. Sint quadrantes B E, B F, & per puncta E, F, ducatur arcus E F, circuli maximi, coiens cum arcu C A, producto in G. Quoniã igitur B E, B F, quadrantes sunt, erunt anguli ad E, & F, recti; & cum angulus E B F, ostensus sit obtusus, erit arcus E F, quadrante maior: Ponitur autem & arcus A C, quadrante maior. Igitur arcus E F, A C, simul semicirculo sunt maiores; & idcirco multo magis F G, C G, maiores erũt semicirculo. Angulus ergo B F G, quem ostendimus esse rectum, minor est angulo B C G; ac propterea angulus C, obtusus erit. Et quoniam arcus F G, C G, simul integro sunt circulo minores; quòd vterque semicirculo minor sit; & E F, A C, simul semicirculo maiores; erunt arcus G E, G A, simul semicirculo minores; ac proinde angulus G E B, maior erit angulo G A B. Cum ergo angulus G E B, rectus sit, quòd duo anguli ad E, duobus sint rectis æquales, & angulus B E F, ostensus sit rectus; erit angulus G A B, acutus. Quapropter cum G A B, B A C, æquales sint duobus rectis, erit B A C, obtusus. Sunt autem duo etiam anguli A B C, & C, ostensi obtusi. Tres ergo anguli A, B, C, trianguli A B C, obtusi sunt. Quod est propositum.



1. huius. 20. 1 Theod. 25. huius. 26. huius. 14. huius. 2. huius. 14. huius. 5. huius. 5. huius.

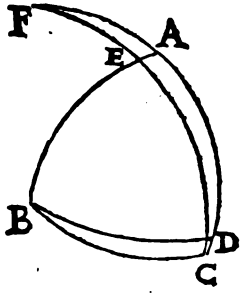
SINT

SINT iam in eodem triangulo A B C, duo arcus A B, A C, quadrante quidem maiores, at B C, quadrans. Aut igitur arcus A B, A C, æquales sunt,
25.huius. aut inæquales. Si æquales, erunt duo anguli B, C, obtusi. Sit quadrans B D,
20.Theod. & per puncta C, D, arcus C D, maximi circuli ducatur conueniens cum arcu C A, protracto in E.



25.huius. Quia igitur arcus B C, B D, quadrantes sunt, erũt
26.huius. anguli D, & B C D, recti; & arcus C D, propter angulum B, quem obtusum esse ostendimus, quadrante maior: Ponitur autem & arcus A C, quadrante maior. Igitur arcus C D, C A, simul maiores sunt semicirculo; ac propterea, cum arcus C D E, C A E, circulum conficiant, (quòd vterque semicirculus sit.) erunt arcus E D, E A, semi-
11.1.Theod. circulo minores. Quare angulus E D B, qui rectus
5.huius. est, (quòd duo anguli ad D, æquales sint duobus rectis, & angulus B D C, ostensus sit rectus.) maior
14.huius. erit angulo E A D; atque adeo E A D, acutus erit.
5.huius. Cum ergo anguli E A D, D A C, duobus rectis sint æquales, erit B A C, obtusus. Sunt etiam anguli B, C, demonstrati obtusi. Tres igitur anguli A, B, C, trianguli A B C, obtusi sunt.

SI verò A B, A C, latera, quæ quadrante maiora sunt, non sunt æqualia,
2.huius. sit maius A C; & abscindatur arcus A D, æqualis arcui A B; & per puncta B,
20.Theod. D, transeat arcus B D, circuli maximi: eritque adhuc arcus A D, maior quadrante, cum ei æqualis A B, maior etiam ponatur.
25. huius. Anguli igitur A D B, A B D, obtusi sunt. Multo



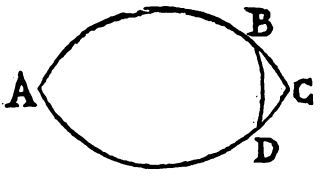
20.Theod. ergo magis obtusus erit angulus A B C. Sit quadrans B E, & per puncta C, E, transeat arcus C E, circuli maximi occurrens arcui C A, producto in
26. huius. F. Quoniam igitur quadrantes sunt B E, B C, &
25.huius. angulus E B C, ostẽsus est obtusus, erit arcus E C, maior quadrãte, sed anguli E & B C E, recti erunt. Angulus ergo A C B, obtusus erit. Et quoniam arcus C E, ostensus est quadrante maior, & arcus A C, maior etiam ponitur, quam quadrans; erunt arcus C E, C A, simul semicirculo maiores. Cũ ergo
11.1.Theod. arcus C E F, C A F, integro circulo æquales sint, quòd vterque sit semicirculus, erũt arcus F E, F A, simul semicirculo minores. Quamobrem angulus
5.huius. F E B, qui rectus est, (sunt enim duo anguli ad E, duobus rectis æquales, &
14.huius. angulus B E C, ostensus est rectus.) maior erit angulo F A E. Acutus ergo est
5.huius. angulus F A E; ac propterea, cum duo anguli ad A, sint æquales duobus rectis, angulus B A C, obtusus erit. Sunt autem etiam ostensi obtusi anguli A B C, A C B. Tres igitur anguli in triangulo A B C, obtusi sunt. In omni ergo triangulo sphærico, cuius omnes arcus, &c. Quod erat demonstrandum.

SCHOLIVM.

HAEC *propositio non conuertitur. Non enim omne triangulum sphæricum, cuius omnes anguli sunt obtusi, necessario habet omnes arcus quadrante maiores, vel*

duos

duos quidem maiores quadrante, & vnum quadranti æqualem: Sed possunt esse duo quidem quadrante maiores, reliquus verò quadrante minor. Sint enim duo semicirculi in superficie sphæræ continentes angulos A, C, obtusos. Si igitur accipiantur duo arcus æquales A B, A D, quorum vterque maior sit sesquialtero quadrante, ita vt ambo simul tres quadrantes superent; describatur autem per puncta B, D, arcus circuli maximi B D: erit hic arcus B D, quadrante minor. Cum enim tres arcus A B, A D, B D, integro circulo minores sint, ponãtur autem duo arcus A B, A D, tribus quadrantibus maiores; erit necessario tertius arcus B D, minor quadrãte: Alias, si quadrans esset, aut maior quadrante, superarent tres arcus trianguli A B C, integrum circulum. Quoniam igitur duo anguli B, & D, in triangulo A B D, obtusi sunt, 20. Theod. 4. huius. 25. huius.

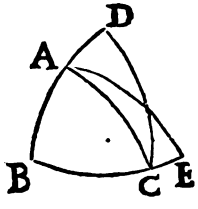


necnon & tertius angulus A, obtusus quoque, ex hypothesi; erunt omnes tres anguli A, B, D, obtusi: & tamen neque omnes arcus sunt quadrante maiores; neque duo tantum, & tertius quadrans: sed duo quidem A B, A D, quadrante maiores sunt, at tertius arcus B D, quadrante minor, vt ostendimus.

THEOR. 26. PROPOS. 28.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus sint quadrante minores, reliqui duo anguli acuti sunt. Et si reliqui duo anguli sint acuti, erunt singuli arcus quadrante minores.

IN triangulo sphærico A B C, sit angulus B, rectus, & singuli arcus quadrante minores. Dico reliquos angulos A, C, esse acutos. Producantur enim arcus B A, B C, vt sint quadrantes B D, B E; & per puncta C, D, arcus maximi circuli ducatur C D, necnon per puncta A, E, arcus circuli maximi A E. Et quoniam quadrans B D, ob angulum rectum B, per polos arcus B C, transit, abestq; polus circuli maximi quadrãte circuli maximi ab eo, erit D, polus arcus B C. Igitur erit angulus B C D, rectus; ac propterea angulus A C B, acutus. Eodem modo, quia quadrans B E, ob angulum rectum B, per polos arcus A B, transit, abestq; polus circuli maximi quadrante maximi circuli ab eo, erit E, polus arcus A B. Igitur angulus E A B, rectus erit; ac proinde B A C, acutus. 20. Theod.

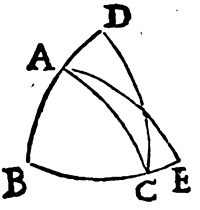


13. Theod. Coroll. 15. 1. Theod. 15. Theod. 13. Theod. Coroll. 16. 1. Theod. 15. Theod.

SED iam in eodem triangulo A B C, angulus B, rectus sit, & reliqui A, C, acuti. Dico singulos arcus esse quadrante minores. Fiant enim recti anguli B C D, B A E. Quia igitur vterque angulus B, B C D, rectus est, erit vterque arcus B D, C D, quadrans. Arcus igitur B A, quadrante minor est. Eodem modo arcus B C, minor erit quadrante; propterea quòd & arcus B E, A E, 25. huius. 25. huius.

Digitized by Google

quadrantes sunt, ob angulos rectos B, B A E. Sed & arcum A C, minorem esse quadrante, ita ostendemus. Quoniam arcus B E, ducitur per E, polum arcus B D; (ostendemus enim E, esse polum arcus A B, vt supra, cum B E, quadrans sit, rectusque ad arcum A B.) erit punctum C, intra peripheriam circuli arcus B D, in superficie sphæræ, & præter eiusdem polum. Quare arcus C A, minor erit arcu C D. At C D, ostensus est esse quadrans. Igitur A C, quadrante minor erit. Omnes ergo arcus trianguli A B C, quadrante sunt minores. Quocirca in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod ostendendum erat.



Schol. 27. 2. Theod.

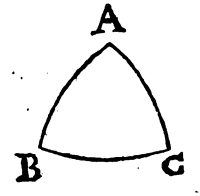
SCHOLIVM.

PRIMA *pars huius propositionis vera quoque est, si solum vterque arcus circa angulum rectum ponatur quadrante minor, etiamsi ignoretur, reliquum arcum, qui rectum angulum subtendit, minorem esse quadrante. Id quod liquido constat ex demonstratione prioris partis. Ostensum est enim, angulos* B A C, B C A, *esse acutos, ex eo solum, quòd vterque arcus* B A, B C, *quadrante minor ponatur, nulla facta mentione arcus* A C. *Erit tamen semper arcus rectum angulum subtendens quadrante minor, si duo arcus rectum angulum continentes quadrante minores sint, vt ex demonstratione manifestum est. Nam cum ex eo, quòd arcus* B A, B C, *minores sint quadrante, anguli* A, C, *acuti sint, vt in priore parte demonstratum est, fit, vt & arcus* A C, *minor sit quadrante, vt in parte posteriori est ostensum. Itaque proponi poterit etiam huiusmodi Theorema.*

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius duo arcus rectum angulum comprehendentes quadrante sint minores, erit & arcus angulum rectum subtendens quadrante minor.

THEOR. 27. PROPOS. 29.

IN omni triangulo sphærico, cuius omnes anguli sint acuti, arcus singuli quadrante sunt minores.



Corollar. 25. huius.

25. huius.

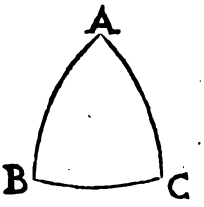
IN triangulo sphærico A B C, sint omnes anguli acuti. Dico singulos arcus quadrante minores esse. Sint enim primum omnes anguli acuti æquales. Quo posito, erunt singuli arcus quadrante minores, vt supra demonstratum est.

DEINDE sint duo tantum anguli acuti æquales B, C; & A, minor vtroque illorum. Erit igitur vterque arcus A B, A C, minor quadrante.

Et

Digitized by Google

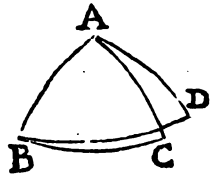
Et quia angulus B, maior ponitur angulo A, erit arcus A C, maior arcu B C. Cum igitur arcus A C, ostensus sit quadrante minor, erit multo magis arcus B C, minor quadrante.



21.huius.

25.huius.

TERTIO sint duo tantum anguli acuti iterum æquales B, C; & A, acutus vtroque illorum maior. Erit igitur rursus vterque arcus A B, A C, quadrante minor. Dico & B C, quadrante esse minorem. Fiat enim angulus rectus B A D, sitque arcus A D, vtrique arcuum A B, A C, æqualis; & per puncta B, D, describatur arcus circuli maximi B D. Quoniam igitur vterque arcus A B, A C, ostensus est quadrante minor erit & A D, minor quadrante. Vterque ergo angulus A B D, & D, acutus est. Quare cum in triangulo A B D, angulus B A D, rectus sit, & reliqui acuti erunt omnes arcus quadrante minores. Arcus igitur B D, quadrante minor est: At quia latera A B, A C, lateribus A B, A D, æqualia sunt, estque angulus B A D, angulo B A C, maior; erit & basis B D, basi B C, maior: Ostensus est autem arcus B D, quadrante minor. Multo ergo minor quadrante erit arcus B C. Omnes ergo tres arcus trianguli A B C, quadrante sunt minores.



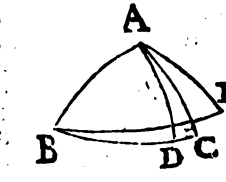
20.1Theod.

25.huius.

28.huius.

12.huius.

POSTREMO sint omnes anguli acuti A, B, C, inæquales; & sit A, omniũ maximus. Erit igitur propterea arcus B C, maior vtroquis arcuũ A B, A C. Sit quoque angulus C, maior angulo B; eritque propterea arcus A B, maior arcu A C. Quoniam igitur arcus B C, maior est arcu A B, & A B, maior, quam A C; abscindatur arcus B D, æqualis arcui A B, & per puncta A, D, ducatur arcus A D, circuli maximi: eruntque anguli B A D, B D A, æquales: Est autem angulus B A D, acutus, cum pars sit anguli acuti B A C. Igitur & angulus B D A, acutus erit. Vterque igitur arcus A B, B D, quadrante est minor. Multo igitur magis arcus A C, qui minor est arcu A B, minor erit quadrante. Dico & arcum B C, quadrante minorem esse. Fiat enim angulus B A E, rectus, & arcus A E, arcui A C, æqualis, ac per puncta B, E, describatur arcus B E, maximi circuli. Et quia arcus A C, ostensus est minor quadrante, erit & A E, minor quadrante. In triangulo ergo A B E, angulus B A E, rectus est, & vterque arcuum ipsum comprehendentium quadrante minor. Igitur reliqui anguli A B E, A E B, acuti sunt. Quoniam igitur in eodem triangulo A B E, angulus B A E, rectus est, & reliqui duo acuti, erunt omnes arcus quadrante minores. Arcus ergo B E, minor est quadrante. Quoniam vero duo latera A B, A E, duobus lateribus A B, A C, æqualia sunt, estque angulus B A E, maior angulo B A C; erit & basis B E, basi C E, maior: Ostensus est autem arcus B E, minor quadrante. Multo igitur minor quadrante erit arcus B C. Tres ergo arcus trianguli A B C, quadrante sunt minores. Quamobrẽ, In omni triangulo sphærico, cuius, &c. Quod demonstrandũ erat.



20.1 Theod.

Schol. 28. huius.

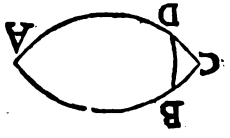
28. huius.

12. huius.

SCHOLIVM.

PORRO *neque hæc propositio conuerti potest. Non quim omne triangulum sphæricum, cuius singuli arcus quadrante sunt minores, necessario habet omnes angulos acutos. Nam vnus angulus potest esse rectus, & reliqui duo acuti; vt ex propos. præcedenti constat. Immo & vnus potest esse obtusus, & reliqui acuti. Sint enim*

20.1 Theod.



duo semicirculi A B C, A D C, continentes angulos A, C, obtusos, accipianturq; duo arcus æquales A B, A D, quorum vterque sesquialterum quadrantem superet, & per puncta B, D, arcus circuli maximi describatur B D, qui minor erit quadrante, vt in scholio propos. 27. ostendimus. Erunt igitur in triangulo B C D, tres arcus B C, C D, B D, singuli quadrante minores, & tamen non omnes anguli in triangulo B C D, acuti sunt, sed C, quidem obtusus, ex hypothesi, at verò B, D, acuti, propterea quòd duo latera C B,

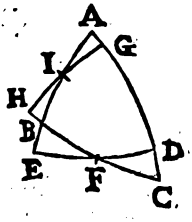
25. huius. *C D, æqualia sunt, & quadrante minora.*

THEOR. 28. PROPOS. 30.

IN quolibet triangulo sphærico, cuius vnus quidem arcus quadrante maior sit, reliquorum verò vterque quadrante minor, nullus angulorum rectus erit.

IN triangulo sphærico A B C, sit quidem arcus A C, quadrante maior, at tam A B, quam B C, minor quadrante. Dico nullum angulorum esse rectum. Sit enim si fieri potest, angulus B, qui arcui A C, quadrante maiori opponitur, rectus. Abscisso igitur A D, quadrante, & producto arcu A B, ad E, vt A E, sit etiam quadrans, & per puncta D, E, arcu D E, circuli maximi descripto, qui arcum B C, secet in F; erit vterque angulus D, E, rectus: Ponitur autem & angulus A B C, rectus, hoc est, E B C; sunt enim duo anguli ad B, duobus rectis æquales. Vterque igitur arcus E F, B F, quadrans erit; atque adeo arcus B C, maior quadrante. quod est absurdum, cum ponatur quadrante minor. Non ergo angulus B, rectus esse potest.

20.1 Theod. 25. huius. 5. huius. 25. huius.



QVOD si angulus C, rectus esse dicatur; erit, si eadem fiat constructio, eodem modo vterque arcus D F, C F, quadrans: (Nam & angulus C D F, rectus est, cum vterque D, E, rectus sit, ob quadrantes A D, A E.) atque adeo arcus B C, quadrante maior. quod est contra hypothesim.

25. huius. 25. huius.

SI denique angulus A, rectus concedatur, si ex arcu C A, abscindatur qua-

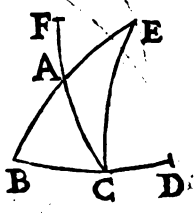
quadrans CG, & arcus CB, producatur vsque ad H, vt & CH, quadrans sit, describaturque per puncta G, H, arcus circuli maximi GH, secans arcum AB, in I; erit vterque angulus G, H, rectus. Cum ergo & angulus A, ponatur rectus, erunt in triangulo AGI, duo anguli A, G, recti. Quare vterque arcus AI, GI, quadrans est; atque adeo arcus AB, quadrante maior. quod est contra hypothesim. 20.1 Theod. 25.huius. 25.huius.

POSSVMVS tamen aliter demonstrare, angulum A, non posse esse rectum, licet non abscindatur quadrans CG, &c. Si enim angulus A, rectus concedatur, erit arcus DE, quadrans. Cum ergo & EA, quadrans sit, erit vterque angulus A, D, rectus; & E, polus arcus AC, propterea quòd vterque arcus DE, AE, per polum arcus AD, transit, ob angulos rectos A, D. Eodem modo D, polus erit arcus AB. Quoniam igitur punctum F, est intra peripheriam circuli AB, & præter eius polum, ducitur que arcus FE, per polum circuli AB, nempe per D, erit arcus FB, maior arcu FE. Eadem ratione arcus FC, maior erit arcu FD, cum FD, ducatur per E, polum circuli AC. Totus igitur arcus BC, quadrante DE, maior erit. quod est absurdum, cum minor quadrante ponatur. Nullus ergo angulorum A, B, C, rectus est. Quamobrem, In quolibet triangulo sphærico, &c. Quod demonstrandum erat. 26.huius. 25. huius. 13.1.Theod. Schol. 21. 2.Theod.

THEOR. 29. PROPOS. 31.

CVIVSCVNQVE trianguli sphærici tres anguli duobus quidem rectis sunt maiores, sex verò rectis minores.

SIT triangulum sphæricum ABC. Dico tres angulos A, B, C, maiores quidem esse duobus rectis, minores verò sex rectis. Si enim omnes tres anguli recti sint, vel obtusi; vel duo tantũ recti, vel obtusi; vel vnus tantum rectus, & reliquorum alter obtusus, perspicuum est, omnes tres duobus esse rectis maiores. In quolibet autem triangulo hæc erit demonstratio. Producto latere BC, ad D, erit angulus ACD, vel æqualis, vel minor, vel maior angulo B. Sit primum æqualis. Erunt igitur arcus AB, AC, simul semicirculo æquales; atq; adeò duo anguli ABC, ACB, duobus rectis æquales. Tres ergo anguli A, B, C, duobus rectis maiores erũt. Sit deinde angulus ACD, minor angulo B. Erunt igitur arcus AB, AC, simul maiores semicirculo; ac propterea duo anguli ABC, ACB, duobus rectis maiores. Multo ergo magis tres anguli A, B, C, duobus rectis maiores erũt. Sit demique angulus ACD, maior angulo B, & fiat angulus DCE, angulo B, æqualis, occurratque arcus CE, arcui BA, producto in E; & tandem arcus CA, protrahatur ad F. Erunt igitur arcus EB, EC, simul æquales semicirculo; ac propterea arcus EA, EC, simul semicirculo minores. Angulus igitur EAF, hoc est, angulus BAC, qui



15.huius. 16.huius. 15. huius. 10.huius. 15. huius.

Digitized by Google

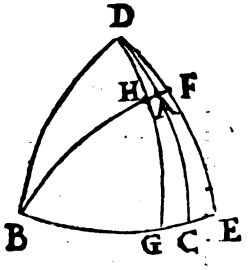
14.huius. 16.huius. qui illi ad verticem æqualis est, maior erit angulo A C E: Sed angulus A C E, & anguli A C B, & B, duobus rectis sunt æquales. Igitur anguli B A C, A C B, & B, maiores erunt duobus rectis. Semper ergo tres anguli simul duobus rectis sunt maiores.

QVIA verò omnis angulus sphæricus, etiam obtusus, minor est duobus rectis; perspicuum est, tres angulos cuiusuis trianguli sphærici simul minores esse sex rectis. Cuiuscunque ergo trianguli sphærici tres anguli, &c. Quod erat demonstrandum.

THEOR. 30. PROPOS. 32.

IN omni triangulo sphærico, cuius vnus angulus rectus sit, & alter reliquorum acutus, si quidem arcus illis angulis adiacēs fuerit quadrans, erit & arcus rectum subtendens angulum quadrans; si verò minor fuerit quadrante, quadrante quoque minor erit: si deniq; quadrante fuerit maior, quadrante quoq; maior erit: Semper autem arcus acutum angulum subtendens minor erit quadrante.

IN triangulo A B C, angulus C, rectus sit, & B, acutus, sitque primum arcus B C, quadrans. Dico & A B, quadrantem esse. Fiat enim angulus C B D,



5.huius. rectus, coëatque arcus B D, cum arcu C A, producto in D. Erit igitur vterque arcus B D, C D, quadrans: Ponitur autem & B C, quadrans. Ergo B, polus est arcus C D; atque adeo rectus erit angulus ad A. Quare vterque arcus B C, B A, quadrans erit. Quadrans igitur est arcus A B, angulo recto C, oppositus.

6.huius. 15.1 Theod. 25.huius.

SIT deinde arcus B C, quadrante minor. Dico & arcum A B, quadrante esse minorem. Fiat enim rursus angulus C B D, rectus, occurratque arcus B D, arcui C A, producto in D; eritque vt prius, vterque arcus B D, C D, quadrans. Producto autem B C, ad E, vt sit B E, quadrans, ducatur per puncta D, E, arcus circuli maximi D E, quem B A, productus secet in F. Quoniam igitur arcus B E, B D, quadrantes sunt, erit vterque angulus B D E, B E D, rectus, & B, polus arcus D E. Rectus ergo erit angulus ad F; atque adeò vterque arcus B E, B F, quadrans erit. Igitur arcus B A, quadrante erit minor.

5.huius. 20.1 Theod. 25, & 26. huius 15.1 Theod. 25.huius.

SIT denique arcus B C, quadrante maior. Dico & arcum A B, maiorem qua-

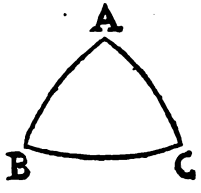
quadrante esse. Fiat enim rursus angulus C B D, rectus, conueniatque arcus B D, cum C A, protracto in D; eritque, vt prius, vterque arcus B D, C D, quadrans. Abscisso autem quadrante B G, ducatur per puncta D, G, arcus circuli maximi D G, secans arcum A B, in H. Quoniam igitur arcus B D, B G, quadrantes sunt, erit vterque angulus B D G, B G D, rectus, & B, polus arcus D G. Rectus ergo erit angulus ad H; ac proinde vterque arcus B G, B H, erit quadrans. Quare A B, quadrante maior erit. 25. huius. 10. 1 Theod. 25. & 26. huius. 25. 1 Theod. 25. huius.

ET quoniam arcus C D, semper ostensus est esse quadrans, erit arcus A C, quadrante minor. Quapropter in omni triangulo sphærico, &c. Quod ostendendum erat.

THEOR. 31. PROPOS. 33.

IN omni triangulo sphærico, cuius vnus angulus rectus, & alter reliquorum acutus, si quidem arcus illis angulis adiacens fuerit quadrans, erit reliquus angulus rectus: si verò minor quadrante, acutus: si denique quadrante maior, obtusus.

SIT in triangulo A B C, sphærico angulus C, rectus, & B, acutus, sitque primum arcus B C, quadrans. Dico reliquum angulum A, rectum esse. Erit enim, & A B, quadrans. Igitur vterque angulus C, A, rectus. 32. huius. 25. huius.



SIT deinde arcus B C, quadrante minor. Dico angulum A, esse acutum. Erit enim & arcus A B, quadrante minor; atque adeo arcus A B, B C, simul semicirculo erunt minores. Quare anguli A, C, duobus rectis sunt minores; ac proinde, cum C, sit rectus, erit A, acutus. 32. huius. 16. huius.

SIT tandem arcus B C, maior quadrante. Dico angulum A, obtusum esse. Erit enim & A B, quadrante maior; ac proptcrea arcus A B, B C, simul semicirculo maiores erunt. Igitur anguli A, C, duobus rectis sunt maiores; atque adeo, cum C, sit rectus, erit A, obtusus. Quocirca in omni triangulo sphærico, cuius vnus angulus, &c. Quod erat ostendendum. 32. huius. 16. huius.

THEOR. 32. PROPOS. 34.

IN omni triangulo sphærico, cuius vnus angulus rectus, si vteruis reliquorum angulorum sit rectus, erit arcus eum subtendens, quadrans: si verò

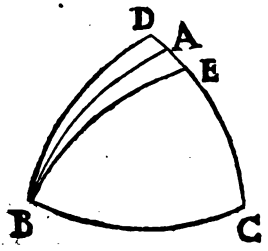
acutus,

Digitized by Google

acutus, quadrante minor: si denique obtusus, maior quadrante. Et si vteruis arcuum rectum angulum continentium fuerit quadrans, erit angulus, quem subtendit, rectus: si verò minor quadrante, acutus: si denique quadrante maior, obtusus.

SIT in triangulo sphærico A B C, angulus C, rectus, sitque primum alter reliquorum, nempe B, etiam rectus. Dico arcum A C, qui eum subtendit, quadrantem esse. Cum enim vterque angulus B, C, rectus sit, erit & vterque
25. huius. arcus A B, A C, quadrans.

SIT deinde B, angulus acutus. Dico arcum A C, esse quadrante minorem. Fiat enim angulus C B D, rectus, coëatque arcus B D, cum arcu C A, producto in D. Quoniam igitur vterq; angulus C, C B D,
25. huius. rectus est, erit & vterque arcus B D, C D, quadrans; atque adeo arcus A C, minor erit quadrante.



SIT postremo angulus B, obtusus. Dico arcum A C, quadrante maiorem esse. Fiat enim angulus C B E, rectus, secetque arcus B E, arcum A C, in E. Quoniam igitur vterque angulus C, C B E, rectus est, erit & vterque arcus B E, C E, quadrans; atque adeo
25. huius. arcus A C, quadrante maior erit.

RVRSVM sit angulus C, rectus, & sit primum arcus A C, quadrans. Dico angulum ei subtensum B, esse rectum. Erit enim A, polus arcus B C,
Coroll. 16. 2. Theod. 13.1. Theod. 15.1. Theod. (cum arcus C A, per polum arcus B C, transeat, ob angulum rectum C;) atque adeo angulus A B C, rectus.

DEINDE sit arcus A C, quadrante minor. Dico angulum ei subtensum B, esse acutum. Producto enim arcu C A, ad D, vt sit C D, quadrans,
Coroll. 16. 1. Theod. 13.1 Theod. 20.1 Theod. 15.1. Theod. erit eodem modo D, polus arcus C B; cum arcus C A, per polum arcus B C, transeat. Ducto ergo per puncta D, B, arcu D B, circuli maximi, erit angulus D B C, rectus; ac proinde A B C, acutus.

Coroll. 16. 1. Theod. 13.1. Theod. 20.1 Theod. 15.1. Theod. POSTREMO sit arcus A C, maior quadrante. Dico angulum B, ei subtensum obtusum esse. Abscisso enim quadrante C E, erit rursum E, polus arcus B C; propterea quod arcus C A, per polum arcus B C, transit. Ducto ergo per puncta E, B, arcu E B, circuli maximi, erit angulus E B C, rectus; atque adeò A B C, obtusus. Quapropter, in omni triangulo sphærico, &c. Quod erat demonstrandum.

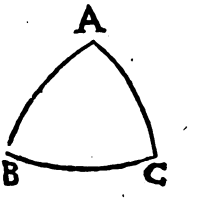
THEOR. 33. PROPOS. 35.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, si vterque arcuum comprehendentium angulum rectum,

Digitized by Google

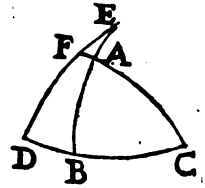
ctum, vel vnus tantum, fuerit quadrans, erit & arcus rectum angulum subtendens, quadrans: Si vero vterque dictorum arcuum minor fuerit quadrante, aut maior, erit arcus rectum angulum subtendens quadrante minor: si denique alter illorum maior fuerit quadrante, & alter minor, erit arcus rectum angulũ subtendens maior quadrante.

IN triangulo sphærico rectangulo A B C, sit angulus B, rectus, & primum vterque arcus A B, B C, vel alter illorum tantum quadrans. Dico & arcum A C, qui rectum angulum subtendit, quadrantem esse. Si enim vterque arcus A B, B C, quadrans est, cum angulus B, ponatur rectus, erit quoq; arcus A C, quadrans. Si verò alter tantum arcuum A B, B C, est quadrans, sit A B, quadrans. Quoniã igitur arcus A B, quadrans est, transitq; per polos arcus B C, propter angulum rectum B, erit A, polus arcus B C; ac propterea angulus C, rectus erit. Cum ergo vterque angulus B, C, rectus sit, erit vterque arcus A B, A C, quadrans. Eodem modo si B C, ponatur quadrans, ostendemus A C, esse quadrantem. Erit enim similiter C, polus arcus A B; ac proinde angulus A, rectus. Cum ergo vterque angulus B, A, rectus sit, erit vterque arcus B C, A C, quadrans.

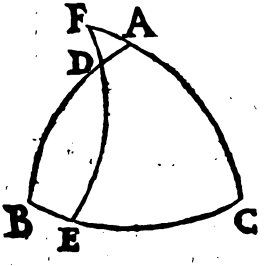


26. huius.
13. 1. Theod. Coroll. 16. 1. Theod.
15. 1 Theod.
25. huius.
25. huius.

SIT deinde vterque arcus A B, B C, quadrante minor, vel maior. Dico arcum A C, esse quadrante minorem. Si enim vterque est quadrante minor, producto arcu C B, ad partes B, & B A, ad partes A, vt sint C D, B E, quadrantes, ducatur per puncta D, E, arcus circuli maximi D E, secans arcum C A, productum in F. Quoniam igitur in triangulo B E D, angulus B, rectus est, & arcus B E, quadrans, erit angulus D, quem subtendit, rectus. Rursus quia in triangulo C D F, angulus D, rectus est, & arcus D C, quadrans, erit similiter angulus F, rectus; atque idcirco vterque arcus D C, F C, quadrans erit. Quare arcus A C, quadrante minor erit. Si verò vterque arcus A B, B C, quadrante maior est, abscisis quadrantibus B D, C E, ducatur per puncta D, E, arcus circuli maximi E D, secans arcum C A, productum in F. Quoniã igitur in triangulo D B E, angulus B, rectus est, & arcus B D, quadrans erit angulus E, quem B D, subtendit, rectus. Rursus quia in triangulo C E F, angulus E, est rectus, & arcus E C, quadrans, erit eodem modo ab-



20. 1 Theod.

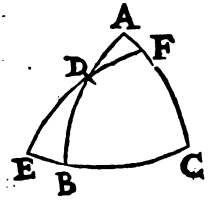


34. huius.
34. huius.
25. huius.
20. 1 Theod.
34. huius.
34. huius.

25.huius. do angulus F, rectus. Vterque ergo arcus C E, C F, quadrans erit; ac propterea arcus A C, quadrante minor.

SIT postremo arcus A B, quadrante quidem maior, arcus vero B C, minor quadrante. Dico arcum A C, maiorem esse quadrante. Auferatur enim quadrans B D; & arcus C B, producatur ad E, vt C E, sit quadrans; ac per puncta D, E, arcus circuli maximi ducatur E D, secans arcum A C, in F. Quia igitur in triangulo B E D, angulus B, rectus est, & arcus B D, quadrans, erit angulus E, rectus. Rursus, quia in triangulo C E F, angulus E, rectus est, & arcus E C, quadrans, erit eadem ratione angulus F, rectus. Vterque igitur arcus C E, C F, quadrans erit; ac proinde arcus A C, quadrante maior. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat demonstrandum.

20.1Theod.



34.huius.

34. huius.

25.huius.

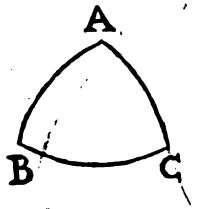
THEOR. 34. PROPOS. 36.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, si arcus rectum angulum subtendens fuerit quadrans, erit vel vterq; arcuum angulum rectum comprehendentium quadrans, vel alter illorum saltem: si verò fuerit minor quadrante, vterque reliquorum vel minor, vel maior quadrante erit: si deniq; quadrante maior fuerit, erit reliquorum alter maior quadrante, & alter minor.

SIT in triangulo sphærico A B C, angulus B, rectus, & eum subtendens arcus A C, sit primum quadrans. Dico vel vtrumque arcuum A B, B C, esse quoque quadrantem, vel saltem alterum illorum. Si enim neuter illorum est quadrans, erit vel vterque illorum maior, vel minor quadrante, atque adeo arcus A C, quadrante minor; vel alter illorum quadrante quidem maior, alter verò minor, ac proinde arcus A C, quadrante maior; quorum vtrumq; absurdum est, cum arcus A C, ponatur quadrans. Erit ergo vel vterque arcus A B, B C, quadrans, vel saltem alter illorum.

35. huius.

35. huius.



DEINDE sit arcus A C, quadrante minor. Dico vtrumque arcum A B, B C, esse vel quadrante minorem, vel maiorem. Si enim vterque non est minor, vel maior quadrante, erit vel vterque quadrans, ideoque & arcus A C, quadrans; vel vnus illorum quadrans, & alter non; atque idcirco & arcus A C, quadrans; vel vnus quidem quadrante minor, alter verò maior, atque adeò & arcus

35. huius.

35. huius.

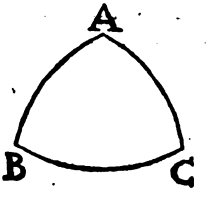
arcus A C, quadrante maior: quæ omnia absurda sunt, cum arcus A C, po- 35. huius.
natur quadrante minor. Erit ergo vel vterque arcus A B, B C, minor quadrante, vel maior.

TERTIO sit arcus A C, maior quadrante. Dico alterum reliquorum A B, B C, quadrante quidem esse maiorem, alterum verò minorem. Si enim non est alter maior, & alter minor quadrante, erit vel vterque quadrans, vel alter saltem quadrans, & alter non, ac proinde & arcus A C, quadrans; 35. huius. vel vterque minor quadrante, aut maior, atque adeo arcus A C, quadrante 35. huius. minor: quæ omnia sunt absurda, cum arcus A C, maior ponatur, quam quadrans. Erit ergo alter arcuum A B, B C, quadrante quidem maior, alter vero minor. Quocirca in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat.

THEOR. 35. PROPOS. 37.

IN omni triangulo sphærico, si vterque reliquorum angulorum, vel alter saltem fuerit rectus, erit arcus rectum angulum subtendens, quadrans: si verò vterque reliquorum angulorum minor fuerit recto, vel maior, erit arcus subtendens angulum rectum quadrante minor: si deniq; alter reliquorum fuerit maior recto, & alter minor, erit arcus angulum rectum subtendens, quadrante maior.

IN triangulo sphærico A B C, cuius angulus B, rectus, sit primum vterque angulorum A, C, vel alter saltem, nempe C, rectus. Dico arcum A C, qui rectum angulum B, subtendit, esse quadrantem. Si enim vterque angulus A, C, rectus est, vel C, tantum, erit triangulum A B C, rectangulũ habens angulum C, rectum: Est autem & angulus B, rectus. Igitur arcus A C, quadrans erit. 34. huius.



DEINDE sit vterque angulus A, C, vel minor recto, vel maior. Dico arcum A C, quadrante esse minorem. Si namque vterque angulus A, C, est minor recto, erit tam arcus B C, quam A B, minor quadrante; si verò vterque angulus A, C, maior est recto, erit tam arcus B C, quam A B, quadrante maior. Quare cum in triangulo A B C, angulus B, rectus sit, & vterque arcus A B, B C, vel minor, vel maior quadrante, erit semper arcus A C, quadrante minor. 34. huius. 34. huius. 35. huius.

TERTIO sit angulus A, maior recto, & C, minor. Dico arcum A C, esse quadrante maiorem. Cum enim angulus A, obtusus sit, erit arcus B C, 34. huius. maior quadrante: Et cum angulus C, acutus sit, erit arcus A B, quadrante mi- 34. huius.

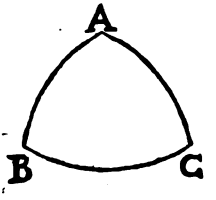
Digitized by Google

nor. Igitur cum arcus B C, quadrante quidem maior sit, & A B, minor, erit
35. huius. arcus A C, quadrante maior. Quamobrem in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat ostendendum.

THEOR. 36. PROPOS. 38.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, si arcus rectum angulum subtendens fuerit quadrans, erit saltem alter reliquorum angulorū rectus quoque: si verò minor quadrante, erit vterq; reliquorum angulorum vel maior recto, vel minor: si denique quadrante maior, erit alter reliquorum angulorum maior recto, & alter minor.

IN triangulo sphærico A B C, cuius angulus B, rectus, sit primum arcus A C, subtendens angulum rectum B, quadrans. Dico saltem alterum angulorum A, C, rectum quoque esse. Cum enim angulus B, sit rectus, & arcus
36. huius. A C, quadrans, erit saltem alter arcuum A B, B C, quadrans; atque adeò &
34. huius. angulus A, vel C, quem ille arcus subtendit, rectus erit.



SIT deinde arcus A C, quadrante minor. Dico vtrumque angulorum A, C, esse maiorem, vel minorem recto. Erit enim vterque arcus A B, B C, vel maior quadrante, vel minor. Quare vterque angulus
36. huius. A, C, maior erit recto, vel minor.
34. huius.

POSTREMO sit arcus A C, maior quadrante. Dico alterum angulorum A, C, esse recto maiorem, & alterum minorem. Erit enim alter arcuum A B, B C, quadrante maior, & alter minor. Igitur
36. huius. alter angulorum A, C, recto erit maior, & alter minor. Quapropter In omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod ostendendum erat.
34. huius.

COROLLARIVM.

EX his omnibus colligitur, In omni triangulo sphærico, cuius vnus arcuum est quadrans, vnusque angulorum rectus, reliquorum quoque arcuum vnum saltem esse quadrantem, & reliquorum angulorum vnum saltem rectum. Nam si vnus angulorum rectus est,
35. huius. & alter arcuum ipsum comprehendentium quadrans, erit & arcus rectum angulum subtendens quadrans; & angulus quem prior quadrans subtendit rectus: Si verò arcus angulum
34. huius. rectum subtendens quadrans est, erit & vel vterque arcuum rectum angulum comprehendentium, vel alter saltem quadrans; & vel vterque reliquorum angulorum, vel alter saltem
36. huius. rectus. Itaque fieri non potest, vt detur triangulum sphæricum rectangulum, cuius vnus duntaxat arcus sit quadrans, sed vel nullus erit quadrans, vel omnes tres, vel duo quadrantes erunt.
38. huius. Nota.

THEOR.

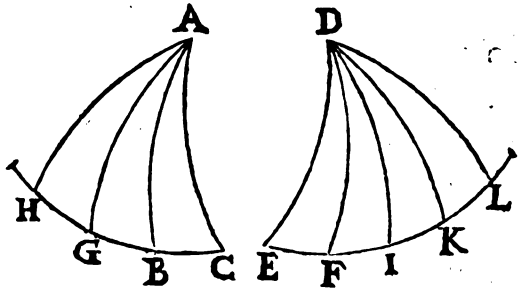
Digitized by Google

THEOR. 37. PROPOS. 39.

ANGVLI sphærici eandem habẽt rationem, quam eorum arcus.

SINT duo anguli sphærici B A C, E D F, quorum arcus B C, E F. Dico ita esse angulum A, ad angulum D, vt est arcus B C, ad arcum E F. Erunt enim A, D, poli arcuum B C, E F; & arcus A B, A C, D E, D F, quadrantes. Defin. 6. huius.

Productis igitur arcubus B C, E F, sumantur quotcunque arcus B G, G H, arcui B C, & quotcũq; arcus F I, I K, K L, arcui E F, æquales; ac per puncta G, H, I, K, L, & polos A, D, arcus circulorum maximorũ ducantur A G, A H, D I, D K, D L, qui omnes quadrãtes erunt, nempe quadrantibus A B, A C, D E, D F, æquales, propterea quòd & rectæ subtensæ A G, A H, D I, D K, D L, rectis subtensis A B, A C, D E, D F, æquales sunt, ex defin. poli. Erunt ergo omnes anguli ad A, inter se æquales; atque adeò quam multiplex est arcus C H, arcus B C, tam multiplex erit aggregatum omnium angulorũ ad A, anguli B A C: Eademque ratione tam multiplex erit aggregatum omnium angulorum ad D, anguli E D F, quam multiplex est arcus E L, arcus E F. Quoniam verò si arcus C H, arcui E L, æqualis fuerit, etiam angulus H A C, angulo E D L, æqualis est; si autem arcus C H, maior fuerit arcu E L, etiam angulus H A C, angulo E D L, maior est; & si minor, minor; deficient propterea vnà arcus C H, & angulus H A C, æquè multiplicia primæ magnitudinis B C, & tertiæ B A C, ab arcu E L, & angulo E D L, æque multiplicibus secundę magnitudinis E F, & quartæ E D F; vel vnà æqualia erunt, vel vnà excedent. Quare quę proportio est arcus B C, primæ magnitudinis ad arcum E F, secundam magnitudinem, ea erit anguli B A C, tertiæ magnitudinis ad angulum E D F, quartam magnitudinem. Itaque anguli sphærici eandem habent rationem, quam eorum arcus. Quod erat demonstrandum.



20. 1 Theod.

28. tertij.

18. huius.

18. huius.

12. huius.

Defin. 6. quinti.

COROLLARIVM.

EX hoc sequitur, ita esse angulum sphæricum quemcumque ad quatuor angulos rectos sphæricos, vt est arcus illius anguli ad totam circunferentiam circuli maximi; & contra. Cum enim fit angulus sphæricus quicunque ad angulum rectum sphæricum, vt arcus illius anguli ad quadrantem, nimirum ad arcum anguli recti, erit quoque idem angulus ad quadruplum anguli recti nempe ad quatuor rectos, vt idem arcus illius anguli ad quadruplum quadrantis, hoc est, ad totam circunferentiam; & contra.

39. huius.

Schol. 4. quinti.

THEOR.

Digitized by Google

THEOR. 38. PROPOS. 40.

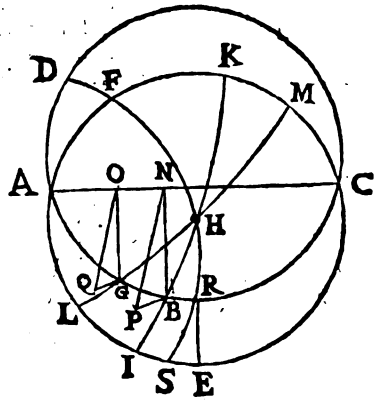
SI duo circuli maximi in ſphæra ſe mutuò ſecent, & in eorum peripherijs duo puncta ſignentur, quorum vtrumque vel in eodem ſemicirculo ſumatur; vel in vno ſemicirculo vnum, & alterum in altero eiuſdem circuli; vel vnum in ſemicirculo vno vnius circuli, & alterum in ſemicirculo vtrolibet alterius circuli; atque per vtrumque horum punctorum arcus maximi circuli ducatur faciés cum peripheria alterius circuli, ad quamcumque partem, angulum rectum: habebit ſinus arcus intercepti inter vnum illorum punctorum, & alterutram ſectionem circulorum, ad ſinum arcus, qui per illud punctū ductus rectum cum peripheria alterius circuli angulum facit, eandem proportionem, quam habet ſinus arcus inter punctum alterum, & alterutram circulorum ſectionem interiecti, ad ſinum arcus, qui per illud punctum deſcriptus cum alterius circuli peripheria rectū conſtituit angulum.

IN ſphęra duo circuli maximi A B C D, A E C F, ſe mutuo ſecent in A, & C, & primum ad angulos non rectos; ſignenturque primum in eodem ſemicirculo A B C, duo puncta vtcûque B, G; per que, & polum circuli A E C F, qui ſit H, circuli maximi ducantur I B H K, L G H M; eruntque anguli ad I, L, K, M, recti. Dico eâdem habere proportionē ſinum arcus A B, vel C B, ad ſinū arcus B I, vel B K, quam habet ſinus arcus A G, vel C G, ad ſinū arcus G L, vel G M.

20. 1 Theod. 15. 2. Theod. 3. vndec. 22. primi. 21. vndec.

Sit enim cōmunis ſectio circulorum recta AC, ad quam ex B, G, perpēdiculares agātur B N, G O, in plano circuli A B C D; eritq; B N, ſinus rectus tam arcus A B, quam arcus C B, ex definitione ſinus recti; & eodem modo G O, ſinus vtriuſque arcus A G, C G. Demittantur ab eiſdem punctis B, G, ad planum circuli

circuli A E C F, perpendiculares B P, G Q. Et quoniam rectæ B P, G Q, cadunt in communes sectiones circulorum I B K, L G M, cum circulo A E C F, quem bifariam secat in punctis I, K; L, M, hoc est, cadut in diametros circulorũ maximorum I B K, L G M; (quòd horum circulorum plana recta sint ad planum circuli A E C F,) ac proinde rectos angulos faciunt cum diametris circulorum I B K, L G M, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erit quoque tam B P, sinus rectus arcũ B I, B K, quam G Q, sinus rectus arcuum G L, G M, ex definitione sinus recti. Ducantur in plano circuli A E C F, rectæ N P, O Q; eruntq; per defin. 3. lib. 11. Eucl. anguli P, Q, recti, in triangulis N B P, O G Q. Quia verò tam rectæ B N, G O, parallelę sunt, propter angulos rectos A N B, A O G, quam rectæ B P, G Q, cum hæ perpendiculares sint ad planũ circuli A E C F; eruntque quoque anguli B, G, æquales in eisdem triangulis N B P, O G Q. Æquiangula igitur sunt triangula N B P, O G Q; atque adeò erit, vt N B, sinus arcus A B, vel C B, ad B P, sinum arcus B I, vel B K, ita O G, sinus arcus A G, vel C G, ad G Q, sinum arcus G L, vel G M, quomodocunque arcus sumantur, cum cuilibet sinui duo arcus semicirculũ conficientes respondeant. Hoc est, erit, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus B I, ita sinus arcus A G, ad sinum arcus G L. Item vt sinus arcus A B, ad sinum arcus B K, ita sinus arcus A G, ad sinum arcus G M. Item vt sinus arcus C B, ad sinum arcus B I, ita sinus arcus C G, ad sinum arcus G L. Item vt sinus arcus C B, ad sinum arcus B K, ita sinus arcus C G, ad sinum arcus G M. Item vt sinus arcus A B, ad sinum arcus B I, ita sinus arcus C G, ad sinum arcus G M, &c.



38. vndec.
11. 1. Theod.
15. 1. Theod.
28. primi.
6. vndec.
10. vndec.
32. primi.
4. sexti.

DEINDE sumatur vnum punctum, puta B, in semicirculo A B C, & alterum, nempe D, in altero semicirculo C D A, eiusdem circuli, ducanturque per puncta B, D, & polum circuli A E C F, qui sit H, duo arcus circulorum maximorum I B K, D F S; eruntque anguli recti F, I, S, K. Dico rursus, vt est sinus arcus A B, vel C B, ad sinum arcus B I, vel B K, ita esse sinum arcus A D, vel C D, ad sinum arcus D F, vel arcus, qui cum arcu F D, semicirculum perficit à puncto D, vsque ad punctum S, semicirculi A E C. Nam arcus ab F, per D, vsque ad S, semicirculus est, cum circuli A E C F, D F S, se mutuo bifariam secent in F, S. Sumatur enim arcui A D, arcus A G, æqualis, & per G, & polum circuli A E C F, nempe per H, arcus maximi circuli ducatur L G M; eruntque anguli L, M, recti. Quoniam igitur duo anguli A, L, trianguli A G L, duobus angulis A, F, trianguli A D F, æquales sunt, (sunt enim duo anguli A, ad verticem æquales, & anguli L, F, recti,) sunt que latera A G, A D, rectos subten-

20. Theod.
15. 1. Theod.
11. 1. Theod.
1. huius.
20. 1. Theod.
15. 1. Theod.
6. huius.

21.huius. ſubtendentia angulos, per conſtructionem, æqualia; erunt quoque arcus G L, D F, æquales, ac propterea & eorum ſinus æquales erunt, necnon & ſinus arcuum æqualium A G, A D, erunt æquales. Eadem ergo eſt proportio ſinus arcus A G, ad ſinum arcus G L, quæ ſinus arcus A D, ad ſinum arcus D F: Vt autem ſinus arcus A G, ad ſinum arcus G L, ita demonſtratum eſt, eſſe ſinum arcus A B, vel C B, ad ſinum arcus B I, vel B K, propterea quòd puncta B, G, in eodem ſemicirculo ſumpta ſunt. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus A B, vel C B, ad ſinum arcus B I, vel B K, ita ſinus arcus A D, ad ſinum arcus D F, &c.

POSTREMO ſumatur in ſemicirculo A B C, punctum B, & in alterius circuli ſemicirculo vtrouis nempe in A E C, aliud punctum L: Et per B, & polum circuli A E C, arcus maximi circuli ducatur I B K: Item per L, & per polum circuli A B C, arcus L G M, maximi circuli; eruntque anguli I, G, recti. Dico rurſus, vt eſt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita eſſe ſinum arcus A L, ad ſinum arcus L G, &c. Per polos enim vtriusque circuli A B C D, A E C F, arcus circuli maximi ducatur R E; eruntque anguli R, E, recti, diuidanturque ſemicirculi A B C, A E C, biſariam in punctis R, E; atque adeo ſinus quadrantum A R, A E, æquales erunt; Eademque proportio erit ſinus arcus A R, ad ſinum arcus R E, quæ ſinus arcus A E, ad ſinum arcus E R. Quoniam vero eſt, vt ſinus arcus A R, ad ſinum arcus R E, ita ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, vt demonſtratum eſt; (ſumpta ſunt enim duo puncta R, B, in eodem ſemicirculo) erit quoque, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus E R, ita ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I: Sed eadem ratione eſt, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus E R, ita ſinus arcus A L, ad ſinum arcus L G. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus A L, ad ſinum arcus L G, &c. Quòd ſi loco puncti L, ſumatur in altero ſemicirculo A F C, eiuſdem circuli A E C F, aliud punctum, nempe F, & arcus F D, faciat angulum D, rectum, erit adhuc, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus A F, ad ſinum arcus F D, &c. Vt enim proxime oſtendimus, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita eſt arcus ſinus A L, ad ſinum arcus L G: Vt autem ſinus arcus A L, ad ſinum arcus L G, ita demonſtratum eſt, eſſe ſinum arcus A F, ad ſinum arcus F D, quòd puncta L, F, ſumantur in duobus ſemicirculis eiuſdem circuli. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus A F, ad ſinum arcus F D: Atque ita in vniuerſum vera eſt propoſitio, quomodocunq; duo puncta ſumatur, quando circuli A B C D, A E C F, ſe mutuo ſecant ad angulos non rectos.

20.1 Theod.

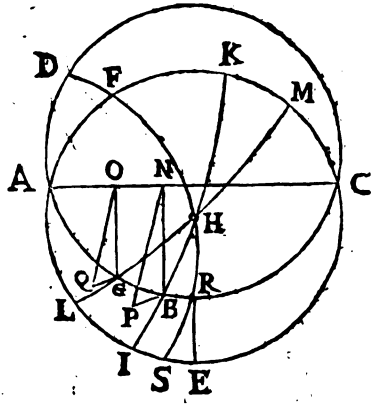
25.1 Theod.

20.1 Theod.

17.1. Theod.

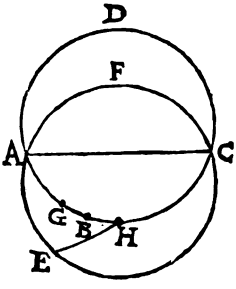
9.2. Theod.

7. quinti.



SED

SED iam circuli A B C D, A E C F, secent se mutuo ad angulos rectos in punctis A, C; sitque eorum communis sectio recta A C. Diuiso autem v. g. semicirculo A B C, bifariam in H, vt sint quadrantes A H, C H, sumantur duo puncta vtcunque B, G. Dico ita esse rursus sinum arcus A B, ad sinum arcus, qui per B, ductus rectos angulos facit cum circulo A E C F, vt est sinus arcus A G, ad sinum arcus, qui per G, ductus cum circulo A E C F, rectos facit angulos. Quoniam enim circulus A B C, cum rectus ad circulum A E C, ponatur, transit per polos circuli A E C, erit H, polus circuli A E C. Quare arcus perpendiculares ad circulum A E C, per puncta B, G, ducti necessario per H, transibunt; atque adeò arcus illi erunt B A, G A: Perspicuum autem est, vt est sinus arcus A B, ad sinum arcus B A, ita esse sinum arcus A G, ad sinum arcus G A, cum vtrobique sit proportio æqualitatis, seu identitatis: Est enim idem sinus arcus A B, & arcus B A, necnon idem sinus arcus A G, & arcus G A.



13.1.Theod. Coroll. 16. 1. Theod. 13.1 Theod.

QVOD si alterum punctorum sit H, polus circuli A E C, erit quicunque arcus ex H, ductus, qualis est H E, perpendicularis, ad A E C, atque adeò quadrans. Rursus igitur manifestum est, ita esse sinum arcus A B, ad sinum arcus B A, vt est sinus arcus A H, ad sinum arcus H E, vel H A; cum vtrobique quoque sit æqualitatis proportio, &c. Si duo ergo circuli maximi in sphæra se mutuo secent, &c. Quod erat ostendendum. 15.1Theod. Coroll. 16. 1. Theod.

SCHOLIVM.

PERSPICVVM *est ex demonstratis: Si duo circuli se mutuo secent, & in vno eorum ex duobus punctis vtcunq; assumptis ducantur ad alterius circuli planum duæ lineæ rectæ perpendiculares; ita esse sinum rectum arcus intercepti inter vnum illorum punctorum, & alterutram circulorum sectionem, ad perpendicularem ex illo puncto in planum alterius circuli demissam, vt est sinus rectus arcus inter alterum punctum, & alterutram sectionem circulorum interiecti, ad perpendicularem ab hoc altero puncto in planum alterius circuli demissam. Nam in priori figura huius propos. ostensum est, ita esse sinum arcus* A B, *vel* C B, *ad* B P, *sinum rectum arcus* B I, *vt est sinus arcus* A G, *vel* C G, *ad* G Q, *sinum rectum arcus* G L. *Cum ergo sinus* B P, G Q, *sint perpendiculares ex punctis* B, G, *in planum circuli* A E C F, *demissæ, patet propositum. Quòd si vnum punctorum acceptum sit* B, *ex vna parte sectionis* A, *& alterum punctum acceptum sit* D, *ex altera parte sectionis* A, *in eodem circulo erit nihilominus ita sinus arcus* A B, *ad perpendicularem* B P, *ex* B, *demissam in planum alterius circuli* A E C F, *vt sinus arcus* A D, *ad perpendicularem, quæ ex* D, *in planum alterius circuli* A E C F, *demitteretur: propterea quod ostensum est, ita esse sinum arcus* A B, *ad sinum arcus* B I, *vt est sinus arcus* A D, *ad sinum arcus* D F; *qui quidem sinus arcuum* B I, D F, *sunt perpendiculares ex punctis* B, D, *in planum circuli* A E C F, *cadentes, vt ex demonstratis in hac propos. liquido constat. Idem perspicitur in figura posteriori; cum ibi etiam sit, vt sinus arcus* A B, *ad perpendicu-*

Digitized by Google

larem ex B, *in planum circuli* A E C F, *demissam, ita sinus arcus* A G, *ad perpendi-*
cularem ex G, *in planum circuli* A E C F, *demissam : propterea quòd sinus arcuum*
A B, A G, *sunt ipsemet perpendiculares ex* B, G, *in planum circuli* A E C F, *demissæ*
38. vndec. *cadentes in rectam* A C, *communem circulorum sectionem, vt patet.*

HINC *facile demonstrari poterunt sequentia theoremata, quorum nonnulla plu-*
rimum ad sphæricorum triangulorum calculum conducunt. Primum autem ac secun-
dum sunt duo Theoremata Ptolemæi Cyclica *in primo lib.* Almagesti, *sed multo bre-*
uius, ac facilius demonstrata ex ijs, quæ in hoc scholio ostensa sunt. Vnde omittenda
non videbantur, licet eorum vsus in hisce triangulis non appareat.

I.

SI in sphæræ superficie ab vno puncto duo arcus maximorum circulorum educantur, quorum vterque semicirculo sit minor, & ab eorum terminis in ipsos reflectantur alij duo arcus maximorum circulorum se inter duos illos priores arcus intersecantes: proportio, quam sinus segmẽti vnius eductorum arcuum inter terminum eius, & arcum reflexum habet ad sinum alterius segmenti eiusdem arcus educti, componitur ex proportione, quam sinus segmenti arcus reflexi inter eundem terminum, & alterum arcum reflexum habet ad sinum alterius segmenti eiusdem arcus reflexi, & ex proportione, quam sinus segmenti alterius eductorum arcuum inter eius terminum, & arcum reflexum habet ad sinũ totius eiusdem arcus educti.



Schol. 40. huius. & permutando.

EX *puncto* A, *in superficie sphæræ educantur duo arcus* A B, A C, *semicirculis*
minores, & à terminis B, C, *reflectantur ad ipsos duo arcus* B D, C E, *se inter-*
secantes in F. *Dico proportionem sinus arcus* B E, *ad sinum arcus* E A, *componi ex pro-*
portione sinus arcus B F, *ad sinum arcus* F D, *& ex proportione sinus arcus* C D, *ad*
sinum arcus C A. *Ductis enim ex punctis* B, A, D, *ad planum*
circuli C E, *tribus perpendicularibus* B G, A H, D I; *quoniam*
duo circuli A B, C E, *se mutuo secant in* E, *& ex punctis* B, A,
in planum circuli C E, *demissæ sunt perpendiculares* B G, A H;
erit vt sinus arcus E B, *ad sinum arcus* E A, *ita recta* B G, *ad*
rectam A H: *Item quoniam duo circuli* B D, C E, *se mutuo*
secant in F, *& ex punctis* B, D, *in planum circuli* C E, *deductæ*
sunt perpendiculares B G, D I; *erit eadem ratione, vt sinus ar-*
cus F B, *ad sinum arcus* F D, *ita recta* B G, *ad rectam* D I: *De-*
nique quia duo circuli A C, C E, *se intersecant in* C, *& ex*
punctis D, A, *in planum circuli* C E, *demissæ sunt perpendi-*
culares rectæ lineæ D I, A H; *erit similiter, vt sinus arcus*
C D, *ad sinum arcus* C A, *ita recta* D I, *ad rectam* A H. *Pro-*
portio autem rectæ B G, *ad rectam* A H, (*posita media linea* D I.) *componitur ex pro-*
portione rectæ B G, *ad rectam* D I, *& ex proportione rectæ* D I, *ad rectam* A H. *Igi-*
tur & proportio sinus arcus B E, *ad sinum arcus* E A, (*quæ eadem est, quæ propor-*
tio B G, *ad* A H.) *componetur ex proportione sinus arcus* B F, *ad sinum arcus* F D,
(*quæ eadem est, quæ proportio* B G, *ad* D I.) *& ex proportione sinus arcus* C D, *ad*
sinum arcus A C, (*quæ eadem est, quæ* D I, *ad* A H.) *quod est propositum.*

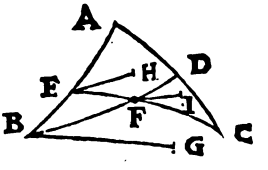
IISDEM

Digitized by Google

II.

IISDEM positis, proportio sinus vnius arcuum eductorum ad sinum segmenti eiusdem arcus inter punctum eductionis, & arcum reflexum, componitur ex proportione sinus arcus reflexi à termino dicti arcus ad sinum segmenti eiusdem arcus reflexi inter alterum arcum eductum, & alterum arcum reflexum, & ex proportione sinus segmenti alterius arcus reflexi inter terminum alterius arcus educti, & priorem arcum reflexum ad sinum totius posterioris arcus reflexi.

HOC *est, proportio sinus arcus* A B, *ad sinum arcus* A E, *componitur ex proportione sinus arcus* B D, *ad sinum arcus* D F, *& ex proportione sinus arcus* C F, *ad sinum arcus* C E. *Ductis enim ex punctis* B, E, F, *ad planum circuli* A C, *tribus perpendicularibus* B G, E H, F I; *quoniam duo circuli* A B, A C, *se mutuo secant in* A, *& ex punctis* B, E, *in planum circuli* A C, *demissae sunt perpendiculares* B G, E H; *erit, vt sinus arcus* A B, *ad sinum arcus* A E, *ita recta* B G, *ad rectam* E H: *Item quia duo circuli* B D, A C, *se intersecant in* D, *& ex punctis* B, F, *in planũ circuli* A C, *deducta sunt perpendiculares* B G, F I; *erit pari ratione, vt sinus arcus* D B, *ad sinum arcus* D F, *ita recta* B G, *ad rectam* F I: *Denique quoniam duo circuli* A C, C E, *se in* C, *intersecant, & ex puncto* F, E, *in planum circuli* A C, *demissae sunt perpendiculares* F I, E H; *erit eadem argumentatione, vt sinus arcus* C F, *ad sinum arcus* C E, *ita recta* F I, *ad rectam* E H. *Componitur autem proportio recta* B G, *ad rectam* E H, *(posita media linea* F I.) *ex proportione recta* B G, *ad rectam* F I, *& ex proportione rectae* F I, *ad rectam* E H. *Igitur & proportio sinus arcus* A B, *ad sinum arcus* A E, *(quae eadem est, quae* B G, *ad* E H.) *componetur ex proportione sinus arcus* B D, *ad sinum arcus* D F, *(quae eadem est, quae* B G, *ad* F I,) *& ex proportione sinus arcus* C F, *ad sinum arcus* C E, *(quae eadem est, quae* F I, *ad* E H.) *quod est propositum.*



Schol. 40. huius. & permutando.

III.

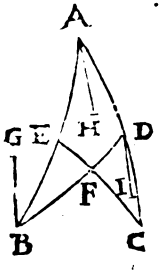
IISDEM positis, proportio sinus vnius arcuum eductorum ad sinum segmenti eiusdem arcus inter eius terminum, & arcum reflexum, componitur ex proportione sinus segmenti alterius arcus educti inter punctum eductionis, & arcum reflexum ad sinum reliqui segmenti, & ex proportione sinus segmenti arcus reflexi à termino posterioris arcus educti inter terminum, & alterum arcum reflexum ad sinum reliqui segmenti eiusdem arcus reflexi.

HOC *est, (repetita figura primi theorematis) proportio sinus arcus* A C, *ad sinum arcus* C D, *componitur ex proportione sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* E B, *&*

Digitized by Google

ex proportione sinus arcus B F, *ad sinum arcus* F D. *Quoniam enim duo circuli* A C, C E, *se interfecant in* C, *& ex punctis* A, D, *demissæ sunt perpendiculares* A H, D I, *ad planum circuli* C E; *erit, vt sinus arcus* C A, *ad sinum arcus* C D, *ita recta* A H, *ad rectam* D I: *Item quoniam duo circuli* A B, C E, *se mutuo secant in* E, *& ex punctis* A, B, *in planum circuli* C E, *deductæ sunt perpendiculares* A H, B G; *erit simili modo, vt sinus arcus* E A, *ad sinum arcus* E B, *ita recta* A H, *ad rectam* B G: *Denique quia duo circuli* B D, C E, *se mutuo secant in* F, *& ex punctis* B, D, *ad planum circuli* C E, *ductæ sunt perpendiculares* B G, D I; *erit eadem ratione, vt sinus arcus* F B, *ad sinum arcus* F D, *ita recta* B G, *ad rectam* D I. *Componitur autem proportio rectæ* A H, *ad rectam* D I, *(posita media linea* B G*) ex proportione rectæ* A H, *ad rectam* B G, *& ex proportione rectæ* B G, *ad rectam* D I. *Igitur & proportio sinus arcus* A C, *ad sinum arcus* C D, *(quæ eadem est, quæ* A H, *ad* D I.*) componetur ex proportione sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* E B, *(quæ eadem est, quæ* A H, *ad* B G.*) & ex proportione sinus arcus* B F, *ad sinum arcus* F D, *(quæ eadem est, quæ* B G, *ad* D I.*) quod est propositum.*

Schol. 40. huius. & permutando.



IIII.

IISDEM positis, proportio sinus segmenti vnius arcuum reflexorum inter terminum arcus educti, & alterum arcum reflexum ad sinum reliqui segmenti, componitur ex proportione sinus segmenti vnius arcuum eductorum inter eundem terminum, & alterum arcum reflexum ad sinum reliqui segmenti, & ex proportione sinus alterius arcus educti ad sinum segmenti illius inter terminum, & arcum reflexum.

Schol. 40. huius. & permutando.

HOC *est, (repetita eadem figura primi theorematis) proportio sinus arcus* B F, *ad sinum arcus* F D, *componitur ex proportione sinus arcus* B E, *ad sinum arcus* E A, *& ex proportione sinus arcus* A C, *ad sinum arcus* C D. *Cum enim duo circuli* B D, C E, *se mutuo secent in* F, *& ex* B D, *ad planum circuli* C E, *perpendiculares* B G, D I, *sint demissæ; erit, vt sinus arcus* F B, *ad sinum arcus* F D, *ita recta* B G, *ad rectam* D I: *Quia item duo circuli* B A, C E, *se mutuo secant in* E, *& ex punctis* B, A, *ad circulum* C E, *perpendiculares ductæ sunt* B G, A H; *erit quoque, vt sinus arcus* E B, *ad sinum arcus* E A, *ita recta* B G, *ad rectam* A H: *Denique quia duo circuli* A C, C E, *sese in* C, *secant, & ex punctis* A, D, *ad planum circuli* C E, *demissæ sunt perpendiculares* A H, D I; *erit similiter, vt sinus arcus* C A, *ad sinum arcus* C D, *ita recta* A H, *ad rectam* D I. *Proportio autem rectæ* B G, *ad rectam* D I, *(posita media linea* A H*) componitur ex proportione rectæ* B G, *ad rectam* A H, *& ex proportione rectæ* A H, *ad rectam* D I. *Igitur & proportio sinus arcus* B F, *ad sinum arcus* F D, *(quæ eadem est, quæ* B G, *ad* D I.*) componetur ex proportione sinus arcus* B E, *ad sinum arcus* E A, *(quæ eadem est, quæ* B G, *ad* A H.*) & ex proportione sinus arcus* A C, *ad sinum arcus* C D, *(quæ eadem est, quæ* A H, *ad* D I.*) quod est propositum.*

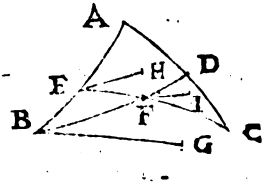
IISDEM

Digitized by Google

V.

IISDEM positis, proportio sinus vnius arcuum reflexorum ad sinum segmenti eiusdem inter terminum arcus educti, & alterum arcum reflexum, componitur ex proportione sinus segmenti alterius arcus educti inter punctum eductionis, & arcum reflexum ad sinum totius arcus educti; & ex proportione sinus alterius arcus reflexi ad sinum segmenti eiusdem inter priorem arcum eductum & priorem arcum reflexum.

HOC *est*, (*repetita figura secundi theorematis*) *proportio sinus arcus* C F, *ad sinum arcus* C F, *componitur ex proportione sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* A B, *& ex proportione sinus arcus* B D, *ad sinum arcus* D F. *Nam cum duo circuli* A C, C E, *se in* C, *mutuò secent, & ex punctis* E, F, *ad planum circuli* AC, *ductæ sint perpendiculares* EH, FI, *erit vt sinus arcus* C E, *ad sinum arcus* C F, *ita recta* E H, *ad rectam* F I: *Item cum duo circuli* A B, A C, *se interfecent in* A, *& ex punctis* E, B, *ad planum circuli* A C, *cadant perpendiculares* E H, B G; *erit etiam, vt sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* A B, *ita recta* E H, *ad rectam* B G: *Quia denique duo circuli* A C, B D, *se mutuo secant in* D, *& ex punctis* B, F, *ad planum circuli* A C, *demissæ sunt perpendiculares* B G, F I; *erit pari ratione, vt sinus arcus* D B, *ad sinum arcus* D F, *ita recta* B G, *ad rectam* F I. *Componitur autem proportio rectæ* E H, *ad rectam* F I, (*posita media linea* B G,) *ex proportione rectæ* E H, *ad rectam* B G, *& ex proportione rectæ* B G, *ad rectam* F I. *Igitur proportio quoque sinus arcus* C E, *ad sinum arcus* C F, (*quæ eadem est, quæ* E H, *ad* F I.) *componetur ex proportione sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* A B, (*quæ eadem est, quæ* E H, *ad* B G.) *& ex proportione sinus arcus* B D, *ad sinum arcus* D F, (*quæ eadem est, quæ* B G, *ad* F I.) *quod est propositum.*



Schol. 40. huius. & permutando.

VI.

SI in sphæræ superficie duo maximi circuli se mutuò non ad angulos rectos secent, & à duobus punctis in vno assumptis ad alterum circulum ducantur duo arcus perpendiculares: Erit, vt sinus arcus inter punctum intersectionis, & alterutrum angulorum rectorum intercepti ad tangentem illius arcus perpendicularis, ita sinus arcus inter punctum intersectionis, & alterum angulum rectum interiecti ad tangentem alterius huius arcus perpendicularis.

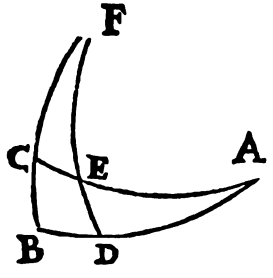
DVO *circuli maximi* A B, A C, *se mutuo secent in* A, *non ad angulos rectos, & ex punctis* C, E, *in circulo* A C, *assumptis ad circulum* A B, *ducantur arcus perpendiculares* C B, E D. *Dico ita esse sinum arcus* A B, *ad tangentem arcus* C B, *vt est sinus arcus* A D, *ad tangentem arcus* E D. *Productis enim arcubus* B C, D E, *donec coëant in* F, *erunt* B E, D F, *quadrantes. Quoniam vero à puncto* B, *duo arcus maximorum* 25. huius.

Digitized by Google

ximorum circulorum B A, B F, educuntur, ab eorumq; terminis A, F, ad ipsos duo arcus A C, F D, reflectuntur se interfecantes in E: componitur proportio sinus arcus A B, ad sinum arcus A D, ex proportione sinus arcus B C, ad sinum arcus C F, & ex proportione sinus arcus E F, ad sinum arcus D E. Est autem, (cum C F, sit complementū arcus B C.) vt sinus arcus C F, ad sinum arcus B C, ita sinus totus ad tangentem arcus B C; conuertendoq; vt sinus arcus B C, ad sinum arcus C F, ita tangens arcus B C, ad sinum totum: Item (cum E F, sit complementum arcus D E.) vt sinus arcus E F, ad sinum arcus D E, ita sinus totus ad tangentem arcus D E. Igitur proportio sinus arcus A B, ad sinum arcus A D, componetur quoque ex proportione tangentis arcus B C, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad tangentem arcus D E. Cum ergo & proportio tangentis arcus B C, ad tangentem arcus D E, componatur ex proportione tangentis arcus B C, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad tangentem arcus D E; quòd sinus totus inter dictas tangentes sit positus: erit, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus A D, ita tangens arcus B C, ad tangentem arcus D E; & permutando, vt sinus arcus A B, ad tangentem arcus C B, ita sinus arcus A D, ad tangentem arcus E D. Quod est propositum.

Theorema 3. huius scholij.

28. Sinud.



VII.

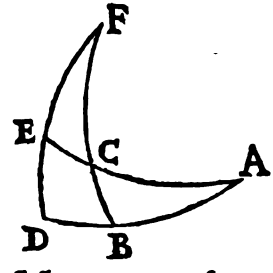
SI in sphæræ superficie duo quadrantes maximorum circulorum se intersecent ad angulos non rectos, & per extrema puncta arcus maximi circuli ducatur, necnon ab aliquo puncto vnius quadrantis ad alterum arcus perpendicularis demittatur: Erit, vt sinus totus ad tangentem huius arcus perpendicularis, ita tangens complementi arcus per extremitates quadrantum ducti ad sinum arcus quadrantis, ad quem perpendicularis arcus demissus est, inter punctum sectionis, & arcum perpendicularem interiecti.

DVO quadrantes maximorum circulorum A D, A E, secent sese in A, ad angulos non rectos, & per D, E, arcus circuli maximi describatur D E: eruntq; anguli D, E, recti. Item ex C, puncto quocunque demittatur ad A D, arcus perpendicularis C B: productis autem arcubus D E, B C, donec in F, coeant, erunt D F, B F, quadrantes. Dico ita esse sinum totum ad tangētem arcus B C, vt est tangens arcus E F, qui complementum est arcus D E, ad sinum arcus A B. Quoniam enim à puncto D, duo arcus circulorū maximorum educti sunt D A, D F, & ab eorum terminis A, F, duo alij reflectuntur A B, F B, secantes sese in C; erit proportio sinus arcus C F, ad sinum arcus

25. huius.

25. huius.

Theorema 4. huius scholij.



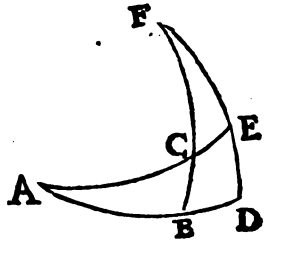
Digitized by Google

arcus B C, composita ex proportione sinus arcus E F, ad sinum arcus D E, & ex proportione sinus totius quadrantis A D, ad sinum arcus A B. Est autem, (cum C F, sit complementum arcus B C.) vt sinus arcus C F, ad sinum arcus C B, ita sinus totus ad tangentem arcus B C: Item, (cum D E, sit complementum arcus E F.) vt sinus arcus D E, ad sinum arcus E F, ita sinus totus ad tangentem arcus E F; & convertendo, vt sinus arcus E F, ad sinum arcus D E, ita tangens arcus E F, ad sinum totum. Igitur & proportio sinus totius ad tangentem arcus B C, composita erit ex proportione tangentis arcus E F, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius quadrantis A D, ad sinum arcus A B. Cum ergo proportio tangentis arcus E F, ad sinum arcus A B, componatur quoque ex proportione tangentis arcus E F, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad sinum arcus A B; quòd sinus totus sit medius inter illam tangentem, & hunc sinum: erit, vt sinus totus ad tangentem arcus B C, ita tangens arcus E F, ad sinum arcus A B. Quod est propositum. 18.Sinuũ.

VIII.

SI in sphæræ superficie duo maximi circuli ad angulos non rectos se mutuo secent, & à duobus punctis in vno assumptis ad alterum circulum duo arcus perpendiculares ducantur: Erit, vt sinus arcus inter punctum sectionis, & alterutrum punctorum sumptorum ad secantem complementi arcus per reliquum punctum assumptum ducti, ita sinus arcus inter punctum sectionis, & reliquum hoc punctum sumptum ad secantem complementi arcus per alterum illud punctum assumptum ducti.

IN proxima figura secent sese duo maximi circuli A D, A E, in A, ad angulos non rectos, & ex punctis C, E, ad A D, arcus perpendiculares ducantur C B, E D, producanturq; donec coeant in F. Erunt B F, D F, quadrantes, ac propterea C F, E F, complementa arcuum B C, D E. Dico ita esse sinũ arcus A B, ad secantem arcus C F, vt est sinus arcus A C, ad secantem arcus E F. Quoniam enim à puncto D, duo arcus educuntur D A, D F, à quorum terminis A, F, duo alij ad ipsos reflectuntur A B, F B, se inter secantes in C; erit proportio sinus arcus A B, ad sinum arcus A C, composita ex proportione sinus arcus D E, ad sinum totum quadrantis D F, & ex proportione sinus totius quadrantis B F, ad sinum arcus B C. Est autem, vt sinus arcus D E, ad sinum totum quadrantis D F, ita sinus totus ad secantem arcus E F; propterea quòd sinus totus medio loco proportionalis est inter sinum rectum arcus D E, & secantem arcus E F, qui complementum est arcus D E: Eademq; ratione ita est secans arcus C F, ad sinum totum, vt sinus totus quadrantis B F, ad sinum arcus B C; quòd sinus totus medio quoque loco sit proportionalis inter secantem arcus C F, qui complementum est arcus B C, & sinum rectum arcus B C. Igitur proportio sinus arcus A E, ad sinum arcus A C, componetur quoque ex proportione secantis arcus C F, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad secantem 25.huius.



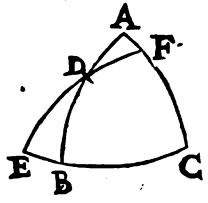
Theorema 5. huius scholij. 18.Sinuũ. 18.Sinuũ.

tem arcus E F. Cum ergo & proportio secantis arcus C F, ad secantem arcus E F, componatur ex proportione secantis arcus C F, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad secantem arcus E F; quòd sinus totus sit medius inter has secates: erit, vt sinus arcus A E, ad sinum arcus A C, ita secans arcus C F, ad secantem arcus E F; & permutando, vt sinus arcus A E, ad secantem arcus C F, ita sinus arcus A C, ad secantem arcus E F. Quod est propositum.

40. huius. ALITER. Quoniam est, vt sinus arcus A E, ad sinum arcus E D, ita sinus arcus A C, ad sinum arcus C B; hoc est, permutando, vt sinus arcus A E, ad sinum arcus A C, ita sinus arcus E D, ad sinum arcus C B: Est autem ita secans arcus C F, ad secantem arcus E F, vt sinus E D, qui complementum est posterioris arcus E F, ad sinum arcus C B, qui complementum est arcus prioris C F; erit quoque, vt sinus arcus A E, ad sinum arcus A C, ita secans arcus C F, ad secantem arcus E F. Et permutando, vt sinus arcus A E, ad secantem arcus C F, ita sinus arcus A C, ad secantem arcus E F. Quod est propositum.

21. Sinuũ.

EADEM hac demonstratio locum etiam habet, licet duo puncta assumpta sint ad diuersas partes puncti sectionis. Secent enim rursum sese duo circuli maximi E F, B A, in D; & à punctis F, E, arcus E F, ducantur ad B A, arcus perpendiculares F A, E B.



40 huius. 21. Sinuũ.

Dico ita esse sinum arcus E D, ad secantem complementi arcus F A, vt est sinus arcus D F, ad secantem complementi arcus E B. Nam quoniam est, vt sinus arcus E D, ad sinum arcus E B, ita sinus arcus D F, ad sinum arcus F A; & permutando, vt sinus arcus E D, ad sinum arcus D F, ita sinus arcus E B, ad sinum arcus F A: Vt autem sinus arcus E B, ad sinum arcus F A, ita est secans complementi arcus F A, ad secantem complementi arcus E B: erit quoque, vt sinus arcus E D, ad sinum arcus D F, ita secans complementi arcus F A, ad secantem complementi arcus E B; & permutando, vt sinus arcus E D, ad secantem complementi arcus F A, ita sinus arcus D F, ad secantem complementi arcus E B. Quod est propositum.

REPETIVIMVS autem hic figuram quartam propos. 35. licet arcuum B C, C F, nulla fiat mentio, ne nouam figuram cogeremur extruere.

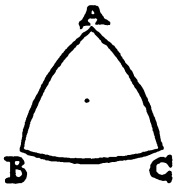
THEOR. 39. PROPOS. 41.

IN omni triangulo sphærico, sinus cuiuslibet arcus ad sinum anguli, quem subtendit, eandem habet proportionem, quam sinus vtriusque reliquorum arcuum ad sinũ anguli, quem subtendit.

SIT triangulum sphæricum quodcunque A B C. Dico ita esse sinum arcus A B, ad sinum anguli C, quem subtendit, vt est sinus arcus A C, ad sinum anguli B, quem subtendit, & vt sinus arcus B C, ad sinum anguli A, quem subtendit. Sint enim primum omnes tres anguli recti; eruntque propterea omnes arcus quadrantes. Manifestum igitur est, vt est sinus totus quadrantis A B,

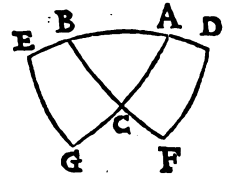
Coroll. 25. huius.

A B, ad ſinum totum anguli recti C, ita eſſe totum quadrantis A C, ad ſinum totum anguli recti B, & ſinum totum quadrantis B C, ad ſinum totum anguli recti A.

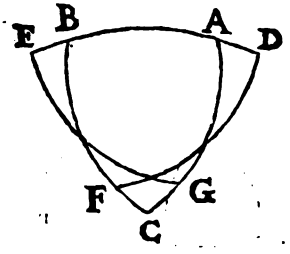


DEINDE ſint duo tantum anguli A, B, recti, eruntq; idcirco arcus A C, B C, quadrantes, & C, polus arcus A B. Itaque rurſus perſpicuum eſt, vt eſt ſinus arcus A B, ad ſinum anguli C, hoc eſt, ad ſinum arcus A B, (Eſt enim A B, arcus anguli C, cum C, ſit polus arcus A B, vt oſtenſum eſt) ita eſſe ſinum totum quadrantis A C, ad ſinum totum anguli recti B, & ſinum totum quadrantis B C, ad ſinum totum anguli recti A; cum ſemper ſit æqualitatis proportio. 25. huius. Schol. 26. huius.

TERTIO ſit angulus duntaxat C, rectus, & reliquorum angulorum A, B, vterque recto minor, vel maior; vel alter recto maior, & alter minor. Si igitur vterque recto minor eſt, erunt omnes arcus quadrante minores. Producantur omnes, & fiant quadrantes B D, A E, B F, A G, & per puncta D, F, arcus maximi circuli D F, & per puncta E, G, arcus maximi circuli E G, ducatur; eruntque anguli D, F, E, G, recti, & B, polus arcus D F, & A, polus arcus E G; ac proinde arcus D F, & E G, arcus erunt angulorum B, A. Tam verò quadrans B D, quam A E, arcus eſt anguli recti C, vt ex defin. 6. perſpicuum eſt. Quoniam igitur duo circuli maximi B D, B F, ſe mutuo ſecant in ſphæra in puncto B, & in arcu B D, ſumpta ſunt duo puncta A, D, à quibus ad arcum B F, ducti ſunt arcus perpendiculares A C, D F; erit vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus B D, ad ſinum arcus D F: & permutando, vt ſinus arcus A B, trianguli A B C, ad ſinum quadrantis B D, hoc eſt, ad ſinum totum anguli recti C, in eodem triangulo A B C, ita ſinus arcus A C, trianguli eiuſdem A B C, ad ſinum arcus D F, hoc eſt, ad ſinum anguli B, eiuſdem trianguli A B C. Eodem modo erit, vt ſinus arcus A B, in triangulo A B C, ad ſinum quadrantis A E, hoc eſt, ad ſinum totum anguli recti C, eiuſdem trianguli A B C, ita ſinus arcus B C, eiuſdem trianguli A B C, ad ſinum arcus E G, hoc eſt, ad ſinum anguli A, in eodem triangulo A B C. Patet ergo propoſitum. 28. huius. 20. Theod. 25. huius. Schol. 26. huius. 40. huius.



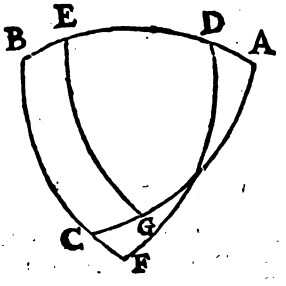
SI verò vterque angulorum A, B, eſt recto maior, erit arcus A B, quadrante minor: & tam arcus A C, quam B C, quadrante maior. Producto igitur arcu A B, in vtramque partem, vt ſint quadrantes A E, B D, abſciſſiſque quadrantibus A G, B F, ducatur per puncta D, F, arcus maximi circuli D F, & per E, G, maximi circuli arcus E G; eritque rurſum B, polus arcus D F, & A, polus arcus E G. Igitur D F, E G, arcus erunt angulorum B, A; necnon tam quadrans B D, quam A E, arcus anguli recti C, ex defin. 6. Item propter quadrantes B D, B F, vterque angulus D, F; & propter quadrantes A E, A G, 37. huius. 34. huius. 20. Theod. 26. huius. 25. huius.



Digitized by Google

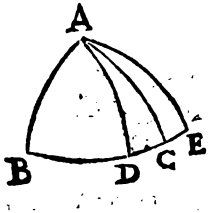
vterque angulus E, G, rectus erit. Quia igitur duo maximi circuli B D, B C, se mutuo in sphæra secant in B, sumptaque sunt in B D, duo puncta A, D, à quibus ad B C, ducti sunt duo arcus A C, D F, perpendiculares, erit vt sinus
40.huius. arcus A B, ad sinum arcus A C, ita sinus arcus B D, ad sinum arcus D F: & permutando, vt sinus arcus A B, trianguli A B C, ad sinum quadrantis B D, hoc est, ad sinum totum anguli recti C, in eodem triangulo A B C, ita sinus arcus A C, eiusdem trianguli A B C, ad sinum arcus D F, hoc est, ad sinum anguli B, in eodem triangulo A B C. Eademq; ratione erit, vt sinus arcus A B, trianguli A B C, ad sinum quadrantis A E, hoc est, ad sinum totum anguli recti C, in eodem triangulo A B C, ita sinus arcus B C, eiusdem trianguli A B C, ad sinum arcus E G, hoc est, ad sinum anguli A, in eodem triangulo A B C. Quod est propositum.

SI denique alter angulorum A, B, recto maior est, & alter minor; sit B, maior, & A, minor. Erit igitur arcus A B, quadrante maior: Item arcus A C,
37.huius. 34.huius. quadrante etiam maior, at verò B C, minor quadrante. Abscindantur ergo quadrantes B D, A E, & A G, productoque arcu B C, fiat quadrans B F; & per puncta D, F, ducatur arcus D F, circuli maximi, necnon per E, G, arcus circuli maximi E G; eritque rursus B, polus arcus D F, & A, polus arcus E G. Igi-



20.Theod. 26.huius. 25.huius. tur D F, E G, arcus erunt angulorum B, A; necnon tam quadrans B D, quam A E, arcus anguli C, recti, ex defin. 6. Item propter quadrantes A E, A G, vterque angulus E, G, rectus erit. Quoniam igitur duo circuli maximi B A, B F, in sphæra se mutuo secant in B, sumptaque sunt in B A, duo puncta A, D, à quibus ad B F, ducti sunt duo arcus perpendiculares A C, D F; erit, vt sinus
40. huius. arcus A B, ad sinum arcus A C, ita sinus arcus B D, ad sinum arcus D F: & permutando, vt sinus arcus A B, trianguli A B C, ad sinum quadrantis B D, hoc est, ad sinum totum anguli recti C, in eodem triangulo A B C, ita sinus arcus A C, trianguli eiusdem A B C, ad sinum arcus D F, hoc est, ad sinum anguli B, in triangulo eodem A B C. Eodemque modo erit, vt sinus arcus A B, trianguli A B C, ad sinum quadrantis A E, hoc est, ad sinum totum recti anguli C, in eodē triangulo A B C, ita sinus arcus B C, eiusdem trianguli A B C, ad sinum arcus E G, hoc est, ad sinum anguli A, eiusdem trianguli A B C. Quod est propositum.

QVARTO ac vltimo nullus angulorum A, B, C, rectus sit. Per punctum A, & polum circuli B C, ducatur arcus circuli
20.1Theod. maximi A D, cadatque primum in latus B C, intra triangulum; eruntq; anguli ad D, recti. Quoniam
15.1.Theod. igitur in triangulo A B D, angulus D, rectus est; erit, vt iam demonstratum est, vt sinus arcus A B, ad sinum anguli A D B, ita sinus arcus A D, ad sinum anguli B: & permutando, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus A D, ita sinus anguli A D B, ad sinum anguli B. Sed eodem modo, cum in triangulo A D C, angulus



Digitized by Google

gulus D, rectus sit; est, vt sinus arcus A D, ad sinum anguli A C D, ita sinus arcus A C, ad sinum anguli A D C: & permutando, vt sinus arcus A D, ad sinum arcus A C, ita sinus anguli A C D, ad sinum anguli A D C, hoc est, ad sinum anguli A D B, cum anguli ad D, sint recti. Ex æqualitate ergo, & perturbata proportione, erit, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus AC, ita sinus anguli A C D, ad sinum anguli B; vt in apposita formula apparet. Igitur & permutando erit, vt sinus arcus A B, in triangulo A B C, ad sinum anguli A C B, in eodem triangulo A B C, ita sinus arcus A C, eiusdem trianguli A B C, ad sinum anguli B, in eodem triangulo ABC.

arcus	anguli
AB.	ACD.
AD.	ADB.
AC.	B.

15.1. Theod.

CADAT deinde arcus per A, & polum circuli B C, ductus in arcum B C, productum ad E, eritq; angulus E, rectus. Quoniam igitur in triangulo A B E, angulus E, rectus est; erit, vt demonstratum est, vt sinus arcus A B, ad sinum anguli E, ita sinus arcus A E, ad sinum anguli B: & permutando, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus A E, ita sinus anguli E, ad sinum anguli B. Sed eadem ratione, cum in triangulo A C E, angulus E, rectus sit, est, vt sinus arcus A E, ad sinum anguli A C E, ita sinus arcus A C, ad sinum anguli E: & permutando, vt sinus arcus A E, ad sinum arcus A C, ita sinus anguli A C E, ad sinum anguli E. Igitur ex æqualitate, & perturbata proportione, erit vt sinus arcus A B, ad sinum arcus A C, ita sinus anguli A C E, hoc est, anguli A C B, (cum idem sit sinus vtriusq; anguli ad C, quòd eorum arcus semicirculum constituant, vt constat ex coroll. propos. 5. huius tractatus. Perspicuum autem est ex ijs, quæ in tractatione sinuum diximus, duos arcus semicirculum conficientes, eundem habere sinum.) ad sinum anguli B; vt in apposita formula apparet. Igitur & permutando erit, vt sinus arcus A B, in triangulo A B C, ad sinum anguli A C B, eiusdem trianguli A B C, ita sinus arcus A C, in eodem trjangulo A B C, ad sinum anguli B, eiusdem trianguli A B C. Quod si ex B, ad arcum A C, ducatur alius arcus perpendicularis, qui vel intra trian gulum cadet, vel in arcum productum, ostendemus eodem modo, ita esse sinũ arcus A B, ad sinum anguli A C B, vt est sinus arcus B C, ad sinum anguli B A C. Itaque in omni triangulo sphærico, sinus cuiuslibet arcus, &c. Quod erat ostendendum.

arcus	anguli
AB.	ACE.
AE.	E.
AC.	B.

COROLLARIVM.

HINC perspicuum est, in omni triangulo sphærico rectangulo, vt est sinus arcus rectum angulum subtendentis ad sinum totum, nempe ad sinum anguli recti, quem subtendit, ita esse sinum cuiuslibet reliquorum arcuum ad sinum anguli, quem subtendit. Quod idcirco dixerim, quia plerique scriptores hoc corollarium, tanquam propositionem ab hac nostra propositione 41. diuersam, demonstrant: sed placuit nobis propositionem hanc magis vniuersalem reddere, prout nimirum complectitur & triangulum sphæricum rectangulum, & non rectangulum.

SCHOLIVM.

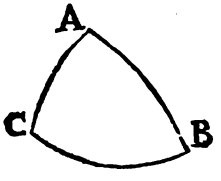
IN *hac, & sequentibus propositionibus adducemus problemata, quibus sphæricorum triangulorum rectangulorum calculus perficitur, quæq; ex ipsis propositionibus eliciuntur. Quanquam autem nonnunquam in problemate aliquo plura propo-*

Digitized by Google

nantur inueſtiganda, primum tamen ſemper potiſſimum eſt, quod quæritur, inferatur; primò ac per ſe ex ipſo problemate. Ex hac igitur propoſitione ſequentia tria problemata colliguntur.

I.

IN triangulo ſphęrico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur & alterutro arcuum angulum rectum ambientium; inuenire angulum huic arcui oppoſitum.



IN triangulo A B C, cuius angulus C, rectus, dati ſint arcus A B, A C. Dico dari quoque angulum B, arcui A C, oppoſitum. Quoniam enim eſt, vt ſinus arcus A B,

41. huius. *ad ſinum totum anguli recti C, ita ſinus arcus A C, ad ſinum anguli B:*

Praxis. *SI fiat, vt ſinus arcus dati recto angulo oppoſiti ad ſinum totum, ita ſinus arcus circa angulum rectum dati ad aliud, reperietur ſinus anguli quæſiti.*

VERVM hic diligenter attendendum eſt, num angulus quæſitus B, ſit acutus, an obtuſus. Si enim acutus eſt, dabit arcus ſinui inuento reſpondens angulum B: Sin vero eſt obtuſus, relinquet idem arcus ex ſemicirculo ſublatus angulum B. Pulchre autem arcus datus A C, circa angulum rectum C, docebit, an angulus B, acutus ſit,

34. huius. *vel obtuſus. Nam ſi A C, eſt minor quadrante, erit angulus B, acutus: Si vero quadrante maior, obtuſus. Sumimus autem hic triangulum ſphæricum, in quo vnus tantum angulus rectus eſt, & proinde nullus arcus Quadrans, vt in propoſ. dictum eſt: quod etiam in ſequentibus intelligatur.*

II.

IN triangulo ſphęrico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, & alterutro angulorum non rectorum; inuenire arcum huic angulo oppoſitum.

IN eodem triangulo datus ſit arcus A B, recto angulo C, oppoſitus, & inſuper angulus B. Dico dari quoque arcum A C, angulo B, oppoſitum. Cum enim ſit, vt ſinus

41. huius. *arcus A B, ad ſinum totum anguli recti C, ita ſinus arcus A C, ad ſinum anguli B: erit conuertendo, vt ſinus totus ad ſinum arcus A B, ita ſinus anguli B, ad ſinum arcus A C.*

Praxis. *SI igitur fiat, vt ſinus totus ad ſinum arcus angulo recto oppoſiti, ita ſinus anguli dati ad aliud, inuenietur ſinus arcus quæſiti.*

34. huius. *Hic autem arcus erit quadrante minor, ſi datus angulus eſt acutus: quadrante autem maior, ſi obtuſus.*

III.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro arcuũ circa angulum rectũ, & angulo, qui ei opponitur; inuenire arcũ recto angulo oppoſitum. Oportet autem conſtare, num tertius angulus ſit acutus, an obtuſus: vel an tertius arcus ſit quadrante minor, aut maior.

IN

IN eodem triangulo datus sit arcus A C, circa angulum C, rectum, & angulus praterea B, illi oppositus. Dico dari quoque arcum A B, recto angulo oppositum. Cum enim sit, vt sinus arcus A C, ad sinum anguli B, ita sinus arcus A B, ad sinum totum anguli recti C; erit conuertendo, vt sinus anguli B, dati ad sinum arcus A C, dati, ita sinus totus ad sinum arcus A B, recto angulo oppositi, qui quaritur. 41. huius

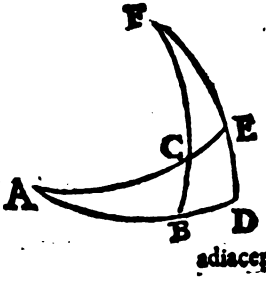
SI igitur fiat, vt sinus anguli dati ad sinum dati arcus, ita sinus totus ad aliud, reperietur sinus arcus quæsiti, qui recto angulo opponitur. Praxis.

OPORTET autem constare, num tertius angulus A, acutus sit, an obtusus: vel an tertius arcus C B, quadrante minor sit, aut maior. Hinc enim discemus, quando arcus quæsitus A B, est quadrante minor, & quando maior; si aliunde id non constiterit. Nam si angulus A, fuerit acutus, si quidem & B, datus sit acutus: Vel si A, fuerit obtusus, si quidem & B, datus sit obtusus; erit arcus A B, recto angulo opositus quadrante minor. Si vero angulus A, fuerit acutus, at B, datus obtusus: Vel si A, fuerit obtusus, at B, datus acutus; erit arcus A B, maior quadrante. Ita etiã, si arcus C B, fuerit quadrante minor, si quidem & A C, datus sit quadrante minor: Vel si C B, fuerit quadrante maior, si quidem & A C, datus sit maior quadrante; erit arcus A B, recto angulo oppositus quadrante minor. Si vero arcus C B, fuerit minor quadrante, at A C, datus quadrante maior: Vel si C B, fuerit quadrante maior, at A C, datus quadrante minor; erit arcus A B, maior quadrante. Itaq; non satis est, dari vnum arcum circa rectum angulum, cum angulo opposito, vt vult Copernicus propos. 4. de triangulis sphæricis: Id quod in scholio propos. 21. supra admonuimus; sed dari etiam debet species tertij anguli, vel tertij arcus. Quæ in re etiam lapsus est Ioan. Regiom. propos. 27. lib. 4. triangulorum. 37. huius. 35. huius.

THEOR. 40. PROPOS. 42.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius nullus arcuum quadrans sit, sinus vtriuslibet reliquorum angulorum eandem habet proportionem ad sinum totum, quam sinus complementi reliqui anguli ad sinum complementi arcus ipsum subtendentis.

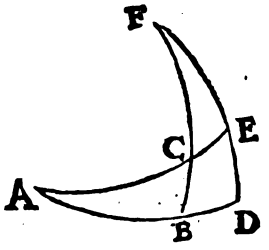
IN triangulo sphærico A B C, angulus B, sit rectus, & nullus arcuum quadrans. Dico ita esse sinum anguli C, ad sinum totum, vt est sinus complementi reliqui anguli A, ad sinum complementi arcus B C, angulum A, subtendentis. Quoniam enim nullus arcuum ponitur quadrans, nullus reliquorum angulorum rectus erit: Alias triangulum A B C, duos habens angulos rectos haberet duos arcus quadrantes; quod non ponitur. Sit ergo primum angulus A, acutus, & arcus A B, ipsi, & recto angulo B,



Schol. 29. huius.

adiacens

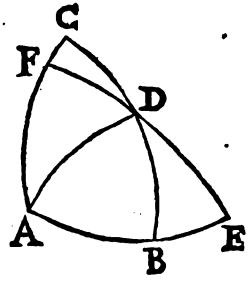
83. huius. adiacens, quadrante minor. Quo posito, erit & angulus C, acutus: atque adeo
28. huius. omnes arcus trianguli A B C, quadrante minores. Producantur arcus A B, A C, & fiant quadrantes A D, A E; ac per puncta D, E, arcus D E, circuli maximi ducatur D E, conueniens cum arcu B C, producto in F; Erit ergo vterq; angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque adeo, cum & angulus B, rectus sit, vterque arcus B F, D F, quadrans erit, ob angulos rectos B, D. Erit quoque D E, arcus anguli A; propterea quòd A, polus est arcus D E, ob quadrantes A D, A E. Item arcus E F, complementum erit arcus D E, & arcus C F, complementum arcus B C, ob quadrantes D F, B F. Quoniam vero in trianguloC E F, angulus E, rectus est; erit vt sinus arcus C F, ad sinum totum, ita sinus arcus E F, ad sinum anguli E C F: & conuertendo, vt sinus anguli E C F, hoc est, anguli A C B, qui illi æqualis est ad verticem, ad sinum arcus E F, ita sinus totus ad sinum arcus C F: & permutando, vt sinus anguli A C B, ad sinum totum, ita sinus arcus E F, hoc est, sinus complementi anguli A, ad sinum arcus C F, id est, ad sinum complementi arcus C B. Quod est propositum.



20. 1 Theod.
21. huius.
25. huius
26. huius.
Coroll. 41. huius.
6. huius.

SIT deinde angulus A, obtusus, & adhuc arcus A B, quadrante minor. Fiat angulus B A D, rectus, secetque arcus A D, arcum B C, in D. Producto quoque arcu A B, fiat quadrans A E, & per puncta E, D, ducatur arcus E D, circuli maximi secans arcum A C, in F. Et quia duo anguli D A B, D B A, recti sunt, erunt arcus A D, B D, quadrantes; atque adeo cum A E, quadrans quoque sit, & angulus D A E, rectus, erit & D E, quadrans, & A, polus arcus D E. Igitur & arcus A F, quadrans erit, cum arcus E F, quadrante semper absit à suo polo. Angulus item vterque ad F, cum arcus A F, transeat per A, polum arcus E F, rectus erit. Præterea E F, erit arcus anguli B A C, ob quadrantes A E, A F. Erit quoque arcus D F, completum arcus E F, seu anguli B A C; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes D E, B D. Quoniam igitur in triangulo C D F, angulus F, rectus est, erit vt sinus arcus C D, ad sinum totum, ita sinus arcus D F, ad sinum anguli C: & conuertendo, vt sinus anguli C, ad sinum arcus D F, ita sinus totus ad sinum arcus C D: & permutando, vt sinus anguli C, ad sinum totum, ita sinus arcus D F, hoc est, sinus complementi anguli B A C, ad sinum arcus C D, id est, ad sinum complementi arcus B C. Quod est propositum.

20. 1 Theod.
Schol. 25. huius.
26. huius.
Coroll. 16. 1. Theod.
15. 1. Theod.
Corollar. 41. huius.

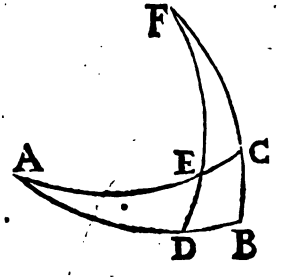


SIT tertiò angulus A, acutus, & arcus A B, quadrante maior. Quo posito, erit reliquus angulus C, obtusus; ac proinde arcus A C, rectum angulum B, subtendens quadrante quoque maior. Abscindantur quadrantes A D, A E, & per

33. huius.
87. huius.

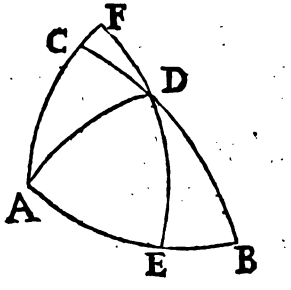
Digitized by Google

& per puncta D, E, ducatur arcus D E, circuli maximi coiens cum arcu B C, protracto in F; eritq; vterq; angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque idcirco, cum & angulus B, sit rectus, quadrantes erunt B F, D F. Erit quoque D E, arcus anguli A, quòd A, polus sit arcus D E. Quare E F, complementum est anguli A; & C F, complementum arcus B C, ob quadrantes D F, B F. Quoniam igitur in triangulo C E F, angulus E, rectus est, erit vt sinus arcus C F, ad sinum totum, ita sinus arcus E F, ad sinum anguli E C F: & conuertendo vt sinus anguli E C F, hoc est, anguli A C B. (Habent enim duo anguli ad C, eundem sinum, cum eorum arcus semicirculum conficiant, ex coroll. propos. 5.) ad sinum complementi anguli A, ita sinus totus ad sinum arcus C F, hoc est, ad sinum complementi arcus B C: & permutãdo, vt sinus anguli A C B, ad sinum totum, ita sinus arcus E F, siue complementi anguli A, ad sinum arcus C F, seu complementi arcus B C. Quod est propositum.



20. 1 Theod.
25. huius.
25. huius.
26. huius.
Coroll. 41. huius.

QVARTO ac vltimo sit angulus A, obtusus, & adhuc arcus A B, quadrante maior. Fiat angulus rectus B A D, secetq; arcus A D, arcum B C, in D. Abscindatur quoque ex A B, quadrans A E, & per puncta E, D, ducatur arcus E D, circuli maximi secans arcum A C, productum in F. Et quia angulus B, rectus ponitur, & angulus B A D, rectus quoque ex constructione est, erunt arcus A D, B D, quadrantes. Rursus quia arcus A D, A E, quadrantes sunt, continentque angulum D A E, rectum, erit arcus D E, quadrans, & A, polus arcus D E; ac proinde cum arcus A F, transeat per A, polum arcus E F, erit angulus F, rectus. Item E F, erit arcus anguli B A C. Præterea arcus D F, complementum erit arcus E F, seu anguli B A C; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes D E, B D. Quoniam igitur in triangulo C D F, angulus F, rectus est, erit vt sinus arcus C D, ad sinum totũ ita sinus arcus D F, ad sinum anguli D C F: Et conuertendo, vt sinus anguli D C F, hoc est, anguli A C B, (Habent enim arcus angulorum D C F, A C B, eundem sinum, cum semicirculum cõstituant.) ad sinum arcus D F, hoc est, ad sinum complementi anguli B A C, ita sinus totus ad sinum arcus C D, hoc est, ad sinum complementi arcus B C: Et permutando, vt sinus anguli A C B, ad sinum totum, ita sinus arcus D F, siue complementi anguli B A C, ad sinum arcus C D, seu complementi arcus B C. Quod est propositum. Igitur in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat.



20. 1 Theod.
25. huius.
26. huius.
15. 1. Theod.
Coroll. 41. huius.
Coroll. 5. huius.

SCHOLIVM.

COLLIGEMVS *ex hac propositione duo hæc problemata.*

IN

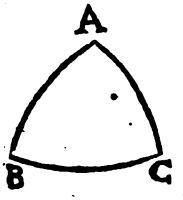
Digitized by Google

I.

IN triangulo sphęrico rectangulo, datis duobus angulis non rectis; inuenire arcum vtrilibet eorum oppositum, vna cum arcu, qui recto angulo opponitur.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, dati sint anguli* A, B. *Dico vtrumuis arcuum* A C, B C, *quoque dari, cum arcu* A B. *Quoniam enim est, vt sinus anguli* A, *ad sinum totum, ita sinus complementi anguli* B, *ad sinum complementi arcus* A C. *Item, vt sinus anguli* B, *ad sinum totum, ita sinus complementi anguli* A, *ad sinum complementi arcus* B C;

4 2. huius.



Praxis.

SI fiat, vt sinus anguli dati, qui quæsito lateri adiacet, ad sinum totum, ita sinus complementi reliqui anguli dati ad aliud, producetur sinus complementi arcus huic posteriori angulo oppositi, qui quæritur. Inuento autem vtroque arcu circa angulum rectum, reperietur quoque ex vtrolibet illorum, & ex angulo, qui ei opponuntur dato, arcus recto angulo oppositus, vt in problemate 3. *propositionis* 41. *ostendimus.*

VTRVM *autem arcus* A C, B C, *sint minores quadrante, aut maiores, ita discemus. Si angulus* B, *est acutus, erit arcus* A C, *ei oppositus quadrante minor: Si vero obtusus, quadrante maior.* EAdem *ratione si angulus* A, *fuerit acutus, erit arcus ei oppositus* B C, *quadrante minor: si vero obtusus, quadrante maior.*

84. huius.

II.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro angulorum non rectorum, cum alterutro arcuum circa angulum rectum; inuenire alium angulum non rectum, & reliquos duos arcus.

IN *eodem triangulo datus sit primum arcus* A C, *cum angulo* A, *sibi adiacente. Dico dari quoque angulum* B, *cum arcubus* B C, A B. *Cum enim sit, vt sinus anguli* A, *ad sinum totum, ita sinus complementi anguli* B, *ad sinum complementi arcus* A C; *erit conuertendo, vt sinus totus ad sinum anguli* A, *dati, ita sinus complementi dati arcus* A C, *ad sinum complementi anguli* B, *qui quæritur.*

42. huius.

Praxis, quando datur arcus cum angulo adiacente.

QVANDO ergo datur arcus cum angulo sibi adiacẽte, si fiat, vt sinus totus ad sinum anguli dati, ita sinus complementi arcus dati ad aliud, reperietur sinus complementi alterius anguli, qui quæritur. Hinc ex duobus angulis non rectis iam cognitis, cognoscentur reliqui duo arcus, vt in proximè antecedenti problemate demonstratum est: Tertius autem datus est ex hypothesi.

NVM *vero angulus* B, *quæsitus sit acutus, obtususne, docebit datus arcus* A C. *Si enim fuerit quadrante minor, erit angulus* B, *acutus: si vero maior quadrante, obtusus.*

84. huius.

DATVS

Digitized by Google

DATVS deinde sit arcus A C, cum angulo B, sibi opposito, constetq; de reliquo angulo A, num acutus sit, an obtusus: vel de altero arcu B C, circa rectum angulum, qualis sit. Dico rursum dari & reliquum angulũ A, & reliquos arcus B C, A B. Nam cum sit, vt sinus anguli A, ad sinum totum, ita sinus complementi anguli B, ad sinum complementi arcus A C; erit convertendo, vt sinus complementi arcus A C, dati ad sinum complementi anguli B, dati, ita sinus totus ad sinum anguli A, quæsiti. 42. huius.

IGITVR cum datur arcus cum angulo sibi opposito, si fiat, vt sinus complementi arcus dati ad sinum complementi anguli dati, ita sinus totus ad aliud, procreabitur sinus reliqui anguli, qui quæritur. Ex duobus ergo angulis non rectis iam cognitis, cognoscentur reliqui duo arcus, vt in præcedenti problemate monstrauimus. Tertius autem per hypothesim datus est. Praxis, quãdo datur arcus cum angulo opposito.

OPORTET autem constare, num reliquus angulus A, sit acutus, an obtusus, vt sciatur, qualis angulus sinui inuento respondens sit accipiendus, acutusne, an obtusus. Quòd si constaret de arcu B C, qualis sit, illico cognosceretur quoque species anguli A. Nam si arcus B C, fuerit quadrante minor, erit angulus A, acutus: si autem quadrante maior, obtusus. Pari ratione, si sciretur, qualis sit arcus A B, angulo recto oppositus, continuò speciem anguli A, cognosceremus. Nam si arcus A B, fuerit minor quadrante, & datus quidem angulus B, acutus, erit quoque angulus A, acutus; Si vero datus angulus B, sit obtusus, erit quoque obtusus angulus A. At si arcus A B, fuerit maior quadrante, & datus quidem angulus B, acutus, erit angulus A, obtusus: Si vero datus angulus B, sit obtusus, erit angulus A, acutus. Itaque non est satis, dari angulum non rectum, cum arcu opposito, vt vult Copernicus propos. 4. de triangulis sphæricis: Id quod supra quoque monuimus in scholio propos. 21. sed debet etiam dari species tertij anguli, vel species arcus alterius circa rectum angulum; vel certe species arcus recto angulo oppositi. Qua in re lapsus est Nicolaus Copernicus, qui voluit in propos. 4. de triangulis sphæricis, satis esse, vt detur arcus circa rectum angulum, cum alterutro angulorum non rectorum. Falsum enim hoc est de angulo dato arcui opposito, nisi aliud præterea constet, vt hic diximus, & in scholio propos. 21. monuimus. 34. huius. 38. huius. Error Copernici.

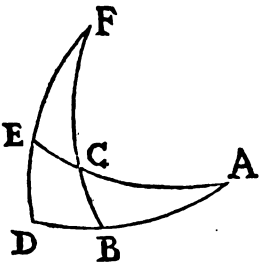
THEOR. 41. PROPOS. 43.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius nullus arcuum quadrans sit, sinus complementi arcus rectum angulum subtendẽtis ad sinum complementi vtriusve reliquorum arcuum eandem habet proportionem, quam sinus complementi reliqui arcus ad sinum totum.

IN triangulo sphærico rectangulo A B C, angulus B, sit rectus, & nullus

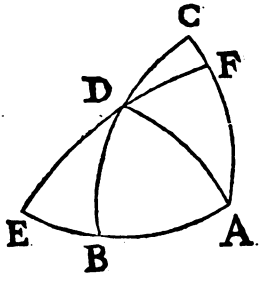
Digitized by Google

arcuum quadrans. Dico ita esse sinum complementi arcus A C, ad sinum complementi arcus v. g. A B, vt est, sinus complementi reliqui arcus B C, ad sinum totum. Quoniam enim nullus arcuum ponitur quadrans, nullus reliquorum angulorum erit rectus. Alias triangulum A B C, duos angulos habens rectos haberet duos arcus quadrantes. quod non ponitur. Sit ergo primum angulus A, acutus, & arcus A B, ipsi & recto angulo B, adiacens quadrante minor. Quo posito, erit & angulus C, acutus; atque adeo omnes arcus trianguli A B C, quadrante minores. Producantur arcus A B, A C, & fiant quadrantes A D, A E; ac per puncta D, E, arcus D E, circuli maximi ducatur D E, conueniens cum arcu B C, producto in F. Erit ergo vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque adeo, cum & angulus B, ponatur rectus, erit vterq; arcus B F, D F, quadrans, ob rectos angulos B, D. Præterea B D, erit arcus anguli F; propterea quòd F, polus est arcus B D, ob quadrantes B F, D F. Item C F, complementum erit arcus B C; & B D, C E, complementa arcuum A B, A C, ob quadrantes B F, A D, A E. Manifestum autem est in triangulo C E F, ita esse sinum arcus C E, hoc est, sinum complementi arcus A C, ad sinum anguli F, hoc est, ad sinum arcus B D, seu complementi arcus A B, vt est sinus arcus C F, hoc est, sinus complementi arcus B C, ad sinum anguli recti E, id est, ad sinum totum. Quod est propositum.



Schol. 25. huius.
33. huius.
28. huius.
20. 1 Theod.
25. huius.
26. huius.
41. huius.

SIT deinde angulus A, obtusus, & adhuc arcus A B, quadrante minor. Fiat angulus B A D, rectus, secetq; arcus A D, arcum B C, in D. Producto quoque arcu A B, fiat quadrans A E, & per puncta E, D, ducatur arcus E D, circuli maximi secans arcum A C, in F. Et quia duo anguli D A B, D B A, recti sunt, erunt arcus A D, B D, quadrantes; atque adeo cum A E, quoque sit quadrans, & angulus D A E, rectus, erit & arcus D E, quadrans; ac proinde B E, ob quadrantes B D, E D, erit arcus anguli B D E, hoc est, anguli C D F, qui illi ad verticem est æqualis. Quoniam vero A, polus est arcus E D, erit & arcus A F, quadrans, cum arcus E F, quadrante semper absit à suo polo; necnon & angulus A F E, & angulus C F D, rectus. Præterea erit arcus C F, complementum arcus A C; & arcus B E, complementum arcus A B; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes A F, A E, B D. Perspicuum autem est in triangulo C D F, ita esse sinum arcus C F, hoc est, sinum complementi arcus A C, ad sinum anguli C D F, hoc est, ad sinum arcus B E, siue complementi arcus A B, vt est sinus arcus C D, nempe sinus complementi arcus B C, ad sinum anguli recti F, hoc est, ad sinum totum. Quod est propositum.

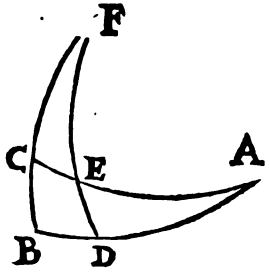


Schol. 25. huius.
26. huius.
6. huius.
26. huius.
Coroll. 16. 1. Theod.
15. 1. Theod.
41. huius.

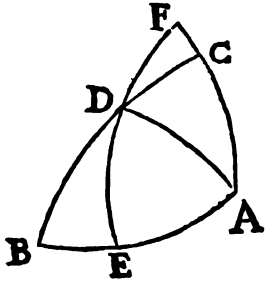
TERTIO sit angulus A, acutus, & arcus A B, quadrante maior. Quo posito,

posito, erit reliquus angulus C, obtusus; ac proinde arcus A C, rectum angulum B, subtendens quadrante quoque maior. 33. huius. 37. huius.

Abscindantur quadrantes A D, A E, & per puncta D, E, ducatur arcus D E, circuli maximi conueniens cum arcu B C, producto in F; Eritq; vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque adeo, cum & angulus B, rectus sit, quadrantes erunt arcus B F, D F; propterea q; B D, arcus erit anguli F. Item arcus C F, complementum erit arcus B C, & arcus D B, E C, complementa arcuum A B, A C, ob quadrantes B F, A D, A E. Perspicuum est autem in triangulo C E F, ita esse sinum arcus E C, id est, sinum complementi arcus A C, ad sinum anguli F, hoc est, ad sinum arcus D B, hoc est, ad sinum complementi arcus A B, vt est sinus arcus C F, nempe sinus complementi arcus B C, ad sinum anguli recti E, hoc est, ad sinum totum. Quod est propositum. 20. 1 Theod. 25. huius. 25. huius. 41. huius.



POSTREMO sit angulus A, obtusus, & adhuc arcus A B, quadrante maior. Fiat angulus rectus B A D, secetq; arcus A D, arcum B C, in D. Abscindatur quoque ex A B, quadrans A E, & per puncta E, D, describatur arcus E D, circuli maximi secans arcum A C, productum in F. Et quia angulus B, ponitur rectus, & angulus B A D, rectus factus est, erunt arcus A D, B D, quadrantes. Rursus quia arcus A D, A E, quadrantes sunt, continentq; angulum rectum D A E, erit & arcus D E, quadrans, & A, polus arcus E D; atque adeo angulus F, rectus erit. Præterea quia D B, D E, quadrantes sunt ostensi, erit E B, arcus anguli B D E, hoc est, anguli C D F, qui illi ad verticem est æqualis. Item cum A, polus sit arcus E F, erit arcus A F, quadrans, quòd arcus E F, quadrãte semper abest à suo polo. Arcus item C F, complementum erit arcus A C; & arcus E B, complementum arcus A B; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes A F, A E, B D. Manifestum est autem in triangulo C D F, ita esse sinum arcus C F, id est, sinum complementi arcus A C, ad sinum anguli C D F, hoc est, ad sinum arcus B E, siue complementi arcus A B, vt est sinus arcus C D, nempe sinus complementi arcus B C, ad sinum anguli recti F, hoc est, ad sinum totum. Quod est propositum. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat ostendendum. 20. 1 Theod. 25. huius. 26. huius. 15. 1. Theo. 6. huius. Coroll. 16. 1. Theod. 41. huius

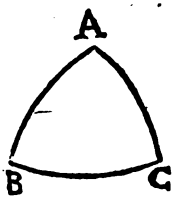


SCHOLIVM. I.

SEQVENS *problema ex hac propos. colligemus hunc in modum.*

IN triangulo sphærico rectangulo, datis duobus arcubus quibuslibet, inuenire tertium arcũ, & reliquos duos angulos non rectos.

Digitized by Google



43. huius. IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, dati sint primum duo arcus* A C, C B, *circa angulum rectum* C. *Dico dari quoque tertium arcum* A B, *cum duobus angulis* A, B. *Quoniam enim est, vt sinus complementi arcus* A B, *ad sinum complementi arcus* A C, *ita sinus complementi arcus* C B, *ad sinum totum; erit conuertendo, vt sinus totus ad sinum complementi arcus* C B, *ita sinus complementi arcus* A C, *ad sinum complementi arcus* A B.

Praxis, quã do dantur duo arcus circa angulũ rectum. *QVAMOBREM, datis duobus arcubus rectum angulum ambientibus, si fiat, vt sinus totus ad sinum complementi vtriuslibet arcuum datorum, ita sinus complementi alterius arcus dati ad aliud, producetur sinus complementi arcus recto angulo oppositi, qui quæritur. Ex dato autem arcu, qui recto angulo opponitur, cum vtrouis arcu circa rectum angulum, inuenietur angulus ei oppositus, vt in problemate* 1. *propos.* 41. *tradidimus.*

35. huius. VTRVM *vero quæsitus arcus* A B, *quadrante minor sit, aut maior, docebunt duo arcus dati. Si enim vterque fuerit minor, aut maior quadrante, erit arcus* A B, *quadrante minor: Si vero vnus sit quadrante minor, & alter maior, erit arcus* A B, *quadrante maior.*

43. huius. DATVS *deinde sit arcus* A B, *recto angulo oppositus, cum alterutro arcuum circa angulum rectum, vt cum* A C. *Dico rursum dari reliquum arcum* C B, *cum duobus angulis* A, B. *Nam cum sit, vt sinus complementi arcus* A B, *ad sinum complementi arcus* A C, *ita sinus complementi arcus* C B, *ad sinum totum; erit conuertendo, vt sinus complementi arcus* A C, *ad sinum complementi arcus* A B, *ita sinus totus ad sinum complementi arcus* C B.

Praxis, quã do datur arcus recto angulo oppositus, cũ alterutro circa angulũ rectum. *QVAPROPTER, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa angulum rectum, si fiat, vt sinus complementi arcus dati circa angulum rectum ad sinum complementi arcus angulo recto oppositi, ita sinus totus ad aliud, inuenietur sinus complementi alterius arcus circa angulum rectum, qui quæritur. Ex quouis autem arcu dato circa rectum angulum, cum arcu, qui recto angulo opponitur, reperietur angulus illi arcui oppositus, vt in problemate* 1. *propos.* 41. *demonstratum est.*

36. huius. AN *vero tertius arcus* C B, *quæsitus sit quadrante minor, aut maior, intelligemus ex duobus arcubus datis. Si namque arcus* A B, *angulo recto oppositus fuerit quadrante minor, si quidem & alter datus* A C, *sit quadrante minor, erit & arcus* C B, *quadrante minor; si vero* A C, *sit quadrante maior, erit & C B, maior quadrante. Si autem* A B, *fuerit quadrante maior, si quidem & A C, sit quadrante maior, erit* C B, *quadrante minor; si vero* A C, *sit minor quadrante, erit* C B, *quadrante maior.*

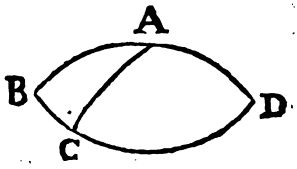
Quicquid demonstratur de triãgulo sphæ-

SCHOLIVM. II.

QVAMVIS *& hanc propos.* 43. *& antecedentem* 42. *quadrimembrem fecerimus,*

Digitized by Google

pimus, vt vtraque in omnibus casibus demonstraretur: satis tamen fuisset, si vtraque in primo casu, existentibus nimirum omnibus arcubus quadrante minoribus, demonstratione fuisset confirmata. Eo enim casu demonstrato, facile demonstrationem omnibus alijs casibus accommodabimus. Sit namque triangulum sphaericum quodcunq; rectangulum A C D, habens angulum C, rectum. Aut igitur duo arcus A C, C D, circa angulum rectum quadrãte sunt minores, ac proinde & tertius arcus A D, quadrante quoque minor: aut vnus quadrante maior, & alter minor; aut denique ambo quadrante maiores: Nam de eo solo sphærico triangulo rectangulo agimus, in quo nullus arcus est quadrãs. Sint primum duo arcus A C, C D, circa angulum rectum quadrante minores: quo posito, erit vterque angulus D, A, acutus, propterea quæ triangulo A C D, demonstratio vtriusque propositionis conuenit, quo ad primum casum.



rico rectangulo, cuius omnes arcus sint quadrante minores, loco etiã habet omni triangulo sphærico rectangulo. 35. huius.

34. huius.

SIT deinde arcus D C, quadrante maior, & C A, minor. Productis arcubus D C, D A, donec coeant in B; erunt D A B, D C B, semicirculi; atque adeo C B, quadrante minor. Sunt ergo in triangulo A C B, duo arcus A C, C B, circa angulum rectum C, quadrante minores. Quare, vt proxime ostendimus, ei vtriusque propositionis demonstratio, quo ad primum casum, conuenit. Cum ergo ijdem sinus tam recti, quam complementorum, sint arcuum, & angulorum trianguli A C B, qui arcuum, & angulorum trianguli A C D; (Nam, vt in sinubus diximus, arcus C D, C B, eundem sinum habent tam rectum, quam complementi, necnon & arcus A D, A B. Item tam recti anguli ad C, eundem sinum habent, nempe totum, quam anguli obliqui ad A, cum duobus rectis sint æquales. Denique & anguli D, B, eundem sinum habent, cum sint inter se æquales: Arcus autem A C, vtrique triangulo communis est.) liquido constat, quicquid de sinubus arcuum, angulorumq; trianguli A C B, fuerit ostensum, idem in sinubus arcuum, & angulorum trianguli A C D, locum habere.

11. Theod.

5. huius.

13. primi.

POSTREMO sint duo arcus D C, C A, quadrante maiores: quo posito, erit arcus C B, minor quadrante. Habet igitur triangulum A C B, arcum A C, circa angulum rectum C, quadrante maiorem, & C B, minorem. Quare ei, vt proxime est demonstratum, vtraque propositio conuenit. Cum ergo ijdem sinus tam recti, quam complementorum, sint arcuum, & angulorum trianguli A C B; qui arcuum, & angulorum trianguli A C D, vt paulo ante diximus, liquet easdem propositiones triangulo quoque A C D, conuenire. Perspicuum ergo est, quicquid de sinubus arcuum, angulorumq; trianguli sphærici rectanguli, cuius duo arcus circa angulum rectum quadrante sint minores, demonstratum fuerit, locum etiam habere in quocunq; alio triangulo sphærico rectangulo.

IDEM prorsus dicendum est de tertio casu propos. 41. Satis enim fuisset illum demonstrasse in triangulo rectangulo, cuius omnes arcus sunt quadrante minores, quale est triangulum secundæ figuræ propos. 41. dictæ; cum eius trianguli demonstratio omnibus alijs conueniat, vt ex demonstratis in hoc scholio est manifestum.

EX his, quæ proximis tribus propositionibus demonstrauimus, absolutus iam per sinus est calculus triangulorum sphæricorum rectangulorum: quare iam non rectangulorum calculus sequi deberet. Sed quia per lineas tangentes, ac secantes breuius plerunque triangulorum rectangulorum calculus, quam per sinus, expeditur, adiungemus

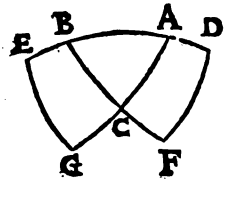
Digitized by Google

gemus sequentes propositiones ad triangula quoque sphærica rectangula spectantes, antequam triangulorum sphæricorum non rectangulorum calculum exponamus. Vt autem clariores fiant demonstrationes, & minus confusæ, proponemus semper triangulum sphæricum rectangulum, cuius duo arcus circa angulum rectum, ac proinde omnes tres, minores sint quadrante. Nam eadem demonstrationes alijs omnibus conuenient, vt in hoc scholio demonstrauimus: quippe cum & tam duo arcus semicirculum conficientes, quàm duo anguli duobus rectis æquales, eandem habeant tangentem, ac secantem, quemadmodum & eundem sinum, vt in tractatione tangentium, & secantium monuimus.

THEOR. 42. PROPOS. 44.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum vtriusuis arcuum circa rectum angulum eandem habet proportionem, quam tangens anguli non recti dicto arcui adiacentis ad tangentem reliqui arcus circa angulum rectum huic angulo oppositi.

IN triangulo sphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus C, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinum arcus B C, vt est tangens anguli B, ad tangentem arcus A C. Productis enim arcubus B C, B A, donec fiant quadrantes B F, B D, ac per puncta F, D, arcu F D, circuli maximi descripto; erit vterque angulus F, D, rectus, ob quadrantes B F, B D: & D F, arcus erit anguli B; cum B, polus sit arcus D F. Quia igitur duo circuli maximi in sphæra B F, B D, secant sese in B, ductique sunt ex A, D, ad B F, arcus perpendiculares A C, D F; erit, vt sinus quadrantis B F, hoc est, sinus totus, ad tangentem arcus F D, hoc est, ad tangentem anguli B, ita sinus arcus B C, ad tangentem arcus A C: Et permutando, vt sinus totus ad sinum arcus B C, ita tangens anguli B, ad tangentem arcus A C. Non aliter demonstrabimus, ita esse sinum totum ad sinum arcus A C, vt est tangens anguli A, ad tangentem arcus B C: vt patet, si arcus A C, A B, producantur, donec fiant quadrantes A G, A E, perque G, E, arcus maximi circuli describatur G E. Erit enim rursus, vt sinus quadrantis A G, id est, sinus totus, ad tangentem arcus E G, seu anguli A, ita sinus arcus A C, ad tangentem arcus B C: Et permutâdo, vt sinus totus ad sinum arcus A C, ita tangens anguli A, ad tangentem arcus B C. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat demonstrandum.



25. huius.

26. huius.

Theor. 6. scholij. 40. huius.

Theor. 6. scholij 40. huius.

SCHO-

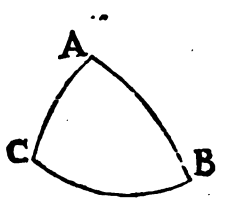
Digitized by Google

SCHOLIVM.

HINC *colligemus duo sequentia problemata.*

I.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum alterutro angulorum non rectorum, reperire alium arcum circa rectum angulum, & reliquum angulum non rectum, cum arcu, qui recto angulo opponitur: dum modo, quando angulus datus opponitur arcui dato, constet, an reliquus arcus circa rectum angulum sit quadrante minor, maiorve; vel an reliquus angulus non rectus sit acutus, obtususve.



IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus sit primum arcus* A C, *cum angulo* A, *sibi adiacente. Dico dari quoque arcum* B C, *vnà cum angulo* B, *& arcu* A B. *Quoniam enim est, vt sinus totus ad sinum arcus* A C, *ita tangens anguli* A, *ad tangentem arcus* B C: 44. huius.

SI (quando datur arcus cum angulo adiacente) fiat, vt sinus totus ad sinum dati arcus, ita tangens anguli dati ad aliud, producetur tangens arcus quæsiti. Ex eodem vero arcu dato, & angulo dato, inuenietur alter angulus non rectus, et arcus recto angulo oppositus, vt in problemate 2. propos. 42. demonstrauimus. Praxis, cũ datur arcus cum angulo adiacẽte.

AN *vero arcus quæsitus* B C, *sit quadrante minor, maiorue, indicabit angulus datus* A. *Nam si fuerit acutus, erit arcus* B C, *quadrante minor; si vero obtusus, quadrante maior.* 34. huius.

SIT *deinde datus arcus* A C, *cum angulo* B, *sibi opposito, constetq; præterea de altero arcu* B C, *num quadrante minor sit, an maior; vel an alter angulus* A, *acutus sit, an obtusus. Dico rursum dari arcum* B C, *vnà cum angulo* B, *& arcu* A B. *Cum enim sit, vt tangens anguli* B, *ad tangentem arcus* A C, *ita sinus totus ad sinum arcus* B C: 44. huius.

SI (quando datur arcus cum angulo opposito) fiat, vt tangens anguli dati ad tangentem dati arcus, ita sinus totus ad aliud, reperietur sinus arcus quæsiti. Ex dato vero arcu, & angulo dato dabitur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus, vt in problemate 2. propos. 42. diximus. Praxis, cũ datur arcus cũ angulo opposito.

OPORTET *autem constare, an arcus* B C, *sit quadrante minor, an maior, vt sciamus, qualis arcus inuento sinui respondens accipiẽdus sit, an videlicet minor quadrante, an vero maior. Quòd si constaret de angulo* A, *qualis sit, statim cognosceremus, qualis sit arcus* B C. *Existente enim angulo* A, *acuto, erit arcus* B C, *quadrante minor: existente vero obtuso, quadrante maior. Sic etiam, si sciretur, qualis* 34. huius.

sit arcus

sit arcus A B, *recto angulo oppositus, speciem quoque arcus* B C, *cognoscemus. Nam*
si A B, *sit quadrante minor, erit vterque* A C, B C, *vel*
36. huius. *minor quadrante, vel maior: qualis ergo est datus arcus*
A C, *talis quoque erit arcus* B C. *Si vero* A B, *fuerit*
maior quadrante, & datus arcus A C, *minor quidem*
quadrante, erit B C, *quadrante maior; si vero datus ar-*
cus A C, *sit quadrante maior, erit* B C, *quadrante mi-*
nor. Itaque non satis est, dari arcum, cum angulo oppo-
sito, vt vult Copernicus propos. 4. de triangulis sphæri-
cis. Id quod supra in scholio propos. 21. monuimus.



II.

IN triangulo sphærico rectangulo, datis duobus arcubus circa rectum angulum, vtrumlibet angulorum non rectorum, vnà cum arcu reliquo, qui angulo recto opponitur, explorare.

IN *eodem triangulo dati sint duo arcus* A C, B C. *Dico dari quoque vtrumvis*
44. huius. *angulorum* A, B, *& arcum* A B. *Cum enim sit, vt sinus totus ad sinum arcus* A C,
ita tangens anguli A, *ad tangentem arcus* B C: *Et conuertendo, vt sinus arcus* A C,
ad sinum totum, ita tangens arcus B C, *ad tangentem anguli* A; *Eademq; ratione,*
vt sinus arcus B C, *ad sinum totum, ita tangens arcus* A C, *ad tangentem anguli* B:

Praxis. *SI fiat, vt sinus vtriusuis arcuum circa angulum rectum ad sinum*
totum, ita tangens alterius arcus ad aliud, inuenietur tangens anguli huic
posteriori arcui oppositi. Ex datis quoque duobus arcubus circa angulum
rectum cognoscetur & tertius arcus recto angulo oppositus, vt in proble-
mate propos. 43. traditum est. Vel certe ex dato vno arcu, & alterutro
angulorum inuento, vt in problemate 2. propos. 42. ostensum est.

NVM *autem angulus quæsitus sit acutus, obtususve, docebit arcus ei oppositus.*
34. huius. *Hic enim si minor quadrante fuerit, erit angulus ei oppositus, acutus, si vero ma-*
ior, obtusus.

QVONIAM *verò in scholio 2. propos. præcedentis diximus, per lineas tangen-*
tes, ac secantes breuius nonnulla expediri, quam per sinus, intelligendum id est de ijs,
quæ primo loco in problematibus quæruntur, non autem, quæ secundo loco inuesti-
gantur. Quod vt planius fiat, exponemus, quo pacto vtrumque problema hic pro-
positum absoluendum sit per sinus. Itaque, vt ex arcu circa angulum rectum dato,
cum alterutro angulorum acutorum, inueniatur alter arcus circa angulum rectum,
qui primo loco in primo problemate inuestigandus proponitur: ita progrediendum
erit. Si arcus circa rectum angulum detur cum angulo opposito, inquirendus pri-
mum erit arcus recto angulo oppositus, ex problemate 3. propos. 41. Deinde ex hoc
arcu inuento, & dato arcu, eliciendus erit, per problema propos. 43. alter arcus cir-
ca angulum rectum, qui quæritur. Si vero detur arcus circa angulum rectum cum
angulo adiacente, quærendus est primum per problema 2. propos. 42. alter angulus
acutus. Deinde per problema 1. eiusdem propos. 42. ex hoc angulo inuento, & angulo
dato, arcus dato angulo oppositus eliciendus. At, vt ex duobus arcubus circa angu-
lum rectum datis, vterui angulorum acutorum eruatur; qui primo loco in secun-
do problemate inquiritur: reperiendus erit primum arcus recto angulo oppositus per

proble-

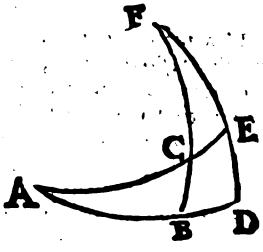
Digitized by Google

problema propos. 43. ex datis duobus arcubus. Deinde per problema 1. propos. 41. ex hoc arcu inuento, & alterutro circa angulum rectum dato, inueniendus angulus huic dato arcui oppositus. Vides igitur, id, quod primo loco in vtroque problemate quæritur, duplici opere inuestigari per sinus, quod simplici per tangentes inuenimus. Eadem ratio est in sequentibus problematibus, quod semel hic monuisse satis sit.

THEOR. 43. PROPOS. 45.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum complementi vtriusuis angulorum acutorum eandem proportionem habet, quam tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem arcus dicto acuto angulo adiacentis.

IN triangulo sphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinum complementi anguli A, vt est tangens arcus A C, ad tangentem arcus A B. Productis enim arcubus A B, A C, dictum angulum comprehendentibus, donec quadrantes fiant A D, A E; descriptoq; per D, E, arcu circuli maximi D E, productoque, donec cum arcu B C, producto coëat in F: erit vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; & D E, arcus erit anguli A, cum A, sit polus arcus D E. Item arcus D F, B F, quadrantes erunt, ob rectos angulos B, D; ac proinde arcus E F, complementum anguli A. Quoniam igitur duo circuli maximi in sphæra B F, D F, se intersecant in F; ductiq; sunt ex punctis B, C, arcus B F, ad arcum D F, arcus perpendiculares B D, C E; erit vt sinus totus quadrantis D F, ad tangentem arcus B D, ita sinus arcus E F, hoc est, sinus complementi anguli A, ad tangentem arcus C E: Et permutando, vt sinus totus ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus B D, ad tangentem arcus C E. Est autem (cum A C, A B, sint complementa arcuum C E, B D.) vt tangens arcus B D, ad tangentem arcus C E, ita tangens arcus A C, ad tangentem arcus A B. Igitur erit quoque, vt sinus totus ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus A C, recto angulo oppositi ad tangentem arcus A B, acuto angulo A, adiacentis. Eodem modo ostendemus, ita esse sinum totum ad sinum complementi anguli C, vt est tangens arcus A C, recto angulo oppositi ad tangentem arcus B C, angulo acuto C, adiacentis, si nimirum arcus C A, C B, angulum C, continentes producantur, &c. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod ostendendū erat.



25. huius.

26. huius.

Theor. 6. scholij 40. huius.

21. Sinuū.

Digitized by Google

SCHOLIVM.

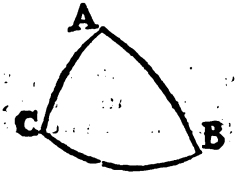
EX *hoc theoremate absoluemus sequentia tria problemata.*

I.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente, inuenire arcum recto angulo oppositum, & reliquum arcum circa angulum rectum, cum reliquo angulo non recto.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus sit arcus* A C, *& angulus* A. *Dico dari quoq; arcum* A B, *cum arcu* B C, *& angulo* B. *Cum enim sit, vt sinus totus ad sinũ complementi anguli* A, *ita tangens arcus* A B, *ad tangentem arcus* A C; *Et conuertendo, vt sinus complementi anguli* A, *ad sinum totum, ita tangens arcus* A C, *ad tangentem arcus* A B: 45. huius.

Praxis. *SI fiat, vt sinus complementi anguli dati ad sinum totum, ita tangens arcus dati ad aliud, reperietur tangens arcus recto angulo oppositi, qui quæritur. Ex arcu vero* A B, *& angulo* A, *inuenietur arcus* B C, *per problema* 2. *propos.* 41. *Et ex arcubus* A B, A C, *angulus* B, *arcui* A C, *oppositus, per problema* 1. *eiusdem propos.* 41.



ITA *autem sciemus, an arcus quæsitus* AB, *sit quadrante maior, an minor. Si datus* 41. huius. *angulus* A, *fuerit acutus, erit arcus* B C, *quadrante minor. Si ergo datus arcus* A C, 35. huius. *sit quoq; minor, erit & arcus* A B, *minor quadrante. Si vero* A C, *sit quadrante maior, erit &* A B, *maior. At si datus angulus* A, *fuerit, obtusus, erit arcus* B C, *quadrante maior: Si ergo datus arcus* A C, *sit quoque maior, erit arcus* A B, *minor quadrantes Si vero* A C, *sit minor quadrante, erit* A B, *maior.* 54. huius. 35. huius.

II.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum arcu, qui recto angulo opponitur, inuestigare angulũ à dictis arcubus comprehensum, hoc est, arcui, qui circa angulum rectum datus est, adiacentem, cum reliquo arcu, & angulo.

IN *eodem triangulo dati sint arcus* A C, A B. *Dico dari etiam angulum* A, *cum arcu* B C, *& angulo* B. *Quoniam enim est, vt sinus totus ad sinum complementi anguli* A, *ita tangens arcus* A B, *ad tangentem arcus* A C: *Hoc est, vt tangens arcus* A B, *ad tangentem arcus* A C, *ita sinus totus ad sinum complementi anguli* A: 45. huius.

Praxis. *SI fiat, vt tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem dati arcus circa rectum angulum, ita sinus totus ad aliud, procreabitur sinus complementi anguli quæsiti. Hinc reliqua inuenientur, vt in præcedenti problemate.*

VTRVM

VTRVM vero angulus A, quæsitus sit acutus, obtususne, ita discemus. Si arcus A B, recto angulo oppositus fuerit quadrante minor, erit vterq; arcus A C, B C, vel minor quadrante, vel maior. Si ergo datus arcus A C, sit minor, erit quoque B C, minor, ac proinde angulus A, acutus: si vero A C, sit quadrante maior, erit & B C, maior, ac propterea angulus A, obtusus. At si arcus A B, fuerit quadrante maior, erit alter reliquorum arcuum maior, & alter minor: Si igitur datus arcus A C, sit maior, erit B C, minor, propterea q; angulus A, acutus; Si vero A C, sit quadrante minor, erit B C, maior, & angulus A, obtusus: 36. huius. 34. huius. 36. huius. 34. huius.

III.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inuenire arcum huic angulo adiacentem, cum reliquo arcu, & angulo.

IN eodem triangulo datus sit arcus A B, cum angulo A. Dico dari quoq; arcum A C, &c. Nam cum sit, vt sinus totus ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus A B, ad tangentem arcus A C: 45. huius.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum complementi anguli dati, ita tangens arcus recto angulo oppositi ad aliud, producetur tangens arcus quæsiti. Reliqua inuenientur, vt in primo problemate huius propos. Praxis.

NVM autem quæsitus arcus A C, sit minor quadrante, maiorne, hinc cognoscemus. Si arcus A B, angulo recto oppositus fuerit minor quadrante, erit vterq; angulus A, B, vel acutus, vel obtusus. Quare si datus angulus A, sit acutus, erit quoque B, acutus, atque adeo arcus A C, quadrante minor; Si vero A, sit obtusus, erit & B, obtusus, ideoq; arcus A C, quadrante maior. At si arcus A B, fuerit maior quadrante, erit alter reliquorum angulorum acutus, & alter obtusus. Si ergo A, datus sit acutus, erit B, obtusus, & idcirco arcus A C, quadrante maior; Si vero A, sit obtusus, erit B, acutus, & arcus A C, quadrante minor. 38. huius. 34. huius. 38. huius. 34. huius.

THEOR. 44. PROPOS. 46.

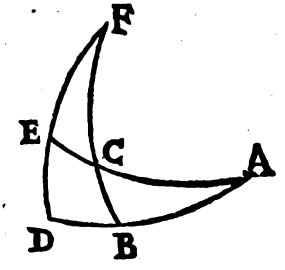
IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum complementi vtriusuis angulorum acutorum eandem proportionem habet, quam tangens complementi arcus circa angulum rectũ dicto angulo adiacentis ad tangentem complementi arcus recto angulo oppositi.

IN triangulo A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinũ complemẽti anguli A, vt est tangens

Digitized by Google

complementi arcus A B, ad tangentem complementi arcus A C. Facta namque constructione, vt in præcedēti propos. quoniam duo circuli maximi in sphæra B F, D F, se mutuo secāt in F, productiq; sunt ex pūctis B, C, arcus B F, ad arcum D F, arcus perpendiculares B D, C E; erit, vt sinus totus quadrantis D F, ad tangentem arcus B D, ita sinus arcus E F, ad tangentem arcus C E: Et permutando, vt sinus totus ad sinū arcus E F, hoc est, ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus B D, hoc est, ita tangens complementi arcus A B, ad tangentem arcus C E, hoc est, ad tangentē complementi arcus A C. Non aliter demonstrabimus, ita esse sinum totum ad sinum complementi anguli C, vt est tangens complementi arcus B C, ad tangentem complementi arcus A C, si nimirum arcus C B, C A, angulum C, continentes producantur, &c. In omni igitur triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat.

Theor. 6. scholij 40. huius.

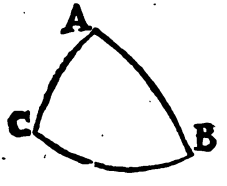


SCHOLIVM.

INFEREMVS *hinc problema sequens, quod quamuis in problemate primo antecedentis propos. demonstratum quoque sit, facilius tamen hic absolvitur, cùm in aurea regula primum locum sortiatur sinus totus.*

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente, inuenire arcum recto angulo oppositum, vnà cum reliquo arcu circa angulum rectum, & reliquo angulo non recto.

46. huius. Praxis.



IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus sit arcus* A C, *cum angulo* A, *sibi adiacente. Dico dari quoque arcum* A B, *vnà cum arcu* B C, *& angulo* B. *Nam cum sit, vt sinus totus ad sinum complementi anguli* A, *ita tangens complementi arcus* A C, *ad tangentem complementi arcus* A B:

SI fiat, vt sinus totus ad sinum complementi anguli dati, ita tangens complementi arcus dati ad aliud, producetur tangens complementi arcus recto angulo oppositi, qui quæritur. Reliqua inuenientur, vt in problemate 1. *propositionis antecedentis dictum est.*

ARCVM *autem* A B, *quæsitum esse quadrante minorem, maioremve, cognoscemus, vt in dicto problemate* 1. *superioris propos. ostendimus.*

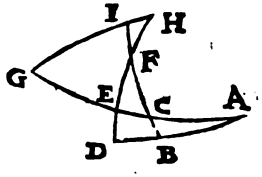
THEOR. 45. PROPOS. 47.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad si-

Digitized by Google

ad sinum complementi arcus recto angulo oppositi eandem proportionem habet, quam tangens vtriusvis angulorum non rectorum ad tangentem complementi reliqui anguli.

IN triangulo A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico, ita esse sinum totum ad sinum complementi arcus A C, vt est tangens anguli C, ad tangentem complementi anguli A. Facta constructione, vt in propos. 45. productoq; arcu C E, ad G, vt C G, sit quadrans, describatur ex polo C, ad interuallum quadrantis C G, arcus circuli maximi G H, secans arcus C F, E F, productos in I, H: eritq; C I, quadrans quoque; cum circulus G H, à polo C, absit quadrante. Arcus item G H, E H, quadrantes erunt, propter rectos angulos G, E. Est enim angulus E, rectus, vt propos. 45. ostensum est; at G, rectus est, propterea quòd circulus C G, ad circulum G H, rectus est. Rursus I G, arcus est anguli C; & C E, complementum arcus A C, recto angulo oppositi; & F E, complementum arcus D E, id est, anguli A. Quoniam igitur duo circuli maximi C G, C I, in sphæra se intersecant in C, ductiq; sunt ex arcus C I, punctis F, I, ad arcum C G, arcus perpendiculares F E, I G; erit, vt sinus totus quadrantis C G, ad tangentem arcus I G, hoc est, anguli C, ita sinus arcus C E, hoc est, complementi arcus A C, ad tangentem arcus F E, hoc est, complementi anguli A: Et permutando erit, vt sinus totus ad sinum complementi arcus A C, recto angulo oppositi, ita tangens anguli C, ad tangentem complementi anguli A. Simili modo, aliter constructa figura, demonstrabimus, ita esse sinum totum ad sinum complementi arcus A C, vt est tangens anguli A, ad tangentem complementi anguli C. In omni igitur triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod ostendendum erat.



Coroll. 16. 1. Theod. 25. huius.

15. Theod.

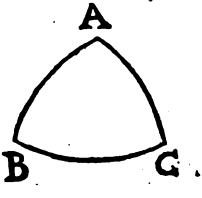
Theor. 6. scholij 40. huius.

SCHOLIVM.

EX *hoc theoremate sequens problema colligitur*.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inuenire alterum angulum non rectum, & duos arcus circa angulum rectum.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus sit arcus* A B, *cum angulo* B. *Dico dari quoque reliquum angulum* A, *& duos arcus* A C, C B. *Cum enim sit, vt sinus totus ad sinum complementi arcus* A B, *ita tangens anguli* B, *ad tangentem complementi anguli* A:



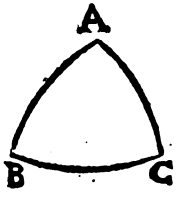
47. huius.

Praxis.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum complementi arcus recto angulo oppositi, & dati, ita tangens anguli dati ad alind, reperietur tangens comple-

menti

menti anguli quæsiti. Hinc ex arcu A B, & vtroque angulo B, A, vterque arcus A C, C B, inuenietur, vt in 2. problemate propos. 41. ostendimus.



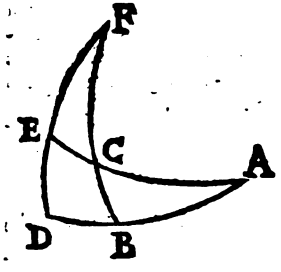
38. huius

AN vero angulus quæsitus A, acutus sit, obtusus ve, discemus ex arcu dato A B, & dato angulo B. Nam si A B, est quadrante minor, & angulus B, acutus quidem, erit & A, acutus; si autem B, est obtusus, erit & A, obtusus. At si A B, est maior quadrante, & B, quidem acutus, erit A, obtusus; si vero B, est obtusus, erit A, acutus.

THEOR. 46. PROPOS. 48.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: Sinus totus ad sinum vtriusvis arcuum circa angulum rectum eandem habet proportionem, quam tangens complementi alterius arcus circa angulum rectum ad tangentem complementi anguli oppositi.

IN triangulo sphærico A B C, cuius omnes arcus minores quadrante, sit rectus angulus B. Dico ita esse sinum totum ad sinum arcus A B, vt est tangens complementi arcus B C, ad tangentem complementi anguli A. Facta enim constructione, vt in propos. 45. erit angulus D, rectus, & C F, complementum arcus B C; & E F, complementum anguli A; & A D, quadrans, vt ibi ostensum est. Quoniam igitur duo circuli maximi A D, A E, in sphæra se mutuo secãt in A, ductiq; sunt ex punctis C, E, ad arcum A D, arcus perpendiculares C B, E D; erit, vt sinus totus quadrantis A D, ad tangentem arcus D E, ita sinus arcus A B, ad tangentem arcus B C: Et permutando, vt sinus totus ad sinum arcus A B, ita tangens arcus D E, ad tangentem arcus B C. Est autem, (cum C F, E F, sint complementa arcuum B C, D E,) vt tangens arcus D E, ad tangentem arcus B C, ita tangens arcus C F, ad tangentem arcus E F. Igitur erit quoque, vt sinus totus ad sinum arcus A B, ita tangens arcus C F, hoc est, complementi arcus B C, ad tangentem arcus E F, hoc est, complementi anguli A, arcui B C, oppositi. Non aliter ostendemus, si aliter figura construatur, ita esse sinum totum ad sinum arcus B C, vt est tangens complementi arcus A B, ad tangentem complementi anguli C. In omni triangulo ergo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat.



Theor. 6. scholij 40. huius.

31. Sinus.

SCHO-

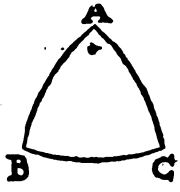
Digitized by Google

SCHOLIVM.

INFERTVR *ex theoremate hoc sequens problema: quod licet demonstratum quoque sit problemate 2. propos. 44. facilius tamen hic absolvitur, cum in aurea regula sinus totus primum obtineat locum.*

IN triangulo sphærico rectangulo, datis duobus arcubus circa angulum rectum, vtrumlibet angulorum non rectorum, vnà cum arcu reliquo, qui angulo recto opponitur, indagare.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, sint dati duo arcus* A C, C B. *Dico vtrumuis angulorum* A, B, *& arcum* A B, *quoque dari. Nam cum sit, vt sinus totus ad sinum arcus* A C, *ita tangens complementi arcus* C B, *ad tangentem complementi anguli* A. *Item vt sinus totus ad sinum arcus* C B, *ita tangens complementi arcus* A C, *ad tangentem complementi anguli* B:



48. huius.

SI *fiat, vt sinus totus ad sinum vtriusvis arcuum circa angulum rectum, ita tangens complementi alterius arcus circa rectum angulum ad aliud, reperietur tangens complementi anguli huic posteriori arcui oppositi. Ex datis quoque duobus arcubus circa angulum rectum cognoscetur & tertius arcus angulo recto oppositus, vt in problemate propos. 43. ostendimus. Vel certe ex dato vtrolibet arcu, & angulo, qui ei opponitur, inuento, vt in problemate 3. propos. 41. traditum est.* Praxis.

VTRVM *autem angulus quaesitus sit acutus, obtusus vé, docebit arcus ei oppositus. Hic enim si minor fuerit quadrante, erit angulus ei oppositus, acutus; si vero maior, obtusus.* 34. huius.

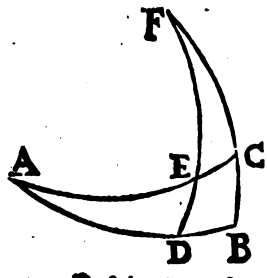
THEOR. 47. PROPOS. 49.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus sint minores quadrante: sinus totus ad tangentem vtriusvis arcuum circa angulum rectum eandem proportionem habet, quam tangens complementi anguli oppositi ad sinum alterius arcus circa rectum angulum.

IN sphærico triangulo A D E, cuius arcus omnes quadrante minores, sit angulus D, rectus. Dico ita esse sinum totum ad tangentem arcus D E, vt est tan-

Digitized by Google

tangens complementi anguli A, ad sinum arcus A D. Repetita enim constructione figuræ propos. 45. erunt A B, A C, quadrantes, & C F, complementum arcus B C, id est, anguli A, vt ibi ostensum est. Igitur quoniam quadrantes sunt A B, A C, & arcus E D, ad A B, perpendicularis; erit, vt sinus totus ad tangentem arcus E D, ita tangens complementi arcus C B, hoc est, anguli A, ad sinum arcus A D. Eodem modo ostendetur, ita esse sinum totum ad tangentem arcus A D, vt est tangens complementi anguli E, ad sinum arcus D E: si nimirum aliter figura construatur. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat demonstrandum.



Theor. 7. scholij 40. huius.

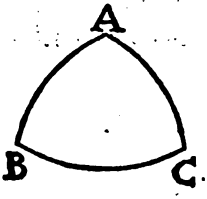
SCHOLIVM.

HINC *tale problema colligitur, quod per problema* 1. *propos.* 44. *alio modo absolui quoque potest.*

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo opposito, reliquum arcum circa rectum angulum, & arcum recto angulo oppositum, cum reliquo angulo non recto inquirere: si modo constet, num arcus quæsitus sit maior quadrante, minorve: Vel an reliquus angulus non rectus sit acutus, obtususve.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus sit arcus* A C, *cum angulo opposito* B. *Dico dari quoque arcum* B C, *&c. Cum enim sit, vt sinus totus ad tangentem arcus* A C, *ita tangens complementi anguli* B, *ad sinum arcus* B C:

49. huius. Praxis.



SI fiat, vt sinus totus ad tangentem dati arcus, ita tangens complemẽti anguli dati ad aliud, producetur sinus arcus quæsiti. Ex duobus porro arcubus circa rectum angulum cognitis in cognitionem reliqui arcus, & reliqui anguli non recti perueniemus, vt in problemate propos. 43. *demonstrauimus; vel certe ex alterutro arcuum circa angulum rectum, & dato angulo, vt in problemate* 2. *propos.* 42. *docuimus.*

OPORTET *autem hic constare, num arcus quæsitus* B C, *sit quadrante maior, minorve; vel an angulus* A, *reliquus sit acutus, obtususve: quemadmodũ in posteriore parte problematis* 1. *propos.* 44. *traditum est: Vbi etiam errorẽ Copernici deteximus.*

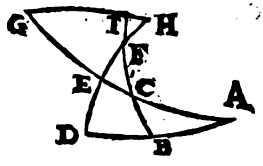
THEOR. 48. PROPOS. 50.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius

omnes

omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad tangentem complementi vtriusvis angulorum non rectorum habet proportionem eãdem, quam tangens complemẽti reliqui anguli ad sinum complementi arcus recto angulo oppositi.

IN triangulo A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad tangentem complementi anguli A, vt est tangens complementi anguli C, ad sinum complementi arcus A C. Repetita namq; figura propos. 47. cum C G, C I, quadrãtes sint se intersecãtes in C, & arcus I G, F E, ad C G, perpendiculares, vt ex constructione ibidem facta perspicuum est; erit, vt sinus totus ad tangentem arcus E F, qui complementũ est arcus D E, hoc est, anguli A, ita tangens complementi arcus I G, id est, anguli C, ad sinum arcus C E, hoc est, complementi arcus A C, recto angulo oppositi. Simili ratione ostendemus, si aliter figuræ constructio instituatur, ita esse sinum totum ad tangentem complementi anguli C, vt est tangens complementi anguli A, ad sinum complementi arcus A C. Quam ob rem in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat.



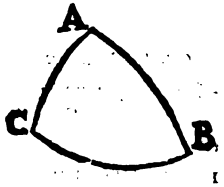
Theor. 7. scholij 40. huius.

SCHOLIVM.

INFEREMVS *ex hac propos. theorema sequens.*

IN triangulo sphærico rectangulo, datis duobus angulis non rectis, inquirere arcum angulo recto oppositum, & reliquos duos arcus circa angulum rectum.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, dati sint duo anguli non recti* A, B. *Dico dari quoque arcum* A B, *vnà cum arcubus* A C, B C. *Quoniam enim est, vt sinus totus ad tangentem complementi anguli* A, *ita tangens complementi anguli* B, *ad sinum complementi arcus* A B:



9o. huius.

Praxis.

SI fiat, vt sinus totus ad tangentem complementi vtriusvis angulorum datorum, ita tangens complementi alterius dati anguli ad aliud, procreabitur sinus complementi arcus recto angulo oppositi. Iam ex arcu, qui recto angulo opponitur, & vtrolibet angulorum non rectorum, inuenietur arcus ei oppositus, vt in 21. problemate propos. 41. monstrauimus.

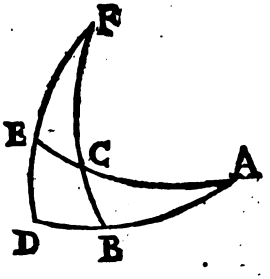
PORRO *an arcus quæsitus quadrante sit maior, aut minor, ita discemus. Si vterq; angulorum* A, B, *fuerit obtusus, vel acutus, erit arcus* A B, *quadrante minor* 37. huius. *si vero alter eorum acutus fuerit, et alter obtusus, erit idem arcus quadrante maior.*

Digitized by Google

THEOR. 49. PROPOS. 51.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius arcus omnes sint minores quadrante: sinus totus ad tangentem complementi arcus recto angulo oppositi proportionem habet eandem, quam tangens vtriusvis arcuum circa angulum rectum ad sinum complementi anguli non recti adiacentis.

IN triangulo sphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, rectus sit angulus B. Dico ita esse sinum totum ad tangentem complementi arcus A C, vt est tangens arcus A B, ad sinum complementi anguli A. Repetita namq; constructione figuræ propos. 45. erunt A D, A E, quadrantes, & anguli D, E, recti, necnon & B F, D F, quadrantes, vt ibi est ostensum. Quia igitur in sphæra arcus D B, per extremitates quadrantum B F, D F, sese in F, secantium ducitur, & C E, ad D F, perpendicularis est; erit vt sinus totus ad tangentē arcus C E, qui complementum est arcus A C, recto angulo oppositi, ita tangens complementi arcus D B, hoc est, tangens arcus A B, ad sinum arcus E F, qui complementum est arcus D E, seu anguli A. Non aliter demonstrabitur, ita esse sinum totum ad tangentem complementi arcus A C, vt est tangens arcus B C, ad sinum complementi anguli C, si aliter instituatur constructio figuræ. Quocirca in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat ostendendum.

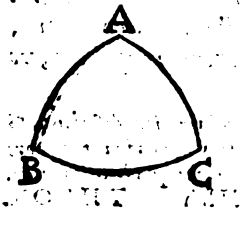


Theor. 7. scholij 4c. huius.

SCHOLIVM.

ORITVR *ex hoc theoremate problema huiusmodi, quod problemate 2. propos. 45. declaratum quoque fuit.*

IN triangulo sphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa eundem rectum angulum, reperire angulum non rectum huic arcui adiacentem, hoc est, à datis arcubus comprehensum, cum reliquo arcu & angulo non recto.



51. huius.

Praxis.

IN triangulo A B C, cuius angulus C, rectus, datus sit arcus A B, cum arcu A C. Dico dari quoque angulum A, cum arcu B C, & angulo B. Quoniam enim est, vt sinus totus ad tangentem complementi arcus A B, ita tangens arcus A C, ad sinum complementi anguli A;

SI fiat, vt sinus totus ad tangentem complementi arcus recto angulo oppositi, ita tangens dati arcus

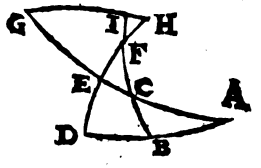
ti arcus circa rectum angulum ad aliud, inuenietur sinus complementi anguli adiacentis, qui quæritur. Hinc reliqua inuenientur, vt in problemate 1. propos. 45. traditum est.

NVM *vero quæsitus angulus acutus sit, nos ne, addiscemus, vt in problemate 2. propos. 45. docuimus.*

THEOR. 50. PROPOS. 52.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum vtriusvis angulorum non rectorum habet proportionem eandem, quam secans alterius anguli non recti ad secantem arcus huic angulo oppositi.

IN triangulo sphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinum anguli A, vt est secans anguli C, ad secantem arcus A B. Facta constructione, vt in propos. 47. erunt G H, H E, A E, A D, D F, quadrantes, & G I, arcus anguli C, & D E, arcus anguli A, vt partim in propos. 45. partim vero in 47. ostensum est. Item angulus I, rectus erit, propterea quòd arcus C I, transiens per C, polum arcus G H, rectus est ad G H. Itaque quoniam duo circuli maximi B I, D H, in sphæra se mutuo secant in F, & ex punctis D, H, arcus D H, ad arcum B I, ducti sunt arcus perpendiculares D B, H I; erit, vt sinus totus quadrantis D F, ad secantem arcus G I, qui complementum est arcus H I, ita sinus arcus F H, ad secantem arcus A B, qui complementum est arcus D B: Et permutando, vt sinus totus ad sinum arcus F H, vel arcus D E, (sunt enim arcus F H, D E, æquales, quod & toti quadrantes E H, D F, æquales sint) hoc est, anguli A, ita secans arcus G I, id est, anguli C, ad secantem arcus A B, anguli C, oppositi. Pari ratione, si aliter constructur figura, demonstrabimus, ita esse sinum totum ad sinum anguli C, vt est secans anguli A, ad secantem arcus B C. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat ostendendũ.



15. 1. Theod.

Theor. 8. scholij 40. huius.

SCHOLIVM.

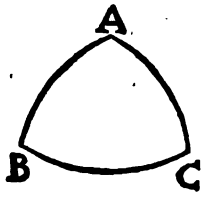
ELICITVR *hinc sequens problema, quod aliter etiam in probl. 1. scholij propos. 42. solutum fuit.*

IN triangulo sphærico rectangulo, datis duobus angulis non rectis, elicere arcum vtrilibet eorum oppositum, vnà cum arcu, qui recto angulo opponitur.

Digitized by Google

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, dati sint duo anguli* A, B. *Dico dari quoque vtrumuis arcuum* B C, A C, *vnà cum arcu* A B. *Nam cum sit, vt sinus totus ad sinum anguli* A, *ita secans anguli* B, *ad secantem arcus* A C: *Item, vt sinus totus ad sinum anguli* B, *ita secans anguli* A, *ad secantem arcus* B C;

5 2. huius.



Praxis.

Si fiat, vt sinus totus ad sinum anguli non recti quæsito lateri adiacentis, ita secans alterius anguli non recti ad aliud, reperietur secans arcus huic posteriori angulo oppositi, qui quæritur. Inuento autem vtroque arcu circa angulum rectum, reperietur ex ipsis tertius arcus recto angulo oppositus, vt in problemate propos. 43. ostendimus: Vel certe ex inuento alterutro arcu, & angulo dato, qui ei opponitur, vt in problemate 3. propos. 41. diximus.

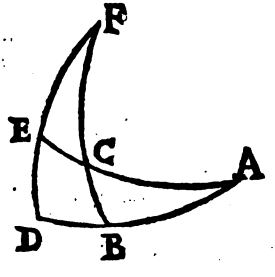
NVM *vero duo arcus quæsits circa angulum rectum minores quadrante sint, maiores ve, sciemus, vt in problemate 1. propos. 42. docuimus.*

THEOR. 51. PROPOS. 53.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante minores sint: sinus totus ad sinum complementi vtriusvis arcuum circa angulum rectum habet eandem proportionẽ, quam secans arcus recto angulo oppositi ad secantem reliqui arcus.

IN triangulo sphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinum complementi arcus B C, vt est secans arcus A C, ad secantem arcus A B. Facta namque constructione figuræ, vt in propos. 45. erit B F, quadrans; C E, B D, ad D F, perpendiculares, vt ibi est demonstratum. Quia ergo in sphæra duo circuli maximi B F, D F, se mutuo secant in F, ductiq; sunt ex punctis B, C, ad D F, perpendiculares arcus B D, C E; erit, vt sinus totus quadrantis B F, ad secantem complementi arcus C E, hoc est, ad secantem arcus A C, ita sinus arcus F C, qui complementum est arcus B C, ad secantem complementi arcus B D, hoc est, ad secantem arcus A B: Et permutando, vt sinus totus ad sinum complementi arcus B C, ita secans arcus A C, ad secantem arcus

Theor. 8. scholij 40. huius.



Digitized by Google

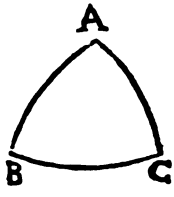
arcus AB. Simili modo ostendemus, ita esse sinum totum ad sinum complementi arcus AB, vt est secans arcus AC, ad secantem arcus BC, si nimirum figura paulo aliter construatur. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat demonstrandum.

SCHOLIVM.

SEQVENS *problema ex hoc theoremate colligitur.*

IN triangulo sphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inuestigare tertium arcum, cum duobus angulis non rectis.

IN triangulo A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus sit arcus* A B, *vnà cum arcu* A C. *Dico dari quoque arcum* B C, *cum angulis* A, B. *Cum enim sit, vt sinus totus ad sinum complementi arcus* A C, *ita secans arcus* A B, *ad secantem arcus* B C:



55. huius. Praxis.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum complementi dati arcus circa angulum rectum, ita secans arcus angulo recto oppositi ad aliud, producetur secans tertij arcus, qui inquiritur. Hinc ex duobus arcubus circa rectum angulum cognitis, vterlibet angulorum non rectorum cognoscetur, vt in 5. problemate scholij propos. 44. vel in problemate scholij propos. 48. docuimus.

VTRVM *vero quæsitus arcus* B C, *sit quadrante maior, minorve, discemus ex datis duobus arcubus, vt ad finem problematis scholij 1. propos. 43. traditum est.*

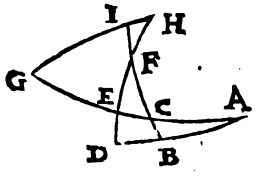
THEOR. 52. PROPOS. 54.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum vtriuslibet angulorum non rectorum proportionem habet eandem, quam secans complementi arcus illi angulo oppositi ad secantem complementi arcus recto angulo oppositi.

IN triangulo ABC, cuius arcus omnes sint minores quadrante, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinum anguli A, vt est secans complementi arcus BC, ad secantem complementi arcus AC. Repetita enim constructione figuræ propos. 47. erit angulus I, rectus, vt in propos. 52. monstratum est; necnon & angulus G. Item GH, EH, DF, BF, AE, quadrantes, vt ex demonstratis in propos. 45. & 47. constat. Quia igitur in sphæra duo

duo circuli maximi E H, G H, se mutuo secant in H, & ex punctis E, F, arcus E H, ad arcum G H, ducti sunt arcus perpendiculares E G, F I; erit, vt sinus totus quadrantis E H, ad secantē complementi arcus F I, hoc est, ad secantem arcus C F, qui complementum etiam est arcus B C, ita sinus arcus F H, hoc est, arcus D B, (est enim arcus F H, arcui D E, æqualis, ob quadrantes E H, D F, æquales) qui arcus est anguli A, ad secantem complementi arcus E G, id est, ad secantem arcus E C, qui complementum quoque est arcus A C: Et permutādo, vt sinus totus ad sinum arcus D E, hoc est, anguli A, ita secans complementi arcus B C, ad secantem complementi arcus A C. Non secus ostendemus, si aliter figura constituatur, ita esse sinum totum ad sinum anguli C, vt est secans complementi arcus A B, ad secantem complementi arcus A C. In omni igitur triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat demonstrandum.

Theor. 8. scholij 40. huius.



SCHOLIVM.

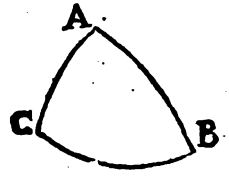
SEQVITVR *ex hoc theoremate sequens problema, quod aliter etiam absolvimus in problemate 3. proposit. 41.*

IN triangulo sphærico rectangulo, dato vtrolibet angulorum non rectorum, cum arcu opposito, inuestigare arcum recto angulo oppositum, vnà cum tertio arcu, & reliquo angulo non recto: dummodo constet, num arcus angulo recto oppositus sit maior quadrante, minorve: aut an alter angulus non rectus sit acutus, obtususve.

IN triangulo A B C, rectum habente angulum C, datus sit angulus B, cum arcu A C. Dico dari quoque arcum A B, vnà cum arcu B C, & angulo A. Cum namque sit, vt sinus totus ad sinum anguli B, dati, ita secans complementi arcus dati A C, ad secantem complementi arcus A B:

34. huius.

Praxis.



SI fiat, vt sinus totus ad sinum dati anguli, ita secans complementi dati arcus ad aliud, producetur secans complementi arcus recto angulo oppositi, qui inquiritur. Ex arcubus vero A B, A C, cognitis notus fiet tertius arcus B C, ex problemate proposit. 43. Item ex arcubus A B, B C, notis cognitus fiet angulus A, ex problemate 1. proposit. 41.

OPORTET *autem hic constare, num arcus quæsitus A B, sit quadrante maior, an minor: Vel an reliquus angulus non rectus A, sit acutus, obtususve, alioquin nescirumus, qualis arcus pro A B, assumendus sit, cum possit esse maior quadrante, vel minor, vt perspicuum est. Id quod ad problema 3. proposit. 41. monuimus: Vbi etiam Copernici, atque Ioan. Regiom. errorem aperuimus.*

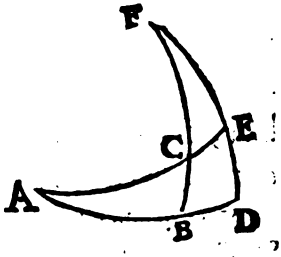
THEOR.

Digitized by Google

THEOR. 53. PROPOS. 55.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus minores quadrante sint: sinus totus ad sinum arcus recto angulo oppositi eandem proportionem habet, quam secans complementi vtriuslibet arcuum circa angulum rectum ad secatem complementi anguli huic arcui oppositi.

IN sphærico triangulo A B C, cuius omnes arcus sint minores quadrante, angulus B, rectus sit. Dico ita esse sinum totum ad sinum arcus A C, vt est secans complementi arcus B C, ad secantem complementi anguli A, arcui B C, oppositi. Repetita enim constructione figuræ propos. 45. erit A E, quadrans; D E, arcus anguli A, & E F, eius complementum; atque C F, complementum arcus B C, vt ibi demonstratum est, Quia ergo in sphæra duo maximi circuli A E, A D, se intersecant in A, & ex punctis C, E, arcus A E, ad arcum A D, ducti sunt perpendiculares arcus C B, E D; erit vt sinus totus quadrantis A E, ad secantem complementi arcus C B, hoc est, ad secantem arcus C F, ita sinus arcus A C, ad secantem complementi arcus D E, siue anguli A, id est, ad secantem arcus E F: Et permutando, vt sinus totus ad sinum arcus A C, ita secans complementi arcus B C, ad secantem complementi anguli A. Pari ratione, si aliter figura extruatur; erit, vt sinus totus ad sinum arcus A C, ita secans complementi arcus A B, ad secantem complementi anguli C. Quare in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat ostendendum.



Theor. 8. scholij. 40. huius.

SCHOLIVM.

EX *his sequens problema dissoluemus, quod alio quoque modo in problemate* 16 *propos.* 41. *absolutum fuit.*

IN triangulo sphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inuenire angulum huic arcui oppositum, cum reliquo arcu, & angulo.

IN triangulo A B C, *cuius rectus angulus* C, *datus sit tam arcus* A B, *quam* A C, *Dico dari quoque angulum* B, *vnà cum arcu* B C, *& angulo* A. *Quia enim est, vt sinus totus ad sinum arcus* A B, *ita secans complementi arcus* A C, *ad secantem complementi anguli* B: 55. huius.

Digitized by Google

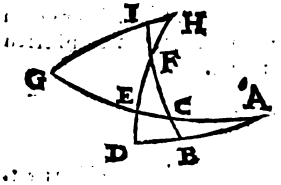
Praxis. *SI fiat, vt sinus totus ad sinum arcus angulo recto oppositi, ita secans complementi arcus circa rectum angulum dati ad aliud, producetur secans complementi anguli quæsiti, qui dicto arcui opponitur. Iam ex datis duobus arcubus tertium inueniemus, vt in problemate propos. 43. vel in problemate propos. 53. tradidimus. Item ex arcu, qui recto angulo opponitur, & hoc arcu inuento, reperiemus reliquum angulum huic inuento arcui oppositum, vt dictum est in hoc problemate, vel certe, vt in problemate 1. propos. 41. ostendimus.*

AN *vero quæsitus angulus* B, *acutus sit, an obtusus, docebit arcus* A C, *circa angulum rectum datus, vt in problemate* 1. *propos.* 41. *præcepimus.*

THEOR. 54. PROPOS. 56.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius arcus sint omnes quadrante minores: sinus totus ad sinum complementi vtriuslibet arcuum circa rectum angulum eandem proportionem habet, quam secans anguli huic arcui oppositi ad secantem complementi reliqui anguli non recti.

IN triangulo sphærico A B C, angulum B, rectum habente, sint omnes arcus quadrante minores. Dico ita esse sinum totum ad sinũ complementi arcus B C, vt est secans anguli non recti A, ad secantem complementi anguli C. Repetita enim constructione figuræ propos. 47. erunt anguli G, E, recti, & arcus B F, D F, C I, E H, G H, quadrantes, & D E, arcus anguli A, & G I, arcus anguli C, vt ex demõstratis in propos. 45. & 47. liquet. Igitur quia duo maximi in sphæra circuli C G, C I, se in C, intersecant, ductiq; sunt ex punctis F, I, arcus C I, ad arcum C G, arcus perpendiculares F E, I G; erit, vt sinus totus quadrantis C I, ad secantem complementi arcus F E, hoc est, ad secantem arcus D E, anguli A, ita sinus arcus C F, qui complementum est arcus B C, ad secantem complementi arcus G I, anguli C: Et permutando, vt sinus totus ad sinum complementi arcus B C, ita secans anguli A, ad secantem complementi anguli C. Non secus ostendemus, si aliter construatur figura, ita esse sinum totum ad sinum complementi arcus A B, vt est secans anguli C, ad secantem complementi anguli A. Quapropter in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat.



Theor. 8. scholij 40. huius.

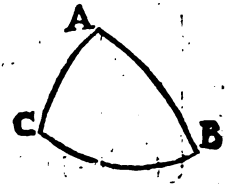
SCHOLIVM.

INFERTVR *hinc problema huiusmodi.*

IN

IN triangulo sphærico rectangulo, dato vtrouis arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto opposito, inquirere reliquum angulum non rectum, & iusuper reliquos duos arcus: modo constet, an quæsitus angulus sit acutus, obtususve: Vel certe, an alter arcus circa angulum rectum sit minor quadrante, an maior.

IN *triangulo* A B C, *angulum* C, *rectum habente, datus sit arcus* A C, *cum angulo* B. *Dico dari quoque angulum* A, *cum arcubus* B C, A B. *Cum enim sit, vt sinus totus ad sinum complementi arcus* A C, *dati, ita secans anguli dati* B, *ad secantem complementi anguli* A:



56. huius.

Praxis.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum complementi arcus dati, ita secans dati anguli ad aliud, reperietur secans complementi anguli alterius non recti. Hinc ex duobus angulis non rectis notis inuestigabitur arcus recto oppositus angulo, vt in problemate propos. 50. monstrauimus, ac proinde & reliquus arcus, ex arcu, qui recto angulo opponitur, & ex noto angulo, qui reliquo arcui opponitur, vt in problemate 2. propos. 41. diximus.

OPORTET *autem constare, an reliquus angulus non rectus, qui quæritur, sit acutus, obtususve: vel, an reliquus arcus circa angulum rectum sit minor, aut maior quadrante, vt ad calcem problematis 2. propos. 42. monuimus, vbi errorem etiam Nicolai Copernici deteximus.*

QVONIAM *vero absolutus iam est triangulorum sphæricorum rectangulorum calculus, libet hoc loco omnia problemata hactenus explicata in tabulam quandam referre, vt facilius quilibet id, quod maxime scire desiderat, possit inuenire. Itaque cum in omni triangulo sphærico rectangulo id, quod primo loco quæritur, sit vel arcus recto angulo oppositus, vel vterlibet arcuum circa rectum angulum, vel denique alteruter angulorum non rectorum, (quamuis eo, quod potissimum quæritur, inuento, cætera quoque reperiantur, vt ad praxes singulorum problematum monuimus) trimembrem tabulam, pro numero quæsitorum, confecimus, appositisque problematis propositionum, in quibus inuentiones quæsitorum demonstratæ sunt.*

Sequuntur problemata superiorum propositionum in trimembrem tabellam digesta.

Inuentio arcus recto angulo oppositi.

Quando datur

1.	Arcus circa angulum rectum: Et angulus non rectus ei oppositus.	Probl. 3. propos. 41. (& Probl. propos. 54.
2.	Vterque arcus circa angulum rectum.	Probl. propos. 43.
3.	Arcus circa angulum rectum: Et angulus non rectus ei adiacens.	Probl. 1. propos. 45. (& Probl. propos. 46.
4.	Vterque angulus non rectus.	Probl. propos. 50.

Inuentio arcus vtriuslibet circa angulum rectum.

Quando datur

1.	Arcus recto angulo oppositus: Et angulus non rectus quæsito arcui oppositus.	Probl. 2. propos. 41.
2.	Vterq; angulus non rectus.	Probl. 1. propos. 42. (& Probl. propos. 52.
3.	Arcus recto angulo oppositus: Et alter arcus circa rectum angulum.	Probl. propos. 43. & 53.
4.	Arcus alter circa angulum rectum: Et vteruis angulorum non rectorum.	Probl. 1. propos. 44.
5.	Arcus recto angulo oppositus: Et angulus non rectus quæsito arcui adiacens.	Probl. 3. propos. 45.
6.	Arcus alter circa angulum rectum: Et alter angulus non rectus ei oppositus.	Probl. propos. 49. (& Probl. 1. propos. 44.

Digitized by Google

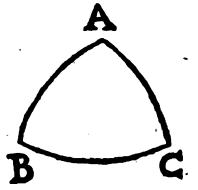
Inuentio anguli non recti vtriusvis.

Quando datur

1. Arcus recto angulo oppositus: Et arcus circa angulum rectum quæsito angulo oppositus. — Probl 1. propos. 41. & (Probl. propos. 55.
2. Arcus circa angulum rectum: Et alter angulus non rectus. — Probl. 2. propos. 42.
3. Vterq; arcus circa rectum angulum. — Probl. 2. propos. 44. (& Probl. propos. 48.
4. Arcus recto angulo oppositus: Et arcus circa rectum angulum quæsito angulo adiacens. — Probl. 2. propos. 45. (& Probl. propos. 51.
5. Arcus recto angulo oppositus: Et alter angulus non rectus. — Probl. propos. 47.
6. Arcus circa angulum rectum quæsito angulo adiacens: Et alter angulus non rectus huic arcui oppositus. — Probl. propos. 56. & (Probl. 2. propos. 42.

Quid agendū in triangulo rectangulo, i quo quadrātes sunt.

SED *quia hactenus de eo solum triangulo rectangulo egimus, cuius nullus arcuum quadrans est, doceamus breviter, (rem quidem cuilibet perfacilem ex demonstratis) quo pacto nos gerere debeamus in eo, quod duos saltem arcus habet quadrantes, & duos angulos rectos. Nullum enim triangulum esse potest rectangulum, cuius vnus duntaxat arcus sit quadrans, sed vel nullus erit quadrans, vel omnes tres quadrantes erunt, vel duo, &c. Sit ergo triangulum sphæricum* A B C, *in quo angulus* B, *ponatur rectus, & arcus* A B, *circa angulum rectum quadrans. Hoc posito, erit & arcus* A C, *recto angulo oppositus, quadrans. Quare cum duo arcus* A B, A C, *quadrantes sint, erunt duo anguli* B, C, *rectis ac propterea* A, *polus erit arcus* B C; *&* B C, *arcus anguli* A, *ex definitione 6. Igitur si datus sit tertius angulus* A, *datus etiam erit tertius arcus* B C: *Et contra, si datus sit tertius arcus* B C, *datus quoque erit tertius angulus* A. *Eodem modo, si alter arcus* B C, *circa angulum rectum quadrans ponatur, ostendemus & arcum* A C, *recto angulo oppositum quadrantem esse, & angulum* A, *rectum. Si ergo detur tertius angulus* C, *dabitur quoque tertius arcus* A B, *& contra, vt prius. Quòd si quantitas tertij anguli, aut arcus data non fuerit, nihil certi colligi poterit, licet duo alij anguli recti sint,*



35. huius.
25. huius.
Coroll. 26. huius.

Coroll. 3. huius.

duoque arcus illis oppositi, quadrantes, vt manifestum est.

36. huius. PONATVR *iam arcus* A C, *recto angulo* B, *oppositus quadrans. Quo posito, erit & alter saltem arcuum* A B, B C, *circa angulum rectum quadrans. Quamobrem reliqua consequentur, vt proxime demonstratum est.*

26. vel 35. huius. Coroll. 25. huius. QVOD *si quando duo arcus* A B, B C, *circa angulum rectum quadrantes ponantur, erit quoque tertius arcus* A C, *recto angulo oppositus, quadrans. Quocirca cum omnes arcus quadrantes sint, erunt omnes anguli recti.*

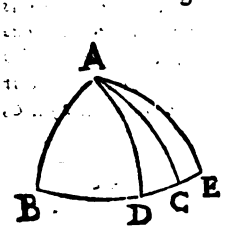
EX *his facile quinis intelliget, quid agere debeat, quando aliquis arcus in triangulo rectangulo quadrans ponitur: præsertim si proposs.* 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. *attente considerentur.*

SEQVITVR *iam, vt calculum triangulorum non rectangulorum tandem exponamus; Verùm prius aliquot theoremata ad hanc rem pertutilia demonstranda sunt.*

THEOR. 55. PROPOS. 57.

SI in triangulo sphærico supra vnum arcum duo anguli acuti, aut obtusi consistant; Perpendicularis arcus à tertio angulo in eum arcum demissus intra triangulum cadit. Si vero duorum angulorum supra vnum arcum consistentium vnus sit acutus, & obtusus alter; Perpendicularis arcus à tertio angulo in eum arcum demissus extra triangulum cadit.

IN triangulo sphærico A B C, sint duo anguli B, C, supra arcum B C, acuti, vel obtusi. Dico arcum perpendicularem ex A, ad arcum B C, demissum cadere intra triangulum, cuiusmodi est arcus A D. Si enim dicatur cadere extra, cadat, si fieri potest, arcus A E, ad B C, arcum productum perpendicularis extra triangulum, & ponantur primum duo anguli B, C, acuti, ac proinde angulus A C E, obtusus. Quoniam igitur in triangulo A C E, angulum E, habente rectum, angulus A C E, obtusus est, erit arcus A E, quadrante maior. Rursus quia in triangulo A B E, habente angulum rectum E, angulus B, acutus est, erit arcus A E, quadrante minor: Sed & quadrante maior ostensus est; quod est absurdum.



34. huius. 34. huius.

PONANTVR deinde anguli B, C, obtusi, atque adeo angulus A C E, acutus. Quia ergo in triangulo A C E, habente rectum angulum E, angulus A C E, acutus est, erit arcus A E, minor quadrante. Rursus quoniam in triangulo A B E, rectum habente E, angulum, angulus B, obtusus est, erit arcus A E, quadrante maior: Sed & quadrante minor ostensus est; quod est absurdum. Non cadit ergo arcus perpendicularis extra triangulum: sed neque cum altero

34. huius. 34. huius.

Digitized by Google

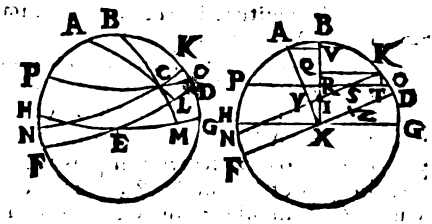
altero arcuum A B, A C, coincidet, quòd neuter angulorum B, C, ponatur rectus. Cadit ergo intra triangulum.

IAM vero ponatur in eodem triangulo A B C, angulus B, acutus, & C, obtusus. Dico perpendicularem arcum ex A, ad arcum B C, demissum extra triangulum cadere, cuiusmodi est arcus A E. Nam si intra dicatur cadere, cadat, si fieri potest, arcus A D, ad B C, perpendicularis intra triangulum. Itaque quia in triangulo A C D, angulum rectum habente D, angulus C, obtusus est, erit arcus A D, maior quadrante. Rursus cum in triangulo A B D, rectum habente angulum D, angulus B, acutus est, erit arcus A D, quadrante minor: Sed & quadrante ostensus est maior; quod est absurdum. Arcus ergo perpendicularis non cadit intra triangulum; sed neque cum altero arcuum A B, A C, coincidit, cum neuter angulorum B, C, rectus ponatur. Cadit ergo extra triangulum. Quapropter, si in triangulo sphærico supra vnum arcum duo anguli acuti, &c. Quod erat demonstrandum. 34. huius. 34. huius.

THEOR. 56. PROPOS. 58.

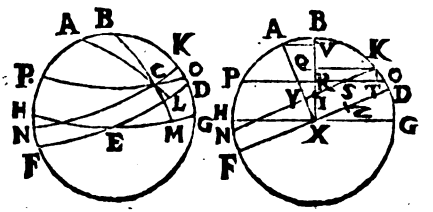
IN omni triangulo sphærico, cuius duo arcus sint inæquales; quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinubus rectis duorum arcuum inæqualium contentum, eandem proportionem habet, quam sinus versus anguli à dictis arcubus comprehensi ad differentiam duorum sinuum versorum, quorum vnus differentiæ eorundem arcuum debetur, alter vero tertio arcui, qui prædicto angulo oppositus est, respondet.

IN triangulo sphærico A B C, sint duo arcus A B, A C, inæquales, ille minor, & hic maior. Dico ita esse quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinubus rectis arcuum A B, A C, contentum, vt est sinus versus anguli A, ad differentiam inter sinum versum arcus, quo arcus A B, A C, inter se differunt, & sinum versum arcus B C. Cuius rei demonstrationem, vt clarior fiat, & generalior, in quindecim casus diuidemus.



1. SINT omnes tres arcus quadrante minores. Compleatur minoris arcus A B, circulus A B D G H, productisq; arcubus A C, B C, fiant quadrantes A I, B M; & polis A, B, interuallis autem quadrantum A I, B M, circuli maximi describantur D L E F, G M E H: Et eisdem polis, interuallis 1. casus.

uallis autem A C, B C, circuli non maximi delineentur K C N, O C P, qui il-
2.2.Theod. lis maximis paralleli erunt: & tam hi, quam illi ad circulum A B D G H, re-
15.1.Theo. cti erunt, cum ille per horũ polos trãsiens ad ipsos sit rectus. Post hæc, vt confu-
sio vitetur, in circulo A B D G H, seorsum descripto sint communes sectiones ipsius, & circulorum ex polis A, B, descriptorum, nempe D F, G H, communes sectiones ipsius, & maximorum circulorum D L E F, G M E H, quæ ipsorum diametri erunt sese in centro sphæræ X, intersecantes: At K N, O P, communes sectiones eiusdem, & circulorum K C N, O C P, se intersecantes
16.vndec. in S; quæ ipsis D F, G H, parallelæ erunt; & diametri circulorum K C N,
O C P; quod maximus circulus A B D G H, per eorum polos transiens eos
15.1Theod. bifariam secet, nimirum per eorum diametros. Ducantur quoque semidiametri A X, secans K N, in Y; & B X, secans K N, O P, in I, R. Eruntque semi-
Schol. 10. 2. Theod. diametri A X, B X, perpendiculares ad circulos per D F, K N, G H, O P, ductos; cum ab eorum polis A, B, ducantur per X, sphæræ centrum: ac proinde anguli ad Y, & R, recti erunt, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Ducantur denique ad B X, O P, perpendiculares A V, K Q, K T. Erit igitur, per ea, quæ in tractatione sinuum scripsimus, A V, sinus rectus arcus A B; & K Y, sinus rectus arcus A K, hoc est, arcus A C, cum arcus A K, A C, ex defin. poli, æquales sint, vt in primo circulo apparet. B R, erit sinus versus arcus B O, id est, arcus B C, cum arcus B O, B C, æquales sint, ex defin. poli. B Q, sinus versus erit arcus B K, qui differentia est arcuum inæqualium A B, A C, propterea quod, ex defin. poli, arcus A K, arcum A B, arcu B Q, superans, æqualis est arcui A C: ac proinde Q R, vel K T, differentia erit inter B R, sinum versum tertij arcus B C, & B Q, sinum versum differentiæ arcuum inæqualium A B, A C, hoc est, sinum versum arcus B K. Postremo erit K S, sinus versus arcus K C, in circulo non maximo K C N, cum recta ex C, in communes sectiones circulorum K C N, O C P, cum circulo A B D G H, hoc est, in punctum S, cadens, (quæ quidem ad circulũ A B D G H, recta est, vtpote com-
19.vndec. munis sectio circulorum K C N, O C P, ad eundem circulum A B D G H, re-
ctorum) sinus rectus sit eiusdem arcus K C. Sumatur quoque D Z, sinus ver-
sus arcus D L, hoc est, anguli A, qui quidem arcus arcui K C, similis est. De-
30.2.Theo. monstrandum igitur est, ita esse quadratum sinus totius, hoc est, rectangulum sub D X, X A, contentum, ad rectangulum sub sinubus rectis A V, K Y, arcuum A B, A C, contentum, vt est sinus versus D Z, anguli A, ad K T, differentiam inter B R, sinum versum arcus B C, & B Q, sinum versum arcus B K, differentiæ arcuum inæqualium A B, A C. quod ita fiet.



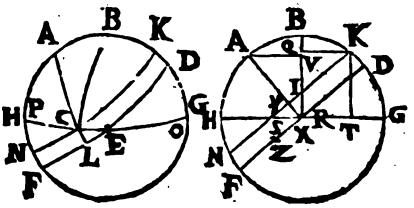
QVONIAM angulus X I Y, angulo R I S, æqualis est, & angulus rectus Y, angulo recto R; erit reliquus angulus I X Y, trianguli I X Y, reliquo
15. primi. 32. primi. angulo I S R, trianguli I S R, æqualis, hoc est, angulo ad verticem K S T. Cum ergo & angulus rectus V, recto angulo T, æqualis sit, erit & reliquus angulus X A V, trianguli X A V, reliquo angulo S K T, trianguli S K T,
4. sexti. æqualis. Quam ob rem erit, vt X A, ad A V, ita S K, ad K T. Rursus quia D Z,

K S,

Digitized by Google

K S, ſinus verſi ſunt arcuum ſimilium D L, K C; erit, vt D X, ad K Y, ſinus totus ad ſinum totum, ita D Z, ad K S, per lemma propoſ. 1. noſtræ Gnomonices. Quia vero proportio rectanguli ſub D X, X A, ad rectangulum ſub K Y, A V, componitur ex proportione D X, ad K Y, hoc eſt, D Z, ad K S, & ex proportione X A, ad A V: Et proportio D Z, ad K T, componitur ex eiſdē proportionibus, nempe (poſita media recta K S) ex proportione D Z, ad K S, & ex proportione K S, ad K T, hoc eſt, ex proportione X A, ad A V; erit, vt rectangulum ſub D X, X A, id eſt, quadratum ſinus totius, ad rectangulum ſub K Y, A V, ſinubus rectis arcuum inæqualium A C, A B, ita D Z, ſinus verſus anguli A, ad K T, differentiam inter B R, ſinum verſum arcus B C, anguli A, oppoſiti, & B Q, ſinum verſum differentiæ arcuum inæqualium A C, A B. Quod eſt propoſitum. 23. ſexti.

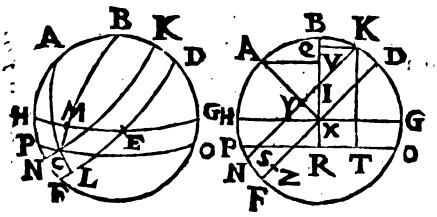
2. SINT duo arcus inæquales A B, A C, quadrante quidem minores, at B C, quadrans. Compleatur minoris arcus A B, circulus A B D G H, & producto arcu A C, vt fiat quadrans A L, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B C, circuli maximi D E L F, G E C H: Item ex polo A, ad interuallum A C, circulus non maximus K C N, qui ipſi D E L F, parallelus erit, ſecabitque circulus A B D G H, circulos D E L F, G E C H, K C N, ad angulos rectos, & bifariam: ac proinde horum cum illo communes ſectiones D F, G H, K N, diametri eorum erunt, & D F, G H, ſe in X, centro ſphæræ interſecabunt, parallelæque erunt D F, K N. Reliqua fiant, vt in præcedenti caſu, niſi quòd hic punctum R, idem eſt, quod X, propterea quòd circulus O C P, à circulo G E H, atq; adeo recta O R P, à recta G H, non differt. Erit, vt prius, A V, ſinus rectus arcus A B; & K Y, ſinus rectus arcus A K, hoc eſt, arcus A C, ipſi A K, ex defin. poli, æqualis. Item B R, ſinus verſus erit arcus B G, id eſt, arcus B C, ipſi B G, æqualis. At B Q, ſinus erit verſus arcus B K, differentiæ arcuum A B, A C; ideoq; Q R, vel K T, differentia erit inter ſinus verſos B R, B Q, arcuum B C, B K. Deniq; K S, erit ſinus verſus arcus K C. Sumpto ergo D Z, ſinu verſo arcus D L, hoc eſt, anguli A, demonſtrandum eſt, ita eſſe quadratum ſinus totius, id eſt, rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt ſinus verſus D Z, anguli A, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K. quod quidem demonſtrabitur, vt in præcedenti caſu, niſi quod triangulum X A V, oſtendetur hic æquiangulum eſſe triangulo S K T, ex eo quòd angulus I X Y, angulo Y S X, æqualis eſt, propterea quòd triangula I X Y, Y S X, ſimilia ſunt inter ſe. Hinc enim fit, rectangula triangula X A V, S K T, inter ſe omnino æquiangula eſſe. 2. caſus. 2. 3. Theo. 25. 1. Theod. 16. vndec. 8. ſexti.



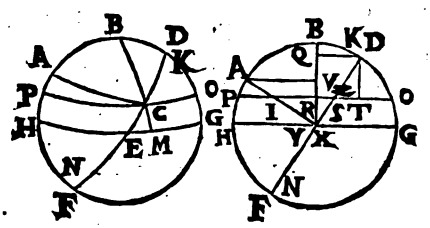
3. SINT rurſus A B, A C, quadrante minores, at B C, maior. Compleatur minoris arcus A B, circulus, & ex B C, abſcindatur quadrans B M, producaturq; A C, vt fiat quadrans A L. Reliqua conſtruantur, vt in prmo caſu. Erunt hic ſinus, vt ibi. Demonſtrandum ergo eſt, ita eſſe quadratū ſinus totius, 3. caſus.

totius, nempe rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est sinus versus D Z, anguli A, ad K T, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K. quod quidem ostendetur, vt in primo casu, nisi quòd triangulũ X A V, ostendemus hic triangulo S k T, æquiangulum esse, ex eo, quòd angulus X I Y, angulo S K T, externus interno, æqualis est. Hinc enim efficitur, in triangulis rectangulis X I Y, S k T, reliquos angulos I X Y, k S T, æquales esse; atq; idcirco rectangula triangula X A V, S k T, esse æquiangula.

29. primi.

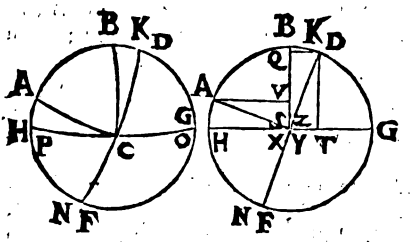


4. casus. 4. SIT arcus A C, quadrans, atque adeo A B, quadrante minor; statuatur quoque B C, minor quadrante. Completo circulo A B D G H, minoris arcus A B; productoq; arcu B C, vt fiat quadrans B M, describantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A C, B M, circuli maximi D C E F, G M E H: Item ex polo B, ad interuallum arcus B C, circulus non maximus O C P. Reliqua construantur, vt in primo casu, nisi quòd hic duo circuli paralleli D E F, k C N, inter se non differunt, propter quadrantem A C. Ex quo fit, rectas D F, k N, inter se quoq; non differre. quod etiam de sinubus versis k S, D Z, dicendum est. Alij sinus sunt, vt prius. Iam verò, ita esse quadratum sinus totius, siue rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, k Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus anguli A, siue arcus K C, ad K T, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K, ostendemus, vt in primo casu; excepto, quod hic triangulum X A V, triangulo S k T, æquiangulum esse demonstrabimus, ex eo, quòd angulus A X V, angulo Y S R, æqualis est, (propterea quod triangula I X R, R S Y, similia sunt) atque adeo angulo K S T. Hinc enim fit, rectangula triangula X A V, S k T, esse æquiangula.



8. sexti.

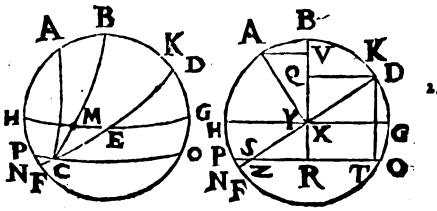
5. casus. 5. SIT rursus A C, quadrans, propterea; A B, quadrante minor, sed B C, ponatur quoque quadrans. Completo circulo A B D G H, minoris arcus A B, describantur ex polis A, B, ad interualla quadrantũ A C, B C, circuli maximi D C F, G C H, & reliqua fiant, vt prius, nisi quod hic circuli k N, O P, non maximi à maximis D F, G H, non differunt, &c. Demonstrandum igitur est, ita esse quadratum sinus totius, hoc est, rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, k Y, sinubus



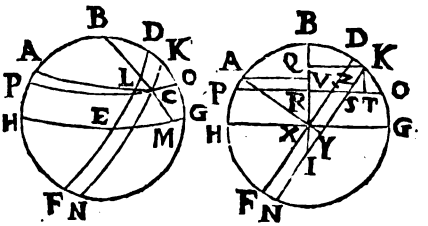
Digitized by Google

nubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus anguli A, seu arcus k C, ad k T, differentiam sinuum versorum B Y, B Q, quorum ille arcui BC, hic autem arcui B k, debetur. quod quidem ostendemus, vt in primo casu. Solum triangulum X A V, ita demonstrabitur triangulo S k T, æquiangulum. Quoniam anguli D S A, B S H, recti sunt, cum A S, B S, axes sint circulorum D F, G H; erunt, dempto communi A S B, reliqui D S B, A S H, æquales: sed ille angulo alterno S k T, & hic alterno angulo X A V, æqualis est. 29. primi. Igitur & anguli S k T, X A V, æquales erunt: ac proinde triangula rectangula X A V, S k T, æquiangula erunt.

6. SIT adhuc A C, quadrans, ideoq; A B, minor quadrante, sed B C, quadrante statuatur maior. Completo circulo A B D G H, arcus minoris A B; & ex B C, abscisso quadrante B M, describantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A C, B M, maximi circuli D E F, G E H: Item ex polo B, ad interuallum B C, circulus non maximus O C P, qui ipsi G E H, parallelus erit. Reliqua fiant, vt prius, nisi quòd hic inter se non differūt circuli D F, k N, &c. Iam demonstrabimus, vt in primo casu, ita esse quadratum sinus totius, id est, rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, k Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus anguli A, seu arcus D C, ad k T, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B k. Verum triangulum X A V, triangulo S k T, æquiangulum esse, ita monstrabimus. Cum anguli recti sint A X k, B X G, reliqui æquales erunt A X V, k XG: sed hic æqualis est opposito, & interno T S k. Igitur & angulus A X B, angulo T S k, æqualis erit: atque adeo rectangula triangula X A V, S K T, æquiangula erunt. 2. 2. Theod. 29. primi.

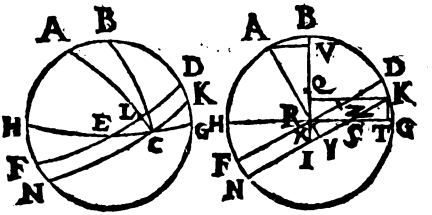


7. SIT arcus A C, quadrante maior, & A B, B C, quadrante minores. Completo circulo A B D G H, & abscisso quadrante A L, ex A C, producto-que arcu B C, vt fiat quadrans B M, fiant reliqua omnia, vt in primo casu. Demonstrabimus enim, vt ibi, ita esse quadratum sinus totius, siue rectangulū sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, k Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus anguli A, siue arcus D L, ad k T, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K: sed triangulum A X V, ita probabitur æquiangulum esse triangulo S K T. Angulus K S T, angulo I S R, æqualis est. Igitur in triangulis rectangulis S k T, I S R, reliqui anguli S k T, S I R, æquales erunt; ac proinde & in rectangulis triangulis S K T, X I Y, reliqui anguli K S T, I X Y, æquales erunt. Cum ergo angulus I X Y, angulo A X V, æqualis sit, erit quoq; k S T, eidem A X V, æqua- 7. casus. 15. primi. 15. primi.

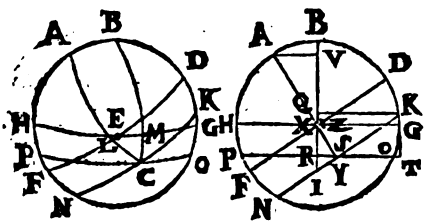


æqualis; propterea q; in triangulis rectangulis S k T, X A V, reliqui anguli S K T, X A V, æquales erunt.

8. casus. 8. SIT adhuc A C, quadrante maior, & A B, minor quadrante, sed B C, quadrans. Completo circulo A B D G H, & abscisso quadrante A L, ex A C, describantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B C, maximi circuli D E F, G E H: Item ex polo A, ad interuallum A C, circulus nõ maximus K C N, & alia fiãt, vt in primo casu. Demonstrabitur, vt ibi, ita esse quadratum sinus totius, nimirum rectãgulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus arcus D L, siue anguli A, ad K T, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K: si tamen triangula X A V, S K T, ostendamus æquiangula esse, vt in septimo casu.



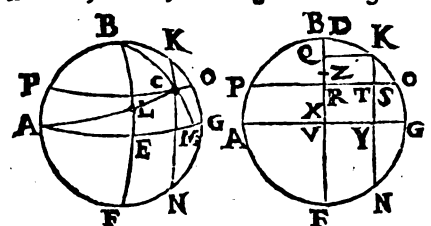
9. casus. 9. SIT rursus A C, maior quadrante, & A B, quadrante minor, sed B C, maior etiam quadrante. Completo circulo A B D G H, & abscisis quadrantibus A L, B M, ex A C, B C, reliqua constituantur, vt in primo casu. Nam, vt ibi, ita hic demonstrabitur, ita esse quadratum sinus totius, rectangulum videlicet sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus arcus D L, siue anguli A, ad K T, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K. Sed triangula X A V, S K T, esse æquiangula, ita confirmabitur.



15. primi. Angulus K S T, angulo I S R, æqualis est. Igitur in rectangulis triangulis S K T, S I R, & reliqui anguli S K T, S I R, æquales erunt; ac proinde in triangulis rectangulis S K T, I X Y, reliqui quoque anguli K S T, I X Y, hoc est, A X V,

15. primi. (cum hic ipsi I X Y, sit æqualis) inter se æquales erunt. Quare & reliqui anguli S K T, X A V, in triangulis rectangulis S K T, X A V, erunt æquales.

10. casus. 10. SIT arcus A C, maior quadrante, & A B, quadrans, at B C, quadrante minor. Completo circulo A B G F, abscissoque quadrante A L, ex A C, & producto B C, vt fiat quadrans B M, describãtur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B M, circuli maximi B L E F, A E M G,

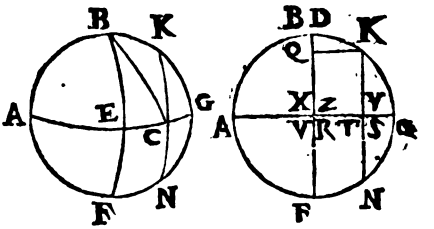


Coroll. 16. 1. Theod. incedet q; ille per punctum B, & hic per punctum A, ob quadrantem A B; propterea quòd maximus circulus à polo abest quadrante maximi circuli. Item ex eisdem

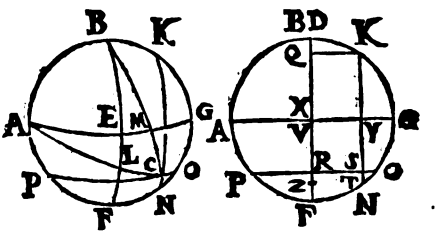
Digitized by Google

ex eisdem polis A, B, ad interualla A C, B C, delineentur circuli non maximi K C N, O C P, qui prioribus erunt paralleli. Descriptis deinde in alio circulo communibus sectionibus horum circulorum cum circulo A B G F, quæ inter se parallelę erunt, seseq; ad angulos rectos secabunt; (Nam A X, ex A, polo circuli B F, in sphæræ centrum X, cadens ad ipsum circulum recta est; ac propterea, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. anguli ad X, recti erunt. Ex quo fit, etiam angulos ad R, S, Y, rectos esse, ob parallelas lineas B F, K N, & A G, O P.) erit A V, sinus rectus quadrantis A B; K Y, sinus rectus arcus A C, siue arcus A K, illi, ex defin. poli, æqualis; B R, sinus versus arcus B C, seu arcus B O, illi, ex poli defin. æqualis; B Q, (ducta K Q, ad B F, perpendiculari) sinus versus arcus B K, quo arcus A B, A C, inter se differunt; Denique K S, sinus versus arcus K C. Itaque si sumatur D Z, sinus versus anguli A, siue arcus B L, qui arcui K C, similis est, demonstrabimus, vt in primo casu, ita esse quadratum sinus totius, nempe rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus anguli A, siue arcus B L, ad K T, siue ad Q R, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K, nisi quòd hic non inueniuntur triangula æquiangula, sed A V, ab X A, non differt, quemadmodum nec K S, à K T. 2. 2. Theod. 16. undec. Schol. 10. 1. Theod. 29. primi.

11. SIT iterum A C, quadrante maior, at tam A B, quam B C, quadrans. Completo circulo A B G F, & resecto quadrante A E, ex A C, describantur ex polo A, ad interualla A E, A C, circuli B E F, K C N, & ex polo B, ad interuallum B C, circulus A E G, aliaque fiant, vt in præcedenti casu. Ostendemus ergo, vt in primo casu, ita esse quadratum sinus totius, hoc est, rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus anguli A, siue arcus B E, ad K T, seu Q R, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K, nisi quod hic nulla adsint æquiangula triangula, quemadmodum nec in præcedenti casu, atque A V, ab X A, & D Z, à B R, & K S, à K T, non differt. 11. casus.

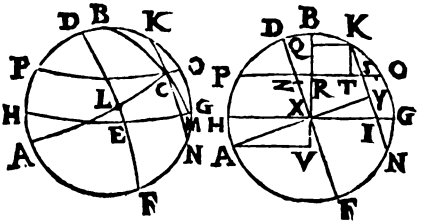


12. SIT arcus A C, quadrante maior, & A B, quadrans, sed B C, maior etiam quadrante. Completo circulo A B G F, & ablatis quadrantibus A L, B M, ex arcubus A C, B C, describantur circuli ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B M, & arcuum A C, B C, cæteraque fiant, vt in præcedentibus. Erit ergo rursus, vt in primo casu demonstratum est, ita quadratum sinus totius, id est, rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, 12. casus.



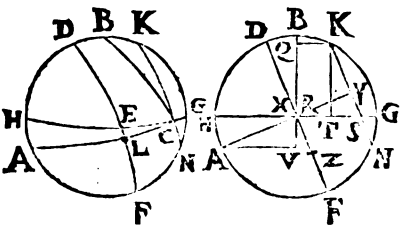
sinus versus anguli A, siue arcus B L, ad K T, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K; quamuis nulla hic appareant triangula æquiangula, sed X A, A V, inter se non differant, quemadmodum neque K S, K T.

13. casus. 13. SINT arcus A C, A B, quadrante maiores, at B C, minor quadrante. Completo circulo A B G F, & resecto quadrante A L, ex A C, producto item arcu B C, vt fiat quadrans B M, reliqua fiant, vt in superioribus. Demonstrabimus iam, vt in primo casu, ita esse quadratum sinus totius, nimirum rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus anguli A, seu arcus D L, ad K T, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K; nisi quòd triangulum X A V, triangulo S K T, demonstrandum est



89 primi. esse æquiangulum hac ratione. Quoniam angulus K S T, angulo opposito, & interno Y I X, æqualis est, erit in triangulis rectangulis S K T, I X Y, & reliquus angulus S K T, reliquo angulo I X Y, hoc est, angulo opposito, & interno V A X, (cum parallelæ sint A V, G H.) æqualis. Igitur in triangulis rectangulis S K T, X A V, anguli quoque reliqui K S T, A X V, æquales erunt, ac proinde æquiangula erunt triangula S K T, X A V.

14. casus. 14. SINT rursum A C, A B, maiores quadrante, at B C, quadrans. Completo circulo A B G F, & abscisso quadrante A L, ex A C, necnon descriptis circulis D E F, K C N, ex polo A, ad interualla A L, A C, describatur quoq; ex polo B, ad interuallum quadrantis B C, circulus maximus G E H, atq; alia fiant, vt supra. Demonstrandum ergo est, ita esse quadratum sinus totius, id est, rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus anguli A, arcusve D L, ad K T, differentiam inter sinus versos B R, B Q, arcuum B C, B K. Quod quidem ostendemus, vt in primo casu. Solum triangula S K T, X A V, probabitur æquiangula esse, hoc modo. Angulus S, communis est vtrique triangulo rectangulo S K T, S R Y. Igi-

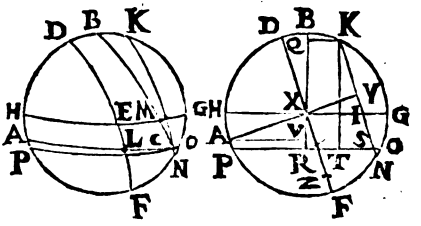


89. primi. tur angulus reliquus S K T, reliquo angulo S R Y, hoc est, angulo opposito, & interno V A X, (cum parallele sint A V, G H.) æqualis erit. Quare rectangula triangula S K T, X A V, æquiangula erunt.

15. casus. 15. SINT postremo omnes tres arcus trianguli A B C, quadrante maiores. Completo circulo A B G F, & resectis quadrantibus A L, B M, ex arcubus A C, B C, fiant omnia alia, vt prius. Ostendemus non secus, ac in primo casu, ita esse quadratum sinus totius, nempe rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus

Digitized by Google

nus versus anguli A, seu arcus D L, ad K T, differentiam inter sinus versos B R, B Q, arcuum B C, B K; si modo triangula S K T, X A V, æquiangula esse concludamus, hac argumentatione. Angulus Y I X, æqualis est interno & opposito K S T. Igitur in triangulis rectangulis S K T, I X Y, reliquus angulus S K T, reliquo angulo I X Y, hoc est, angulo interno, & opposito X A V, (cum parallelæ sint A V, G H.) æqualis erit; ac proinde triãgula rectangula S K T, X A V, æquiangula erunt. Quapropter In omni triangulo sphærico, cuius duo arcus sint inæquales, &c. Quod demonstrandum erat.



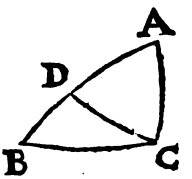
29. primi.

SCHOLIVM. I.

FX omnibus quindecim casibus huius demonstrationis liquet, arcum B C, angulo A, sub arcubus inæqualibus comprehenso oppositum semper maiorem esse arcu B K, hoc est, differentia arcuum inæqualium. In omnibus enim figuris arcus B C, per definitionem poli, arcui B O, (vel arcui B G, quando B C, quadrans est, vt in casu 2. 5. 8. 11. & 14.) æqualis est. Constat autem arcum B O, (vel arcum B H, in dictis quinque casibus.) maiorem esse arcu B K: quod tamen ita esse, facile sequens quoque theorema demonstrabit.

IN omni triangulo sphærico, cuius duo arcus sint inæquales; arcus reliquus maior est arcu, quo inæquales arcus inter se differunt.

IN triangulo enim A B C, sit arcus A B, maior arcu A C, & ex polo A, ad internallum A C, arcus circuli describatur C D. Erit ergo arcus A D, arcui A C, per defin. poli, æqualis, atque adeo arcus B D, differentiæ arcuum inæqualium A B, A C. Dico arcum B C, arcu B D, maiorem esse. Quoniam enim duo arcus A C, C B, simul maiores sunt arcu A B; ablatis æqualibus arcubus A C, A D, reliquus quoq; C B, reliquo B D, maior erit. Quod est propositum.



5. huius.

ITAQVE in omni sphærico triangulo, cuius duo arcus inæquales sint, sinus versus reliqui arcus semper maior est sinu verso differentiæ arcuum inæqualium. Cum enim arcus ille reliquus ostensus sit maior, quam ea differentia, maior autem arcus habeat semper maiorem sinum versum, vt ex tractatione sinuum constat, perspicuum fit, reliqui arcus sinum versum maiorem esse sinu verso differentiæ arcuum inæqualium.

In triangulo sphærico duorum arcuum inæqualium, sinus versus tertij arcus maior est sinu verso differentiæ arcuum inæqualiũ.

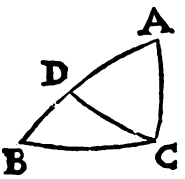
HOC idcirco dixerim, vt rationem videas, quare in praxi propos. 64. differentia inter sinus versos, quorum vnus reliquo tertio arcui, alter vero differentiæ inæqualium arcuum debetur, adiecienda præcipiatur sinui verso differentiæ arcuum inæqualium, vt componatur sinus versus reliqui tertij arcus, nunquam autem detrahenda à sinu verso dictæ differentiæ, vt sinus versus reliqui arcus relinquatur.

CAETE-

SCHOLIVM. II.

CAETERVM *ex hac propoſ. 58. colligemus ſequens theorema ad calculum triangulorum ſphæricorum non rectangulorum perutile, videlicet.*

IN omni triangulo ſphærico, cuius duo arcus ſint inæquales: ſinus totus ad quantitatem, quæ ſinui toti, & duobus ſinubus arcuum inæqualium quarto loco proportionalis eſt, eandem proportionem habet, quam ſinus verſus anguli ſub dictis arcubus comprehenſi ad differentiam inter ſinum verſum reliqui tertij arcus, & ſinum verſum arcus, quo duo inæquales arcus inter ſe differunt.



IN triangulo ſpherico A B C, *proxime antecedenti ſit arcus* A B, *maior arcus* A C, *& ex polo* A, *ad intervallum* A C, *deſcribatur arcus circuli* C D, *vt arcus* A C, A D, *per defin. poli, ſint æquales, atque adeo arcus* B D, *exceſſus ſit, ſeu differentia arcuum* A B, A C. *Fiat iam, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A B, *ita ſinus arcus* A C, *ad aliud, quod quantitas quarta proportionalis vocetur, vt hic vides:*

Sinus totus.	ſinus arcus A B.	ſinus arcus AC.	quantitas quarta proportionalis.

Dico ita eſſe ſinum totum ad quantitatem quartam ſinui toti, & duobus ſinubus arcuum inæqualium proportionalem, vt eſt ſinus verſus anguli A, *ad differentiam inter ſinum verſum arcus* B C, *& ſinum verſum arcus* B D, *quo inter ſe arcus* A B, A C, *differunt. Quoniam enim proportio ſinus totius ad quantitatem illam quartam proportionalem componitur (poſito ſinu arcus* A B, *medio) ex proportione ſinus totius ad ſinum arcus* A B, *& ex proportione ſinus arcus* A B, *ad quantitatem quartam proportionalem: Et proportio quadrati ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus rectis arcuum* A B, A C, *componitur ex eiſdem proportionibus, nempe ex proportione ſinus totius ad ſinum arcus* A B, *& ex proportione ſinus totius ad ſinum arcus* A C, *quæ eadem eſt, quæ proportio ſinus arcus* A B, *ad quantitatem quartam proportionalem:* 23. ſexti. *(Nam cum ſit, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A B, *ita ſinus arcus* A C, *ad quantitatem quæ tam proportionalem; erit permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A C, *ita ſinus arcus* A B, *ad quantitatem quartam proportionalem.) erit, vt ſinus totus ad quantitatem quartam proportionalem, ita quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus arcuum* A B, A C, *contentum. Cum ergo ſit, vt quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus arcuum* A B, A C, *ita ſinus verſus anguli* A, *ad differentiam ſinuum verſorum arcuum* B C, B D; 28. huius. *erit quoque, vt ſinus totus ad quantitatem quartam proportionalem, ita ſinus verſus anguli* A, *ad differentiam inter ſinus verſos arcuum* B C, B D. *quod eſt propoſitum,*

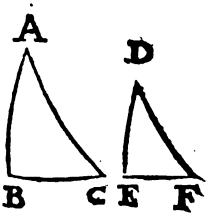
THEOR. 57. PROPOS. 59.

SI duo triangula ſphærica duos angulos duobus angulis æquales habeant, vtrumque vtrique:

erunt

erũt ſinus arcuum circa reliquum angulum vnius ſinubus arcuum circa reliquum angulum alterius proportionales, homologiq́; erunt ſinus arcuum æquales angulos ſubtendentium. Et ſi vnus angulus vnius vni angulo alterius ſit æqualis, ſinusq́; arcuum circa alium angulum vnius ſinubus arcuum circa alium angulum alterius proportionales, ita vt ſinus arcuum æquales angulos ſubtendentium ſint homologi: erunt & angũli arcubus reliquorum ſinuum homologorum oppoſiti inter ſe æquales, vel æquales duobus rectis.

SINT in duobus triangulis ſphæricis A B C, D E F, duo anguli inter ſe æquales B, E, necnon duo C, F. Dico ita eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F. Quia enim eſt, vt ſinus arcus A B, ad ſinum anguli C, ita ſinus arcus A C, ad ſinum anguli B; erit permutando, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus anguli C, ad ſinum anguli B, hoc eſt, ita ſinus anguli F, ad ſinum anguli E, cum hi anguli illis ponantur æquales. 41. huius.



Item quia eſt, vt ſinus arcus D E, ad ſinum anguli F, ita ſinus arcus D F, ad ſinum anguli E; erit permutando, vt ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F, ita ſinus anguli F, ad ſinum anguli E. Oſtenſum autem eſt, ita etiam eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus anguli F, ad ſinum anguli E. Igitur erit, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F. Quod eſt propoſitũ. 41. huius.

SED ſint iam anguli B, E, æquales, & ita ſit ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F. Dico angulos quoq; C, F, æquales eſſe, vel certe duobus rectis æquales. Oſtendemus enim, vt prius, ita eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus anguli C, ad ſinum anguli B. Item ita eſſe ſinum arcus D E, ad ſinum arcus D F, vt eſt ſinus anguli F, ad ſinum anguli E. Quare cum ponatur, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F; erit, vt ſinus anguli C, ad ſinum anguli B, ita ſinus anguli F, ad ſinum anguli E: Et conuertendo, vt ſinus anguli B, ad ſinum anguli C, ita ſinus anguli E, ad ſinum anguli F. Cum ergo ſinus æqualium angulorum B, E, æquales ſint, erunt & ſinus angulorum C, F, æquales; ac proinde vel anguli C, F, æquales erunt, vel duobus rectis æquales. Quod eſt propoſitum. Itaque ſi duo triangula ſphærica duos angulos, &c. Quod erat demonſtrandum. 41. huius. Et permutando. 14. quinti.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLIVM.

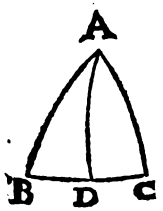
QVOD *si anguli* B, E, *vel* C, F, *non forent æquales, sed solum æquales duobus rectis, adhuc theorematis veritas retineretur: propterea quod anguli* B, E, *semper æquales sinus rectos habent, sive ipsi inter se æquales sint, sive æquales duobus rectis. quod etiam de angulis* C, F, *dicendum est. Id quod perspicue constare potest ex ijs, quæ in tractatione sinuum tradidimus.*

THEOR. 58. PROPOS. 60.

SI ab angulo sphærici trianguli ad basim arcus maximi circuli demittatur diuidens angulum bifariam: habebunt sinus segmentorum basis eandem proportionem, quam sinus reliquorum duorum arcuum. Et si sinus segmentorum basis eandem proportionem habeant, quam sinus reliquorum duorum arcuum: diuidet arcus demissus angulum bifariam.

IN triangulo sphærico A B C, secet arcus A D, angulum A, bifariam. Dico ita esse sinum arcus A B, ad sinum arcus A C, vt est, sinus arcus B D, ad sinum arcus D C. Quia enim triangula A B D, A C D, angulos ad A, habent æquales, & angulos ad D, æquales duobus rectis; erit, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus B D, ita sinus arcus A C, ad sinum arcus C D: Et permutando, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus A C, ita sinus arcus B D, ad sinum arcus D C. quod est propositum.

59. huius. & eius scholium.



SED iam sit, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus A C, ita sinus arcus B D, ad sinum arcus D C. Dico angulum A, sectum esse bifariam. Erit enim permutando quoque, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus BD, ita sinus arcus AC, ad sinum arcus C D. Habent igitur triangula A B D, ACD, angulos ad D, æquales duobus rectis, & sinus arcuum circa angulos B, C, proportionales, homologique; sunt sinus arcuum angulis ad D, oppositorum. Igitur & anguli ad A, vel æquales erunt inter se, vel duobus rectis æquales: Non possunt autem duobus rectis esse æquales, quod angulus A, sit duobus rectis minor. Igitur æquales inter se erunt. quod est propositum. Si igitur ab angulo sphærici trianguli ad basim, &c. Quod ostendendum erat.

59. huius. & eius scholium.

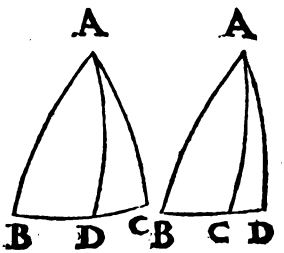
THEOR. 59. PROPOS. 61.

SI ab angulo sphærici triãguli ad basim, etiam

pro

productam, arcus perpendicularis deducatur: habebunt sinus angulorum, quos arcus perpendicularis cum duobus arcubus dictum angulum comprehendentibus facit, eandem proportionẽ, quam sinus complemẽtorum reliquorum duorum trianguli angulorum.

IN triangulo A B C, deducatur ex angulo A, ad basin B C, arcus perpendicularis A D, cadens siue intra triangulum, siue extra. Dico ita esse sinum anguli BAD, ad sinum anguli D A C, vt est sinus complementi anguli B, ad sinum complementi anguli C. Nam in triangulo A B D, cuius angulus D, rectus, erit, vt sinus anguli B A D, ad sinum totum, ita sinus complementi anguli B, ad sinum complementi arcus A D. Item in triangulo CA D, habente angulum D, rectum, erit, vt sinus anguli D A C, ad sinum totum, ita sinus complementi anguli C, (habent autem duo anguli ad C, in secundo triangulo eundem sinum) ad sinum complementi arcus A D: Et conuertendo, vt sinus totus ad sinum anguli D A C, ita sinus complementi arcus A D, ad sinum complementi anguli C. Ex æqualitate ergo (vt in apposita formula vides) erit, vt sinus anguli B A D, ad sinum anguli D A C, ita sinus complementi anguli B, ad sinum complementi anguli C. Si igitur ab angulo sphærici trianguli ad basin, &c. Quod ostendendum erat.



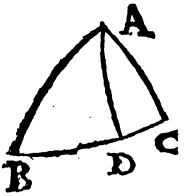
42. huius.

Sin. ang. BAD.	*Sin. compl. ang.* B.
Sinus totus.	*Sin. cõpl. arcus* AD.
Sin. ang. DAC.	*Sin. compl. ang.* C.

PROBL. 3. PROP. 62.

DATIS omnibus angulis trianguli sphærici non rectanguli, omnes tres arcus efficere notos.

IN triangulo sphærico non rectangulo A B C, dati sint omnes anguli A, B, C: sintq; primum omnes tres anguli inæquales. Oportet ex his tres eius arcus perscrutari. Quoniam nullus angulus ponitur rectus, erunt saltem duo vel acuti, vel obtusi: sint B, C, vel ambo acuti, vel obtusi, quicquid sit de reliquo A, à quo ad arcum B C, arcus perpendicularis ducatur, qui necessario cadet intra triangulum. Et quia est, vt sinus anguli B A D, ad sinum anguli D A C, ita sinus complementi anguli B, ad

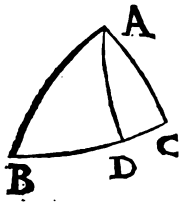


Quãdo omnes tres anguli sunt inæquales.

57. huius. 61. huius.

Digitized by Google

sinum complementi anguli C: proportio autem hæc posterior data est in sinubus complementorum angulorum B, C, datorum; erit quoque proportio sinus anguli B A D, ad sinum anguli D A C, data, nempe in sinubus complementorum angulorum B, C: Sed & aggregatum eorundem duorum angulorum B A D, D A C, datum est, & minus semicirculo, nempe totus angulus B A C, qui duobus rectis minor est. Sigillatim igitur vterque angulorum B A D, D A C, cognitus erit. Quoniam ergo in triangulo A B D, cuius angulus D, rectus, dati sunt duo anguli non recti B, & B A D; dabitur quoque arcus A B, recto angulo oppositus. Hinc, quia in eodem triangulo A B D, angulum habente rectum D, cognitus est arcus A B, recto angulo oppositus, & insuper angulus non rectus B A D:



6. triang. rectil.

Schol. 50. huius.

Schol. 41. huius.

Schol. 42. vel 52. huius.

VEL certe, quoniam dati sunt duo anguli non recti B, & B A D;

notus quoque fiet, ex scholijs in margine citatis, arcus B D, circa angulum rectum angulo B A D, oppositus. Eadem ratione, quia in triangulo A C D, cuius angulus D, rectus, dati sunt duo anguli non recti C, & C A D; dabitur quoque arcus A C, angulo recto oppositus. Hinc, quoniam in eodem triangulo A C D, habente rectum angulum D, cognitus iam est arcus A C, recto angulo oppositus, cum angulo non recto C A D:

Schol. 50. huius.

Schol. 41. huius.

Schol. 42. vel 52. huius.

AVT certe, quia dati sunt duo anguli non recti C, & C A D;

cognoscetur etiam, ex eisdem scholijs in margine adductis, arcus C D, circa angulum rectum angulo C A D, oppositus. Atque ita iam duo arcus A B, A C, cogniti sunt: Aggregatum vero duorum arcuum B D, C D, inuentorum tertium arcum B C, notum etiam efficiet.

25. huius.

QVOD si quando alter angulorum ad A, nempe B A D, inuentus fuerit rectus, cum & D, rectus sit, erit vterque arcus A B, B D, quadrans: atque ita sine vlla molestia inuenti erunt dicti arcus. Pari ratione, si angulus C A D, deprehensus fuerit rectus, non autem B A D, (fieri enim non potest, vt vterque angulus ad A, rectus sit, cum angulus B A D, duobus rectis sit minor.) erunt arcus A C, C D, quadrantes; atque adeo noti, sine alio labore.

Praxis, quando omnes tres dati anguli inæquales sunt.

PRAXIS huius problematis, cum ex propos. 6. triang. rectil. & ex scholijs in margine scriptis petenda sit, non est, quòd hic pluribus explicetur. Nam si statuantur duo sinus complementorum angulorum B, C, acutorum, vel obtusorum, pro terminis proportionis sinus anguli B A D, ad sinum anguli C A D, inueniemus vtrumq; angulum B A D, C A D, per primam, vel secundam praxim propos. 6. triangulorum rectilineorum, quòd hæ expeditiores sint, quam tertia. Nam licet propositio illa 6. de arcubus, & angulis rectilineis tantum proposita sit, intelligenda tamen etiam est de angulis sphæricis, cum illorum sinus à sinubus arcuum eorundem angulorum non discrepent. Inuento autem vtroque angulo B A D, C A D, adhibenda erit praxis problematis scholij propos. 50. huius, vt tam arcus A B, recto angulo D,

Propositio 6. triang. rectil. intelligenda etiam est de angulis sphæricis.

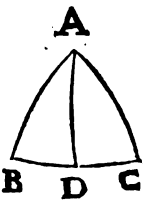
lo D, in triangulo A B D, oppositus, quam arcus A C, angulo recto D, in triangulo A C D, oppositus inueniatur. Postremo adducenda est praxis problematis 2. scholij propos. 41. vel problematis 1. scholij propos. 42. vel certe praxis scholij propos. 52. ad eruendum tam arcum B D, angulo non recto B A D, in triangulo A B D, oppositum, quam arcum C D, angulo non recto C A D, oppositum in triangulo A C D.

QVOD si in hoc problemate enodando solis sinubus vti libeat, inueniendus erit vterque angulus B A D, C A D, per praxim tertiam propos. 6. triang. rectil. non autem per primam, vel secundam. Deinde ex praxi problematis 1. scholij propos. 42, huius, eliciendus tam arcus B D, angulo non recto B A D, oppositus in triangulo A B D, quam arcus C D, angulo non recto C A D, in triangulo A C D, oppositus. Ad extremum, per praxim problematis 3. scholij propos. 41. inuestigandus tam arcus A B, quam arcus A C, recto angulo D, quilibet in suo triangulo oppositus: quia praeter inuentum arcum B D, & oppositum angulum B A D; necnon praeter arcum inuentum C D, & angulum C A D, oppositum, constat etiam species tam anguli B, quam anguli C, cum vterque datus sit.

Praxis per solos sinus, quãdo omnes tres anguli dati sunt inæquales.

Quãdo oẽs tres anguli dati', vel duo saltẽ, sũt æquales. 9. huius.

LONGE facilius fit hoc problema, quando omnes tres anguli dati, vel duo saltem, sunt æquales. Nam si sint duo v. g. anguli B, C, æquales, quicquid sit de reliquo A; erunt & arcus A B, A C, æquales. Et quoniam triangulum A B C, ponitur non rectangulum, erit vterque angulorum æqualium B, C, vel acutus, vel obtusus. Quare arcus perpendicularis A D, ex tertio angulo A, ad arcum B C, demissus intra triangulum cadet. Quia ergo triangula A B D, A C D, angulos ad D, rectos habent, & angulos B, C, non rectos, æquales; necnon & arcus A B, A C, rectis angulis oppositos, æquales, vt ostendimus; erunt & arcus B D, C D, & anguli B A D, C A D, æquales; ac proinde vterque angulus B A D, C A D, cum dimidium sit dati anguli B A C, notus erit. Post hæc, quoniam in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus est vterque angulus non rectus B, & B A D; dabitur quoque arcus A B, recto angulo oppositus; propterea que & illi æqualis A C, notus erit. Atque ita iam duo arcus A B, A C, noti facti sunt. Rursus quia in eodem triangulo A B D, dati sunt duo anguli non recti B, & B A D:



57. huius.

21. huius.

Schol. 50. huius.

Schol. 42. vel 52. huius.

VEL, quoniam datus est arcus A B, angulo recto oppositus, & angulus non rectus B: Schol. 45. huius.

VEL denique, quia datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum angulo non recto B A D; Schol. 41. huius.

cognitus etiam erit arcus B D, circa angulum rectum: qui duplicatus totum tertium arcum B C, notum exhibebit. Omnes ergo tres arcus, qui quæruntur, noti effecti sunt.

NON est obscura praxis huius rei. Pendet enim ex scholijs in mar-

Digitized by Google

Praxis per solos sinus, quando omnes tres anguli dati, vel duo latera, sunt æquales.

gine citatis. AT si solis sinubus quis vti velit, inquirendus erit per problema 1. scholij propos. 42. arcus B D, in triangulo A B D, in quo datus est angulus B, & angulus B A D, nempe dimidium anguli dati B A C: qui arcus B D, duplicatus dabit totum arcum B C. Deinde per problema 3. scholij propos. 41. in eodem triangulo, in quo repertus est arcus B D, & angulus oppositus B A D, constatq; species alterius anguli non recti B, dati, eliciendus erit arcus A B, angulo recto oppositus: quo inuento, inuentus quoque erit ei æqualis A C.

DATIS igitur omnibus angulis trianguli sphærici non rectanguli, omnes tres arcus effecimus notos. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

DIFFERT ergo, vt vides, sphæricum triangulum non rectangulum à rectilineo non rectangulo; quòd in sphærico ex solis angulis datis inueniuntur omnes arcus, vt in hoc problemate ostensum est; in rectilineo vero ex datis solis angulis latera cognosci nequeunt, nisi vnum saltem latus etiam detur. Cuius rei causa hæc est, quòd duo triangula rectilinea similia, quamuis latera vnius lateribus alterius valde sint inæqualia, singula singulis, angulos tamen habeant angulis æquales, singulos singulis; ita vt dari possint duo triangula rectilinea inter se quidem æquiangula, non tamen æquilatera: At vero duo triangula sphærica inter se æquiangula esse non possunt, quin etiam æquilatera existant. Ex quo fit, in sphærico triangulo ex datis angulis dari etiam arcus, cum angulis determinati respondeant arcus; in rectilineo vero ex datis angulis latera dari non posse, cum angulis determinata latera non respondeant, sed possint eisdem maiora, vel minora latera subtendi.

29. huius.

PROBL. 4. PROPOS. 63.

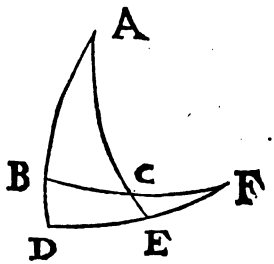
DATIS omnibus arcubus trianguli sphærici non rectanguli, omnes tres eius angulos inuestigare.

IN triangulo sphærico non rectangulo A B C, dati sint omnes tres arcus. Oportet ex ipsis omnes tres angulos reperire. Sit primo loco quærendus angulus A: Neque enim semper omnibus angulis indigemus; sed sæpenumero vnus, aut alter ex datis arcubus inquirendus est. Aut igitur duo arcus A B, A C, angulum A, qui quæritur, complectentes, sunt inæquales, aut æquales: Si inæquales, aut ambo sunt quadrante minores; aut maiores; aut vnus maior, & alter minor; aut vnus quadrans, & alter quadrante minor; aut deniq; vnus quadrans, & alter maior quadrante. Neque enim ambo esse possunt quadrantes: quia duo anguli ipsis oppositi essent recti. quod esset absurdum, cum triangulum ponatur non rectangulum. Sint primum duo arcus A B, A C, inæquales, & quadrante minores, quicquid sit de arcu B C. Productis arcubus A B, A C, vt fiant quadrantes A D, A E, describatur per D, E, arcus circuli maximi D E, occurrens arcui B C, in vtramuis partem producto in F: Hortarer autem

25. huius.

Quando duo arcus angulū primo loco inuenīendum

autem, vt produceretur versus maiorem arcum, qui hic sit A C. Erunt autem anguli D, E, recti, ob quadrantes A D, A E. Quoniam igitur duo maximi circuli B F, D F, se intersecant in F, & à punctis B, C, arcus B F, ad arcum D F, demissi sunt perpendiculares arcus B D, C E; erit, vt sinus arcus B F, ad sinum arcus B D, ita sinus arcus C F, ad sinum arcus C E: Et permutando, vt sinus arcus B F, ad sinum arcus C F, ita sinus arcus B D, ad sinum arcus C E. Est autem proportio sinus arcus B D, ad sinum arcus C E, data, quòd arcus B D, C E, dati sint, vtpotè complementa datorum arcuum A B, A C. Igitur proportio sinus arcus B F, ad sinum arcus C F, data quoque erit, nempe in sinubus complementorum, arcuum datorum A B, A C: Sed & eorundem arcuum B F, C F, quorum singuli semicirculo minores sunt, differentia data est, nempe arcus B C. Vterque ergo arcus B F, C F, notus reddetur. Itaque quoniam in triangulo B F D, habente angulum D, rectum, datus est arcus B F, recto angulo oppositus cum arcu B D, complemento videlicet arcus A B, dati; cognitus erit & tertius arcus D F. Eadem ratione, cum in triangulo C F E, angulum habente rectum E, datus sit arcus C F, angulo recto oppositus, cum arcu C E, complemento nimirum arcus dati A C; cognoscetur etiã tertius arcus E F: qui subtractus ex inuento arcu D F, notum reddet arcum reliquum D E, anguli A; ac proinde angulus A, cognitus erit. Rursus in triangulo priore B F D, cuius angulus D, rectus, cum datus sit arcus B F, recto angulo oppositus, cum arcu B D, complemento videlicet arcus dati A B:



comprehẽdẽtes sunt inæquales.

40. huius

2. huius. 7. triãg. rectil.

Schol. 53. vel 43. huius.

Schol. 53. vel 43. huius.

Schol. 51. vel 45. huius.

VEL, cum duo arcus B D, D F, circa angulum rectum dati sint:

Schol. 44. vel 48. huius.

AVT denique, cum datus sit arcus B F, recto angulo oppositus, & arcus D F;

Schol. 55. vel 41. huius.

inuenietur quoque, ex scholijs in margine citatis, angulus D B F: ideoque & reliquus duorum rectorum A B C, notus erit. Eadem ratione, cum in posteriore triangulo C F E, angulum E, habente rectum, datus sit arcus C F, angulo recto oppositus, cum arcu C E, complemento nimirum arcus dati A C:

Schol. 51. vel 45. huius.

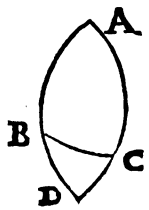
VEL, cum duo arcus C E, E F, circa rectum angulum dati sint:

Schol. 44. vel 48. huius.

AVT denique, cum datus sit arcus C F, recto angulo oppositus, & insuper arcus E F;

Schol. 55. vel 41. huius.

cognoscetur etiam, ex scholijs in margine positis, angulus E C F: ideoque & angulus A C B, qui ei ad verticem æqualis est, notus erit. Tres ergo anguli trianguli A B C, omnes noti facti sunt.



6. huius.

SINT deinde duo arcus inæquales A B, A C, maiores quadrante. Prodocantur, donec coeant in D. Erunt in triangulo D B C, duo arcus D B, D C, quadrante minores, atq; adeo noti, cum reliqui sint ex arcubus A B D, A C D, qui semicirculi sunt. Igitur, vt proxime demonstrauimus

13. 1 Theod.

strauimus, omnes eius tres anguli noti fient, ac proinde & reliqui duorum re-
13.huius. ctorum A B C, A C B, necnon & angulus A, cum angulo D, sit æqualis.

SIT tertio arcus quidem A B, quandrante minor, at A C, maior. Produ-
cto arcu A B, vt fiat quadrans A D, & resecto quadrante A E, ex A C, vt in
prima harum figurarum, ducatur per D, E, arcus circuli maximi D E, secans
25.huius. arcum B C, in F. Eruntq; anguli D, E, recti, ob quadrantes A D, A E. Quia
ergo duo maximi circuli B C, D E, secant se
40.huius. in F, & à punctis B, C, arcus B C, ad arcum
D E, ducti sunt arcus perpendiculares B D,
C E; erit, vt sinus arcus B F, ad sinum arcus
B D, ita sinus arcus C F, ad sinum arcus C E:
Et permutando, vt sinus arcus B F, ad sinum
arcus C F, ita sinus arcus B D, ad sinum ar-
cus C E. Est autem proportio sinus arcus BD,
ad sinũ arcus C E, cognita, quod arcus B D,
C E, dati sint, cũ sint complemẽta datorũ ar-
cuũ A B, A C. Igitur & proportio sinus arcus
B F, ad sinũ arcus C F, cognita erit, vtpote in
sinubus complementorum arcuum A B, A C,
datorum: Sed & eorundem arcuum B F, C F,
aggregatum datum est, (nimirũ totus arcus B C.) & minus semicirculo; quod
2.huius. latus quodlibet trianguli sphærici semicirculo sit minus. Igitur vterque arcus
6. triang. rectil. B F, C F, cognitus erit. Quoniam ergo in triangulo B F D, cuius angulus D,
rectus, datus est arcus B F, angulo recto oppositus, cum arcu B D, qui com-
Schol. 52. vel43.huius. plementum est arcus A B, dati; notus erit quoque tertius arcus D F. Simili
modo, quia in triangulo C F E, rectum habente angulum E, datus est arcus
C F, angulo recto oppositus, & arcus C E, complementum scilicet arcus A C;
Schol. 53. vel43.huius. reperietur quoque tertius arcus E F: qui additus arcui D F, inuento, notum
efficiet totum arcum D E, anguli A; propterea q; angulus A, notus erit. Rur-
sus in triangulo priori B F D, cuius angulus D, rectus, quoniam datus est ar-
Schol. 51. vel45.huius. cus B F, recto angulo oppositus, & arcus B D, complementum nimirum da-
ti arcus A B:

Schol. 44. vel48.huius. AVT quia duo arcus B D, D F, circa rectum angu-
lum dati sunt:

Schol. 55. vel41.huius. VEL certe, quia datus est arcus B F, recto angulo
oppositus, cum arcu D F;

notus efficietur quoque angulus D B F, ex scholijs in margine adductis; atque
adeo & reliquus duorum rectorum A B C, notus erit. Pari ratione, cum in po
Schol. 51. vel45.huius. steriori triangulo C F E, cuius angulus E, rectus, datus sit arcus C F, recto an-
gulo oppositus, cum arcu C E, complemento videlicet arcus A C, dati;

Schol. 44. vel48.huius. VEL cum duo arcus C E, E F, circa angulum re-
ctum dati sint:

Schol. 55. vel41.huius. VEL certe, cum datus sit arcus C F, recto angulo
oppositus, cum arcu E F;

dabitur etiam angulus C, per scholia in margine descripta. Atque ita omnes
tres anguli A B C, noti facti sunt.

SIT quarto arcus A B, quadrans, & A C, minor, vt in posteriore proxi-
marum figurarum. Producto arcu A C, vt fiat quadrans A D, ducatur per B,
D, arcus

Digitized by Google

D, arcus circuli maximi B D. Etuntq; anguli A B D, & D, recti, ob quadrantes A B, A D. Et quoniam in triangulo B C D, cuius angulus D, rectus, datus est arcus B C, angulo recto oppositus, & insuper arcus C D, quippequi complementum sit dati arcus A C; dabitur quoque arcus tertius B D, anguli A, ideoque angulus A, notus erit. Deinde quia in eodem triangulo B C D, habente angulum rectum D, datus est arcus B C, recto angulo oppositus, cum arcu C D, complemento scilicet arcus dati A C: 25. huius. Schol. 53. vel 43. huius. Schol. 51. vel 45. huius.

VEL, quia duo arcus B D, C D, circa angulum rectum dati sunt: Schol. 44. vel 48. huius.

VEL certe, quoniam datus est arcus B C, recto angulo oppositus, cum arcu B D; Schol. 55. vel 41. huius.

Inuenietur etiam ex scholijs notatis in margine, angulus B C D: ac proinde & duorum rectorum reliquus A C B, notus erit. Postremo, cum in eodem proximo triangulo B C D, angulum rectum habente D, datus sit arcus B C, angulo recto oppositus, & præterea arcus C D, complementum videlicet dati arcus A C: Schol. 55. vel 41. huius.

AVT cum dati sint duo arcus B D, C D, circa angulum rectum: Schol. 44. vel 48. huius.

VEL cum datus sit arcus B C, recto angulo oppositus, cum arcu B D; Schol. 51. vel 45. huius.

AVT cum datus sit angulus B C D, cum arcu C D, vel B D; Nam quando datur arcus B D, constat de altero arcu C D, circa rectum angulum, cum datus sit, an sit maior quadrante, vel minor: Schol. 42. huius.

VEL denique, quia datus est arcus B C, recto angulo oppositus, cum angulo B C D; Schol. 47. huius.

notus fiet quoque ex scholijs in margine citatis, angulus C B D; atque adeo & eius complementum, angulus scilicet A B C, cognoscetur. Omnes ergo tres anguli trianguli A B C, cogniti sunt.

SIT quinto, & vltimo arcus A C, quadrans, & A B, maior, vt in eadem posteriore proximarum figurarum. Abscisso quadrante A E, ex A B, ducatur per C, E, arcus circuli maximi C E. Eruntq; anguli A C E, & E, recti, ob quadrantes A C, A E. Quia ergo in triangulo B C E, angulum rectum habente E, datus est arcus B C, recto angulo oppositus, & præterea arcus B E, nempe complementum dati arcus A B; dabitur quoque tertius arcus C E, anguli A; proindeq; & angulus A, cognitus fiet. Rursus, cum in eodem triangulo B C E, cuius angulus E, rectus, datus sit arcus B C, recto angulo oppositus, cum arcu B E, complemento nimirum dati arcus A B: 25. huius. Schol. 53. vel 43. huius. Schol. 51. vel 45. huius.

AVT cum dati sint duo arcus B E, C E, circa angulum rectum. Schol. 44. vel 48. huius.

VEL denique, cum datus sit arcus B C, angulo recto oppositus, cum arcu C E; Schol. 55. vel 41. huius.

dabitur etiam angulus C B E, ex scholijs in margine adductis. Denique quia in triangulo eodem B C E, angulum rectum habente E, datus est arcus B C, angulo recto oppositus, & arcus etiam B E, cum sit complementum arcus A B, dati: Schol. 55. vel 41. huius.

VEL, quia duo arcus B E, C E, circa angulum rectum dati sunt: Schol. 44. vel 48. huius.

AVT

Schol. 51. vel 45. huius.

AVT, quoniam notus est arcus B C, recto angulo oppositus, & arcus C E:

Schol. 42. huius.

VEL, quia datus est angulus C B E, & arcus B E, vel C E; Nam quando datur arcus C E, constat etiam, an alter arcus B E, circa angulum rectum datus, maior sit quadrante, vel minor:

Schol. 47. huius.

AVT denique, quia notus est arcus B C, angulo recto oppositus, cum angulo C B E;

notus quoq; fiet, ex scholijs in margine citatis angulus B C E; atque idcirco, addito recto angulo A C E, totus angulus A C B, datus erit. Rursus ergo omnes tres anguli trianguli A B C, inuenti sunt.

Praxis, quando duo arcus quæsitum angulum continentes sunt inæquales.

PRAXIS huius problematis petenda est ex scholijs in margine citatis. Solum, vt cognoscantur arcus B F, C F, in primo casu, & tertio, statuendi erunt sinus complementorum arcuum datorum A B, A C, pro terminis proportionis sinus arcus B F, ad sinum arcus C F, & in primo quidem casu adhibenda vel prima praxis propos. 7. triangulorum rectilineorum, vel aliqua ex alijs eiusdem propos. prout res exiget; in tertio vero casu adducenda erit prima, vel secunda praxis propos. 6. triangulorum rectilineorum, &c.

Praxis per solos sinus, quando arcus duo angulũ quæsitum ambiẽtes sunt inæquales.

QVOD si solis vti libeat sinubus, inuestigandi erunt arcus B F, C F, in primo casu, per secundam praxim propos. 7. triang. rectil. In tertio vero per praxim tertiam propos. 6. Deinde in triangulo B F D, per praxim scholij 1. propos. 43. eruendus arcus D F: Et eodem modo in triangulo C F E, arcus E F; vt reliquus arcus D E, in primo casu, vel totus arcus D E, in tertio casu habeatur, qui quidem est arcus anguli A. Post hæc per praxim problematis 1. scholij propos. 41. inueniendus in triangulo B F D, angulus D B F: ex quo reliquus duorum rectorum A B C, notus fiet. Atque eodem pacto in triangulo C F E, eliciendus angulus E C F, ex quo in primo casu angulus quoque A C B, ad verticem cognitus erit.

AT vero in quarto casu ex praxi scholij 1. propos. 43. inueniendus est arcus B D, anguli A, in triangulo B C D: Et eodem modo in quinto casu arcus C E, anguli eiusdem A, in triangulo B C E. Deinde in quarto casu, per praxim problematis 1. scholij propos. 41. in triangulo B C D, indagandus angulus B C D; ex quo reliquus duorum rectorum A C B, notus fiet: Atque eadem ratione in quinto casu, angulus E B C, in triangulo B C E, inueniendus. Ad extremum in quarto casu, per praxim problematis 2. propos. 42. in triangulo B C D, exquirendus angulus C B D; ex quo & A B C, reliquus recti A B D, notus erit: Et similiter in quinto casu, eliciendus angulus B C E; qui additus recto angulo A C E, totum angulum A C B, notum exhibebit.

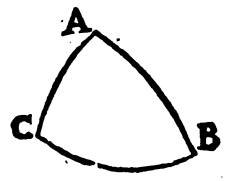
Alia demõstratio breuior.

ALITER, & multo breuius. Sint rursum dati tres arcus trianguli A B C, arcus q;

Digitized by Google

trcusq; A B, A C, angulum A, inquirendum continentes, inæquales. Quoniam igitur est, vt sinus totus ad quantitatem quartam proportionalem sinui toti, & duobus sinubus arcuum A B, A C, inæqualium, ita sinus versus anguli A, ad differentiam inter sinum versum arcus B C, angulo A, oppositi, & sinum versum arcus, quo se mutuo excedunt arcus inæquales A B, A C: Et conuertendo, vt dicta quantitas quarta proportionalis ad sinum totum, ita differentia inter sinũ versum arcus B C, & sinum versum arcus, quo inter se arcus inæquales A B, A C, differunt, ad sinum versum anguli A, quæsiti:

uior, & per solos sinus.



Schol. 2. 58. huius.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum vtriuslibet arcuum inæqualium quæsitum angulum comprehendentium, ita sinus alterius arcus circa eundem angulum ad aliud, inuenietur numerus quartus proportionalis sinui toti, & duobus sinubus dictorum duorum arcuum. Si ergo rursum fiat, vt numerus quartus proportionalis proxime inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum arcus quæsito angulo oppositi, & sinum versum arcus, quo duo arcus quæsitum angulum ambientes inter se differunt, ad aliud, producetur sinus versus anguli, qui quæritur: Ex quo arcum anguli quæsiti, atque adeo ipsum angulum, elicies, vt in explicatione, atque vsu tabulæ Sinuum docuimus.

Praxis, breuior, & per solos sinus, quãdo duo arcus dati quæsitũ angulum cõprehendentes sunt inæquales.

CAETERVM differentia inter sinum versum arcus quæsito angulo oppositi, & sinum versum differentiæ arcuum eundem angulum continentium, ita facile reperietur. Quando arcus angulo quæsito oppositus quadrante minor est, tetrahendus erit sinus eius complementi ex sinu complementi differẽtiæ arcuum quæsitum angulum ambientium. Reliqua enim erit differentia, quæ inquiritur. Id quod liquido constat ex figuris casuum 1. 4. 7. 10. *&* 13. *propos.* 58. *Quando vero arcus quæsito angulo oppositus quadrans est; dabit sinus complementi differentiæ arcuum angulum quæsitum comprehendentium differentiam inter dictos sinus versos quæsitam: vt manifestum ex figuris casuum* 2. 5. 8. 11. *&* 14. *eiusdem propos.* 58. *Quando denique arcus quæsito angulo oppositus quadrante maior est; adijciendus erit sinus eius complementi ad sinum complementi differentiæ arcuum quæsitum angulum continentium. Compositus namque numerus erit differentia quæsita: Vt facile apparere potest ex figuris casuum* 3. 6. 9. 12. *&* 15. *eiusdem propos.* 58.

Inuẽtio differentię inter sinum versum arcus anguło quæsito oppositi, & sinũ versum differentiæ arcuũ eundem angulum ambiẽtium.

EODEM modo inuestigabimus angulos B, C, si arcus illos continentes fuerint inæquales.

PORRO, inuento vno angulo, nullo fere negotio reliqui duo inuenirentur, si constaret, qualis quisque eorum sit, acutusne, an obtusus. Nam inuento v. g. angulo A, si esset inueniendus angulus B, sumeremus pro eius sinu numerum, qui quartus proportionalis est sinui arcus B C, inuento angulo A, op-

positi; sinui anguli inuenti A; & sinui arcus A C, quæsito angulo B, oppositi: Si autem quærendus esset angulus C, acciperemus pro eius sinu numerum, qui quartus proportionalis est sinui arcus B C, inuento angulo A, oppositi; sinui anguli inuenti A; & sinui arcus A B, angulo quæsito C, oppositi: propterea quòd est, vt sinus arcus B C, ad sinum anguli A, ita tam sinus arcus A C, ad sinum anguli B, quam sinus arcus A B, ad sinum anguli C. Quocirca si constaret, qualis sit tam angulus B, quam angulus C, illico ex sinu illo quarto proportionali angulum quæsitum in tabula sinuum reperiremus.

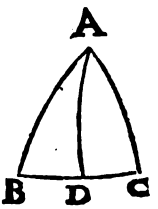
4 V. huius. Quãdo oẽs tres arcus, vel duo tãtũ angulũ primo loco inuestigandum continentes sunt æquales.

IAM vero si omnes tres arcus dati, vel duo tantum A B, A C, angulum A, complectentes, æquales sint, quicquid sit de reliquo arcu B C, longe facilius angulum A, & reliquos duos B, C, inquiremus. Quoniam duo arcus A B, A C, æquales sunt, erunt & duo anguli B, C, æquales inter se: propterea quod Isoscelium triangulorum sphæricorum, qui ad basin sunt, anguli inter se sunt æquales. Cum ergo triangulum A B C, ponatur non rectangulum, neuter angulorum B, C, rectus erit, ac proinde neuter arcuum A B, A C, quadrans: quia alias duo anguli B, C, essent recti. Erit igitur vterque angulus B, C, vel acutus, vel obtusus. Demissus ergo ex A, ad arcum B C, arcus perpendicularis A D, intra triangulum cadet. Duo ergo triangula A B D, A C D, angulos ad D, rectos habent, & angulos B, C, non rectos æquales, necnon & arcus A B, A C, rectis oppositos angulis æquales. Quare & arcus B D, C D, & anguli ad A, inter se æquales erunt. Itaque quoniam in triangulo A B D, cuius angulus D, rectus est, arcus A B, recto angulo oppositus datus est, & præterea arcus B D, quippe qui dimidium sit dati arcus B C; dabitur quoque angulus B A D, arcui B D, circa angulum rectum dato oppositus: qui duplicatus totum angulum quæsitum B A C, notum efficiet; cum anguli ad A, ostensi sint æquales. Rursus, quia in eodem triangulo A B D, angulum rectum habente D, arcus A B, angulo recto oppositus datus est, cum arcu B D, nempe cum dimidio dati arcus B C:

8. huius.

25. huius.

57. huius.



21. huius.

Schol. 55. vel 41. huiꝰ.

Schol. 51. vel 45. huiꝰ.

VEL, quia datus est angulus non rectus B A D, cum arcu opposito B D, circa angulum rectum; constatq; præterea species reliqui anguli nó recti B. Nam si A B, quadrãte minor sit, erit angulus B, acutus, quemadmodum, & B A D, acutus est: Si vero A B, sit maior quadrante, erit idem angulus B, obtusus, cum B A D acutus sit:

Schol. 42. vel 56. huiꝰ.

38. huius.

Schol. 47. huius.

VEL certe, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum angulo non recto B A D; datus quoque erit angulus B; ac proinde & reliquus angulus C, ipsi B, æqualis notus erit. Atq; ita omnes tres anguli in triangulo A B C, inuenti sunt.

Praxis, quãdo duo arcus quæsitum angulum ambiẽtes sunt æquales.

QVANDO ergo duo arcus sunt æquales, adhibenda erit praxis scholij propos. 55. vel problematis 1. propos. 41. vt ex altero arcuum æqualium, & ex dimidio tertij arcus eliciatur angulus, qui duplicatus angulum tertio arcui oppositum exhibeat. Deinde adhibenda praxis scholij propos. 51. vel 45. vt ex eisdem arcubus inueniatur alter angulorum æqualium supra tertium arcum. Vel aduocanda praxis problematis 2. scholij pro-

lij propos. 42. vel propos. 56. aut certe praxis scholij propos. 47.

PER solos sinus ita rem peragemus. Ex praxi problematis 1. propos. 41. inueniemus angulum BAD; qui duplicatus totum BAC, dabit. Deinde per praxim problematis 2. scholij propos. 42. reperiemus angulum B, qui ipsi C, æqualis est.

Praxis per solos sinus, quãdo duo arcus datũ quæsitũ angulũ continentes sunt æquales.

SCHOLIVM.

IOANNES Regiom. & Nicolaus Copernicus alio etiam modo, datis omnibus arcubus trianguli sphærici, omnes tres angulos inquirunt, inuestigantes nimirum angulum quendam rectilineum in centro sphæræ, cuius arcus angulum sphæricum quæsitum exhibet notum. Sed eam rationem, quamuis acutam, & subtilem, quoniam obscurior est, & longior, dedita opera hic omisimus: præsertim, cum eam quilibet apud Regiom. propos. 34. lib. 4. triangulorum, & apud Copernicum lib. 1. Reuolutionum propos. 13. de triangulis sphæricis, legere possit.

MALVIMVS in secunda demonstratione huius problematis vsurpare theorema scholij 2. propos. 58. quam cum Ioan. Regiom. theorema eiusdem propos. 58. vt laboris difficultatem effugeremus. Nam cum sit, vt rectangulum sub sinubus arcuum inæqualium angulum quæsitum ambientium ad quadratum sinus totius, ita differentia inter sinum versum arcus eidem angulo oppositi, & sinum versum differentiæ arcuum illorum inæqualium, ad sinum versum anguli quæsiti: si vellemus hoc theoremate propos. 58. vti, obtineret rectangulum illud primum aureæ regulæ locum. Quare laborioſa redderetur diuisio, vt patet. Facilior autem fit diuisio secundum theorema scholij 2. eiusdem propos. 58. cum primum locum aureæ regulæ quantitas quarta proportionalis occupet, quæ multo minor est illo rectangulo, facileq; inuenitur per abiectionem solam tot figurarum ad dexteram ex eo rectangulo, quot cifræ in sinu toto continentur; propterea quod dictum rectangulum per sinum totum sit diuidendum, vt illa quantitas quarta proportionalis producatur.

58. huius. & permutando.

PROBL. 5. PROPOS. 64.

DATIS duobus arcubus trianguli sphærici non rectanguli, cum angulo ab ipsis comprehenso; reliquum arcum, cum reliquis angulis reperire.

IN sphærico triangulo ABC, non rectãgulo dati sint duo arcus AB, BC, cum angulo B. Oportet ex his & reliquum arcum AC, & reliquos angulos BAC, & ACB, exquirere. Sint primum dati arcus inæquales, & ex termino vnius eorum, nempe ex termino A, arcus AB, ad alterum arcum BC, demittatur arcus perpendicularis AD: quæ an intra triangulum, an vero extra cadat, calculus, & operatio docebit. Quoniam enim in triangulo ABD, cuius angulus D, rectus, datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum angulo B; dabitur quoque arcus perpendicularis AD, dato angulo B, oppositus. Rursus, quia in eodem triangulo datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum augulo B:

Quãdo duo arcus dati inæquales sunt, & neuter quadrãs

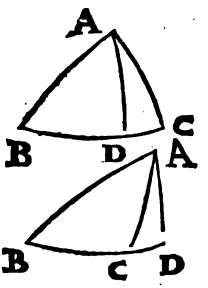
Schol. 41. huius.

Schol. 45. huius.

Digitized by Google

Schol. 49. vel44.hui⁹. VEL, quia cognitus est arcus A D,& præterea angulus B, datus: constatq; species alterius arcus B D, circa angulum rectum. Nam quando arcus A B,est minor quadrante, si quidem & inuentus A D, sit minor, 36. huius. erit & B D,minor;Si vero AD,sit quadrante maior,erit & B D,maior: At si A B,est maior quadrante,si quidem & inuentus A D, sit maior, erit B D, minor; si autem A D, sit minor, erit B D, maior:

Schol. 52. vel43.hui⁹. VEL denique, quia datus est arcus A B, recto angulo oppositus, & arcus A D, circa rectum angulum;



inuenietur quoq;,ex scholijs in margine adductis,arcus B D. Si igitur arcus hic B D,inuentus fuerit minor dato arcu B C, argumento est, arcum perpendicularem A D, intra triangulum cecidisse; extra vero, si maior. Et quoniam ad vtramque partem arcus A B,duci potest arcus perpendicularis ad B C, nos, quãdo is extra triangulum cadit, eum in hac, & sequentibus propositionibus eligimus, qui angulum A B C, subtendit. Iam ablato arcu inuento B D, si minor est, quam datus arcus B C, ex arcu B C; vel si maior est, sublato arcu dato B C, ex inuento arcu B D, notus fiet reliquus arcus C D. Quare cum in triangulo A D C,angulum habente rectum Schol. 1. D,arcus duo A D,C D,circa rectum angulum cogniti sint;dabitur quoque ar- 43. huius. cus A C, recto angulo oppositus, qui in triangulo A B C, quærebatur.

Schol. 47. huius. POST hæc, quoniam in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus est arcus A B,recto angulo oppositus, cum angulo B:

Schol. 56. vel42.hui⁹. VEL, quia notus est arcus A D,circa angulum rectum, cum angulo B, non recto; constatq; præterea de reliquo arcu B D, circa rectum angulum inuento, an maior sit quadrante, minorue.

Schol. 51. vel45.hui⁹. AVT quia datus est arcus A B,recto angulo oppositus, & insuper arcus A D, circa rectum angulum:

Schol. 55. vel41.hui⁹. VEL deniq;,quia datus est arcus AB,oppositus angulo recto,& præterea arcus B D,circa rectum angulũ; cognitus quoque erit,per scholia in margine notata,angulus B A D. Sic quo-
Schol. 51. que, quia in triangulo A C D, rectum habente angulum D, datus est arcus vel45.hui⁹. A C, recto angulo oppositus, cum arcu A D, circa rectum angulum:

Schol. 55. vel41.hui⁹. VEL certe,quia datur arcus A C,recto angulo oppositus,& præterea arcus C D, circa angulum rectum; notus efficietur etiam,per scholia in margine appositа,angulus C A D.Additus autem angulus C A D, proxime inuentus angulo B A D, nuper etiam inuento, quando arcus A D, intra triangulum cadit; vel quando cadit extra, ablatus angulus C A D, ex angulo B A D, notum efficiet angulum B AC,qui in triangulo A B C, quærebatur.

Schol. 47. huius. A D extremum,cum in triangulo A C D,rectum habente angulum D, datus sit

Digitized by Google

tus sit arcus A C, angulo recto oppositus, & angulus C A D, iam inuentus:

VEL cum sit cognitus arcus C D, circa angulum rectum, ac præterea angulus C A D; constetq; de reliquo arcu A D, circa rectum angulum noto iam facto, an minor quadrante sit, an maior: Schol. 56. vel 42. huius.

AVT, cum datus sit arcus AC, angulo recto oppositus, cum arcu C D, circa angulum rectum: Schol. 55. vel 45. huius.

VEL denique, quoniam notus est arcus A C, recto angulo oppositus, vnà cum arcu A D, circa angulum rectum; Schol. 55. vel 41. huius.

cognitus quoque fiet, per scholia in margine adducta, angulus A C D; qui quidem in priori triangulo, vbi arcus A D, intra triangulum cadit, quærebatur: in posteriori autem, vbi arcus A D, extra triangulum cadit, idem angulus A C D, ex duobus rectis ablatus, notum relinquit quæsitum angulum A C B. Atque ita inuentus est & arcus reliquus A C, & reliqui anguli B A C, A C B.

NVLLA porro ratione alteruter arcuum A D, B D, esse potest quadrans: quia alias & arcus A B, recto angulo oppositus quadrans foret: quod est contra hypothesim. 35. huius.

QVOD si quando arcus C D, deprehensus fuerit quadrans; erit & arcus A C, quæsitus, & recto angulo oppositus, quadrans; & angulus C A D, rectus. 35. huius. Atque ita sine vllo labore inuentus erit & arcus A C, qui quæritur, & angulus C A D. Reliqua reperientur, vt prius. 34. huius.

PRAXIS ad enodandum hoc problema petenda est ex scholijs in margine citatis.

VERVM per solos sinus ita progrediendum erit. Ex praxi problematis 2. scholij propos. 41. inquirendus erit arcus A D. Praxis per solos sinus, quãdo duo dati arcus sunt inæquales, & neuter quadrans.

DEINDE ex praxi scholij 1. propos. 43. arcus B D; ex quo arcus C D, notus efficietur, auferendo inuentum arcum B D, ex dato arcu B C, vel datum arcum B C, ex ipso inuento arcu B D, prout minor inuentus fuerit, quam datus arcus B C, aut maior.

AD hæc, in triãgulo B A D, explorãdus erit angulus B A D, per praxim problematis 1. propos. 41. vel per praxim problematis 2. scholij propos. 42. Similiter in triangulo A C D, eliciendus angulus C A D, ex praxi problematis 1. scholij propos. 41. Ex duobus autem angulis B A D, C A D, inuentis notus euadet angulus B A C, trianguli propositi; addendò scilicet vnum alteri, vt in priori triangulo, vel auferendo angulum C A D, ex angulo B A D, vt in triangulo posteriori.

PER praxim denique problematis 1. scholij propos. 41. vel problematis 2. scholij propos. 42. in triangulo A C D, eodem indagandus angulus A C D; Hic enim in priori triangulo proposito est quæsitus, in posteriori vero reliquus duorum rectorum est is, qui quæritur.

ALITER, & quidem magis expeditè. Sint rursus in triangulo ABC, dati duo arcus inæquales A B, A C, cum angulo A. Quoniam igitur est, vt sinus totus Alia demõstratio breuior.

chol. 58. huius. totus ad quantitatem quartam proportionalem sinui toti, & duobus sinubus arcuum inæqualium A B, A C, ita sinus versus anguli A, ad differẽtiam inter sinum versum arcus B C, angulo A, oppositi, & sinum versum differentiæ arcuum A B, A C:



Praxis breuior, per solos sinus, quãdo dati duo arcus sũt inæquales, & neuter quadrans.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum vtriuslibet arcuum inæqualium datorum, ita sinus alterius arcus dati ad aliud, producetur numerus quartus proportionalis sinui toti, & duobus sinubus dictorum duorum arcuum. Si ergo rursus fiat, vt sinus totus ad numerum quartum proportionalem proxime inuentum, ita sinus versus anguli A, dati ad aliud, reperietur differentia inter sinum versum tertij arcus, qui quæritur, & sinum versum differentiæ arcuum datorum inæqualium. Et quia

Schol. 1. 58. huius. *supra monstrauimus, sinum versum tertij arcus maiorem semper esse sinu verso differentiæ duorum arcuum inæqualium; si differentia nuper inuenta adijciatur ad sinum versum differentiæ datorum arcuum inæqualium, componetur sinus versus tertij arcus dato angulo oppositi, qui quæritur, ex quo arcum ipsum eliciemus, vt in explicatione, atque vsu tabulæ sinuum dictum est. Angulum porro C, inueniemus ex cognitis arcubus A C, C B; & angulum B, ex notis arcubus A B, B C, vt in praxi secundæ demonstrationis præcedentis propos. præcepimus, si duo arcus angulum quemlibet quæsitum continentes fuerint inæquales. Nam si aliquando æquales*

Quando alter arcuũ datorũ inæqualiũ est quadrans. *sint, adhibenda erit praxis postremæ demonstrationis eiusdem propositionis antecedentis. Quòd si sciremus, an anguli B, C, sint acuti, vel obtusi, facili negotio, inuento arcu B C, ipsos inueniremus, vt ad finem secundæ demonstrationis antecedentis propos. monuimus.*

QVOD si alter inæqualium arcuum datorũ sit quadrans, nempe A B, ducemus ab eius extremo A, ad alterum arcum B C, arcum perpendicu-

36. huius. *larem A D. Eritq; alter saltem arcuum A D, B D, quadrans quoque. Non potest autem A D, esse quadrans; quia alias, cum & A B, quadrans po-*

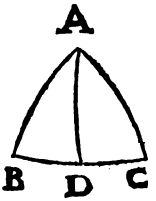
25. huius. *natur, essent anguli B, D, recti, atq; adeo triangulum A B C, esset rectan-*

34. huius. *gulum. quod non ponitur. Erit ergo B D, quadrans, ideoq; angulus oppo-*

26. huius. *situs B A D, rectus. Polus quoq; arcus A D, erit B, ob quadrantes A B, B D: propterea q; arcus A D, ex angulo ipso B, dato cognitus erit. Atq; ita duo arcus A D, B D, cum angulo B A D, facti erunt noti sine vllo negotio multiplicationis. Reliqua inuenientur, vt prius.*

Quãdo duo arcus dati sunt æquales. SED sint iam dati arcus A B, A C, datum angulum A, comprehendentes, æquales. Erunt igitur duo anguli B, C, æquales, nempe vel acuti, vel obtusi, & neuter arcuũ A B, A C, quadrans; arcus q; perpendicularis A D, ex A, in B C, demissus intra triangulum cadet, necnon & arcus B D, C D, & anguli ad A, æquales

æquales erunt, vt in vltima figura præcedentis propoſ. oſtendimus: ac proinde vterque angulus ad A, datus erit, cum dimidium ſit anguli B A C, dati. Quoniam ergo in triangulo A B D, angulum habente rectum D, datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum angulo B A D, nimirum cum dimidio dati anguli B A C; cognitus erit arcus B D, dato angulo B A D, oppoſitus: qui duplicatus totum arcum B C, quæſitum reddet notum. Rurſus quia in eodem triangulo ABD, rectum habente angulum D, datus eſt arcus A B, angulo recto opppoſitus, cum arcu B D, circa angulum rectum:



Schol. 48. huius.

Schol. 51. vel 45. huius.

VEL, quia datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, & præterea angulus non rectus B A D:

Schol. 47. huius.

VEL denique, quia datus eſt arcus B D, circa rectum angulum, vnà cum angulo non recto B A D, qui dato arcui B D, opponitur, conſtatq; præterea ſpecies reliqui anguli non recti B. Nam ſi A B, fuerit quadrante minor, erit angulus B, acutus, ſicut & B A D, acutus eſt: Si vero A B, maior quadrante extiterit, erit angulus B, obtuſus, quandoquidem B A D, acutus eſt;

Schol. 56. vel 42. huius.

notus erit quoque, ex ſcholijs in margine adductis, angulus B; ideoq; & angulus C, illi æqualis.

38. huius.

PRAXIS petatur ex ſcholijs in margine adductis.

Praxis.

SOLIS ſinubus ita vtemur. Per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 41. exquiremus arum B D; qui duplicatus totum B C, qui quæritur, dabit. Deinde ex praxi problematis 2. ſcholij propoſ. 42. quaremus angulum B; cui æqualis eſt alter angulus C.

Praxis per ſolos ſinus, quãdo dati duo arcus ſunt æquales.

DATIS igitur duobus arcubus trianguli ſphærici non rectanguli, cum angulo ab ipſis comprehenſo; reliquum arcum, cum reliquis angulis reperimus. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

HIC quoque potius vti voluimus theoremate ſcholij 2. propoſ. 58. in demonſtratione ſecunda huius problematis, quam theoremate eiuſdem propoſ. 58. vt praxis minus fieret laboriosa. Nam cum ſit, vt quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus datorum arcuum inæqualium contentum, ita ſinus verſus anguli dati à dictis arcubus comprehenſi ad differentiam inter ſinum verſum arcus dato angulo oppoſiti, & ſinum verſum differentiæ duorum arcuum datorum inæqualium: ſi vellemus vti hoc theoremate propoſ. 58. moleſta redderetur multiplicatio in aurea regula, cum ſinus verſus dati anguli multiplicandus eſſet per dictum rectangulum. At in noſtra praxi multo brevior fit multiplicatio, vt patet, quamvis bis regulam auream adhibeamus.

58. huius.

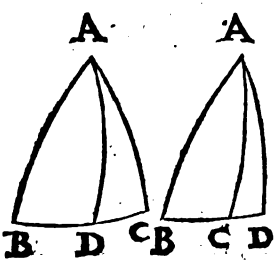
PROBL. 6. PROP. 65.

DATIS duobus angulis triãguli ſphærici non rectan-

rectanguli, vnà cum arcu ipsis adiacente; reliquos arcus, cum reliquo angulo scrutari.

Quãdo duo anguli dati sũt inæquales, & arcus adiacés datus maior, aut minor quadrante.

IN triangulo sphærico A B C, non rectangulo dati sint duo anguli B, & B A C, cum arcu adiacente A B. Oportet ex his reliquos arcus A C, B C, cum reliquo angulo C, scrutari. Sit primum datus arcus A B, non quadrans, sed vel maior, vel minor quadrante, & dati anguli B, B A C, inæquales, à quorum vno, nempe à B A C, ad arcum oppositum B C, arcus perpendicularis demittatur A D: qui an intra triangulum, an vero extra cadat, calculus, atque operatio indicabit. Nam cum in triangulo A B D, rectũ habente angulum D, datus sit arcus A B, angulo recto oppositus, & angulus B; dabitur etiam angulus B A D: qui si minor repertus fuerit dato angulo B A C, cadet arcus A D, intra triangulum; extra vero, si maior. Iam ablato angulo B A D, inuento, si minor est dato angulo B A C, ex angulo B A C; vel si maior est, subducto angulo dato B A C, ex inuento angulo B A D, notus euadet reliquus angulus C A D.



Schol. 47. huius.

NVNQVAM vero inuentus angulus B A D, esse potest rectus: quia duo arcus A B, B D, essent quadrantes, ob angulos rectos B A D, A D B; cum tamen A B, ponatur esse nõ quadrans: sed C A D, poterit aliquando esse rectus.

25. huius.

Schol. 41. huius.

RVRSVS, quia in eodem triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus est arcus A B, angulo recto oppositus, & angulus non rectus B:

Schol. 52. vel 42. huiꝰ.

VEL, quia notus est vterque angulus non rectus B, & B A D:

Schol. 45. huius.

AVT denique, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, vna cum angulo non recto B A D;

Schol. 41. huius.

cognoscetur quoque, per scholia adducta in margine, arcus A D. Eodemque pacto, quia in eodem triangulo B A D, cuius angulus D, rectus, datus est arcus A B, recto angulo oppositus, vna cum angulo B A D:

Schol. 52. vel 42. huiꝰ.

VEL, quia cognitus est vterque angulus non rectus B, & B A D:

Schol. 45. huius.

VEL, quoniam notus est arcus A B, angulo recto oppositus, vna cum angulo non recto B:

Schol. 53. ve 43. huiꝰ.

AVT, quia datus est arcus A B, angulo recto oppositus, & præterea arcus A D, circa rectum angulum:

Schol. 49. vel 44. huiꝰ.

VEL, quoniam notus est arcus A D, circa angulum rectum, vna cum angulo non recto B, ei opposito; constatq; præterea, an alter arcus B D, circa rectum angulum sit maior, minorue quadrante. Nam si inuentus angulus B A D, est acutus, erit arcus B D, quadrante minor; maior autem, si obtusus:

Schol. 44. huius.

VEL denique, quoniam notus est arcus A D, circa rectum angum, & præterea angulus non rectus B A D, ei adiacens;

cogno-

Digitized by Google

cognoscetur quoque, ex scholijs in margine citatis, arcus B D. Præterea, quia in triangulo A C D, habente rectum angulum D, cognitus est arcus A D, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto C A D, ei adiacente; inuenietur quoque arcus A C, recto angulo oppositus. Atque ita iam vnus reliquorum arcuum repertus est A C. Schol. 46. vel 45. huius.

POST hæc, quoniam in eodem triangulo A C D, cuius angulus D, rectus, datus est arcus AC, recto angulo oppositus, vna cum angulo non recto C AD; Schol. 41. huius.

VEL, quia datus est arcus A C, recto angulo oppositus, & præterea arcus A D, circa eundem angulum rectum: Schol. 43. vel 53. huius.

VEL denique, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto C A D, ei adiacente: Schol. 44. huius.

notus quoque fiet, ex scholijs in margine descriptis, arcus C D: qui adiectus arcui inuento B D, quando perpendicularis arcus A D, intra triangulum cadit; vel, quando extra cadit, sublatus ex arcu inuento B D, notum exhibebit arcum B C, qui est alter reliquorum arcuum, qui quæruntur.

A D extremum in eodem triangulo ACD, quoniam datus est arcus AC, recto angulo oppositus, cum arcu A D, circa rectum angulum: Schol. 41. vel 55. huius.

VEL, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, & angulus non rectus C A D, ei adiacens: Schol. 42. huius.

VEL, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, & angulus non rectus A C D, ei oppositus; constatq; præterea, an reliquus arcus CD, circa rectum angulum inuentus sit maior quadrante, aut minor: Schol. 56. vel 42. huius.

AVT, quia datus est vterque arcus A D, C D, circa angulum rectum: Schol. 48. vel 44. huius.

AVT, quia datus est arcus A C, angulo recto oppositus, & insuper arcus C D, circa rectum angulum: Schol. 45. vel 51. huius.

AVT denique, quoniam datus est arcus A C, recto angulo oppositus, cum angulo non recto C A D; Schol. 47. huius.

notus quoque fiet, ex scholijs in margine nominatis, angulus A C D, qui in priori triangulo est is, qui quæritur; in posteriori vero subductus ex duobus rectis reliquum facit quæsitum angulum A C B. Atque ita iam omnia, quæ proposita sunt, inuenimus.

DE praxi nihil noui præcipimus, sed recurrendum erit ad praxes scholiorum, quæ in margine citata sunt.

PER solos autem sinus ita propositum exequemur. Per praxim problematis 2. scholij propos. 41. in triangulo A B D, rectangulo inuestigabimus arcum A D: Et per praxim problematis scholij 1. propos. 43. arcum B D. Deinde per praxim problematis 1. scholij propos. 41. angulum B A D: quem, si minor est dato angulo B A C, auferemus ex angulo B A C, dato; vel, si maior est, ab eo datum angulum B A C, detrahemus, vt notus fiat angulus C A D. Praxis per solos sinus, quãdo dati duo anguli inæquales sunt, & arcus datus illis adiacẽs nõ est quadrãs.

HINC per praxim problematis 2. scholij propos. 42. eliciemus in

triangulo rectangulo A C D, angulum A C D: qui erit quæsitus A C B, in triangulo A B C, si inuentus angulus B A D, fuerit minor angulo dato B A C: Si autem maior, idem angulus A C D, ex duobus rectis demptus reliquum faciet angulum quæsitum A C B.

IAM vero per praxim problematis 3. scholij propos. 41. inueniemus in triangulo eodē A C D, arcum A C, recto angulo oppositum. Datur enim arcus A D, circa angulum rectum, & angulus nō rectus A C D, constat q; præterea, qualis sit alter angulus non rectus C A D, iamdudū inuentus: qui quidem arcus A C, est vnus reliquorū, qui in triangulo A B C, quæruntur.

PER praxim tandem problematis 2. scholij propos. 41. reperietur arcus C D: Vel per praxim problematis 1. scholij propos. 42. Vel certe per praxim problematis scholij 1. propos. 43. eundem arcum C D, cognoscemus: qui additus inuento arcui B D, quando angulus B A D, inuentus minor fuerit dato angulo B A C; vel, quando maior fuerit, ab eodem arcu B D, subtractus, notum efficiet arcum B C, qui est alter eorum in triangulo A B C, qui inuestigari debent.

QVOD si quando angulus inuentus C A D, fuerit rectus, cum & A D C, rectus sit, erunt A C, C D, quadrantes; & A D, arcus anguli C; ac proinde angulus C, ex arcu inuento A D, cognitus erit. Reliquus autem arcus B C, cognoscetur ex quadrante C D, & arcu B D, inuento, vt prius.

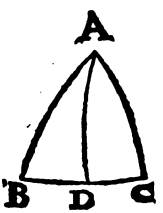
25. huius. Quãdo duo anguli sunt inæquales, & arcus adiacẽs datus quadrans.

IAM vero si datus arcus A B, sit quadrans, existentibus adhuc angulis B, & B A C, inæqualibus, erit angulus B A D, rectus, & arcus etiam B D, quadrãs. Nam cum in triangulo rectangulo A B D, arcus A B, angulo recto oppositus ponatur quadrans, erit saltem alter reliquorum arcuum quadrans. Non potest autem A D, esse quadrans: quia duo anguli B, D, essent recti, ob quadrantes A B, A D, cum tamen triangulum A B C, ponatur non rectangulum. Igitur B D, quadrans erit; ac propterea oppositus angulus B A D, rectus. Polus quoque arcus A D, erit B, ob quadrantes B A, B D; ac proinde A D, arcus erit dati anguli B, ideoq; datus. Inuentis autem arcubus A D, B D, & angulo recto B A D, sine vllo labore, cum in eis inuestigandis nullo problemate ex præcedentibus egeamus, reliqua inueniemus, vt prius.

36. huius. 25. huius. 34. huius. 26. huius.

Quãdo duo anguli dati sũt æquales. 9. huius.

SINT deinde in triangulo A B C, dati duo anguli B, & C, æquales, cum arcu B C, illis adiacente, siue quadrans is sit, siue quadrante maior, aut minor. Erunt arcus A B, A C, æquales; ideoq; arcus perpendicularis A D, ad datum arcum B C, ex opposito angulo A, demissus intra triangulum cadet, secabitque & arcum datum B C, & angulum B A C, oppositum bifariam, vt in posteriore casu propos. 62. monstrauimus. Quoniam ergo in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus est arcus B D, circa rectum angulum, quippe qui dimidium sit dati arcus B C, & insuper angulus B, ei adiacens; dabitur & arcus A B, reSchol. 45. vel 46. huius. & angulo oppositus, ideoq; & A C, illi æqualis datus erit. Atque ita duo arcus



Digitized by Google

ous reliqui iam noti facti sunt. Rursus quia in eodem triangulo datus est, per inuentionem, arcus A B, recto angulo oppositus, cum arcu B D, circa rectum angulum: Schol. 42. vel 55. huius.

VEL, quia datus est arcus B D, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto B, ei adiacente: Schol. 42. huius.

VEL certe, quia datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum angulo non recto B; Schol. 47. huius.

reperietur, per scholia in margine adducta, angulus quoque B A D: qui duplicatus totum angulum B A C, quæsitum efficiet cognitum.

SED per solos sinus ita praxis se habet. Per praxim problematis 2. *scholij propos.* 42. *ex arcu B D, circa angulum rectum dato, & ex angulo B, ei adiacente dato, inueniemus angulum B A D, qui duplicatus totum angulum quæsitum B A C, dabit. Deinde per praxim problematis* 3. *scholij propos.* 41, *ex arcu B D, circa rectum angulum, & angulo B A D, opposito iam inuento, eruemus arcum A B, recto angulo oppositum, ideoq; & arcum A C, illi æqualem. Nam præter data constat etiam species reliqui anguli B, dati non recti.* Praxis per solos sinus, quãdo duo anguli dati sunt æquales.

DATIS igitur duobus angulis trianguli sphærici non rectanguli, vnà cum arcu ipsis adiacente; reliquos arcus, cum reliquo angulo scrutati sumus. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

: IN *triangulis rectilineis non rectãgulis problema huic simile propositum non fuit: propterea quod, datis duobus angulis, datur & tertius: qui nimirum relinquitur, si duo illi ex duobus rectis tollantur. Quare cum vnum etiam latus detur, duo reliqua latera per propos.* 10. *triang. rectil. efficientur nota.* 32. primi.

PROBL. 7. PROPOS. 66.

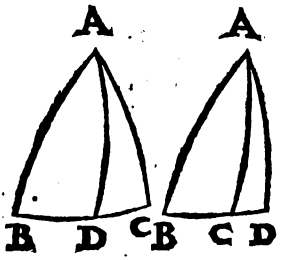
DATIS duobus angulis triãguli sphærici non rectanguli, cum arcu, qui alteri illorum opponitur; reliquos arcus, cum reliquo angulo indagare. Oportet autem constare, num arcus alteri angulo dato oppositus maior sit quadrante, an minor, aut certe quadrans. Quãdo duo anguli dati inæquales sũt, & arcus dat⁹ qui vni eorũ opponitur, nõ quadrans.

IN triangulo A B C, non rectangulo dati sint duo anguli B, C, cum arcu A B, qui angulo C, opponitur, constetque, an arcus A C, maior quadrante sit, minorve, an quadrans. Oportet ex his & reliquos arcus AC, B C, & reliquũ angulum B A C, inuenire. Sint primum dati duo anguli B, C, inæquales, &

Digitized by Google

datus arcus A B, non quadrans. Ducatur ex angulo A, ad arcum B C, datis angulis adiacentē arcus perpendicularis AD: qui intra triangulum cadet, si vterque angulorum B, C, datorum fuerit acutus, vel obtusus; extra vero, si vnus fuerit acutus, & obtusus alter. Quia ergo in triangulo A B D, rectum habēte angulum D, datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum angulo non recto B; notus fiet arcus A D, circa angulum rectum dato angulo B, oppositus. Hinc in eodem triangulo A B D, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum arcu A D, circa angulum rectum:

97. huius.



Schol. 41. huius.

Schol. 43. vel 53. hui⁹.

Schol. 45. huius.

VEL, quia datus est arcus A B, angulo recto oppositus, & præterea angulus B, non rectus:

Schol. 49. vel 44. hui⁹.

VEL denique, quoniam datus est arcus A D, circa rectum angulum, cum angulo B, non recto ei opposito; constatq; præterea species arcus B D. Nam si A B, datus fuerit minor quadrante; si quidem & A D, inuentus sit minor, erit quoque B D, minor; si autem maior, maior. Si vero A B, datus fuerit quadrante maior; si quidem & A D, inuentus sit maior, erit B D, minor; si vero A D, sit minor, erit B D, maior;

36. huius.

reperietur quoque, ex scholijs in margine citatis, alter arcus B D, circa angulum rectum. Hinc rursus in eodem triangulo A B D, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, & præterea arcus B D, circa angulū rectum:

Schol. 41. vel 55. hui⁹.

Schol. 44. vel 48. hui⁹.

AVT, quia datus est vterque arcus A D, B D, circa angulum rectum:

Schol. 45. vel 51. hui⁹.

VEL, quia datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum arcu A D, circa angulum rectum:

Schol. 56. vel 42. hui⁹.

VEL, quia datus est arcus A D, circa rectum angulum, & insuper angulus non rectus B, ei oppositus; constatq; præterea species anguli B A D. Nam si B D, arcus inuentus sit quadrante maior, erit angulus B A D, obtusus; si vero minor, acutus.

54. huius.

Schol. 47. huius.

VEL denique, quia datus est arcus A D, angulo recto oppositus, cum angulo non recto B;

notus fiet quoq; angulus non rectus B A D, ex scholijs in margine appositis.

DEINDE in triangulo A C D, rectum habente angulum D, quoniam datus est arcus A D, circa rectum angulum, cum angulo C, opposito; (Nam quando perpendicularis arcus A D, extra triangulum cadit, dabitur angulus A C D, si datus angulus A C B, ex duobus rectis subducatur.) ponitur q; præterea constare species arcus A C, qui in proposito triangulo A B C, alteri dato angulo B, opponitur, in hoc vero triangulo A C D, recto angulo D, oppositus est; notus quoque euadet arcus A C; qui vnus est reliquorum arcuum, qui inuestigandi proponuntur in triangulo A B C. Hinc quia in eodem triangulo A C D, datus est arcus A C, recto angulo oppositus, & arcus A D, circa rectum angulum:

Schol. 41. vel 54. hui⁹.

Schol. 43. vel 53. hui⁹.

VEL

VEL, quia datus est arcus A C, angulo recto oppositus, cum angulo non recto C: Schol. 45. huius.

VEL denique, quoniam datus est arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo C, ei opposito, constatq; præterea species arcus C D. Nam si arcus AC, recto angulo oppositus, inuentus fuerit minor quadrante, erit vterque arcus A D, C D, vel minor etiam, vel maior; atque ita ex cognito arcu A D, sciemus, an C D, minor sit, vel maior quadrante: Si vero inuentus arcus A C, fuerit quadrante maior, & A D, minor, erit C D, maior; at si A D, maior fuerit, erit C D, minor; Schol. 49. vel 44. huius. 36. huius.

cognoscetur etiam, per scholia in margine posita, arcus C D: qui additus arcui iamdudum inuento B D, si perpendicularis arcus A D, intra triangulum cadit; vel, si extra, ablatus ex arcu B D, inuento; notum efficiet arcum B C, quæsitum. Atque ita iam reliqui duo arcus A C, B C, inuenti erunt.

POSTREMO, quia in eodem proximo triangulo A C D, datus est arcus A C, angulo recto oppositus, cum arcu C D, circa rectum angulum: Schol. 42. vel 55. huius.

VEL, quoniam datus est arcus C D, circa rectum angulum, & præterea angulus non rectus C: Schol. 42. huius.

VEL, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto C, oppositoconstatq; præterea species alterius anguli C A D. Nam si arcus inuentus C D, minor est quadrante, erit angulus CAD, acutus; obtusus vero, si C D, quadrante maior est: Schol. 42. vel 56. huius. 34. huius.

VEL, quia datus est vterq; arcus A D, C D, circa angulum rectum. Schol. 44. vel 48. huius.

VEL, quoniam datus est arcus A C, recto angulo oppositus, & arcus A D, circa rectum angulum; Schol. 45. vel 51. huius.

VEL denique, quia datus est arcus A C, angulo recto oppositus, vnà cum angulo C, non recto; Schol. 47. huius.

fiet quoque notus angulus C A D, ex scholijs in margine adductis. Hic autem angulus C A D, additus angulo B A D, iam antea inuento, si arcus perpendicularis A D, intra triangulum cadit; vel si extra, ablatus ex inuento angulo B A D, cognitum exhibebit angulum B A C, quæsitum.

CAETERVM nullo modo alteruter arcuum A D, B D, quadrans esse potest in hoc casu: quia si alter illorum esset quadrans, esset quoq; arcus A B, angulo recto oppositus, quadrans. quod est contra hypothesim. 35. huius.

PRAXIS huius problematis pendet ex scholijs in margine notatis.

SOLIS autem sinubus ita rem perficiemus. Per praxim problematis 2. scholij propos. 41. inueniemus arcum A D: Et per praxim problematis scholij 1. propos. 43. arcum B D: Et per praxim problematis 1. scholij propos. 41. angulum B A D. Praxis per solos sinus, quãdo dati anguli inæquales sũt, & datus arcus, qui vni eorum opponitur, nõ quadrans.

DEINDE per praxim problematis 3. scholij propos. 41. cognoscemus arcum A C, cum constet ex hypothesi eius species. Hinc per praxim problematis scholij 1. propos. 43. arcus C D, notus fiet; ex quo, si addatur arcui inuento B D, vel ab eodem subtrahatur, prout perpendicularis

arcus A D, intra, vel extra triangulum ceciderit, cognitus fiet arcus B C.

A D extremum, per praxim problematis 1. scholij propos. 41. eruemus angulum C A D; qui additus angulo inuento B A D, vel ab eo subtractus, prout arcus perpendicularis A D, intra triangulum ceciderit, vel extra, notum faciet angulum B A C.

QVOD si quando arcus A C, alteri angulo B, dato oppositus, sit quadrans, quod euenire potest, non existente quadrante A B; erit alter saltem reliquorum quoque arcuum A D, C D, in triangulo A C D, quadrans. Cum ergo A D, esse non possit quadrans, erit C D, quadrans; ac proinde angulus ei oppositus C A D, rectus. Itaque tunc inuentus erit & arcus C D, & angulus C A D, sine vllo alio labore: ex quibus & arcus B C, & angulus B A C, deprehendentur, vt dictum est.

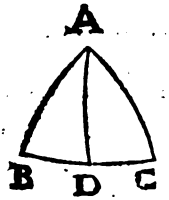
36. huius. 34. huius. Quãdo duo anguli dati inæquales sũt, & datus arcꝰ vni eorũ oppositꝰ, quadrans.

SIT iam arcus datus A B, quadrans, & adhuc duo anguli dati B, C, inæquales. Erit arcus B D, quadrans etiam, & angulus B A D, rectus. Cum enim in triangulo A B D, arcus A B, angulo recto oppositus quadrans ponatur; erit saltem & alter reliquorum arcuum A D, B D, quadrans. Non potest autẽ A D, esse quadrans: quia duo anguli B, D, ob quadrantes A B, A D, recti essent, ideoq; triangulum A B C, rectangulum, quod non ponitur. Erit ergo B D, quadrans, ac proinde angulus oppositus B A D, rectus. Erit quoque B, polus arcus A D, ob quadrantes A B, B D; propterea q; datus angulus B, arcum B D, notum efficiet. Inuẽtis autem arcubus A D, B D, cum angulo recto B A D, sine vlla multiplicationis molestia, inuenientur reliqua, vt prius. In hoc tamen casu arcus A C, nullo pacto quadrans erit, ne duo quadrantes sint A B, A C, in triangulo A B C, ac proinde duo anguli B, C, recti. Quod esset contra hypothesim, cum triangulum ponatur non rectangulum.

36. huius. 34. huius. 25. huius. 26. huius. 25. huius.

Quãdo duo dati anguli æquales sũt.

VERVM sint iam in triangulo A B C, dati duo anguli B, C, æquales. Erunt duo arcus A B, A C, æquales; atq; adeo neuter eorum quadrans, ne duo anguli B, C, recti existant. Demissus igitur arcus perpendicularis A D, ex tertio angulo A, intra triangulum cadet, diuidetq; tam arcum B C, quam angulum B A C, bifariam, vt supra in secundo casu propos. 42. ostendimus. Igitur quia in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum angulo B; cognitus erit & arcus B D: qui duplicatus totum arcum B C, notum efficiet: Sed & A C, notus est, cum dato arcui A B, æqualis sit. Deinde quoniam in eodem triangulo A B D, datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum arcu B D, circa angulum rectum proximè inuento;



Schol. 45. huius. Schol. 41. vel 55. huiꝰ.

VEL, quia datus est arcus B D, circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente B:

Schol. 42. huius. Schol. 47. huius.

VEL denique, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum angulo non recto B;

dabitur quoque, per scholia in margine adducta, angulus B A D: qui duplicatus totum B A C, quæsitum præbebit.

ITA autem solis sinubus in hoc casu vtemur. Per praxim proble-

matis

matis 2. scholij propos. 41. reperiemus arcum AD: Et hinc per praxim problematis scholij 1. propos. 43. arcum ED; qui duplicatus totum arcum BC, dabit notum. Deinde per praxim problematis 1. scholij propos. 41. Vel per praxim problematis 2. scholij propos. 42. inueniemus angulum BAD, ac proinde eius duplum BAC, qui quæritur. Tertius autem arcus AC, dato arcui AB, æqualis est, atque adeo cognitus. Praxis per solos sinus, quãdo dati duo anguli æquales sũt.

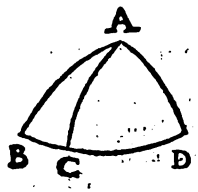
DATIS igitur duobus angulis trianguli sphærici non rectanguli, cum vno arcu, qui alteri illorum opponitur, &c. Quod erat faciendum.

SCHOLIVM.

HVIC etiam problemati nullam propositionem respondentem attulimus in triangulis rectilineis, propter causam in scholio antecedentis propos. allatam.

OPORTET autem in primo casu huiusce problematis dari etiam necessario speciem arcus AC, alteri angulo dato B, oppositi. Alioquin in triangulo ACD, ex dato arcu AD, & angulo C, opposito, (cum nihil certi adhuc exploratum habeamus de arcu CD, vel angulo CAD, qualesnã sint.) non inueniretur arcus AC, recto angulo oppositus, cum is posit esse vel maior quadrante, vel minor, & nondum ex datis, vel demonstratis constet, qualis futurus sit. Cæterum non satis esse, si dentur anguli duo, cum arcu vni eorum opposito, ad eliciendos reliquos arcus, & reliquum angulum, iampridem admonuimus in scholio propos. 22. & 23. Vbi etiam Copernicum hallucinatum ea in re esse lib. 1. Reuolutionum propos. 12. triang. sphær. indicauimus. Error Copernici.

Quod tamen hic breuiter ita rursus demonstrabimus. Nõ satis esse, dati duos angulos, cũ arcu vni eorum opposito, ad reliqua fuenida in triangulo nõ rectangulo.



Sint duo arcus inæquales AB, AC, angulum BAC, continentes, & semicirculo simul æquales; atque adeo vnus quadrante maior, & alter minor. Ducto autem per B, C, arcu circuli maximi BC, ducatur ad eum productum ex A, alius arcus AD, neque per polos arcus AC, neque per polos arcus BC; ita vt anguli D, & CAD, sint non recti. Sed neque angulus ACD, rectus est. Nam si foret rectus, esset angulus ABC, cui ille æqualis est, rectus quoque; atque ita duo arcus AB, AC, propter rectos angulos B, C, æquales essent, & quadrantes. Quod est contra hypothesim. Triangulum ergo ACD, non rectangulum est; in quo licet duo anguli ACD, & D, dentur, cum arcu AD, qui angulo ACD, opponitur; non tamen inde colligemus arcum AC, alteri dato angulo D, oppositum, cum eidem opponatur in triangulo ABD; etiam arcus AB, ipsi AC, inæqualis; propterea quod eadem hypothesis manet in triangulo ABD, nempe anguli dati B, D, (cum angulus B, angulo ACD, æqualis sit, vt ostendimus) & arcus datus AD, angulo B, oppositus. Necesse est ergo, vt detur species arcus angulo D, oppositi, vt sciamus, num maior quadrante is sit, an minor, hoc est, num arcus AB, an AC, sumendus sit, cum vnus eorum maior quadrante sit, & alter minor, &c. 25. huius. 25. huius.

HAC in re lapsus etiam est Ioan. Regiom. lib. 4. triangulorum propos. 32. cum vult ex duobus angulis datis, cum vno latere opposito, reliqua inuenire. quod tamen non satis esse, hic demonstrauimus. Error Regiom.

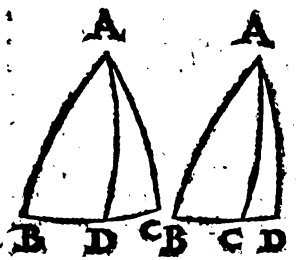
PROBL.

PROBL. 8. PROP. 67.

DATIS duobus arcubus trianguli sphærici non rectanguli, cum angulo, qui alteri eorum opponitur; reliquos angulos, cum reliquo arcu inuenire. Oportet autem constare, num angulus alteri arcui dato oppositus acutus sit, an obtusus.

IN triangulo sphærico non rectangulo A B C, dati sint duo arcus AB, AC, cum angulo B, qui arcui A C, opponitur, constetq; , an angulus C, acutus sit, an obtusus. Oportet ex his & reliquos angulos C, B A C, & reliquum arcum B C, scrutari. Sint primum dati duo arcus A B, A C, inæquales, & neuter eorum quadrans. Ducantur ab angulo A, tertio arcui opposito ad ipsum arcum tertium B C, arcus perpendicularis A D: qui intra triangulum cadet, si vterque angulus B, C, acutus est, vel obtusus; extra vero, si vnus acutus, & alter obtusus fuerit: constat autem ex datis, an vterque angulus acutus sit, obtususve, an vnus acutus, & obtusus alter; cum datus sit angulus B, cum specie anguli C. Ita-

Quando neuter datorũ arcuũ inæqualiũ est quadrãs.



97. huius.

Schol. 41. huius.

que quoniam in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum angulo B; datus etiam erit arcus A D, circa rectum angulum dato angulo B, oppositus. Hinc in eodem triangulo A B D,

Schol. 43. vel 53. huius.

quia datus est arcus A B, recto angulo oppositus, & insuper arcus A D, circa eundem angulum rectum:

Schol. 45. huius.

VEL, quia datus est arcus A B, recto angulo oppositus, & præterea angulus non rectus B:

Schol. 49. vel 44. huius.

VEL denique, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo B, opposito; constatq; species præterea arcus B D. Nam si A B, datus fuerit minor quadrante; si quidem & A D, inuentus minor sit, erit quoque B D, minor; si autem maior, maior. At si A B, datus fuerit maior quadrante; si quidem & A D, inuentus maior sit, erit B D, minor; si autem A D, minor sit, erit B D, maior;

36. huius.

cognitus etiam erit, ex adductis scholijs in margine, alter arcus B D, circa angulum rectum. Hinc rursus in eodem triangulo A B D, quia datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum arcu B D, circa eundem rectum angulum:

Schol. 41. vel 55. huius. Schol. 44. vel 48. huius.

VEL, quia datus est vterque arcus A D, B D, circa angulum rectum;

VEL,

VEL, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum arcu A D, circa eundem angulũ rectum: Schol. 49 vel 51. huius.

VEL, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo opposito B, constatq; præterea species anguli B A D. Nam si B D, arcus inuentus sit minor quadrante, erit angulus B A D, acutus; obtusus vero, si maior: Schol. 56. vel 42. huius. 34. huius.

VEL denique, quoniam datus est arcus A B, angulo recto oppositus, & insuper angulus non rectus B; Schol. 47. huius.

efficietur quoq; notus, ex scholijs in margine positis, angulus nõ rectus B A D.

DEINDE, quia in triangulo A C D, rectum habente angulum D, datus est arcus A C, recto angulo oppositus, & inuentus arcus A D, circa angulum rectum; cognoscetur quoque angulus C A D, à dictis arcubus comprehensus: qui additus inuento angulo B A D, vel ab eo subtractus, prout arcus perpendicularis A D, intra triangulum cadit, aut extra, (quod quidem cognoscemus, vt ad initium diximus, ex dato angulo B, & specie data anguli C.) dabit quæsitum angulum B A C. Schol. 51. vel 45. huius.

RVRSVS, quoniam in eodem triangulo A C D, datus est arcus A C, angulo recto oppositus, & inuentus arcus A D, circa rectum angulum: Schol. 55. vel 41. huius.

VEL, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, & insuper angulus non rectus C A D: Schol. 42. huius.

AVT denique, quoniam datus est arcus A C, angulo recto oppositus, & præterea angulus non rectus C A D; Schol. 47. huius.

cognitus quoque erit angulus A C D. Si igitur arcus perpendicularis A D, cadit intra triangulum, inuentus angulus erit A C B, qui quæritur; si vero cadit extra, angulus inuentus A C D, demptus ex duobus rectis, notum relinquet quæsitum angulum A C B. Qui quidem angulus A C B, ita quoque reperietur, licet arcus A D, non adesset. Quoniam est, vt sinus arcus A C, ad sinum anguli B, ita sinus arcus A B, ad sinum arcus A C B: si fiat, vt sinus dati arcus dato angulo oppositi ad sinum dati anguli, ita sinus alterius arcus dati ad aliud, producetur sinus anguli huic arcui oppositi; ac proinde angulus ipse A C B, cognitus erit, cum constet eius species. Atq; ita inuenti iam sunt reliqui duo anguli B A C, A C B. 41. huius.

QVONIAM denique in eodem triangulo A C D, datus est arcus A C, angulo recto oppositus, cum angulo C A D, proxime inuento: Schol. 41. huius.

VEL, quia datus est vterque angulus non rectus A C D, C A D: Schol. 42. vel 52. huius.

VEL, quia datus est arcus A C, recto angulo oppositus, cum arcu A D, circa angulum rectum: Schol. 43. vel 53. huius.

VEL, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo non recto C A D: Schol. 44. huius.

VEL, quoniam datus est arcus A D, circa rectum angulum, cum angulo opposito A C D; constatq; præterea species alterius arcus C D, circa rectum angulum. Existente enim angulo inuento C A D, acuto, erit arcus C D, quadrante minor; maior autem, si obtusus. Schol. 49. vel 44. huius. 34. huius.

VEL denique, quia datus est arcus A C, recto angulo Schol. 45. huius.

Digitized by Google

gulo oppositus, cum angulo non recto A C D;
reperietur quoque, per scholia in margine adducta, arcus C D, circa rectum angulum: qui vel additus arcui B D, iam dudum inuento, vel ab eo subductus, (prout nimirum arcus perpendicularis A D, intra triangulum ceciderit, vel extra) dabit arcum B C, in proposito triangulo A B C, quæsitum.

PORRO nulla ratione alteruter arcuum A D, B D, in hoc casu, quadrans esse potest: quia alioquin & arcus A B, recto angulo D, oppositus esset quadrans, quod est contra hypothesim. Eadem ratione neque C D, quadrans erit, ne & arcus A C, angulo recto oppositus quadrans sit, quod esset etiam contra hypothesim. 35. huius.

PRAXIS huius problematis petatur ex scholijs in margine positis.

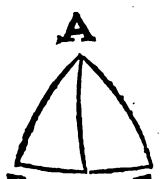
Praxis per solos sinus, quãdo neuter datorũ arcuum in æqualiũ est quadrans.

SED per solos sinus ita problema absoluetur. Per praxim problematis 2. scholij propos. 41. inuenietur arcus AD, in triangulo ABD: Et hinc per praxim problematis scholij propos. 43. arcus B D. Deinde per praxim problematis 2. scholij propos. 42. reperietur angulus B A D.

POST hæc in triangulo ACD, per praxim problematis 1. scholij propos. 41. cognitus erit angulus A C D, qui est vnus quæsitorum, si constet, angulum C, eiusdem esse speciei cum angulo dato B; si vero diuersæ, reliquus duorum rectorum erit angulus A C B, quæsitus, quia ibi arcus perpendicularis intra triangulum cadit, hic vero extra. Rursus per praxim problematis scholij propos. 43, notus efficietur arcus C D, qui in priori triangulo additus inuento arcui B D, in posteriori vero ex eodem sublatus exhibebit reliquum arcum B C, in proposito triangulo notum. Ad extremum, per praxim problematis 1. scholij propos. 41. reperietur angulus C A D, qui additus, vel subductus ex inuento angulo B A D, tertium angulum B A C, qui quæritur, notum efficiet. 37. huius.

Quando alter duorũ arcuũ inæqualiũ datorum est quadrans.

QVOD si alter arcuum datorum inæqualium A B, A C, sit quadrans; si quidem A B, quadrans fuerit, erit quoque B D, quadrans, & angulus B A D, rectus, necnon B, polus arcus A D; atque adeo angulus datus B, eundem arcum A D, notum exhibebit, vt in præcedenti propos. ostendimus, quando arcus A B, ponebatur esse quadrans. Inuentis igitur arcubus A D, B D, & angulo B A D, sine vllo negotio, reliqua inueniemus, vt prius. Si vero arcus A C, sit quadrans, erit eadem ratione C D, quadrans, & angulus C A D, rectus, nec non C, polus arcus A D; atque adeo inuentus arcus A D, angulum A C D, notum faciet: qui vnus erit ex quæsitis, quando arcus A D, cadit intra triangulum; si vero extra, reliquus duorum rectorum dabit angulum quæsitum A C B. Atq; ita inuentus tunc erit, sine multiplicatione vlla, & arcus C D, & angulus C A D, necnon angulus A C D: ex quibus reperientur reliqua, vt prius.



Quãdo dati duo arcꝰ æquales sũt.

SINT iam dati duo arcus A B, A C, æquales. Erunt duo anguli B, C, æquales; & arcus perpendicularis A D, ex A, in B C, demissus intra triangulum cadet; necnon & arcus B D, C D, & anguli ad A, æquales erunt, vt in vltimo casu propos. 63. ostendimus

dimus. Cum ergo angulus B, datus sit, erit quoque C, illi æqualis, datus. Deinde quia in triangulo A B D, habente rectum angulum D, datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum angulo B; dabitur quoque angulus B A D: qui duplicatus totum angulum B A C, quæsitum offeret notum. Hinc, quoniam in eodem triangulo A B D, datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum angulo B A D, inuento: Schol. 47. huius. Schol. 41. huius.

VEL, quia vterq; angulus non rectus B, & B A D, datus est: Schol. 42. vel 52. huius.

VEL denique, quia datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum angulo B, non recto; Schol. 45. huius.

cognoscetur quoque, per scholia in margine allata, arcus B D, circa angulum rectum; atque adeo & eius duplus B C, qui inquirendus proponitur.

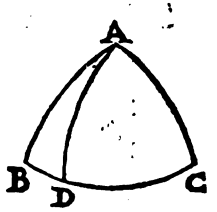
PRAXIS facile colligi potest ex scholijs in margine appositis.

SI vero solos sinus adhibere malueris; inueniendus primum erit arcus A D, per praxim problematis 2. scholij propos. 41. Atque hinc per praxim problematis scholij propos. 43. arcus B D: qui duplicatus totum quæsitum B C, dabit. Deinde per praxim problematis 1. scholij propos. 41. vel per praxim problematis 2. scholij propos. 42. reperiendus angulus B A D; ex quo eius duplus B A C, quem quærimus, notus erit: tertius autem angulus C, iam datus est, cum æqualis sit dato angulo B. Praxis, per solos sinus, quãdo duo arcus dati æquales sũt.

DATIS igitur duobus arcubus trianguli sphærici non rectanguli, cum vno angulo, qui alteri eorum opponitur, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM. I.

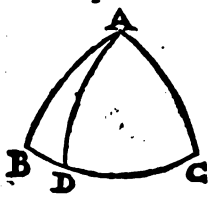
NECESSE *est autem constare in hoc problemate, num angulus C, alteri dato arcui oppositus sit acutus, obtusus ve, vt sciatur, num perpendicularis arcus A D, intra triangulum cadat, nec ne. Hoc enim ignorato, nescieremus, an angulus C A D, addendus sit angulo B A D, an ab eo subtrahendus, vt inueniatur angulus B A C, quæsitus: Item an arcus C D, arcui B D, sit adiciendus, an subducendus ex eo, vt arcus quæsitus B C, reperiatur. Vel denique, num angulus inuentus A C D, sit is, qui quæritur, an vero reliquus duorum rectorũ, vt manifestum est. Non esse porro satis, si duo arcus dentur, cum angulo vni eorum opposito, ad inquirendos reliquos angulos, cum reliquo arcu, iam dudum supra docuimus in scholio propos. 24. Qua in re Nicolaum Copernicum errasse lib. 1. Reuolutionum, propos. 11. triang. sphær. ibidem monuimus. Quod tamen breuiter ita hic rursus ostendemus. Sint duo arcus æquales A D, A C, angulum D A C, ambientes, & vterque quadrante minor, aut maior. Ducto autem per C, D, arcu circuli maximi C D, ducatur ad eum productum alius arcus A B, ex A, neque per polos arcus C D, neque per polos arcus A D, ita vt anguli B, & D A B, sint non recti. Sed neque angulus A D B, rectus est. Si namque vterque arcus A D, A C, minor est quadrante, erunt duo anguli C, & A D C, acutis si vero vterq; arcus A D, A C, quadrante maior est, erunt duo anguli C, & A D C, obtusi.* Error Copernici. Nõ satis esse, dari duos arcus, cum angulo vni eorũ opposito, in triãgulo nõ rectãgulo, vt reliqua inueniantur.



25. huius.

Ex quo

5. huius. Ex quo fit, angulum A D B, esse vel obtusum, quando nimirum A D C, acutus est: vel acutum, quando videlicet A D C, est obtusus: cum duo anguli ad D, duobus rectis sint æquales. Triangulum ergo A B D, non rectangulum est: in quo licet duo arcus A B, A D, dentur, cum angulo B, qui arcui A D, opponitur; non tamen inde colligere poterimus reliquum angulum alteri arcui dato A B, oppositum esse A D B; cum eidem arcui A B, opponatur quoque in triangulo A B C, angulus C, ipsi A D C, inæqualis: propterea quòd in triangulo A B C, eadem hypothesis manet, nempe arcus duo dati A B, A C, (ponitur enim arcus A C, arcui A D, æqualis) & angulus datus B, arcui A C, oppositus. Oportet ergo constare, num angulus alteri arcui A B, opposita sit acutus, aut obtusus, hoc est, an sumendus sit angulus A D B, an vero C, cum unus obtusus sit, & alter acutus, &c.



SCHOLIVM. II.

HACTENVS demonstrauimus ea, quæ ad triangulorum calculum requiruntur, pluribus sane propositionibus, & fortasse longioribus, quam in calculo, qui facilis & brevis esse debet, quis desideret. Quare operæ pretium me facturum arbitror, si Epilogi loco praxes omnium problematum, quæ in triangulis rectilineis, & sphæricis demonstratæ sunt, seorsum hic, in vnum quasi locum congestas, describam; vt in promptu eas semper, & quasi ad manus habeamus, quando vsurpandæ sunt, ne frustra in eis è tanta propositionum multitudine seligendis tempus teramus. In margine porrò propositiones, ac problemata, in quibus earum demonstrationes continentur, adducemus, vt facile à quovis, cum res exiget, possint reperiri. Itaque quod ad calculum triangulorum attinet, satis erit, si pauca hæc, quæ sequuntur, attente, cum opus fuerit, perlegantur. In eis enim summa omnium, quæ de triangulis demonstrauimus, comprehenditur. Quamuis autem in triangulis sphæricis non rectangulis plerunque arcus, & angulos triangulorum, in quæ triangula non rectangula resolueimus, pluribus vijs inuestigauerimus, in praxibus tamen sequentibus, vt omnem confusionem vitaremus, vnam tantum in quouis arcu, siue angulo inquirendo, quam videlicet iudicauimus esse commodiorem, delegimus.

SEQVVNTVR PRAXES PROblematum omnium triangulorum ex demonstrationibus superioribus excerptæ, in quibus totus fructus nostrorum triangulorum tam rectilineorum, quam sphæricorum consistit.

TRIAN-

Digitized by Google

TRIANGVLORVM RECTILINEORVM RECTANGVLORVM PROBLEMATA, ET PRAXES.

1. DATIS angulis omnibus cuiuſcunq; trianguli; inuenire omnium laterũ proportiones.

Quæritur proportiones laterũ.

ADSCRIBANTVR ſingulis lateribus ſinus recti angulorum oppoſitorum. Latera enim eas inter ſe proportiones habent, quæ inter dictos ſinus angulorum lateribus oppoſitis adſcriptos reperiuntur. Quod ſi duo tantum anguli dati ſint, inueniendus primum erit tertius angulus, per ſubtractionem duorum datorum ex duobus rectis, ac tum demum eodem modo proportiones laterum indagandæ.

Schol. propoſ. 1. triãg. rectil.

Aliter.

DVPLICETVR ſinus rectus cuiusvis anguli acuti, habebiturq; latus illi angulo oppoſitum in partibus ſinus totius, quem refert ſemidiameter circuli triangulo circumſcripti. Pro latere vero, quod recto angulo opponitur, ſi forte triangulum eſt rectangulum, ſumatur ſinus totus duplicatus. Pro latere denique, quod angulo obtuſo opponitur, ſi forte obtuſangulum eſt triangulum, accipiatur duplũ ſinus recti, qui ſemiſsi aggregati ex duplis duorum angulorum acutorum debetur.

Schol. propoſ 1. triãg. rectil.

2. DATO latere in triangulo rectãgulo, quod recto angulo opponitur, cum vno angulorum acutorum, ac proinde & cum altero acuto: (cum ambo ſint vni recto æquales) inuenire latus circa angulum rectum vtrilibet acutorum angulorum oppoſitum.

Quæritur latus, circa angulum rectum vtrilibet angulorum acutorum oppoſitum.

FIAT, vt ſinus totus ad datum latus recto angulo oppoſitum, ita ſinus vtriuſvis anguli acuti dati ad aliud, produceturq; latus illi dato acuto angulo oppoſitum in partibus menſuræ, ſecundum quam datum eſt latus angulo recto opppoſitum.

Propoſ. 2. triang. rectil.

3. DATO vno latere trianguli rectanguli circa rectum angulum, cum vno acutorum angulorum, atque adeo & cum altero acuto:

Quæritur latus recto angulo oppoſitum, & alterutrum duorũ circa eundem angulũ rectum,

(quòd ambo vni recto ſint æquales) inuenire alia duo latera.

Propoſ. 1. triang. rectil. FIAT, vt ſinus totus ad latus datum circa angulum rectum, ita tangens acuti anguli dato lateri adiacentis ad aliud, inuenieturq; alterum latus circa angulum rectum: Fiat item, vt ſinus totus ad latus idem circa angulum rectum datum, ita ſecans eiuſdem anguli acuti dato lateri adiacentis ad aliud, produceturq; latus recto angulo oppoſitum, in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum eſt datum.

Aliter per ſolos ſinus.

Propoſ. 1. triang. rectil. FIAT, *vt ſinus anguli acuti dato lateri oppoſiti ad latus datum circa angulum rectum, ita ſinus alterius anguli acuti ad aliud, inuenieturq; latus huic alteri acuto angulo oppoſitum circa angulum rectum: Fiat item, vt ſinus anguli acuti dato lateri oppoſiti ad datum latus circa rectum angulum, ita ſinus totus ad aliud, produceturq; latus angulo recto oppoſitum, in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum datum eſt.*

Quærũtur duo anguli acuti, & vnum latus circa angulum rectũ.

4. DATO latere in triangulo rectãgulo, quod angulo recto opponitur, cum alterutro reliquorum duorum laterum circa angulum rectum, reperire duos angulos acutos, & alterum latus circa angulum rectum.

Propoſ. 3. triang. rectil. FIAT, vt datum latus recto angulo oppoſitum ad ſinum totum, ita datum latus circa angulum rectum ad aliud, procreabiturq; ſinus anguli acuti huic poſteriori lateri dato oppoſiti: Ex hoc autem angulo inuẽto, alter quoque acutus notus fiet, cum ambo vni recto ſint æquales. Fiat rurſus, vt ſinus totus ad datum latus angulo recto oppoſitum, ita ſinus acuti anguli inuenti quæſito tertio lateri oppoſiti ad aliud, inuenieturq; alterum hoc latus circa angulũ rectum, in partibus menſuræ, ſecundũ quam duo alia latera data ſunt.

Quærũtur duo acuti anguli, & latus recto angulo oppoſitum.

5. DATIS duobus lateribus circa angulum rectum, inuenire duos angulos acutos, & latus recto angulo oppoſitum.

Propoſ. 3. triang. rectil. FIAT, vt alterutrum laterum datorum ad ſinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, prodibitq; tangens anguli acuti huic poſteriori lateri oppoſiti. Ex hoc autem angulo inuento notus euadet alter acutus angulus, cum ambo acuti vni recto ſint æquales. Fiat rurſum, vt ſinus totus ad vtrumuis laterum circa angulum rectum datum, ita ſecans anguli acuti accepto huic lateri adiacentis ad aliud, inuenieturq; latus angulo recto oppoſitum, in partibus, in quibus data ſunt duo latera circa rectum angulum.

Aliter

Digitized by Google

Aliter per solos sinus.

ADDANTVR *simul quadrata duorum laterum circa angulum rectum datorum. Nam huius aggregati radix erit latus angulo recto oppositum. Fiat rursus, vt latus recto angulo oppositum, quod iam inuentum est, ad sinum totum, ita alterutrum datorum laterum circa angulum rectum ad aliud, prouenietq; sinus acuti anguli assumpto lateri circa angulum rectum oppositi. Ex hoc autem angulo inuento fiet quoque alter cognitus, cum vni recto ambo acuti sint aquales.* Propos. 3. triang. recti.

TRIANGVLORVM RECTILINEORVM NON RECTANGVLORVM PROBLEMATA, ET PRAXES.

6. DATO aggregato duorum arcuum, vel angulorum, quod minus sit, quam grad. 180 vna cum proportione, quam eorum sinus habēt, vtrumque illorum exhibere notum. Quæritur duo arcus, vel anguli, ex eorū aggregato.

FIAT, vt semisis aggregati terminorum proportionis datæ, quam sinus arcuum, vel angulorum habent, ad tangentem semisis aggregati arcuum, vel angulorum dati, (quærendo tangentem per partem proportionalem respondentem 30. secundis, si forte aggregatum arcuum, vel angulorum bifariam diuidi nequeat sine secundis.) ita differentia inter semissem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud. Inuenietur enim tangens arcus, vel anguli, quo vterque arcus, vel angulus quæsitus à semisse aggregati eorundem arcuum, vel angulorum dati differt: atque adeo arcus, vel angulus tangentis huius inuentæ additus ad semissem dati aggregati arcuum, vel angulorum dabit maiorem arcum, vel angulum quęsitum; ablatus vero ab eadem semisse relinquet arcum, vel angulum minorem. Propos. 6. triang. recti.

Aliter.

FIAT, vt semisis differentiæ inter duos terminos proportionis datæ ad tangentem semisis differentiæ inter datum aggregatum arcuum, vel angulorum, & semicirculum, ita aggregatum ex semisse differentiæ inter duos terminos datæ proportionis, & consequente termino eiusdem proportionis, ad aliud. Producetur enim tangens arcus, seu anguli, à quo si detrahatur semisis differentiæ inter datum aggregatum arcuum, vel angulorum, & semicirculum, reliquus fiet arcus, siue angulus minor quæsitus: hic autem ex dato aggregato subductus relinquet arcum, vel angulum quæsitum maiorem. Propos. 6. triang. recti.

Digitized by Google

Aliter per solos sinus.

Propos. 6. triang. rect. FIAT, *vt semissis aggregati terminorum proportionis datæ ad sinum semissis aggregati arcuum, seu angulorum, ita differentia inter semissem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, inuenieturq; quartus quidam numerus cuius quadratum si adiiciatur quadrato sinus complementi semissis aggregati arcuum, seu angulorum: Et rursum fiat, vt radix quadrata aggregati duorum dictorum quadratorum ad sinum totum, ita quartus ille numerus inuentus ad aliud, producetur sinus arcus, sine anguli, quo vterque arcus, angulusve ab eorundem aggregati dati semisse differt. Additus ergo huic arcui, seu angulus ad semissem aggregati dati præbebit maiorem arcum, vel angulum; ablatus vero ex eadem semisse minorem arcum, seu angulum relinquet.*

QVOD si quando proportio sinuum data sit æqualitatis, dabit semissis dati aggregati arcuum, seu angulorum, vtrumque arcum, siue angulum.

Quæritur duo arcus, seu anguli, ex eorũ aggregato.

7. DATO duorum arcuum, quorum vterq; semicirculo minor sit, vel duorum angulorum aggregato, quod maius sit, quam grad. 180. vnà cum proportione, quam eorũ sinus habent, vtrumque illorum reddere notum.

Propos. 6. triang. rect. DETRACTO dato aggregato ex grad. 360. inueniatur per problema 6. vterque arcus, siue angulus residui aggregati, quod minus est semper, quam grad. 180. remanetq; eadem proportio sinuum. Nam si ambo inuenti seorsum ex semicirculo subtrahantur, reliqui erunt arcus, vel anguli quæsiti.

QVANDO proportio data est æqualitatis, dabit quoque semissis dati aggregati vtrumque arcum, siue angulum quæsitum.

QVOD si forte datum aggregatum contineat præcise grad. 180. problema solui non potest.

Quæritur duo arcus, siue anguli, ex eorum differẽtia.

8. DATA differentia duorum arcuum, quorum vterque semicirculo sit minor, vel duorum angulorum, vna cum proportione, quam eorum sinus habent, vtrumque illorum notum efficere.

Propos. 7. triang. rect. SI proportio sinus maioris arcus, vel anguli, ad sinum minoris est maioris inæqualitatis; fiat, vt semissis differentiæ terminorum proportionis datæ ad tangentem semissis datæ differentiæ arcuum, vel angulorum, ita aggregatum ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequente termino proportionis eiusdem, ad aliud, producetur; tangens arcus, siue anguli, qui semissi differentiæ arcuum, vel angulorum date additus componet maiorem arcum, seu angulum; si vero ab eodem semissis differentiæ arcuum, vel angulorum

Digitized by Google

lorum subducatur, reliquus erit arcus, vel angulus minor.

SI vero proportio sinus maioris arcus, vel anguli, ad sinum minoris est minoris inæqualitatis; inuertantur eius termini, vt fiat proportio maioris inæqualitatis; atque ex hac, & data differentia arcuum, seu angulorum inueniantur duo arcus, vel anguli, vt dictum est. Nam maior eorum ex semicirculo sublatus dabit minorem arcum, seu angulum quæsitum; minor vero subductus ex semicirculo offeret maiorem.

Aliter.

QVANDO sinus maioris arcus, vel anguli ad sinũ minoris habet proportionem maioris inæqualitatis; inquirantur ex data illa proportione maioris inæqualitatis, & ex arcu, seu angulo, qui post detractionem datæ differentiæ ex semicirculo relinquitur, tanquam ex aggregato duorum arcuum, siue angulorum, duo arcus, siue anguli huius aggregati, vt in problemate 6. præcepimus. Nam maior arcus, seu angulus inuentus, si ex semicirculo auferatur, dabit maiorem arcum siue angulum quæsitum: Minor autem inuentus erit minor quæsitus. Propos. 7. triang. rectil.

QVANDO autem proportio data est minoris inæqualitatis; inuertantur eius termini, vt fiat proportio maioris inæqualitatis: atque ex hac, & data differentia arcuum, seu angulorum, inuestigentur duo arcus, siue anguli, vt iam dictum est. Maior enim eorum ex semicirculo subtractus dabit arcum, seu angulum quæsitum minorem; Minor vero maiorem.

Aliter per solos sinus.

SI data proportio sinus maioris arcus, siue anguli ad sinum minoris est maioris inæqualitatis; fiat, vt semissis differentiæ terminorum proportionis datæ ad sinum semissis datæ differentiæ arcuum, vel angulorum, ita aggregatum ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequẽte termino eiusdem proportionis, ad aliud, inuenieturq; quartus quidam numerus; cuius quadratum si adiiciatur quadrato sinus complementi semissis differentiæ arcuum, seu angulorum datæ: Et rursum fiat, vt radix quadrata aggregati dictorum duorum quadratorum ad sinum totum, ita numerus ille quartus inuentus ad aliud, reperietur sinus arcus, siue anguli, cui si addatur semissis datæ differentiæ arcuum, seu angulorum, notus fiet maior arcus, siue angulus: ab eodem vero si eadem semissis detrahatur, reliquus erit minor. Propos. 7. triang. rectil.

QVOD *si data proportio sit minoris inæqualitatis, agẽdũ erit, vt supra diximus.*

IAM vero si forte proportio data sit æqualitatis, detrahatur differentia data arcuum, siue angulorum ex semicirculo. Nam residui semissis erit minor arcus, seu angulus quæsitus: eadem vero semissis ad datam differentiam adiecta dabit maiorem.

9. SI ab vno angulo trianguli cuiusvis datorum laterum ad latus oppositum perpendicularis demittatur, quãta sit recta inter perpendicularem, & vtrumvis reliquorum angulorum, inuenire. Quæritur casus lineæ perpẽdicularis.

DIF-

Propoſ.9. triang.rectil.

DIFFERENTIA inter quadrata duorum laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis demiſſa eſt, diuidatur per latus tertium, producetúrq; numerus; qui ſi minor fuerit tertio latere, indicabit, perpendicularem intra triangulum cecidiſſe; idemq; ex tertio eodem latere ſubductus relinquet numerum, cuius ſemiſsis dabit minus ſegmentum baſis, hoc autem ex toto tertio latere ſubtractum dabit ſegmentum maius. Idem vero numerus ex diuiſione productus, ſi fuerit maior tertio latere, argumento erit, perpẽdicularem extra triangulum cecidiſſe. Quare ſi ex eo tertium latus auferatur, reliquus erit numerus, cuius ſemiſsis dabit rectam extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtuſum; eadem vero ſemiſsis tertio lateri appoſita dabit alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum.

Aliter, & facilius.

Propoſ.9. triang.rectil.

FIAT, vt tertium latus, in quod demiſſa eſt perpendicularis, ad ſummam aliorum duorum laterum, ita differentia eorundem ad aliud, prouenietq; numerus, ex quo rectam inter perpendicularem, & angulum vtrumq; inuenie-mus, vt nuper diximus.

Aliter.

Schol. propoſ 9. triãg. rectil.

CADENTE perpendiculari intra triangulum; diuidatur ſemiſsis differentiæ inter quadratum vtiuſvis laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis eſt demiſſa, & ſummam quadratorum ex alijs duobus lateribus deſcriptorum, per latus, in quod perpendicularis cadit, produceturq; ſegmentum baſis prope angulum, quem continẽt duo latera, quorum ſumma quadratorum fuit accepta; hoc autem ſegmentum ex tota baſi detractum relinquet alterum ſegmentum.

CADENTE vero perpendiculari extra triangulum, diuidatur ſemiſsis differentiæ inter quadratum lateris angulo obtuſo oppoſiti, & ſummam quadratorum ex alijs duobus lateribus deſcriptorum, per latus, in quod productum perpendicularis cadit, procreabiturq; linea extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtuſum; hæc vero toti baſi adiecta conficiet alteram rectam inter perpendicularem, & acutum angulum baſis.

Coroll. propoſ.8. triãg. rectil.

QVOD ſi duo latera circa perpendicularem ſint æqualia, ſecabit perpendicularis baſim bifariam. Quare dimidiũ baſis dabit vtramq; rectã quęſitam.

10. DATIS omnibus angulis trianguli non rectanguli, cum vno latere, inuenire alia duo latera.

Quærũtur duo latera.

Propoſ. 10. triang. rectil.

FIAT, vt ſinus anguli dato lateri oppoſiti ad ſinum vtriusvis reliquorum angulorum, ita latus datum ad aliud, inuenieturq; latus poſteriori huic angulo oppoſitum. Fiat rurſus, vt ſinus anguli dato lateri oppoſiti ad ſinum tertij anguli, ita latus datum ad aliud, produceturq; tertium latus huic tertio angulo oppoſitum.

SI triangulum ſit Iſoſceles, vnius tantum lateris inuentione opus eſt, ſi vnum datum ſit, cum angulis. Idem dicendum eſt de Scaleno, ſi duo eius latera cum angulis data ſint. In Aequilatero vero, ſi vnum latus detur, data erunt & reliqua illi æqualia.

11. DA-

Digitized by Google

11. DATIS omnibus lateribus trianguli non rectanguli, reperire omnes eius angulos. Quæritur anguli.

DVCTA ad maximum latus perpẽdiculari ex angulo oppoſito, (vt perpendicularis ſemper intra triangulum cadat) inueniãtur, per antecedens problema, rectæ inter perpendicularem, & duos angulos maximi lateris poſitæ. Deinde fiat, vt minimum latus ad ſinum totum, ita minus ſegmentum baſis ad aliud, gigneturq; ſinus, cuius arcus complementum dabit angulum baſis minimo lateri adiacentem. Rurſus fiat, vt medium latus ad ſinum totum, ita maius ſegmentum baſis ad aliud, procreabiturq; ſinus, cuius arcus complementum dabit angulum baſis medio lateri adiacentem. Tertius vero angulus maximo lateri oppoſitus conflabitur ex duobus arcubus duorum ſinuum inuentorum: Vel certe relinquetur poſt detractionem duorum angulorum inuentorum ex duobus rectis. Propoſ. 11. triang. rectil.

SI triangulum ſit Iſoſceles, ducenda erit perpendicularis ad baſim, quam bifariam ſecabit. Nam ſi tunc fiat, vt vnum æqualium laterum ad ſinum totum, ita dimidium baſis ad aliud, reperietur ſinus, cuius arcus complementum dabit vnum æqualium angulorum ſupra baſim, ac proinde & alterum. Tertius ex his duobus elicietur.

IN æquilatero dabuntur anguli, etiam ſi latera non dentur, cum quilibet ſit tertia pars duorum rectorum, vel duæ tertiæ vnius recti.

12. DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo ab ipſis comprehenſo, inuenire tertiũ latus, & reliquos angulos. Quæritur latus, cum eius anguli duobus.

SVBDVCTO angulo dato ex duobus rectis, vt aggregatum aliorum duorum habeatur, inueniatur, per 6. problema triang. rectil. ex hoc aggregato, & proportione laterum datorum eis oppoſitorum, (quæ eadem eſt, quæ inter ſinus eorum reperitur) vterque eorum. Deinde fiat, vt ſinus vtriusvis horum angulorum inuẽtorum ad ſinum anguli in principio dati, ita latus inuento angulo, qui in aurea regula acceptus fuerit, oppoſitum ad aliud, inuenieturq; tertium latus. Propoſ. 12. triang. rectil.

QVOD ſi data duo latera ſint æqualia, ablato angulo dato ex duobus rectis, dabit ſemiſsis reſidui vtrumque angulorum æqualium: Et ſi fiat, vt ſinus vnius illorum ad ſinum anguli dati, ita vnum laterum æqualium ad aliud, prodibit tertium latus.

13. DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo, qui vni eorum oppo nitur, inueſtigare reliquos angulos, & tertium latus: ſi modo, quando datus angulus eſt acutus, conſtet, num angulus alteri da- Quæritur duo anguli, cum vno latere.

to lateri

to lateri oppositus sit acutus etiam, an vero obtusus.

Propos. 13. triang. rectil.

FIAT, vt latus datum angulo dato oppositum ad alterum latus datum, ita sinus anguli dati ad aliud, reperieturque sinus anguli alteri dato lateri oppositi, qui si acutus fuerit, (semper autem acutus erit, si datus est obtusus) ex ipso sinu inuento notus fiet; si vero obtusus, sinus inuentus dabit angulum, qui ex duobus rectis subductus quæsitum angulum alteri dato lateri oppositum relinquet: Summa autem ex dato angulo, & inuento angulo conflata, si ex duobus rectis subtrahatur, indicabit tertium angulum à datis lateribus comprehensum. Fiat deinde, vt sinus anguli dati ad sinum huius tertij anguli inuenti, ita latus datum dato angulo oppositum ad aliud, gigneturq; tertium latus quæsitum.

SI data latera sint æqualia, datus etiam erit angulus alteri dato lateri oppositus, cum dato angulo vt æqualis. Hinc tertius angulus, & tertium latus reperietur, vt prius.

TRIANGVLORVM SPHAERICORVM RECTANGVLORVM PROBLEMATA, AC PRAXES.

Quæritur angulus nõ rectus.

1. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inuenire angulum huic arcui oppositum.

Probl. 1. propos. 41. triang. sphær.

FIAT, vt sinus arcus dati recto angulo oppositi ad sinum totum, ita sinus arcus dati circa angulum rectum ad aliud, inuenieturq; sinus anguli huic arcui oppositi, qui quæritur. Hic autem angulus erit acutus, si datus arcus ei oppositus circa rectum angulum fuerit quadrante minor; obtusus autem, si maior.

Aliter.

Probl. propos. 55. triang. sphær.

FIAT, vt sinus totus ad sinum arcus angulo recto oppositi, ita secans complementi arcus circa rectum angulum dati ad aliud, produceturq; secans complementi anguli quæsiti, qui huic arcui opponitur.

2. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui

recto

recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum nō rectorum, inuenire arcum huic angulo oppositum. Quæritur arcus circa rectum angulum.

FIAT, vt sinus totus ad sinum arcus angulo recto oppositi, ita sinus anguli dati ad aliud, reperieturq; sinus arcus huic angulo oppositi, qui quæritur. Hic autem arcus quadrante minor erit, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus; maior vero, si obtusus. Probl. 2. propos. 41. trian. sphær.

3. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei opposito, reperire arcum recto angulo oppositum: si modo constet, num quadrante minor sit, an maior; vel an alter angulus dato arcui adiacens sit acutus, obtususve; vel denique, an alter arcus circa rectum angulum sit minor quadrante, aut maior. Quæritur arcus recto angulo oppositus.

FIAT, vt sinus anguli dati ad sinum dati arcus, ita sinus totus ad aliud, produceturq; sinus arcus recto angulo oppositi: qui ex inuento sinu cognosci non poterit, nisi constet, num sit quadrante minor, vel maior; aut an alter angulus non rectus sit acutus, obtususve; aut an alter arcus circa angulum rectum sit minor, aut maior quadrante. Nam si alter angulus est acutus, si quidem & angulus datus acutus sit; aut si tam ille, quam hic est obtusus, erit quæsitus arcus recto angulo oppositus, quadrante minor: si vero alter ille angulus est acutus, & datus obtusus; aut ille obtusus, & hic acutus, erit idem arcus quæsitus, & angulo recto oppositus, quadrante maior. Sic etiam, si alter arcus circa angulum rectum, & datus arcus, sunt eiusdem speciei, nempe ambo minores, aut maiores quadrante, erit arcus quæsitus recto angulo oppositus quadrante minor; si vero diuersarum specierum, nimirum vnus quadrante minor, & altet maior, erit idem arcus quæsitus quadrante maior. Probl. 3. propos 41. trian. sphær.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad sinum dati anguli, ita secans complementi arcus dati ad aliud, produceturq; secans complementi arcus recto angulo oppositi. Probl. propos. 54. trian. sphær.

4. DATIS duobus angulis non rectis in triangulo rectāgulo, inuenire arcum vtrilibet eorum oppositum, vna cum arcu rectum angulum subtendente. Quæritur vterque arcus circa angulū rectū. Deinde arcus recto angulo oppositus.

Digitized by Google

Probl.1.propos.42.triang.sphær. FIAT, vt sinus anguli dati quæsito arcui adiacentis ad sinum totum, ita sinus complementi alterius anguli dati ad aliud, produceturq; sinus complementi arcus huic posteriori anguli oppositi. Erit autem vterlibet arcus inuentus quadrante minor, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus; maior vero, si obtusus.

IAM inuento vtroque arcu circa angulum rectum, inuenietur, per problema 3. ex vtrolibet illorum, & angulo ei oppositio dato, arcus quoque recto angulo oppositus.

Aliter.

Probl. propos 52. triang. sphær. FIAT, vt sinus totus ad sinum anguli non recti quæsito arcui adiacentis, ita secans alterius anguli non recti ad aliud, reperieturq; secans arcus huic posteriori angulo oppositi, qui quæritur.

Quæritur angulus nõ rectus. Deinde alij duo arcus.

5. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei adiacente, inuestigare alium angulum eidẽ arcui oppositũ, & reliquos duos arcus.

Probl 2 propos.42.triang sphær. FIAT, vt sinus totus ad sinum anguli dati, ita sinus complementi arcus dati ad aliud, procreaburq; sinus complementi alterius anguli, quem quærimus. Hic autem angulus erit acutus, si datus arcus fuerit quadrante minor; obtusus vero, si maior.

EX vtroque autem angulo non recto, quorum vnus datus est, & alter inuentus, reperientur reliqui duo arcus, vt in præcedenti problemate dictũ est.

Quæritur angulus nõ rectus. Deinde alij duo arcus.

6. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei oppositio, inuestigare alium angulum non rectum eidem arcui adiacentem, & reliquos duos arcus: si modo constet, num alius ille angulus non rectus quæsitus sit acutus, obtususve; vel an alteruter arcuum quæsitorum quadrante minor sit, vel maior.

Probl 2. propos.42. triang. sphær. FIAT, vt sinus complementi arcus dati ad sinum complementi anguli dati, ita sinus totus ad aliud, reperieturq; sinus alterius anguli non recti quæsiti: qui ex inuento sinu non eliciętur, nisi prius constet, an acutus sit, an obtusus: Aut, an alteruter reliquorum duorum arcuum non datorum sit quadrante minor, aut maior. Nam si alter arcus circa angulum rectum non datus, & quæsito angulo oppositus, fuerit minor quadrante, erit quæsitus angulus acutus; si vero maior, obtusus. Pari ratione, si arcus recto angulo oppositus,

Digitized by Google

situs, & non datus, fuerit quadrante minor; si quidem angulus datus sit acutus, erit quæsitus quoque angulus acutus; si vero obtusus, obtusus: At si arcus angulo recto oppositus fuerit maior quadrante; si quidem datus angulus sit acutus, erit quæsitus angulus obtusus; si vero obtusus, acutus.

EX vtroque porro angulo non recto, quorum vnus datus est, & alter inuentus, inuenientur reliqui duo arcus, vt in problemate 4. traditum est.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi arcus dati, ita secans dati anguli ad aliud, reperieturq; secans complementi alterius anguli non recti, qui quæritur. Reliqua inuenientur, vt supra dictum est. Probl. propos. 56. triang. sphær.

7. DATIS duobus arcubus in triangulo rectangulo circa angulum rectum, reperire tertium arcum angulo recto oppositū, & duos angulos non rectos. Quæritur arcus recto angulo oppositus. Deinde duo anguli non recti.

FIAT, vt sinus totus ad sinū complementi vtriuslibet arcuum datorum, ita sinus complementi alterius arcus dati ad aliud, produceturq; sinus complementi arcus recto angulo oppositi. Hic autem arcus quadrante erit minor, si vterque arcus circa rectum angulum datus fuerit minor, aut maior quadrante; quadrante vero maior, si vnus datorum arcuum fuerit quadrante minor, & alter maior. Probl. propos. 43. triang. sphær.

EX arcu autem rectum angulum subtēdente inuento, & alterutro arcuum circa angulum rectum datorum, inuenietur angulus ei oppositus, vt in problemate 1. diximus.

8. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa angulū rectum, inquirere alium arcum circa rectum angulum, & duos angulos non rectos. Quæritur arcus circa angulū rectum. Deinde duo anguli non recti.

FIAT, vt sinus complementi arcus dati circa angulum rectum ad sinum complementi arcus recto angulo oppositi, ita sinus totus ad aliud, gigneturq; sinus complementi alterius arcus circa rectum angulum, qui quæritur. Hic autem arcus erit quadrante minor, si vterque arcus datus minor quadrante fuerit, aut maior; maior vero, si alter datorum arcuum fuerit quadrante minor, & alter maior. Probl. propos. 43. triang. sphær.

INVENTO autem arcu rectum angulum subtendente, reperientur anguli, vt in præcedenti problemate dictum est.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi dati arcus circa angulum rectum, Probl. propos. 53. triang. sphær.

ctum, ita secans arcus angulo recto oppositi ad aliud, producetuŕq; secans tertij arcus, qui quæritur, &c.

Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus.

9. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo non recto ei adiacente, scrutari alterum arcum circa angulum rectum, & alium angulum non rectum, cum arcu rectum angulum subtendente.

Probl. 1. propos. 44. trianng. sphær.

FIAT, vt sinus totus ad sinum dati arcus, ita tangẽs dati anguli ad aliud, producetuŕq; tangens arcus quæsiti. Qui arcus minor quadrante erit, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus; maior autem, si obtusus.

EX eodem porrò arcu circa angulum rectum dato, & angulo adiacente, reperietur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus, vt supra in 5. problemate docuimus.

Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus.

10. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei opposito, indagare alterum arcum circa rectum angulum, & alium angulum non rectum, cum arcu rectum angulum subtendente: si modo constet, an reliquus arcus circa angulum rectum quęsitus quadrante minor sit, aut maior; vel an alter angulus non rectus sit acutus, obtususve; vel denique num arcus angulo recto oppositus sit minor quadrante, aut maior.

Probl. 1. propos. 44. trianng. sphær.

FIAT, vt tangens anguli dati ad tangentem dati arcus, ita sinus totus ad aliud, reperietuŕq; sinus arcus quæsiti: qui ex inuento sinu non cognoscetur, nisi cõstet, num quadrante minor sit, aut maior; vel an alter angulus non rectus sit acutus, obtususve; vel denique, an arcus recto angulo oppositus sit minor quadrante, aut maior. Nam si alter angulus fuerit acutus, erit quæsitus arcus ei oppositus, quadrante minor; si vero obtusus, maior. Sic etiam, si arcus recto angulo oppositus fuerit minor quadrante, si quidem & datus arcus sit quadrante minor, erit quæsitus arcus minor quoque quadrante; si vero quadrãte maior, maior quoque: At si arcus recto angulo oppositus fuerit quadrante

Digitized by Google

drante maior, si quidem datus arcus maior quoque sit, erit quæsitus arcus minor quadrante; si vero quadrante minor, maior.

IAM vero ex eodem arcu circa angulum rectum dato, & angulo opposito, reperietur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus, vt in problemate 6. traditum est. Vel certe, ex duobus arcubus circa angulum rectum, quorum vnus datus est, & alter inuentus, inuenietur arcus recto angulo oppositus, cum duobus angulis non rectis, vt in problemate 7. traditum est.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad tangentem dati arcus, ita tangens complementi anguli dati ad aliud, reperieturq; sinus arcus quæsiti. Reliqua inuenientur, vt proxime præcepimus. Probl. propos. 49. triang. sphær.

11. DATIS duobus arcubus in triangulo rectangulo circa angulum rectum, inuenire vtrumlibet angulorum non rectorum, & arcum præterea recto angulo oppositum. Quæritur vterque angulus non rectus. Deinde arcus recto angulo oppositus.

FIAT, vt sinus vtriusvis arcuum datorum ad sinum totum, ita tangens alterius arcus dati ad aliud, procreaturq; tangens anguli huic posteriori arcui oppositi. Qui angulus acutus erit, si datus arcus oppositus fuerit quadrante minor; obtusus autem, si maior. Probl. 2. propos. 44. triang. sphær.

EX eisdem duobus arcubus datis inuenietur, per 7. problema, arcus tertius recto angulo oppositus: Vel certe, per problema 3. ex alterutro arcuum datorum, & angulo opposito inuento.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad sinum vtriusvis arcuum datorum, ita tangens complementi alterius arcus dati ad aliud, prodibitq; tangens complementi anguli posteriori huic arcui oppositi. Reliqua inuenietur, vt proxime dictum est. Probl. propos. 48. triang. sphær.

12. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo non recto ei adiacente, inuenire arcum recto angulo oppositum, & reliquum arcum circa angulum rectum, cum altero angulo non recto. Quæritur arcus recto angulo oppositus. Deinde alter arcus circa rectum angulum, cum altero angulo non recto.

FIAT, vt sinus complementi anguli dati ad sinum totum, ita tangens dati arcus ad aliud, reperieturq; tangens arcus angulo recto oppositi. Hic autem arcus quadrante erit minor, si datus angulus fuerit acutus, & datus arcus ei adiacens quadrante minor; aut si angulus datus obtusus fuerit, & arcus datus quadrante maior: Maior autem quadrante erit idem arcus quæsitus, si datus Probl. 1. propos. 45. triang sphær.

Digitized by Google

si datus angulus fuerit acutus, & arcus datus quadrante maior; aut si datus angulus fuerit obtusus, & arcus datus minor quadrante.

IAM vero, per 2. problema, ex arcu rectum angulum subtendente inuento, & angulo dato, reperietur alter arcus circa angulum rectum dato angulo oppositus. Ex eodem vero arcu rectum angulum subtendente, & arcu in principio dato, inuenietur, per 1. problema, alter angulus non rectus dato arcui oppositus.

Aliter.

Probl. propos. 46. triang. sphær. FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi anguli dati, ita tangens complementi arcus dati ad aliud, inuenieturq; tangens complementi arcus recto angulo oppositi. Reliqua reperientur, vt prius.

Quæritur angulus nō rectus. Deinde alter arcus circa rectum angulū, & alter angulus non rectus.

13. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum arcu rectum angulum subtendente, reperire angulum à dictis arcubus comprehensum, siue dato arcui circa rectum angulum adiacentem, & insuper reliquum arcum, & angulum.

Probl. 2. propos. 45. triang. sphær. FIAT, vt tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem dati arcus circa angulum rectum, ita sinus totus ad aliud, produceturq; sinus complementi anguli à dictis arcubus comprehensi, qui quæritur. Hic autem acutus erit, si datus arcus recto angulo oppositus fuerit quadrante minor, & arcus circa rectum angulum datus minor quoque; aut si tam ille, quam hic quadrante maior fuerit: Idem vero angulus quæsitus erit obtusus, si datus arcus angulo recto oppositus fuerit minor quadrante, & datus arcus circa rectum angulum quadrante maior; aut si ille fuerit quadrante maior, & hic minor.

RELIQVA inuestigabūtur, vt in præcedenti problemate traditum est.

Aliter.

Probl. propos. 51. triang. sphær. FIAT, vt sinus totus ad tangentem complementi arcus angulo recto oppositi, ita tangens dati arcus circa rectum angulum ad aliud, inuenieturq; sinus complementi anguli adiacentis, qui desideratur.

Quæritur arcus circa angulū rectum. Deinde alter arcus circa angulum rectum, cum reliquo angulo non recto.

14. DATO arcu rectum angulum subtendente in triangulo rectangulo, cum alterutro angulorum non rectorum, reperire arcum circa angulum rectum huic angulo adiacētem, ac præterea alterum arcum circa angulum rectum, cum altero angulo non recto.

FIAT,

Digitized by Google

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi anguli dati, ita tangens arcus recto angulo oppositi ad aliud, procreabiturq; tangens arcus quæsiti. Qui quadrãte minor erit, si arcus datus recto angulo oppositus fuerit minor quadrante, & datus angulus acutus; aut si arcus datus quadrante fuerit maior, & angulus datus obtusus: Idem vero arcus quæsitus erit quadrante maior, si datus arcus angulo recto oppositus fuerit minor quadrãte, & datus angulus obtusus; aut si arcus datus fuerit quadrante maior, & datus angulus acutus. Probl. 7 propos. 45. triãg. sphæ.

CAETERA explorabuntur, vt in problemate 12. docuimus.

15. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inquirere alterum angulum non rectum, & duos arcus circa rectum angulum.

Quæritur angulus nõ rectus. Deinde duo reliqui arcus.

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi dati arcus recto angulo oppositi, ita tangens anguli dati ad aliud, reperieturq; tangens complementi anguli quæsiti. Hic vero erit acutus, si arcus recto angulo oppositus fuerit quadrante minor, & datus angulus acutus; aut si datus arcus fuerit maior quadrante, & datus angulus obtusus: At angulus idem quæsitus erit obtusus, si arcus angulo recto oppositus quadrante minor fuerit, & angulus datus obtusus; aut si arcus ille fuerit quadrante maior, & datus angulus acutus. Probl. propos. 47. triang. sphær.

HINC ex dato arcu angulum rectum subtendente, & vtroque angulo non recto, quorum vnus datus est, & alter inuentus, reperietur, per 2. problema, vterque arcus circa rectum angulum.

16. DATIS duobus angulis non rectis in triangulo rectangulo, inuenire arcum recto angulo oppositum, & reliquos duos arcus circa angulum rectum.

Quæritur arcus anguli recto oppositus. Deinde duo arcus circa angulum rectum.

FIAT, vt sinus totus ad tangentem complementi vtriusvis angulorum datorum, ita tangens complementi alterius dati anguli ad aliud, procreabiturq; sinus complementi arcus angulo recto oppositi, quem desideramus. Hic arcus erit quadrante minor, si vterque angulorum datorum acutus fuerit, obtususve; quadrante vero maior, si alter acutus fuerit, & alter obtusus. Probl. propos. 50. triang. sphær.

PORRO ex arcu rectum angulum subtendente inuento, & vtrouis angulorum datorũ, reperietur arcus ei oppositus, vt in 2. problem. traditum est.

TRIAN-

Digitized by Google

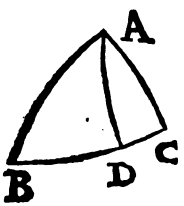
TRIANGVLORVM SPHAERICORVM NON RECTANGVLORVM PROBLEMATA, ET PRAXES.

Quæritur omnes arcus.

17. DATIS omnibus angulis trianguli non rectanguli, inuenire omnes eius arcus.

Quãdo omnes anguli dati sũt inæquales.

SINT primum omnes anguli dati in triangulo A B C, inæquales, quorum duo B, C, acuti, vel obtusi, & ex tertio angulo A, ad B C, ducatur arcus perdendicularis A D, qui intra triangulum cadet. Statuantur sinus complementorum angulorum B, C, pro terminis proportionis sinus anguli B A D, ad sinum anguli C A D. Atque ex hac proportione, & aggregato angulorum B A D, C A D, hoc est, ex dato angulo B A C, inquiratur, per problema 6. triang. rectil. vterque angulus B A D, C A D. Deinde, per problema 16. triang. sphær. tam ex duobus angulis B, B A D, non rectis inuestigetur arcus A B, angulo recto D, oppositus in triangulo A B D, quam ex duobus angulis non rectis C, C A D, arcus A C, recto angulo D, in triãgulo A C D, oppositus. Postremo, per problema 2. tam ex arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & angulo B A D, inuentis reperiatur arcus B D, quam ex arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & angulo C A D, inuentis arcus C D. Summa enim arcuum B D, C D, totum arcum B C, efficiet notum. Atque ita omnes tres arcus A B, A C, B C, noti facti erunt.



Propos. 62. triãg. sphær.

Per solos sinus, quãdo omnes dati anguli inæquales sũt.

PER *solos sinus ita problema absoluemus. Vterque angulus* B A D, C A D, *inueniatur per 3. praxim problematis 6. triang. rectil. Deinde, per 1. praxim problematis 4. triang. sphær. tam ex duobus angulis* B, B A D, *inuestigetur arcus* B D, *quam ex duobus angulis* C, C A D, *arcus* C D. *Summa enim arcuum* B D, C D, *totum arcum* B C, *notum efficiet. Postremo, per problema 3. triang. sphær. reperiatur tam arcus* A B, *recto angulo* D, *oppositus, ex arcu* B D, *& angulo ei opposito* B A D, *inuentis, quam arcus* A C, *recto angulo* D, *oppositus, ex arcu* C D, *& angulo* C A D, *ei opposito inuentis: quia preter data constat etiam species tam alterius anguli* B, *quam anguli alterius* C, *cum vterque datus sit.*

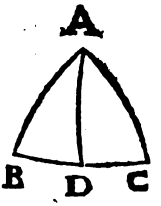
QVOD si quando alter angulorum ad A, inuentus fuerit rectus, nempe B A D; inuenti erunt duo arcus A B, B D, cum vterque sit quadrans, ob rectos angulos D, D A B. Eadem ratione, si deprehensus fuerit angulus C A D, rectus, non autem B A D, (fieri enim non potest, vt angulus vterque ad A, rectus sit, cum totus B A C, minor sit duobus rectis.) inuenti erunt duo arcus A C, C D, vtpote quadrantes, ob angulos rectos D, D A C.

Quãdo dati duo anguli sunt æquales.

SINT deinde duo saltem anguli dati B, C, æquales, quicquid sit de tertio A, à quo arcus perpendicularis A D, ad B C, ducatur. Erunt tam duo arcus A B, A C, quam duo B D, C D, & duo anguli ad A, æquales; ac proinde vterque angulus ad A, cognitus, tanquam dimidium dati anguli B A C. Inue-

niatur

matur ergo, per 16. problema, triang. sphær. arcus A B, recto angulo D, oppositus, ex duobus angulis B, B A D; eritq; proinde & A C, illi æqualis, cognitus. Deinde, per problema 14. triang. sphær. ex inuento arcu A B, rectum angulum subtendente, & dato angulo B, reperiatur arcus B D; eritq; propterea & C D, illi æqualis, cognitus; ideoq; & totus B C, notus. Inuentiq; iam erunt omnes tres arcus A B, A C, B C.



PER *solos autem sinus ita rem exequemur. Per 1. praxim problematis 4. triang. sphær. inquiratur arcus* B D, *ex duobus angulis* B, B A D; *eritq; idcirco &* C D, *illi æqualis, cognitus, propterea q; & totus* B C, *notus. Deinde, per problema 3. triang. sphær. ex arcu inuento* B D, *& angulo ei opposito* B A D, *reperiatur arcus* A B, *recto angulo oppositus: quia præter data constat etiam species alterius anguli* B, *cum datus sit; eritq; propterea & arcus* A C, *ipsi* A B, *æqualis, cognitus.*

Per solos sinus, quãdo duo dati anguli sunt æquales.

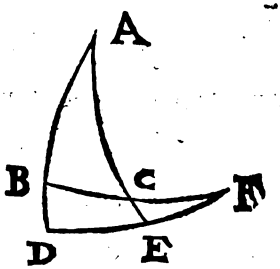
18. DATIS omnibus arcubus trianguli non rectanguli, inuestigare omnes eius angulos.

Quæritur omnes anguli.

SINT omnes arcus in triangulo A B C, dati, sitq; primo loco inquirendus angulus A, & duo arcus A B, AC, eum continentes sint inæquales, quadrante q; minores, quicquid sit de arcu B C. Productis arcubus A B, A C, vt fiant quadrantes A D, A E, describatur per D, E, arcus circuli maximi D E, occurrens arcui B C, producto versus maiorem arcum, qui sit A C, in puncto F. Statuantur sinus complementorum arcuum datorum A B, AC, pro terminis proportionis sinus arcus B F, ad sinum arcus C F. Atque ex hac proportione, & arcu dato B C, qui differentia est arcuum B F, C F, inuestigetur, per problema 8. triang. rectil. vterque arcus B F, C F. Deinde, per problema 8. triang. sphær. inuestigetur tam arcus D F, ex arcu inuento B F, rectum angulum D, subtẽdente, & arcu B D, qui complementum est dati arcus A B; quam arcus E F, ex arcu inuento C F, rectum angulum E, subtendente, & arcu C E, qui complementum est dati arcus A C. Subducto enim arcu E F, inuento, ex inuento arcu D F, notus remanebit arcus D E, anguli, A; ac proinde angulus A, notus erit. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. ex arcubus notis BD, D F, circa rectum angulum D, inueniatur angulus D B F, ac proinde & reliquus duorum rectorum A B C. Eadem denique ratione, ex arcubus C E, E F, notis circa angulum rectum E, eruatur angulus E C F, atque adeo & angulus A C B, ei ad verticem æqualis. Atque ita iam omnes tres anguli A, B, C, inuenti erunt.

Quãdo duo dati arcus sunt inæquales, & quadrante minores.

Prop. 61. triãg. sphær.



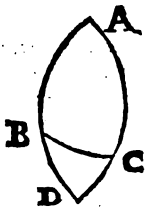
PER *solos sinus ita progrediemur. Vterque arcus* B F, C F, *reperiatur per 3. praxim problematis 8. triang. rectil. Deinde, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. tam arcus* D F, *ex arcu inuento* B F, *rectum angulum* D, *subtendente, & arcu* B D, *complemento dati arcus* A B, *inueniatur; quam arcus* E F, *ex inuento arcu* C F,

Per solos sinus, quãdo dati duo arcus sũt inæquales, &

quadrante minores.

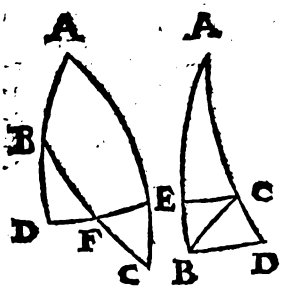
cum C F, *rectum angulum* E, *subtendente, & arcu* C E, *complemento dati arcus* A C. *Subducto enim arcu* E F, *ex arcu* D F, *notus relinquetur* D E, *arcus anguli* A; *atque adeo angulus* A, *notus erit. Post hæc, per problema* 1. *triang. sphær. ex arcu inuento* B F, *rectum angulum* D, *subtendente, & inuento arcu* D F, *inquiratur angulus* D B F, *arcui* D F, *oppositus: Ex quo notus quoque fiet reliquus angulus duorum rectorum, nempe* A B C. *Ad extremum eadem ratione, ex arcu inuento* C F, *rectum angulum* E, *subtendente, & inuento arcu* E F, *inuestigetur angulus* E C F, *arcui* E F, *oppositus: Ex quo notus etiam fiet angulus ei ad verticem æqualis* A C B.

Quãdo duo dati arcus sũt inæquales, & quadrante maiores.



SINT deinde duo arcus inæquales A B, A C, quadrante maiores; qui producantur, donec conueniant in D: Eruntq; in triangulo D B C, duo arcus D B, D C, inæquales, & quadrante minores. Quare, vt proxime diximus, omnes eius tres anguli reperientur; ac proinde & reliqui duorum rectorum A B C, A C B, noti erunt, nec non & A, ipsi D, æqualis.

Quãdo duo arcus dati inæquales sũt, & vnus quadrante maior, & alter minor.



SIT tertio arcus A B, quadrante minor, & A C, maior quadrante. Producto A B, vt fiat quadrans A D, & abscisso ex A C, quadrante A E, ducatur per D, E, arcus circuli maximi D E, secans B C, in F, vt in priore harum duarum figurarum. Statuantur sinus complemẽtorum arcuum datorum A B, A C, pro terminis proportionis sinus arcus B F, ad sinum arcus C F. Atque ex hac proportione, & aggregato arcuum B F, C F, hoc est, ex dato arcu B C, indagetur, per 6. problema triang. rectil. vterque arcus B F, C F. Deinde, per problema 8. triang. sphær. inueniatur tam arcus D F, ex arcu B F, inuento rectum angulum D, subtendente, & arcu B D, complemẽto dati arcus A B; quam arcus E F, ex inuento arcu C F, rectũ angulum E, subtendente, & arcu C E, complemento arcus A C, dati. Summa enim inuentorum arcuum D F, E F, dabit totum arcum D E, anguli A; ac proinde angulus A, cognitus erit. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. peruestigetur ex arcubus D B, D F, notis circa angulum rectum D, angulus D B F, ac proinde & duorum rectorum reliquus A B C. Ac tandem eodem modo ex arcubus C E, E F, circa angulum rectum E, notis eliciatur angulus C. Inuentiq; erunt omnes tres anguli A, B, C.

Per solos sinus, quãdo dati duo arcus inæquales sunt, & vnus quadrante maior, & alter minor.

PER *solos sinus ita agendum erit. Vterque arcus* B F, C F, *per* 3. *praxim problematis* 6. *triang. rectil. inueniatur. Deinde per* 1. *praxim problematis* 8. *triang. sphær. tam arcus* D F, *ex arcu* B F, *inuento, rectumq; angulum* D, *subtendente, & arcu* B D, *complemento arcus dati* A B; *quam arcus* E F, *ex inuento arcu* C F, *qui recto angulo* E, *opponitur, & arcu* C E, *complemento dati arcus* A C, *eruatur. Nam summa inuentorum arcuum* D F, E F, *totum arcum* D E, *anguli* A, *dabit. Post hæc, per problema* 1. *triang. sphær. reperiatur ex arcu* B F, *rectum angulum* D, *subtendente, & arcu* D F, *notis, angulus* D B F, *ac proinde & duorum rectorum reliqui* A B C. *Et tandẽ eodem modo ex notis arcubus* C F, E F, *anguli* C, *inueniantur.*

SIT quarto maior arcus A B, quadrans, & A C, minor quadrante, vt in poste-

posteriore proximarum duarum figurarum. Producto arcu A C, vt fiat quadrans A D, ducatur per B, D, arcus circuli maximi B D. Deinde, per problema 8. triang. sphær. ex arcu dato B C, rectum angulum D, subtendente, & arcu C D, complemento dati arcus A C, inueniatur arcus B D, anguli A; ex quo angulus ipse A, notus erit. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. inuestigetur ex duobus arcubus notis B D, C D, circa rectum angulum D, angulus B C D; ex quo notus quoque erit duorum rectorum reliquus A C B. Denique, per idem problema 11. ex eisdem arcubus B D, C D, reperiatur angulus C B D; qui ex recto A B D, detractus notum relinquet angulum A B C.

Quãdo duo arcus dati inæquales sũt, & maior arcus quadrans, minor autem quadrante minor.

PER *solos sinus sic procedemus. Per* 1. *praxim problematis* 8. *triang. spher. ex dato arcu* B C, *rectum angulum* D, *subtendente, & arcu* C D, *complemento dati arcus* A C, *reperiatur* B D, *arcus anguli* A: *ex quo angulus ipse* A, *cognitus erit. Deinde ex arcubus notis* B C, B D, *per problema* 1. *triang sphær. eruatur angulus* B C D; *ac proinde & duorum rectorum reliquus* A C B. *Eadem tandem ratione, ex notis arcubus* B C, C D, *inquiratur angulus* C B D, *qui ex recto* A B D, *demptus notum relinquet angulum* A B C.

Per solos sinus, quando maior arcus quadrans est.

SIT quinto, & vltimo maior arcus A B, quadrante maior, & minor A C, quadrans, vt in eadem posteriore proximarum duarum figurarum. Abscisso quadrante A E, ex A B, ducatur per C, E, arcus circuli maximi C E. Deinde, per problema 8. triang. sphær. ex dato arcu B C, rectum angulum E, subtendente, & arcu B E, complemento arcus dati A B, inueniatur arcus C E, anguli A; ex quo angulus ipse A, cognoscetur. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. ex notis duobus arcubus B E, E C, circa rectum angulum E, eliciatur angulus B C E; cui si addatur rectus A C E, notus fiet totus angulus A C B. Eadem tãdem ratione ex eisdem arcubus B E, E C, inueniatur angulus E B C.

Quãdo maior arcus datus quadrãte maior est, & minor quadrans.

PER *solos sinus ita propositum exequemur. Per* 1. *praxim problematis* 8 *triang. spher. ex dato arcu* B C, *rectum angulũ* E, *subtendente, & arcu* B E, *complemento dati arcus* A B, *inquiratur arcus* C E, *anguli* A: *fietque ita notus angulus* A. *Deinde per problema* 1. *triang spher. ex notis arcubus* B C, B E, *reperiatur angulus* B C E: *cui si addatur rectus* A C E, *totus* A C B, *cognitus erit. Pari ratione tandem ex arcubus notis* B C, C E, *indagetur angulus* C B E.

Per solos sinus, quãdo maior arcus datus quadrante maior est, & minor quadrans.

ALITER, & facilius, per solos sinus, quando duo arcus quæsitum angulũ comprehendentes sunt inæquales quomodocunque.

FIAT, *vt sinus totus ad sinum vtriuslibet arcuum inæqualiũ quæsitum angulum comprehendentium, ita sinus alterius arcus circa eundem angulum ad aliud, inueniaturq; numerus quidam quartus. Deinde rursus fiat, vt numerus ille quartus inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum arcus quæsito angulo oppositi, & sinum versum arcus, quo duo arcus quæsitum angulum ambientes inter se differunt, ad aliud, producaturq; sinus versus anguli, qui quæritur: ex quo angulus ipse elicitur.*

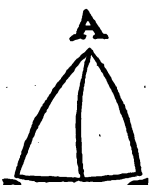
Praxis facilior, & generalis, per solos sinus, quãdo duo arcus angulum quæsitum continentes sunt inæquales.

EODEM *modo alij duo anguli inuestigabuntur, si arcus illos continentes fuerint inæquales.*

SINT iam duo arcus A B, A C, quæsitum angulum A, comprehendentes, æquales. Secabit arcus perpendicularis A D, & angulum A, & basim B C,

Quãdo duo arcus dati sũt æquales.

bifariam. Inueniatur ergo, per problema 1. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & arcu B D, dimidio dati arcus B C, angulus B A D, qui duplicatus totum angulum B A C, dabit. Deinde, per problema 13. triang. sphær. ex eisdem notis arcubus A B, B D, reperiatur angulus B, cui æqualis est angulus C, (ob æquales arcus A B, A C,) ac proinde cognitus quoque.



Per solos finus, quãdo dati duo arcus æquales sunt.

PER *solos sinus ita agemus. Per* 1. *praxim problematis* 1. *triang. sphær. inueniatur ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente, & arcu* B D, *dimidio arcus dati* B C, *angulus* B A D, *qui duplicatus totum* B A C, *notum efficiet. Deinde per* 1. *praxim problematis* 6. *triang. sphær. ex arcu* B D, *dimidio arcus dati* B C, *& angulo opposito* B A D, *inuento, (cum species alterius anguli* B, *constet. Nam si datus arcus* A B, *recto angulo* D, *oppositus est quadrante minor, angulus* B, *acutus erit, quemadmodum &* B A D, *acutus est: Si vero* A B, *quadrante maior est, erit angulus* B, *obtusus, cum* B A D, *acutus sit.) reperiatur angulus* B, *cui æqualis est angulus* C, *ob æquales arcus* A B, A C.

NEQVE vero duo duo æquales arcus esse possunt quadrãtes. Nam alias duo anguli supra basim essent recti; atque adeo triangulum esset rectangulum. quod est contra hypothesin.

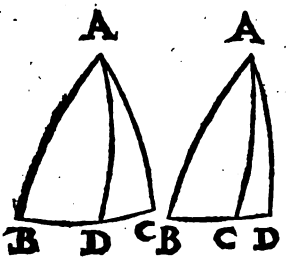
Quæritur arcus, cum duobus angulis adiacentibus.

19. DATIS duobus arcubus trianguli non rectanguli cum angulo ab ipsis comprehenso, inuestigare reliquum arcum, cum reliquis duobus angulis.

Quãdo duo arcus dati sunt inæquales, & neuter eorum quadrans.

SINT in triangulo A B C, duo arcus A B, B C, dati, cum angulo B: sintq; primum inæquales, & neuter eorum quadrans. Ex A, termino vnius eorum ad alterum demittatur arcus perpendicularis A D, qui an intra triangulum, an vero extra cadat, ex operatione ipsa discemus. Nam inueniatur, per problema 2. triang. sphær. ex arcu dato A B, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, arcus A D, angulo B, oppositus. Rursus ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu A D, reperiatur, per problema 8. triang. sphær. tertius arcus B D. Si igitur arcus hic B D, inuentus fuerit minor dato arcu B C, cadet arcus A D, intra triangulum, extra vero, si maior. Sublato autem inuento arcu B D, ex dato arcu B C, (si ille hoc minor est) vel dempto arcu B C, dato ex inuento arcu B D, (si hic illo maior est) notus relinquetur arcus C D. Ex arcubus denique A D, C D, circa angulum rectum D, inueniatur, per problema 7. triang. sphær. tertius arcus A C, qui quæritur.

Proprof. 64. triãg. sphær.



DEINDE, per problema 13. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angu-

angulum D, subtendente, & arcu inuento A D, reperiatur angulus B A D, à dictis arcubus comprehensus. Eademq; ratione, ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu A D, inueniatur angulus C A D, à dictis arcubus comprehensus. Nam angulus C A D, additus angulo B A D, (quando arcus A D, intra triangulum cadit) vel angulus C A D, ex angulo B A D, sublatus, (quando arcus A D, cadit extra triangulum) conficiet, aut relinquet angulum quæsitum B A C.

A D extremum, per problema 13. triang. sphær. ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & arcu inuento C D, eliciatur angulus C: qui, vbi arcus A D, intra triangulum cadit, quæritur; at, quando arcus A D, cadit extra triangulum, subductus ex duobus rectis relinquit angulum A C B, quæsitum.

PER *solos sinus sic agemus. Per problema 2. triang. sphær. reperiatur ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente, & dato angulo* B, *oppositus arcus* A D: *Et hinc per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. arcus* B D. *Hic enim ablatus ex dato arcu* B C, (*si ille hoc minor est*) *vel ex inuento arcu* B D, *ablatus datus arcus* B C, (*si hic illo minor est*) *notum relinquet arcum* C D. *Deinde per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. tam ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente, & arcu inuento* B D, *eruatur angulus oppositus* B A D; *quam ex inuento arcu* A C, *rectum angulum* D, *subtendente, & inuento arcu* C D, *oppositus angulus* C A D. *Nam ex duobus angulis* B A D, C A D, *inuentis quæsitus angulus* B A C, *cognoscetur, si vnus alteri addatur, quando arcus* A D, *intra triangulum cadit, vel, quando cadit extra, si ex* B A D, *detrahatur* C A D. *Postremo, per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. inquiratur ex inuento arcu* A C, *rectum angulum* D, *subtendente, & arcu inuento* A D, *oppositus angulus* C. *Hic enim in priori triangulo est quæsitus, in posteriori vero reliquus duorum rectorum* A C B, *est is, qui quæritur.* Per solos sinus, quando dati duo arcus inæquales sint, & neuter eorum quadrans.

QVOD si forte arcus C D, deprehendatur quadrans, (nunquam autem B D, erit quadrans, posito A B, non quadrante) erit tunc & arcus quæsitus A C, quadrans, & angulus C A D, rectus. Atque ita sine molestia inuentus erit arcus A C, qui quæritur, & angulus C A D: ex quibus quæsitos angulos B A C, A C B, inueniemus, vt prius.

SIT iam alter datorum arcuum inæqualium quadrans, nempe A B, à cuius extremo A, ad alterum arcus perpendicularis A D, demittatur. Erit tunc arcus quoque B D, quadrans, & angulus B A D, rectus: nec non B, polus arcus A D; ac proinde arcus A D, ex dato angulo B, notus fiet. Atque ita in hoc casu duo arcus B D, A D, cum angulo B A D, noti facti erunt, sine alio labore: ex quibus reliqua inuestigabuntur, vt prius. Quando alter datorum inæqualium arcuum est quadrans.

ALITER, & facilius, per solos sinus, quando dati duo arcus inæquales sunt quomodocunque.

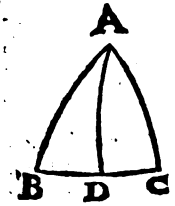
Praxis facilior, & generalis, per solos sinus, quando dati duo arcus sunt inæquales.

FIAT, *vt sinus totus ad sinum vtriuslibet datorum arcuum inæqualium, ita sinus alterius arcus dati ad alium, producaturq; quidam quartus numerus. Deinde rursus fiat, vt sinus totus ad inuentum illum quartum numerum, ita sinus versus anguli dati ad alium, reperieturq; differentia inter sinum versum tertij arcus, qui quæritur, & sinum versum differentiæ datorum arcuum inæqualium: quæ differentia ius*

siaimenta, si adiiciatur ad sinum versum differentiæ datorum arcuum, componet sinum versum tertij arcus quæsiti. Cognitis iam tribus arcubus propositi trianguli, reperientur alij duo anguli ex præcedenti problemate, præsertim ex praxi illa faciliori, si arcus duo quemlibet illorum continẽtes fuerint inæquales. Quòd si quando æquales sint, adhibenda erit postrema praxis eiusdem problematis præcedentis.

Quando duo arcus dati sũt æquales,

SED iam duo arcus dati A B, A C, datum angulum A, comprehendentes sint æquales, ac proinde neuter quadrans. Secabit arcus perpendicularis A D, bifariam & datum angulum A, & basim B C. Inueniatur ergo, per problema 2. triãg. sphęr. ex dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & ex angulo B A D, dimidio dati anguli B A C, arcus oppositus B D: qui duplicatus totum arcum B C, quæsitum dabit. Deinde, per problema 13. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu B D, inquiratur angulus B, à dictis arcubus comprehensus; cui æqualis est angulus C, ob æquales arcus A B, AC.



Per solos sinus, quando duo arcus dati sũt æquales.

PER solos sinus ita res peragetur. Ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & angulo B A D, dimidio dati anguli B A C, reperiatur, per problema 2. triang. sphær. arcus oppositus B D: qui duplicatus quæsitum totum B C, offeret. Deinde, per 1. praxim problematis 6. triang. sphær. ex inuento arcu B D, & angulo B A D, dimidio anguli B A G, dati (cum præterea constet species alterius anguli B. Nam si arcus A B, fuerit minor quadrante, erit angulus B, acutus, sicut & B A D, acutus est: Si vero A B, sit quadrante maior, erit B, obtusus, cum B A D, acutus sit.) eliciatur angulus B: cui angulus C, æqualis est.

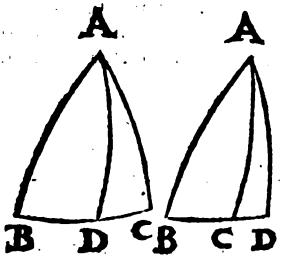
Quærũtur duo arcus, cũ angulo ab ipsis cõprehenso.

20. DATIS duobus angulis trianguli non rectanguli, cum arcu ipsis adiacente, indagare reliquos arcus, cum angulo reliquo.

Quãdo dati anguli sũt inæquales, & arcus adiacens non quadrans.

SINT in triangulo A B C, dati duo anguli B, B A C, cum arcu A B, adiacente: sintq; primum dati anguli inæquales, & arcus A B, non quadrans. Ex altero datorum angulorum, nempe ex A, ad arcum oppositum B C, demittatur arcus perpendicularis, qui an intra triangulum cadat, an extra, operatio ipsa docebit. Inueniatur enim per problema 15. triang. sphær. ex dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & dato angulo B, alter angulus nõ rectus B A D: qui si minor fuerit angulo dato B A C, cadet arcus A D, intra triangulum; extra vero, si maior. In priori casu subductus angulus BAD, inuentus ex dato angulo B A C; in posteriori vero datus angulus B A C, ex inuẽto BAD, detractus, notum relinquet angulum C A D. Rursus, per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & angulo B, dato, reperiatur arcus A D, oppositus. Item, per problema 12. triang. sphær. ex inuento arcu AD, & an-

Propos. 65. triãg. sphęr.



Digitized by Google

& angulo adiacente C A D, inuento, eruatur arcus A C, recto angulo D, oppositus; qui quidem est vnus ex quæsitis.

DEINDE, per problema 8. triang. sphær. tam ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu A D, indagetur arcus B D; quam ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & arcu inuento A D, arcus C D: qui adiectus ad inuentum arcum B D, cadente arcu A D, intra triangulum, vel subductus ex eodem arcu B D, cadente arcu A D, extra triangulum, notum dabit alterum arcum B C, quæsitum.

A D extremum, per problema 15. triang. sphær. inuestigetur ex inuento arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & angulo inuento CA D, angulus A C D: qui in priori triangulo est is, qui quæritur; in posteriori autem subductus ex duobus rectis reliquum facit A C B, quæsitum.

PER *solos sinus sic negotium absoluetur. Per problema 2. triang. sphær. inueniatur ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente, & angulo dato* B, *arcus oppositus* A D: *Et per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. reperiatur ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente, & inuento arcu* A D, *tertius arcus* B D. *Item per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. inquiratur ex dato arcu* A B, *angulum rectum* D, *subtendente, & inuento arcu* B D, *angulus oppositus* B A D: *qui ablatus ex dato* B A C, *(si ille hoc minor est) vel ex eo datus* B A C, *detractus, (si hic ille minor est) notũ relinquet angulum* C A D. *Rursus per problema 5. triang. sphær. ex inuento arcu* AD, *& angulo adiacẽte* CAD, *eruatur angulus* A C D: *qui in priori triangulo est quæsitus, in posteriori vero reliquus duorũ rectorum* A C B, *quæsitus est.* Per solos sinus, quãdo dati anguli sũt æquales, & arcus adiacẽs nõ quadrans.

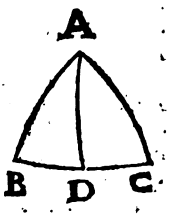
POST *hec, per 1. praxim problematis 4. triang. sphær. ex vtroque angulo* C A D, A C D, *inuento reperiatur arcus* C D: *qui in priori triangulo additus tandudum inuento arcui* B D, *vel in posteriori ab eo ablatus, notum faciet arcum* B C, *quæsitum.*

DENIQVE, *per problema 7. triang. sphær. inueniatur ex inuentis arcubus* A D, C D, *circa angulum rectum* D, *arcus tertius* A C, *recto angulo* D, *oppositus, qui quæritur. Atque ita inuenti erunt duo reliqui arcus* B C, A C, *cum reliquo angulo* A C B.

QVOD si quando angulus inuentus C A D, fuerit rectus, (B A D, nunquam potest esse rectus, posito A B, non quadrante) erunt A C, C D, quadrantes; & A D, arcus anguli C; ac proinde angulus C, notus fiet ex inuento arcu A D. Reliquus autem arcus B C, cognoscetur ex inuento arcu B D, & quadrante C D, veluti prius.

IAM vero si datus arcus A B, sit quadrans, existentibus adhuc angulis B, B A C, datis inæqualibus, erit angulus B A D, rectus, & arcus quoque B D, quadrans. Item B, erit polus arcus A D; propterea; arcus ipse A D, ex dato angulo B, cognitus erit. Inuentis autem tunc tanta facilitate arcubus A D, B D, & angulo recto B A D, reperiemus cætera, vt prius. Quãdo datus arcus est quadrans.

SINT deinde in triangulo A B C, dati duo anguli B, C, æquales, cum arcu B C, adiacente, siue quadrans is sit, siue non. Erunt arcus A B, A C, æquales, & arcus perpendicularis A D, ex tertio angulo A, ad B C, demissus secabit & arcum B C, & angulum A, bifariam. Inueniatur ergo, per problema 12. triang. sphær. ex arcu B D, dimidio dati arcus B C, & dato angulo B, adiacente, arcus A B, recto angulo D, oppositus; cui cum æqualis sit A C,



Quãdo dati duo anguli sũt æquales.

inuen-

inuenti erunt reliqui duo arcus. Rursus, per problema 5. triang. sphær. eò eodem arcu B D, dimidio dati arcus B C, & dato angulo B, adiacente reperiatur alter angulus non rectus B A D. Hic namque duplicatus totum quæsitum angulum B A C, dabit.

Per solos sinus, quãdo duo anguli dati sũt æquales.

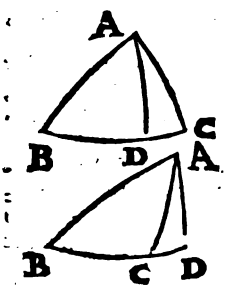
PER *solos sinus ita operabimur. Per problema 5. triang. sphær. inueniatur ex arcu* B D, *dimidio dati arcus* B D, *& dato angulo* B, *adiacente angulus* B A D: *quo duplicatus dabit totum* B A C, *quæsitum. Deinde per 1. praxim problematis 3. triang. sphær. ex arcu* B D, *dimidio dati arcus* B C, *& inuento angulo* B A D, *oppositi reperiatur (cum præterea constet species alterius anguli* B, *qui datus est) arcus* A B, *recto angulo* D, *oppositus: cui æqualis est* A C.

Quærũtur duo arcus, cũ vno angulo.

21. DATIS duobus angulis trianguli non rectanguli, cum arcu qui alteri illorum opponitur, reliquos arcus, cum reliquo angulo inuestigare: si modo constet, num arcus alteri angulo dato oppositus quadrante maior sit, aut minor, aut certe quadrans.

Quãdo dati duo anguli inæquales sunt, & arcus datus non quadrans.

SINT in triangulo A B C, dati duo anguli B, C, primum inæquales, cum arcu A B, qui angulo C, opponitur, non quadrante, constetq; præterea species arcus A C, alteri angulo dato B, oppositi. Ducatur ex tertio angulo A, ad arcum B C, arcus perpendicularis A D; qui intra triangulum cadet, si vterque angulus datus B, & C, est acutus, vel obtusus; extra vero, si vnus acutus, & alter obtusus est. Inuestigetur, per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, arcus oppositus A D. Item, per problema 14. triang. sphær. ex eodem dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & dato angulo B, eliciatur arcus B D. Rursus reperiatur, per problema 15. triang. sphær. ex eodem dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, angulus B A D. Ad hæc, per problema 3. triang. sphær. inueniatur quoque ex inuento arcu A D, & dato angulo C, oppositi (Nam, cadente arcu A D, extra triangulum, angulus A C D, arcui A D, oppositus relinquitur notus post subtractionem dati anguli A C B, ex duobus rectis) arcus A C, recto angulo D, oppositus, cum eius species constare ponatur. Atque ita inuentus erit arcus A C, vnus ex quæsitis.



Propos. 66. triãg. sphær.

DEINDE, per problema 14. triang. sphær. reperiatur ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo C, arcus C D: qui additus arcui B D, supra inuento, vel ex eo detractus, (prout nimirũ arcus A D; intra triangulum cadit, aut extra) notum faciet arcum B C, qui est alter ex quæsitis.

AD extremum, per problema 15. triang. sphær. ex inuento eodem arcu A C, re-

Digitized by Google

AC, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo C, inueniatur angulus CAD: qui additus angulo BAD, si arcus intra triangulum cadit, vel si extra, ex eodem subductus, cognitum efficiet angulum BAC, quæsitum.

SOLIS *sinubus vtemur sic. Per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu* AB, *rectum angulum* D, *subtendente, & dato angulo* B, *inquiratur arcus oppositus* AD. *Et hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex dato arcu* AB, *angulum rectum* D, *subtendente, & inuento arcu* AD, *reperiatur tertius arcus* BD. *Et rursus, per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. ex dato arcu* AB, *rectum angulum* D, *subtendente, & inuento arcu* BD, *eruatur angulus oppositus* BAD. *Post hæc, per 1. praxim problematis 3. triang. sphær. eliciatur ex inuento arcu* AD, *& opposito angulo dato* C, *arcus* AC, *recto angulo* D, *opposítus, cum eius species constet ex hypothesi: qui arcus* AC, *ex quæsitis vnus est.* Per solos sinus, quãdo dati duo anguli sũt inæquales, & arcus datus non quadrans.

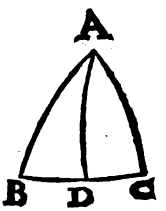
DEINDE, *per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex inuento arcu* AC, *rectum angulum* D, *subtendente, & arcu* AD, *reperiatur tertius arcus* CD: *ex quo, si in priori triangulo arcui* BD, *inuento addatur, vel in posteriori ex eodem subtrahatur, cognitus fiet alter arcus quæsitus* BC.

PER 1. *praxim denique problematis 1. triang. sphær. ex arcu* AC, *angulum rectum* D, *subtendente, & arcu* CD, *inuento, inquiratur angulus oppositus* CAD. *Nam hic in priori triangulo additus inuento angulo* BAD, *vel in posteriori ab eadem demptus, notum faciet angulum* BAC, *quæsitum.*

QVOD si quando arcus AC, alteri angulo B, dato oppositus sit quadrãs, quod euenire potest, non existẽte quadrante AB, (quo in casu nunquam quadrans esse poterit AD, vel BD,) erit quoque CD, quadrans, & angulus CAD, rectus. Quare non laborandum tunc erit in inquisitione arcuum AC, CD, & anguli CAD: sed ex ijs inueniendus erit arcus BC, & angulus BAC, vt diximus.

VERVM sit iam datus arcus AB, quadrans, & adhuc dati duo anguli B, C, inæquales. Quo posito, erit & BD, quadrans, & angulus BAD, rectus; nec non B, polus arcus AD; ac proinde arcus AD, ex dato angulo B, cum eius arcus sit, notus fiet. Cognitis autem tanta facilitate arcubus BD, AD, cum angulo recto BAD, inuenientur reliqua, vt prius. Quãdo datus arcus quadrãs est, & dati duo anguli inæquales.

SINT tandem dati duo anguli B, C, æquales. Diuidet arcus AD, & basim BC, & angulum A, bifariam; & arcus AB, AC, æquales erunt. Inquiratur, per problema 14. triang. sphær. ex dato arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & dato angulo B, arcus BD: qui duplicatus totum quæsitum BC, offeret. Alter autem quæsitus AC, datus erit, cum dato AB, sit æqualis. Rursus, per problema 15. triang. sphær. ex eodem arcu dato AB, & angulo B, eliciatur angulus BAD; quo duplicato, habebitur totus BAC, qui quæritur. Quãdo duo anguli dati sunt æquales.



PER *solos sinus ita absoluemus problema. Per problema 2. triang. sphær. inuestigetur arcus* AD, *ex dato arcu* AB, *rectum angulum* D, *subtendente, & dato angulo* B, *arcui* AD, *opposito. Atque hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. reperiatur ex dato arcu* AB, *angulum rectum* D, *subtendente, & inuento arcu* AD, *tertius arcus* BD: *qui duplicatus totum quæsitum* BC, *dabit. Deinde, per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. ex dato arcu* AB, *rectum angulum* D, *subtendente,* Per solos sinus, quãdo duo anguli dati sũt æquales.

inuenti erunt reliqui duo arcus. Rursus, per problema 5. triang. sphær. ex eodem arcu B D, dimidio dati arcus B C, & dato angulo B, adiacente reperiatur alter angulus non rectus B A D. Hic namque duplicatus totum quæsitum angulum B A C, dabit.

Per solos sinus, quãdo duo anguli dati sũt æquales.

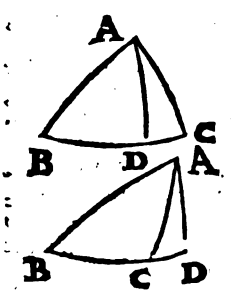
PER *solos sinus ita operabimur. Per problema 5. triang. sphær. inueniatur ex arcu* B D, *dimidio dati arcus* B D, *& dato angulo* B, *adiacente angulus* B A D: *qui duplicatus dabit totum* B A C, *quæsitum. Deinde per 1. praxim problematis 3. triang. sphær. ex arcu* B D, *dimidio dati arcus* B C, *& inuento angulo* B A D, *opposito reperiatur (cum præterea constet species alterius anguli* B, *qui datus est) arcus* A B, *recto angulo* D, *opposítus: cui æqualis est* A C.

Quærũtur duo arcus, cũ vno angulo.

21. DATIS duobus angulis trianguli non rectanguli, cum arcu qui alteri illorum opponitur, reliquos arcus, cum reliquo angulo inuestigare: si modo constet, num arcus alteri angulo dato oppositus quadrante maior sit, aut minor, aut certe quadrans.

Quãdo dati duo anguli inæquales sunt, & arcus datus non quadrans.

SINT in triangulo A B C, dati duo anguli B, C, primum inæquales, cum arcu A B, qui angulo C, opponitur, non quadrante, consteq́; præterea species arcus A C, alteri angulo dato B, oppositi. Ducatur ex tertio angulo A, ad arcum B C, arcus perpendicularis A D; qui intra triangulum cadet, si vterque angulus datus B, & C, est acutus, vel obtusus; extra vero, si vnus acutus, & alter obtusus est.



Propos. 66. triãg. sphær.

Inuestigetur, per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, arcus oppositus A D. Item, per problema 14. triang. sphær. ex eodem dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & dato angulo B, eliciatur arcus B D. Rursus reperiatur, per problema 15. triang. sphær. ex eodem dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, angulus B A D. Ad hæc, per problema 3. triang. sphær. inueniatur quoque ex inuento arcu A D, & dato angulo C, opposito (Nam, cadente arcu A D, extra triangulum, angulus A C D, arcui A D, oppositus relinquitur notus post subtractionem dati anguli A C B, ex duobus rectis) arcus A C, recto angulo D, oppositus, cum eius species constare ponatur. Atque ita inuentus erit arcus A C, vnus ex quæsitis.

DEINDE, per problema 14. triang. sphær. reperiatur ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo C, arcus C D: qui additus arcui B D, supra inuento, vel ex eo detractus, (prout nimirũ arcus A D, intra triangulum cadit, aut extra) notum faciet arcum B C, qui est alter ex quæsitis.

AD extremum, per problema 15. triang. sphær, ex inuento eodem arcu A C, re-

Digitized by Google

A C, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo C, inueniatur angulus C A D: qui additus angulo B A D, si arcus intra triangulum cadit, vel si extra, ex eodem subductus, cognitum efficiet angulum B A C, quæsitum.

Per solos sinus, quãdo dati duo anguli sũt inæquales, & arcus datus non quadrans.

SOLIS *sinubus vtemur sic. Per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente, & dato angulo* B, *inquiratur arcus oppositus* A D. *Et hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex dato arcu* A B, *angulum rectum* D, *subtendente, & inuento arcu* A D, *reperiatur tertius arcus* B D. *Et rursus, per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente, & inuento arcu* B D, *eruatur angulus oppositus* B A D. *Post hac, per 1. praxim problematis 3. triang. sphær. eliciatur ex inuento arcu* A D, *& opposito angulo dato* C, *arcus* A C, *recto angulo* D, *oppositus, cum eius species constet ex hypothesi: qui arcus* A C, *ex quæsitis vnus est.*

DEINDE, *per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex inuento arcu* A C, *rectum angulum* D, *subtendente, & arcu* A D, *reperiatur tertius arcus* C D: *ex quo, si in priori triangulo arcui* B D, *inuento addatur, vel in posteriori ex eodem subtrahatur, cognitus fiet alter arcus quæsitus* B C.

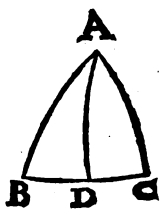
PER *1. praxim denique problematis 1. triang. sphær. ex arcu* A C, *angulum rectum* D, *subtendente, & arcu* C D, *inuento, inquiratur angulus oppositus* C A D. *Nam hic in priori triangulo additus inuento angulo* B A D, *vel in posteriori ab eodem demptus, notum faciet angulum* B A C, *quæsitum.*

QVOD si quando arcus A C, alteri angulo B, dato oppositus sit quadrãs, quod euenire potest, non existẽte quadrante A B, (quo in casu nunquam quadrans esse poterit A D, vel B D,) erit quoque C D, quadrans, & angulus C A D, rectus. Quare non laborandum tunc erit in inquisitione arcuum A C, C D, & anguli C A D: sed ex ijs inueniendus erit arcus B C, & angulus B A C, vt diximus.

Quãdo datus arcus quadrãs est, & dati duo anguli inæquales.

VERVM sit iam datus arcus A B, quadrans, & adhuc dati duo anguli B, C, inæquales. Quo posito, erit & B D, quadrans, & angulus B A D, rectus; nec non B, polus arcus A D; ac proinde arcus A D, ex dato angulo B, cum eius arcus sit, notus fiet. Cognitis autem tanta facilitate arcubus B D, A D, cum angulo recto B A D, inuenientur reliqua, vt prius.

Quãdo duo anguli dati sunt æquales.



SINT tandem dati duo anguli B, C, æquales. Diuidet arcus A D, & basim B C, & angulum A, bifariam; & arcus A B, A C, æquales erunt. Inquiratur, per problema 14. triang. sphær. ex dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & dato angulo B, arcus B D: qui duplicatus totum quæsitum B C, offeret. Alter autem quæsitus A C, datus erit, cum dato A B, sit æqualis. Rursus, per problema 15. triang. sphær. ex eodem arcu dato A B, & angulo B, eliciatur angulus B A D; quo duplicato, habebitur totus B A C, qui quæritur.

Per solos sinus, quãdo duo anguli dati sũt æquales.

PER *solos sinus ita absoluemus problema. Per problema 2. triang. sphær. inuestigetur arcus* A D, *ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente, & dato angulo* B, *arcui* A D, *opposito. Atque hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. reperiatur ex dato arcu* A B, *angulum rectum* D, *subtendente, & inuento arcu* A D, *tertius arcus* B D: *qui duplicatus totum quæsitum* B C, *dabit. Deinde, per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente,*

& arcu B D, *inuento indagetur angulus oppositus* B A D: *qui duplicatus offeret totum* B A C, *quæsitum*.

IN hoc porro casu non potest datus arcus A B, esse quadrans.

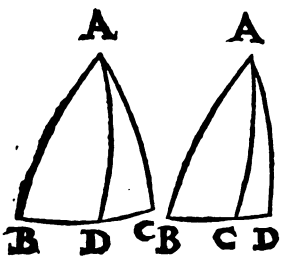
Quærtur duo anguli cum vno arcu.

22. DATIS duobus arcubus trianguli non rectanguli, cum angulo, qui alteri eorum opponitur, reliquos angulos, cum reliquo arcu scrutari: si modo constet, num angulus alteri arcui dato oppositus acutus sit, aut obtusus.

Quãdo dati duo arcus sũt inæquales, & neuter eorum quadrans.

SINT in triangulo A B C, dati duo arcus A B, A C, cum angulo B, qui arcui AC, opponitur: sint autem primum illi arcus inæquales, & neuter quadrans, constetq; præterea species anguli C, alteri arcui dato A B, oppositi. Ducatur ex angulo A, à datis arcubus comprehenso ad arcum B C, arcus perpendicularis, qui intra triangulum cadet, si vterque angulus B, C, sit acutus, vel obtusus; extra vero, si vnus acutus sit, & alter obtusus. Constat autem, an vterque angulus acutus sit, obtususve, an non; quia angulus B, datus est, cum specie anguli C. Inquiratur ergo, per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & angulo dato B, arcus oppositus A D. Et hinc, per problema 8. triang. sphær. ex eodem arcu dato A B, & arcu inuento A D, eliciatur tertius arcus B D. Hinc rursus, per problema 1. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & arcu B D, inuento reperiatur angulus B A D, arcui B D, oppositus: Et per problema 13. triãg. sphær. ex dato arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & arcu A D, inuento eruatur angulus C A D, à dictis arcubus comprehensus. Nam hic angulus adiectus ad inuentum angulum B A D, vel ab eodem subtractus, (prout arcus A D, cadit intra, vel extra triangulum) dabit quæsitum angulum BAC. Inueniatur præterea, per problema 15. triang. sphær. ex dato arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & inuento angulo C A D, angulus A C D: qui erit is, quem quærimus, si arcus A D, intra triangulum cadit, si vero extra, ablatus ex duobus rectis dabit angulum A C B, quæsitum: sicq; duo reliqui anguli B A C, A C B, erunt cogniti.

Propos. 67. triãg. sphær.



DEINDE, per problema 8. triang. sphær. ex dato arcu A C, angulum rectum D, subtendente, & inuento arcu A D, inquiratur arcus C D. Hic enim additus arcui inuento B D, vel ab eodem subductus (prout arcus A D, intra triangulum cadit, vel extra) notum offeret quæsitum arcum B C.

IN hoc porro casu, nullus arcuum A D, B D, C D; quadrans esse potest.

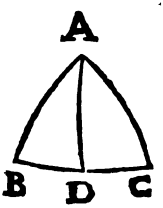
PER *solos finus ita erit agendum. Per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu* A B, *an-*

A B, *angulum rectum* D, *ſubtendente*, *& angulo dato* B, *inueniatur oppoſitus arcus* A D: *Atque hinc, per* 1. *praxim problematis* 8. *triang. ſphær. ex dato arcu* A B, *dato rectum ſubtendente angulum* D, *& inuento arcu* A D, *ernatur tertius arcus* B D: *Atque hinc rurſus, per* 1. *praxim problematis* 1. *triang. ſphær. ex arcu* A B, *angulum rectum* D, *ſubtendente, & arcu inuento* B D, *reperiatur angulus oppoſitus* B A D: *Nec non, per* 1. *praxim problematis* 8. *triang. ſphær. ex dato arcu* A C, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & arcu inuento* A D, *ernatur tertius arcus* C D; *qui vel adiectus arcui inuento* B D, *vel ex eo ſubtractus, (prout arcus* A D, *cadit intra, vel extra triangulum*) *dabit quæſitum arcum* B C. Per ſolos ſinus, quando duo arcus dati ſũt inæquales, & neuter eorum quadrans.

DEINDE *inueſtigetur per* 1. *praxim problematis* 1. *triang ſphær. ex dato arcu* A C, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & inuento arcu* C D, *angulus oppoſitus* C A D: *qui angulo* B A D, *adiunctus, vel ab eo demptus, (prout arcus* A D, *intra triangulum, aut extra cadit*) *exhibebit quæſitum angulum* B A C. *Denique per problema* 5. *triang. ſphær. ex arcu inuento* A D, *& inuento angulo adiacente* C A D, *reperiatur angulus alter* A C D: *qui erit ex quæſitis alter, ſi arcus* A D, *intra triangulum cadit, ſi vero cadit extra, detrahendus erit ex duobus rectis, vt reliquus fiat alter angulus quæſitus* A C B.

QVOD ſi alter datorum arcuum ſit quadrans; ſi quidem A B, quadrans fuerit, erit quoque B D, quadrans, & angulus B A D, rectus, nec non B, polus arcus A D, ac proinde arcus A D, cognoſcetur ex dato angulo B. Atque ita cognitis arcubus A D, B D, & angulo recto B A D, reliqua inueniemus, vt prius. Pari ratione, ſi A C, fuerit quadrans, erit quoque C D, quadrans, & angulus C A D, rectus, nec non C, polus arcus A D; atque adeo inuentus arcus A D, notum faciet angulum ſuum A C D; qui vnus erit ex quæſitis, ſi arcus A D, intra triangulum cadit; ſi vero cadit extra, idem ex duobus rectis detractus relinquet quæſitum angulum A C B. Inuentis autem tanta facilitate angulis C A D, A C D, & arcu C D, reperientur cætera, vt prius. Quãdo alter datorũ arcuum eſt quadrans.

SINT iam dati duo arcus A B, A C, æquales. Secabit arcus A D, & baſim B C, & angulum A, bifariam, anguliq; B, C, æquales erunt; atque ita inquirendus erit tantum angulus B A C, cum arcu B C. Inquiratur ergo, per problema 15. triang. ſphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & dato angulo B, angulus B A D; qui duplicatus offeret totum quæſitum B A C. Rurſus, per problema 2. triang. ſphær. ex arcu A B, angulum rectum D, ſubtendente, & inuento angulo B A D, reperiatur arcus oppoſitus B D: qui duplicatus totum quæſitum B C, dabit. Quãdo duo arcus dati ſũt æquales.



PER *ſolos ſinus ſic. Per problema* 2. *triang. ſphær. inueniatur ex dato arcu* A B, *angulum rectum* D, *ſubtendente & dato angulo* B, *arcus oppoſitus* A D: *Atque hinc per* 1. *praxim problematis* 8. *triang. ſphær. ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & inuento arcu* A D, *reperiatur tertius arcus* B D; *qui duplicatus totum quæſitum* B C, *exhibebit. Per problema tandem* 5. *triang. ſphær. inueſtigetur ex inuento arcu* B D, *& dato angulo* B, *adiacente angulus* B A D, *arcui* B D, *oppoſitus. Hic enim duplicatus dabit totum* B A C, *quem deſideramus.* Per ſolos ſinus, quando dati duo arcus ſunt æquales.

CAETERVM, vt facilius problema illud, quod maxime optamus, præſertim in ſphæricis triangulis, inuenire poſſimus, confecimus hic indicem om-

Digitized by Google

nium problematum ad calculum neceſſariorum: quibus quidem numeros præfiximus, qui indicent, quem ordinem quodlibet inter problemata, quorum praxes proxime expoſuimus, obtineat; quemadmodum & ſupra problematibus ipſis in margine adſcripſimus propoſitiones, & problemata, in quibus praxes demonſtrantur in noſtris triangulis rectilineis, & ſphæricis. Quanquam autem in indice triangulorum ſphæricorum rectangulorum proponantur tantum ſingula in ſingulis problematibus inuenienda: ijs tamen inuentis, pleraque etiam alia in eiſdem reperiuntur, vt ex ſuperioribus liquet.

INDEX PROBLEMATVM, ET PRAXIVM TRIANGVLORVM.

IN TRIANGVLIS RECTILINEIS RECTANGVLIS

Inuenitur

2. Latus circa angulum rectum vtrilibet angulorum acutorum oppoſitum; ex latere rectum angulum ſubtendente, & alterutro acutorum angulorum.
3. Latus angulo recto oppoſitum, & alterutrum duorum circa eundem rectum angulum; ex altero latere circa angulum rectum, & vno acutorum angulorum.
4. Vterque angulus acutus, & alterutrum duorum laterum circa angulum rectum; ex latere angulum rectum ſubtendente, & altero latere circa eundem rectum angulum.
5. Vterque angulus acutus, & latus recto angulo oppoſitum; ex duobus lateribus circa eundem angulum rectum.

IN TRIANGVLIS RECTILINEIS NON RECTANGVLIS

Inueniuntur

10. Duo latera; ex omnibus angulis, & reliquo latere.
11. Omnes anguli; ex omnibus lateribus.

12. Vnum

Digitized by Google

12. Vnum latus, & duo anguli illi adiacentes; ex reliquis duobus lateribus, & reliquo angulo ab ipsis comprehenso.
13. Duo anguli, & vnum latus vni eorum oppositum; ex reliquis duobus lateribus, & reliquo angulo, qui vni eorum opponitur.

IN TRIANGVLIS SPHÆRICIS RECTANGVLIS

Inuenitur arcus angulo recto oppositus

3. Ex arcu circa rectum angulum, & angulo ei opposito.
12. Ex arcu circa angulum rectum, & angulo ei adiacente.
7. Ex vtroque arcu circa angulum rectum.
16. Ex vtroque angulo non recto.

Inuenitur arcus circa angulum rectum

2. Ex arcu rectum angulum subtendente, & angulo, qui quæsito arcui opponitur.
14. Ex arcu rectum angulum subtendente, & angulo, qui quæsito arcui adiacet.
8. Ex arcu angulum rectum subtendente, & altero arcu circa angulum rectum.
10. Ex altero arcu circa rectum angulum, & angulo ei opposito.
9. Ex altero arcu circa angulum rectum, & angulo ei adiacente.
4. Ex vtroque angulo non recto.

Inuenitur angulus non rectus

1. Ex arcu rectum angulum subtendente, & arcu circa angulum rectum, qui quæsito angulo opponitur.
13. Ex arcu angulum rectum subtendente, & arcu circa angulum rectum, qui quæsito angulo adiacet.
15. Ex arcu rectum angulū subtendente, & altero angulo non recto.
11. Ex vtroque arcu circa angulum rectum.
5. Ex arcu circa rectum angulum, qui angulo quæsito opponitur, & altero

Digitized by Google

altero angulo non recto illi arcui adiacente.

6. Ex arcu circa angulum rectum, qui angulo quæsito adiacet, & altero angulo non recto illi arcui opposito.

IN TRIANGVLIS SPHÆRICIS NON RECTANGVLIS

Inueniuntur

17. Omnes tres arcus; ex omnibus tribus angulis.
18. Omnes tres anguli; ex omnibus tribus arcubus.
19. Vnus arcus,& duo anguli illi adiacentes;ex alijs duobus arcubus, & reliquo angulo ab ipsis comprehenso.
20. Duo arcus, & angulus ab ipsis comprehensus; ex reliquo arcu, & alijs duobus angulis huic arcui adiacentibus.
21. Duo arcus, & vnus angulus vni eorum oppositus;ex reliquo arcu, & alijs duobus angulis,quorum vni hic arcus opponitur:si modo constet species arcus alteri angulo dato oppositi.
22. Duo anguli, & vnus arcus vni eorum oppositus; ex reliquo angulo, & alijs duobus arcubus, quorum vni hic angulus opponitur: si modo constet species anguli alteri arcui dato oppositi.

ATQVE hic finis sit nostrorum triangulorum, in quibus omnia ea videor esse complexus, quæ ad calculum ipsorum requiruntur. His ergo, benigne Lector, interea fruere feliciter, dum tres integros libros triangulorum sphæricorum Menelai, cum duobus Franciſci Maurolyci, in quibus multo plura, quam hic à nobis explanata sunt, & quidem scitu iucundissima, continentur, clarioribus demonstrationibus illustratos in lucem, Deo nostris cœptis bene fauente, prodire sinamus.

FINIS TRIANGVLORVM SPHÆRICORVM.

Digitized by Google

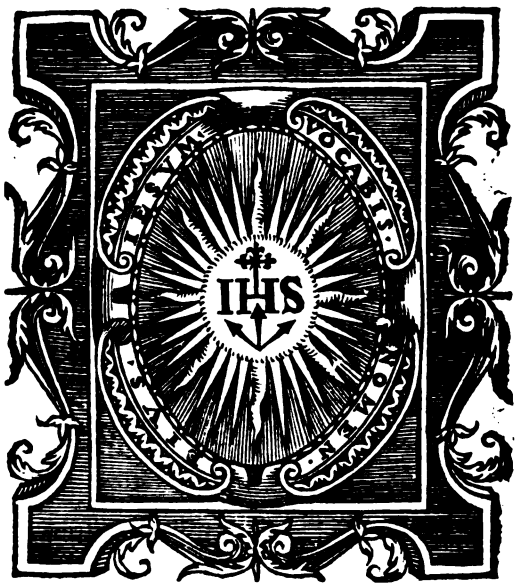
Regeſtum.

† A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Sſ Tt Vu Xx Yy Zz.

Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii Kkk Lll Mmm Nnn Ooo Ppp Qqq Rrr.

Omnes ſunt Duerni. Solum Gg Sſ Nn Terni ſunt.



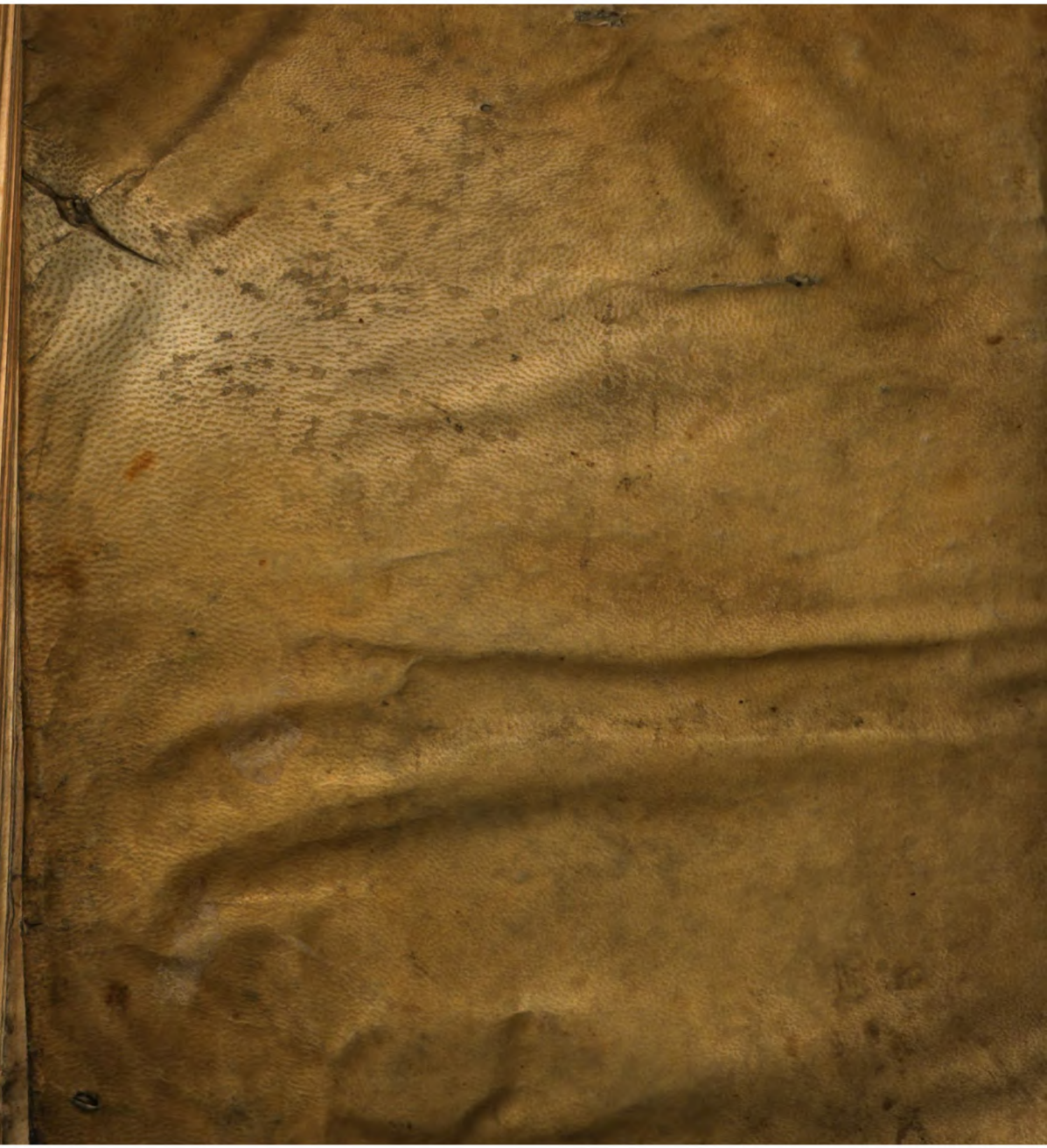
ROMAE,
Ex Typographia Dominici Baſæ.
M D L X X X V I.



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google