

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

UC-NRLF
$B 35 533

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

LEZIONI ELEMENTARI

DI ASTRONOMIA

AD USO

DEL REAL OSSERVATORIO DI PALERMO

TOMO SECONDO.



PALERMO DALLA STAMPERIA REALE

1817

Digitized by Google

GB43
P48
v.2

Digitized by Google

Pag.	lin.	ERRORI	CORREZIONI E ADDIZIONI
14	2	abbiano	abbiamo
17	2	A C M = x	A C N = x
20	14	nel triangolo S T C	nel triangolo S D C, che si ha tirando una retta da S in D,
ivi	15	S C : S T come il raggio al seno dell' angolo S C T	S D : S C come il raggio al seno dell' angolo S D C
ivi	17	Sia dunque S C T = s	Sia dunque S D C = s
ivi	19	avremo z =	avremo, fatto a = 1, z =
21	11	minore dal medio	minore del medio
ivi	23	dalla tangente della metà	della tangente della metà
29	11	$\frac{1 - e^2}{1 + e \cdot \cos. v}$	*il denominatore si faccì* $1 - e \cos. v$; *e si cambj il segno + in − in tutti i termini che ne dipendono*.
39	17	PROB. X	PROB. XI
65	ult.	Tan. $\gamma = \frac{\text{tan. } \beta}{\text{tan. } (\alpha - l)}$	tan. $\gamma = \frac{\text{tan. } \beta}{\text{sen. } (\alpha - l)}$
66	11	sen. $\frac{1}{2} s$. cos. (A'D + A"D)	sen. $\frac{1}{2} s$. cos. $\frac{1}{2}$ (A' D + A" D)
68	12	$\frac{\text{cos. } (\text{A'D} - \delta)}{\text{R . sen. } \delta} = \lambda$	$\frac{\text{cos. } (\text{A D}' - \delta)}{\text{R . sen. } \delta} = \lambda$
75	12	sen. (α'' − α) =	sen. (α'' − α)
91	24	della loro orbite	delle loro orbite
105	10	della sfera in cui si osserva	della sfera corrispondente pel momento in cui si osserva

119 *In fine del* §. 33 *si aggiunga* : . . . . . .

Ma a ben concepire quanto verremo esponendo in questo e ne' seguenti articoli ; da principio vuolsi avere una qualche idea delle tavole Solari e de' Pianeti . Per la quale cosa non è necessario ricorrere alle più recenti un pò complicate invero e prolisse ; ma bastano quelle che sono nel primo tomo dell' Astronomia di La Lande : da queste poi si potrà passare alle altre più esatte . L' oggetto in generale cui mirano le tavole si è di offrirci un modo facile e sicuro , onde rinvenire per un tempo qualunque i luoghi , *medio* , e *vero* o *apparente* del Sole e de' Pianeti , o sia , e il luogo in cui apparirebbero se con moto uniforme si movessero in un cerchio , e il luogo a cui realmente corrispondono nelle orbite rispettive , così in conseguenza del movimento ellittico , come delle forze perturbatrici . Pel Sole s' impiegano diciotto tavole , un' maggiore numero per la Luna , e un minore pei Pianeti : ben compreso l' uso delle prime , non s' incontrerà alcuna difficoltà nelle altre . Pertanto delle diciotto tavole Solari , le prime quattro sono pel movimento medio , che colla quinta si converte in ellittico , e colle otto seguenti si corregge dell' effetto delle forze perturbatrici : la decima quarta dà le distanze della terra , e le altre quattro le correzioni dipendenti dall' azioni della Luna , di Giove , Venere e Marte . Si cer-

814361

Digitized by Google

Pag. lin.	ERRORI	CORREZIONI E ADDIZIONI

chino i luoghi, medio e vero del Sole pei 20 Marzo 1805 a 13.^{h} 57.' 18." di tempo medio. Dalla prima tavola, che dal 1740 al 1833 contiene pel principio di ciascun anno le longitudini medie del Sole e dell' Apogeo cogli argomenti, da cui dipendono le perturbazioni; da queste tavole, dico, si prendano pel 1805 le prime otto quantità; sotto di esse si scrivano le altre pei 20 Marzo che si troveranno nella terza tavola, in cui sono i movimenti stessi per tutt' i giorni dell' anno, cui si aggiunga col soccorso della quarta tavola il movimento per 13.^{h} 57.' 18" — 44', che si tolgono per la differenza dei meridiani tra Palermo e Parigi. Si sommino le quantità di ciascuna colonna, la prima = 11.^{s} 28.^{o} 6.' 4,"3 sarà la longitud. media del Sole pel tempo proposto: la seconda = 3.^{s} 9.^{o} 34.' 27", la longitudine dell' Apogeo, e le altre gli argomenti delle perturbazioni cagionate dai rispettivi Pianeti. Dalla longitudine del Sole si sottragga quella dell' Apogeo, la differenza = 8.^{s} 18.^{o} 32.' 16.", sarà l' anomalia media, colla quale entrando nella quinta tavola, si troverà la corrispondente equazione del centro = + 1.^{o} 53.' 34",9, e cogli otto argomenti dalle rispettive tavole 6.^{a} 7.^{a} 8.^{a} 9.^{a} 10.^{a} 11.^{a} 12.^{a} 13.^{a} se ne avranno le perturbazioni; la di cui somma = + 20",8 aggiunta all' equazione del centro ci darà la differenza tra i luoghi, medio e apparente del Sole. I 20 Marzo 1805 a 13.^{h} 57.' 18" fu dunque il luogo medio del Sole a 11.^{s} 28.^{o} 6.' 4",3 e il vero o apparente a 0.^{s} o sia nell' equatore. Se oltre il luogo nell' ecclittica vogliasi ancora la distanza, essa si troverà per mezzo dell' Anomalia media già calcolata, e della tavola decima quarta, e colle tavole 15.^{a} 16.^{a} 17.^{a} e 18.^{a} vi si faranno le opportune correzioni dipendenti dalle perturbazioni.

137 20 e *segu.*	o un po minore *della vera*, maggiore se il Sole . . . la differenza = o",34 cos. (☉ — Apogeo); e l' aberrazione vera	o un po *minore della vera*: diviene massima nel Perigeo e minima nell' Apogeo. In questi due punti la sua differenza colla media = o",34, in + nel primo, in — nel secondo, lo che è facile a vedersi. Poichè se nelle distanze medie il tempo che impiega la luce a venire dal Sole a noi è di 8.' 13",2, risulterà di 8'. 4"92 nel Perielio, e di 8'. 21",38 nell' Afelio: ma nel Perielio il movimento diurno = 61'. 10",1, e nell' Afelio = 57'. 11",3, perciò

Digitized by Google

Pag.	lin.	ERRORI	CORREZIONI E ADDIZIONI
			Aberr. Perielia = 20,598... Af. = 19,917 ma Aberr. media = 20,255 = 20,255
			onde differenza = + 0,34 − 0,34 sarà dunque l' espressione generale della diff. = 0",34. cos. (☉ − Apog.) e l' aberrazione vera . . . .
143	31	Quindi (− 2 e y)	Quindi (− 2 e)
144	30	z . 2 e . cos. A +	y . 2 e . cos. A +
145	7	n = 3,714	n = 3,756
ivi	8	− (0",001) y	+ (0",001) y
149	26 27	che ne ritano	che ne risultano
153	30	daramo	daremo
159	11	17831	7841
ivi	32	l' arrore	l' errore
166	5	rispetto al Terra	rispetto alla Terra
167	23	della terra	dalla terra
170	5	log. 0,04121154	log. 1,04121154
ivi	7	9,6459602	0,6459602
183	13	diminuzione dell' ecclittica	diminuzione dell' obbliquità dell' ecclittica
195	18	$4.^{an}$ 85.° $7.^{h}$ 9" 1"	$4.^{an}$ 85.° $7.^{h}$ 8.' 1"
ivi	22	1546.° $7.^{h}$ 9' 1"	1546.° 7. 8.' 1"
ivi	24	172.° $10.^{h}$ 32.' 6"	172.° $10.^{h}$ 31.' 6"
197	1	col problema 14.°	col problema 12.°
204	11	potuti avere	potuti avere : essi si daranno in fine con quelli degli altri pianeti .
225	5	*La numerazione de' paragrafi è sbagliata , si corregga come siegue*	
		§. 162	§. 166
226	4	§. 163	§. 167
ivi	25	§. 164	§. 168
227	19	§. 165	§. 169
ivi	31	§. 166	*si tolgano questi numeri , e s' intendano come parti del §. 169 sostituito al §. 165.*
228	5	§. 167	
ivi	18	§. 168	
ivi	30	§. 169	
233	11	*Macchie variabili*	*Macchie invariabili*
241	30 31	Poichè la metà della differenza delle due , che maggiormente differiscono tra di esse	Poicchè la semisomma delle due più grandi differenze , una in più e una in meno
252	27	− (20",2) cos.	− 20," 2 . cos.
		(2. Dis.(☾ − ☉) − cos. Ano. ☾)	(2 . Dist. (☾ − ☉) − An. ☾)

Digitized by Google

Pag.	lin.	ERRORI	CORREZIONI E ADDIZIONI
282	24	globo dal Pianeta	globo del Pianeta
294	8	δ . . . 365,251064	δ . . . 365,242264
296	8	δ . . . 3171	δ . . . 3271
318	25	di quella del Sole	di quello del Sole
327	33–34	avvertendo però che quando $y + x$ . . .	avvertendo però che, nel caso del segno $-$, quando $y + x$ . . .
328	32	Tavola 44.	Tavola 46.
329	1	ESEMPIO DAL CALCOLO	ESEMPIO DEL CALCOLO
330	4	$\simeq$ N $\simeq$	$\simeq$ M $\simeq$
331	23	$\frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } + h \text{ . sen. } (D+\Pi)}{\text{cos. } l}$	$\frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . sen. } (D+\Pi)}{\text{cos. } l}$
333	11–12	$\frac{\text{cos. E L} - \text{cos. E Z . cos. Z L}}{\text{sen. E Z . sen. Z S}}$	$\frac{\text{cos. E L} - \text{cos. E Z . cos. Z L}}{\text{sen. E Z . sen. Z L}}$
335	4	nella formola (β')	nella formola (β'')
336	26	Long. del *Nonagesimo* o sia N	Long. del *Nonagesimo* o sia M
340	19–21	L S M (*in tre luoghi*)	M L S
343	3	11.' 0",3	10.' 56",83
ivi		*Nota*	*tutt' i calcoli del* §. 49 *suppongono la somma de' semidiametri* 30.' 49",4
344	19	e quante R F	e quante R E
346	5	della stessa	dallo stesso
354	28	delle ecclisse	dell' ecclisse
356	12	punto dal	punto del
ivi	28	parellamente	paralellamente
357	29	n.° 3.°	*s' intenda parte del* n.° *precedente* .
359	25	vero dal Sole, e apparente dalla Luna	vero del Sole e apparente della Luna
360	. . .	*la pagina seguente in vece di*	*numerarsi* 361 *è stata numerata* 391 , *e collo stesso errore si sono continuati i fogli sino alla fine* .
391	17	*disco dal Sole*	*disco del Sole*
ivi	32	S O	S E
397	19	di Venere dal Sole	di Venere dal centro del Sole
ivi	34	E $f \simeq b'$	O $f \simeq b'$
ivi	35	S O si convertirà in $a + \Pi$; S E in $a' + \Pi'$; O p in	S E si convertirà in $a + \Pi$; S O in $a' + \Pi'$; E p in
402	3	*Corpo* e *Nucleo*	*Corpo* o *Nucleo*
407	2	della prima strada	dalla prima strada
415	5	$(1,^{8}\ 096154)$	$(1,^{8}\ 096154)^{2}$

Digitized by Google

INDICE DE' LIBRI

TOMO PRIMO

Prefazione pag. v
LIB. I. *Prime osservazioni e risultati* 3
LIB. II. *Cognizioni preliminari della moderna Astronomia* 49
LIB. III. *Delle Stelle* 149

TOMO SECONDO

LIB. IV. *Teoria del movimento de' Pianeti* pag. 1
LIB. V. *Sistema Solare* 98
LIB. VI. *Ecclissi* 299
LIB. VII. *Comete* 401

Digitized by Google

Digitized by Google

INDICE

DELLE MATERIE PER ORDINE ALFABETICO.

Il numero romano indica il libro; l' arabo il paragrafo.

Aberrazione della luce, Scoperta da Bradley II. 62. E' la deviazione del raggio di luce nella direzione del moto della terra II. 63. Triangolo di Aberrazione ivi. dipende dalle velocità rispettive della terra e della luce II. 64. Principio generale per calcolarne gli effetti III. 42. Formole per l' Aberrazione in longitudine III. 44. in latitudine III. 45. in A R. III 47. in Declinazione III. 48. Costruzione delle tavole di Aberrazione III. 52. Aberrazione diurna III. 53. Variazione dell' Aberrazione per l' eccentricità III. 54. Tavole di Delambre pag. 195, e 196. Aberrazione per li luoghi del Sole V. 55. Aberrazione per li pianeti V. 95.

Accelerazione....Equazione del movimento lunare. V. 109. Accelerazione diurna delle fisse I. 25. 72.

Afelio, Punto dell' orbita Planetaria più distante dal Sole IV. 33. Metodo per trovarlo IV. 67. per la terra V. 48. per Mercurio V. 81. per Venere V. 101. per Marte V. 119. per Giove V. 141. per Saturno V. 154. per Urano V. 161. Ha un movimento annuo diretto IV. 100. Dall' Afelio si son contate sempre le anomalie de' pianeti, e questo metodo non conviene abbandonarsi IV. 31.

Almicantarat....*Vedi Parallelo*.

Altezza di un astro.... II. 2. suo complemento, distanza dal Zenit. *Vedi distanza*. Altezze assolute per trovare l' ora II. 80. per trovare gli archi semidiurni. II. 86. e la durata del crepuscolo II. 90. Altezze corrispondenti, e loro equazione II. 92. Altezza del Polo, o latitudine geografica del luogo, lo stesso che la distanza dell' equatore dal Zenit I. 21. Modo di trovarla collo gnomone I. 38. e colle stelle circompolari II. 110. Altezza del Nonagesimo VI. 33. Altezza de' Monti lunari V. 176.

Amplitudine ortiva e occidua II. 2.

Anello di Saturno V. 145. 259. Sue dimensioni V. 261. inclinato all' Ecclitica V. 260. 262. sue fasi V. 265. Cause delle sue disparizioni V. 264. è formato di due altri anelli, che rotano intorno a Saturno V. 267. si devono considerare come suoi satelliti V. 269.

Angoli, Misura degli angoli sferici II. 4. Angoli d' incidenza e di rifrazione II. 46. Angolo dell' equatore coll' ecclittica. *Vedi obliquità*. Angolo di *Variazione* o *Parallattico* formato al centro dell' astro dal cerchio di declinazione, e dal verticale II. 2. 135. Angolo di *posizione* formato al centro dell' astro da' cerchj di latitudine e di declinazione II. 148. Angolo di *commutazione* o al Sole, differenza tra le longitudini eliocentriche della terra e del pianeta IV. 20. Angolo di *elongazione* o alla terra, differenza tra le longitudini geocentriche del Sole e del Pianeta. *ivi* Angolo al Pianeta, o *Parallasse annua*, differenza delle longitudini geocentrica ed eliocentrica del pianeta *ivi*. Angolo della *Verticale* col raggio della terra, allontana il Zenit dal Polo. VI. 36.

* *

Digitized by Google

Angolo orario, Distanza di un astro dal meridiano contata sull' equatore II. 80. Modo di determinarlo per mezzo delle altezze assolute *ivi*. Colle altezze corrispondenti II. 92.

Anno, Tempo che impiega il Sole a percorrere l' ecclitica I. 32. Determinazione dell' anno medio V. 38. Sidereo V. 40. Anomalistico V. 52. *Vedi rivoluzione*.

Anomalia, Angolo che misura la distanza di un pianeta dalla linea degli apsidi. Anomalia media IV. 34. Eccentrica; Vera *ivi*. Problemi relativi alle anomalie nelle orbite ellittiche IV. 35. *e segu.* Per le Comete VII. 11. 20. 24. 32.

Apogeo, Punto dell' orbita Planetaria più distante dalla Terra. Propiamente si dice delle orbite del Sole e della Luna. *Vedi distanza*, *Apsidi*. Apogeo del Sole, e Afelio della terra sono la stessa cosa.

Apparente; luogo apparente, o esservato, diverso dal luogo *vero* e dal luogo *medio*. Tempo *apparente*, è lo stesso che il *vero*. *Vedi tempo*, *distanza*, *altezza*.

Apsidi, le estremità dell' asse maggiore delle orbite planetarie, che perciò si chiama *linea degli apsidi*. *Vedi Afelio*, *e Perielio*.

Arco semidiurno, formola per calcolarlo II. 86. Lunghezza di un arco uguale al numero de' gradi che contiene moltiplicato pel raggio del cerchio su cui si prende l' arco IV. 26. Arco parabolico verso il fuoco si confonde con quello delle ellissi molto allungate VII. 10.

Aree, Settori ellittici descritti da un pianeta, sempre proporzionali ai tempi IV. 27. rapporto dell' area circolare all' area parabolica VII. 20.

Argomento, quantità da cui dipende l' andatura di una equazione disposta in tavole. Argomenti per la tavola di nutazione III. 39. di Aberrazione III. 51. e 52. *Argomento di latitudine*, o distanza di un pianeta dal suo nodo ascendente presa sull' orbita e secondo l' ordine de' segni IV. 11. Serve a trovare la latitudine de' pianeti IV. 12. *Argomento ridotto* è l' argomento di latitudine ridotto all'ecclitica IV. 18.

Ariete, *o punto di O* ♈, punto comune dell' equatore coll' ecclitica, d' onde si cominciano a contare i segni del Zodiaco I. 39. le AR. e le longitudini. *Vedi AR. Longitudine*, Quando vi giugne il Sole si dice ch' è nell' equinozio di Primavera I. 34. Quantità del suo movimento contro l' ordine de' segni per l' azione luni-solare. *Vedi precessione degli Equinozj*. E del suo movimento *diretto* per l' azione de' Pianeti III. 8. 9. 14. 15.

Asse, linea intorno a cui circolarmente si muove un corpo qualunque. Asse del mondo I. 7. Asse di rivoluzione delle fisse II. 54. Asse dello stromento de' passaggi II. 22. Del Cerchio II. 26. Asse di Rotazione. *Vedi Rotazione*.

Assi nell' ellisse, maggiore e minore.

Ascendenti (segni) *Vedi Segni*.

Ascensione retta, distanza di un astro dalla sezione di Ariete contata sull' equatore, e di occidente in oriente I. 39. Trovare l'AR. delle stelle per mezzo delle declinazioni del Sole II. 122. per mezzo di altre stelle II. 125. Conversione delle AR. in longitudini II. 127. per il Sole II. 130. L' AR. è alterata dalla precessione, nutazione, aberrazione, parallasse. *Vedi questi articoli*. Diametro della Luna in AR. V. 216. AR. del mezzo cielo. *Vedi Culminante* AR. del Polo dell' ecclitica sempre uguale a 270.° II. 148. VI. 36.

Astri, Nome comune a tutte le stelle, ai pianeti, e alle comete. Loro moto generale. *Vedi moto*. Distinguonsi in fissi ed erranti I. 22.

Atmosfera della terra, causa della rifrazione II. 44. La sua densità alterata dal caldo, e dal freddo fà variare le rifrazioni II. 50. Altre cagioni che ne alterano lo stato attuale II. 52. Aumenta il diametro dell' ombra negli Eclissi lunari VI. 12. Atmosfera di Venere V. 107. di Marte V. 114. delle Comete VII. 3. del Sole, origine dei Pianeti V. 31.

Digitized by Google

Attrazione, principio di cui s'ignora la causa; il suo effetto consiste nel ritenere secondo date leggi più corpi insieme IV. 81. considerata nel sole si chiama *Attrazione solare* IV. 87. è propria di tutt' i corpi, delle loro intere masse, e di ciascuna delle loro particelle IV. 95. è in ragion diretta delle masse e reciproca al quadrato delle distanze IV. 95. Fa conoscere le masse dei Pianeti in quella del Sole IV. 102. La precessione e la nutazione ne sono conseguenza III. 2. 3. forse anche i movimenti proprj delle Stelle III. 76. *Vedi Gravitazione universale*, *forza centrale*.

Aumento del diametro della Luna in ragion dell' altezza V. 214. Formola VI. 48. del diametro dell' ombra negli ecclissi VI. 12. del diametro del Sole per l' irradiazione, e per l' inflessione de' raggi VI. 57.

Azimuto, Angolo formato al Zenit da un Verticale e dal meridiano, e misurato sull' orizzonte II. 2. Modo di trovarlo II. 134.

B

Barometro, Stromento che serve a misurare il peso dell' atmosfera: sua altezza media per le rifrazioni II. 50. Riduzione delle diverse scale secondo cui si suole costruire II. 51.

C

Calcolo (esempio di uno) approssimato dell' altezza del polo per mezzo dello gnomone I. 31. della rifrazione II. 49 della parallasse II 58. Del tempo medio II. 75. Del tempo Sidereo II. 77. Del tempo vero per mezzo delle altezze assolute II. 83 Del tempo Sidereo colle medesime II. 82 e colle stelle II. 85. del tempo colle altezze corrispondenti II. 94. Della deviazione dello stromento de' passaggi con due stelle II. 104. con una stella circompolare II. 105. Dell' avanzo e variazione diurna del pendolo II. 106 96. 94. Dell' altezza del polo con una stella circompolare II. 110. Dell' AR. e declinazione del Sole II. 112. Dell' obliquità dell' ecclittica II. 114. Della riduzione al Solstizio II. 118. Del tempo dell' equinozio II. 121. Dell' AR. di una stella pel tempo del Solstizio II. 123. Dell' AR. e declinazione di una stella II. 126. Dell' azimuto, e distanza dal vertice di un' astro II. 137. Della distanza dal vertice II. 147. Dell'annua precessione media III. 13. e *seguenti*. Delle precessioni in AR. e declinazione della polare III. 18. 21. Delle tavole generali di nutazione III. 39. Delle nutazioni in AR. e in Declinazione di ☌Capricorno III. 41. Delle tavole generali di Aberrazione III. 51. 52. Dell'Aberrazione in AR. e in Declinazione di ☌ Capricorno III. 55. Della parallasse delle stelle III. 70. Del Polo di translazione del Sole III. 73. Della curva descritta dalla terra IV. 30. Dell'anomalia eccentrica IV. 42. Della equazione del centro IV. 43. Del raggio vettore IV. 44. Dell'anomalia media per mezzo del numero costante 3548, 91. IV. 55. Degli elementi di una curva Planetaria per mezzo di due raggi vettori, e del tempo frapposto IV. 59. della caduta della Luna verso la terra in un secondo di tempo IV. 92. della caduta de' corpi alla superficie della terra IV. 93. Della massa della terra in quella del Sole IV. 106. del peso di un corpo alla superficie di un pianeta IV. 108. della quantità dell' anno medio V. 36. 37. dell' equazione massima della terra V. 45. dell' eccentricità dell' orbe terrestre V. 46. del momento dell' apogeo solare V. 51. dell' anno anomalistico del Sole V. 52. Della longitudine media del Sole pel 1805. V. 54. Delle tavole Solari V. 63. Della correzione delle tavole per mezzo de' coefficienti indeterminati V. 66. Delle correzioni da applicarsi alle osservazioni de' pianeti e delle comete prima d' impiegarle V. 95. Dell'altezza de' monti lunari V. 176. Dell' Epatta o età della Luna VI. 3. Della nuova Luna VI. 5. Degli Ecclissi di Luna VI. 21. Della longitudine e altezza del Nonagesimo VI. 37. Delle parallassi in longitudine e in latitudine con due formole diverse VI. 44. Della distanza apparente dei

Digitized by Google

centri VI. 45. Degli ecclissi di Sole VI. 50. Della congiunzione vera VI. 53. Di un passaggio di Venere VI. 66. Del tempo di una cometa per passare dal perielio a 90. di Anomalia VII. 20. Dell' angolo sussidiario x che serve per fissare il triangolo al Sole alla Terra e alla Cometa VII. 41. 42. Della differenza dei tempi per le diverse ipotesi de' valori di x. VII. 44. Degli elementi cometici in una parabola VII. 50.

Calore, sua influenza su la rifrazione I. 50. forse fu causa di una dilatazione nella materia del Sole da cui ne vennero i pianeti V. 31.

Cannocchiale. II. 8. si compone di due lenti oggettiva e oculare *ivi*. Ai medesimi si deve la superiorità delle moderne sulle antiche osservazioni II. 7. III. 82. Rapporti della sua apertura colla visibilità delle stelle III. 96.

Cataloghi di stelle, parte più essenziale dell' astronomia III. 77. Il primo fu fatto da Ipparco III. 78. riportato da Tolomeo *ivi*. Cataloghi di Ulugh Beighi III. 79. Di Ticone, del Langravio di Assia, di Evelio, di Riccioli 80. perchè imperfetti 81. Catalogo di Flamstedio 82. Di Bradley, di Lacaille, di Mayer, di Zanotti 83. Di Maskelyne, di De-Lambre, di Zach, di Lalande, di Henry, e Barry, e di Cagnoli 84. Cataloghi di Piazzi del 1803. 1805. e 1814. III. 84. Compilazioni di Wollaston, e di Bode III. 85.

Centrale, (forza) *Vedi Forza*

Centrifuga, (forza) diminuisce la gravità IV. 93.

Cerchj, necessarj ad immaginarsi in cielo per riferirvi le osservazioni I. 7. e *segu*. Riferiti alla terra I. 20. Meccanicamente disposti formano la sfera armillare I. 33.

Cerchio, di latitudine, cerchio massimo che passa pel polo dell' ecclitica e per l'astro I. 26 di Declinazione, cerchio massimo che passa pel polo dello equatore e per l'astro I. 38. Cerchio di projezione per gli ecclissi VI. 26. Cerchio intero, stromento costruito da Ramsden per la Specola di Palermo II. 25. *e segu*. Cerchio *ripetitore* stromento geodetico, che si applica agli usi astronomici II. 39.

Cerere, Pianeta primario tra Marte e Giove I. 54. *in nota*. Scoperto da Piazzi in Palermo il dì 1mo del secolo XIX. V. 126. storia di tale scoperta *ivi* e degli altri tre pianeti Pallade, Giunone, Vesta *ivi*. Congetture su la loro origine V. 128. Elementi V. 129, *vedi Quadro* Ha dato occasione a Gauss di perfezionare i metodi del calcolo delle orbite planetarie IV. 80.

Collimazione (*linea di*) o linea di fede, posizione dell' asse ottico del Cannocchiale o della linea secondo cui si osserva. *Vedi filo orizontale*. *Errore* della linea di collimazione, sua distanza dal Zenit quando il filo a piombo taglia il 0 delle divisioni. Nel cerchio di Palermo si conosce rivolgendo le divisioni alternativamente a destra e a sinistra II. 29. Nei Quadranti si determina per mezzo del Settore al Zenit, o coll' arco di eccesso II. 33.

Colori delle stelle, III. 89.

Coluri, Due cerchj massimi posti ad angoli retti, de' quali uno passa per il Polo e per le sezioni di Ariete e Libra, e si dice *Colure degli Equinozj*, l'altro a 90.° dal primo si chiama *Colure de' Solstizj*.

Comete, I. 27. e *lib*. VII. credute dagli antichi segni della collera celeste I. 27. *in nota*. Natura e caratteri che le distinguono VII. 2. *e segu*. Si calcolano più facilmente in una parabola VII. 10. Cometa di 109. giorni, quella la cui distanza perielia è uguale al raggio dell'orbe terrestre VII. 19. Calcolo delle loro orbite. *Tutto il libro* VII.

Commutazione (angolo di) *vedi Angolo*.

Configurazione de' satelliti di Giove V. 257.

Congiunzione de' pianeti col Sole I. 49. colle stelle giovano a stabilirne le rivoluzioni IV. 64. congiunzioni medie della Luna col Sole VI. 2. Congiunzione vera per gli ecclissi VI. 53. per li passaggi di Venere sul disco solare VI. 66.

Digitized by Google

Conversione del tempo sidereo in medio, e reciprocamente II. 72. Delle rifrazioni vere in medie II. 50. della nutazione dal cerchio nell'ellisse III. 32. *e seg.*

Costellazioni, configurazioni o gruppi di stelle che nella volta celeste rappresentano una figura nota I. 40. Quelle del Zodiaco son dodici I. 39. Si deve distinguere il luogo che occupa la costellazione, dall'altro che occupa il segno del Zodiaco che ne porta il nome. *ivi in nota*. *Vedi Stelle*, *Zodiaco*, *Segni*.

Crepuscolo, modo di trovarne la durata II. 90.

Culminante (AR. del punto) o AR. del *mezzo del cielo*, punto dell'equatore che si trova nel meridiano VI. 37. Si dice *Culminante* ancora di qualunque astro, o punto del cielo che passa pel meridiano.

Cursore filo. *Vedi Micrometro*.

D

Declinazione, distanza di un astro dall'equatore contata sopra un cerchio massimo che passa per i poli del mondo I. 38. Cerchio di Declinazione. *Vedi cerchio*. Trovare la Declinazione del Sole II. 118. di una stella II. 125. E' alterata dalla precessione III. 10. dalla nutazione III. 31. 36. dall'Aberrazione III. 42. 48. 41. dalla parallasse III. 67.

Decremento dell'obbliquità III. 8. 10.

Deferente, termine che nell'antica Astronomia dinotava l'orbita di un pianeta col suo *epiciclo*, I. 54. *in nota*.

Densità, diversa ne' diversi strati dell'atmosfera, produce la curva di rifrazione II. 44. media II. 50. modo di determinare la densità de' pianeti IV. 105. Densitá di ciascun pianeta *vedine i nomi*. Tavola delle densitá, *Vedi Quadro*. Nelle comete picciolissima VII. 2. 8.

Deviazione dello Stromento de' passaggi II. 100. Deviazione del raggio visuale dal cammino ond'è venuta la luce. *Vedi Aberrazione*.

Diafragma, anello di cartone che serve ne' cannocchiali a render meglio terminate le immagini II. 69. è stato impiegato alla ricerca de' Diametri de' Satelliti di Giove V. 228.

Diametri apparenti di due astri in ragion diretta delle parallassi II. 55. trovare il tempo che il Diametro del sole impiega a passare al meridiano II. 108. Quello della luna V. 217. Diametro di Mercurio V. 93. di Venere V. 108. degli altri pianeti. *Vedi ciascuno di essi*. Della Luna V. 209. sue variazioni per la distanza V. 210. in altezza. V. 213 in AR. V. 216. Diametri de' Satelliti di Giove V. 227. dell'anello di Saturno V. 261. Tavole de' Diametri. *Vedi Quadro*. Diametro dell'ombra negli ecclissi lunari VI. 10. Diametri delle stelle III. 92.

Differenza de' passaggi osservati e calcolati II. 104. differenza di AR. II. 126. Differenza delle longitudini medie del Sole e della Luna. *Vedi Epatta*. Differenza de' meridiani VI. 60. differenza de' tempi corrispondenti alla differenza delle anomalie cometiche VII. 34.

Digressioni massime de' Pianeti inferiori I. 30. quelle di Mercurio servono a trovarne la rivoluzione V. 76. quelle di Venere V. 96. servono allo stesso oggetto V. 97. de' Satelliti di Giove V. 224. 225. 232. De' Satelliti di Saturno V. 274. *Vedi elongazione*.

Diretto (moto) movimento di Occidente in Oriente o secondo l'ordine de' segni I. 48. Opposto al moto retrogrado. *Vedi retrogrado*. *Stazione*.

Direzione della forza centrale IV. 82.

Discendenti. *Vedi segni*.

Distanza angolare, Angolo che due astri sottendono all'occhio. Distanze de' Pianeti dal Sole dedotte dalle rivoluzioni I. 54. Distanza dal Zenit II. 2.

Digitized by Google

altezza, suo complemento. *Vedi altezza*. La distanza dal Zenit è diminuita dalla rifrazione II. 46. aumentata dalla parallasse II. 55. modo di determinarla II. 134. 138. distanza del Sole dal Solstizio. *Vedi riduzione*. Distanza della Luna dal nodo negli ecclissi. *Vedi limiti*. Distanza apparente dei centri negli ecclissi VI. 45. Distanze de' contatti VI. 51. Distanza vera di un pianeta o suo raggio vettore IV. 6. distanza *accorciata*, o raggio vettore ridotto all' ecclitica IV. 6. modo di trovarla IV. 15. 22. Distanza della terra dal Sole IV. 29. Massima e minima del pianeta dal Sole. *Vedi Afelio e Perielio*. Massima e minima distanza dalla terra. *Vedi Apogeo e Perigeo*. Massima e minima distanza de' satelliti da Giove. *Vedi Apogiovio perigiovio*. Distanza media, o sia semiasse maggiore de' pianeti, modo di trovarla IV. 64. 66. de' Satelliti di Giove V. 231. Tavola delle distanze de' pianeti pag. 295. e de' Satelliti pag. 297. 298. Distanza perielia nella parabola di riduzione VII. 19. Per una cometa qualunque VII. 27.

Diti ecclissati, duodecime parti del diametro della Luna o del Sole VI. 19.

Divisione degli astri in stelle fisse e Pianeti I. 22. Del Zodiaco in dodici segni posteriore all'altra in 28 parti I. 39. *in nota*. Divisioni degli stromenti. *Vedi stromenti*. Divisioni del Barometro e Termometro. *Vedi questi articoli* Divisione dell' anello di Saturno V. 267.

Durata degli ecclissi de' Satelliti di Giove V. 233. serve a conoscerne i nodi V. 249. Durata delle disparizioni dell' anello di Saturno V. 265. Durata di un' Ecclissi di Luna VI. 21. Durata delle rivoluzioni Planetarie I. 30. *Vedi Quadro*.

E

Eccentricità, metà della distanza dei due fochi in un' ellissi. Metodi per trovarla lib. IV. Eccentricità de' pianeti. *Vedi ciascuno*. Dell' orbe lunare V. 189. Tavola delle eccentricità. *Vedi Quadro*.

Eclipsareon, machinetta che serve a stabilire meccanicamente gli elementi di un' ecclisse di Sole per tutt' i luoghi della terra VI. 31.

Ecclissi, succedono semprecchè la Luna entra nell' ombra della Terra, o si mette tra la terra e il Sole I. 44. possono essere *centrali*, *totali o parziali*. VI. 8. 24. e quei del Sole anche *annulari* VI. 24. Periodo per la predizione degli ecclissi I. 46. *in nota* VI. 9. Elementi del calcolo degli ecclissi lunari VI. 14. colla regola e col compasso VI. 21. Ecclissi di Sole VI. 24. danno ad Ipparco l'idea della parallasse I. 47. *in nota*. Ecclissi generale VI. 27. 28. Principio e fine di un' ecclissi VI. 47. Lo stesso metodo si adatta agli ecclissi di Stelle e Pianeti VI. 52. *Vedi occultazione*. Metodo di Carlini VI. 58. Li passaggi di Mercurio e Venere si considerano come ecclissi VI. 61. Ecclissi de' Satelliti di Giove V. 232. loro uso V. 256. quelli de' satelliti di Saturno non si possono osservare V. 272.

Ecclittica, via apparente del Sole nella volta celeste I. 31, per mezzo delle ombre del Sole si conosce che è inclinata all' equatore I. 32. *Vedi obbliquità*. E' un cerchio massimo della sfera nel mezzo del Zodiaco I. 39. *Vedi Zodiaco*. Divide la sfera in due emisferi boreale e australe IV. 3. vi si rapportano le latitudini delle stelle. *Vedi latitudine*. Considerata come piano interminato vi si rapportano gli altri delle orbite planetarie IV. 3. Considerata nella sua reale estensione è l' orbe vero della terra, nel cui fuoco sta il Sole IV. 30.

Elementi, nelle orbite planetarie se ne contano sette IV. 63. per ciascun pianeta. *Vedine i nomi*. Elementi necessarj al calcolo di un' ecclissi VI. 14. Elementi delle parabole cometiche VII. 50.

Digitized by Google

Eliocentrico, si dice un' arco, un angolo, un movimento considerato dal centro del Sole IV. 16. *Vedi Longitudini*, *Latitudini*, *Movimenti*.

Ellissi, curva che descrivono i pianeti intorno al Sole IV. 30. alterata dalle perturbazioni IV. 97. Ellissi di nutazione III. 32. Ellissi di Aberrazione III. 46. Comparazione tra le due Ellissi di Aberrazione e di parallasse III. 62. Ellissi delle macchie del Sole IV. 7.

Elongazione Vedi Angolo. elongazione massima. *Vedi digressione*.

Emersione si dice di un' astro che esce da sotto il disco di un' altro dopo di esserne stato occultato. De' Satelliti di Giove V. 225. 232. delle stelle VI. 58.

Emisfero, metà della sfera. Orientale e Occidentale rispetto al piano del Meridiano I. 17. superiore ed inferiore rispetto al piano dell' Orizzonte I. 12. Boreale e Australe rispetto al piano dell' Equatore I. 16. e a quello dell' Ecclitica I. 35. IV. 5. Emisferi illuminato. e visibile della Luna V. 164. Emisfero illuminato di Venere V. 100.

Entrata. *Vedi ingresso*.

Epatta, età della Luna VI. 2. serve a trovare il novilunio VI. 5. Epatta astronomica spesso differisce dall' ecclesiastica. VI. 7.

Epicicli, piccoli cerchj portati dal *deferente*, coi quali gli antichi spiegavano le stazioni e le retrogradazioni I. 51. *in nota*.

Epoca in Astronomia è la longitudine media di un astro per un dato tempo. Del Sole IV. 54. De' Pianeti e Satelliti. *Vedi i nomi di ciascuno*. Tavola delle epoche. *Vedi Quadro del sistema*. Si suol dare per mezzodì; ultimamente i Francesi hanno adottato la mezzanotte IV. 51.

Equatore, cerchio massimo della sfera perpendicolare all'asse del modo I. 16. Divide la sfera in due emisferi boreale e australe *ivi*. Vi si rapportano le Declinazioni degli astri. *Vedi Declinazione*. Taglia l'ecclitica in due punti opposti. *Vedi Sezione*. Col suo movimento lungo l'ecclitica in ordine contrario ai segni produce la precessione. *Vedi precessione*. Col suo bilanciamento produce la nutazione. *Vedi nutazione*. Il tempo si misura sul medesimo. *Vedi tempo*. La sua altezza sull' orizzonte di un luogo è la stessa che la distanza del Zenit del luogo dal polo del mondo I. 21. Dalla sua intersezione coll'ecclitica si contano secondo l'ordine de' segni le AR. e le Longitudini. *vedi AR. Longitudine*. Equatore terrestre I. 21. il suo raggio è 11, 5. miglia maggiore del raggio al polo II. 61. III. 3. Attratto dal Sole e dai pianeti III. 4. Equatore Solare V. 6. al medesimo non conviene riferire i piani delle orbite planetarie v. 24. Peso de' corpi all' equatore de' pianeti IV. 108.

Equatoriale (menisco) *Vedi Menisco*; *equatore*.

Equatoriale, stromento astronomico II. 34.

Equazione del tempo II. 73. de' punti equinoziali II. 74. del centro IV 33. 43. Equazione massima IV. 52. per la terra V. 42. Per i pianeti. *Vedi ciascuno*. Equazione annua per la Luna. V. 206. Equazioni lunari V. 207. 208. *Vedi ineguaglianze*, *perturbazioni*. Equazione dell' altezze corrispondenti o del mezzodì II. 92. 96. Equazioni di condizione e metodo di servirsene V. 65. e *segu*.

Equinoziale (cerchio) *Vedi Equatore*.

Equinozio, uguaglianza de' giorni e delle notti. Giorni e punti degli Equinozj I. 34. Coluro degli Equinozj. *Vedi coluro*. Precessione degli Equinozj. *Vedi precessione*. Osservare i tempi degli equinozj II. 49. servono a fare stabilire la quantità dell'anno IV. 38. e l' epoca per il Sole IV. 54.

Esempio. *Vedi calcolo*.

Espero, nome dato dagli antichi al Pianeta Venere quando tramonta dopo il Sole I. 26.

Evezione prima ineguaglianza del movimento lunare V. 203.

Digitized by Google

F

Fascie di Giove V. 132. di Saturno V. 147.

Fasi o apparenze della Luna I. 24. Spiegazione delle medesime V. 165. e *segu.* Fasi dell'Anello di Saturno V. 263. dell'ecclissi generale VI. 27. di Venere I. 50. *in nota* V. 96. di Mercurio V. 74. di Marte V. 111.

Figura delle costellazioni. *Vedi costellazione*. Delle orbite planetarie. *Vedi orbita, ellissi*. Di un'ecclissi. *Vedi ecclissi, projezione, metodo grafico*.

Filo orizontale, filo teso orizontalmente nel foco combinato de' cannocchiali Astronomici, onde rapportarvi le immagini degli oggetti. *Vedi Stromenti. Filo verticale*, filo teso ortogonalmente al primo. *vedi stromento de' passaggi, cerchio, ec.* Filo cursore. *vedi micrometro*. Filo a piombo, filo sospeso ad uno stromento per determinarne il principio delle divisioni, e la linea del Zenit II. 10. *vedi Collimazione*.

Fine di un'ecclisse. *vedi Ecclisse*.

Foco nelle curve planetarie. Punto dell'asse maggiore dove risiede il centro di gravità, che ne' Pianeti primarj è il sole, e ne' secondarj il pianeta intorno al quale girano. *Vedi ellisse, attrazione, forza centrale*. Foco delle lenti. *Vedi Cannocchiale*.

Formole, espressioni generali di un calcolo. *vedi calcolo*.

Forza centrale, *vedi attrazione, gravitazione*. Forze che ritengono i Pianeti intorno al Sole IV. 81. Forza variabile nel sole IV. 86. ne' Pianeti IV. 89. comune a tutta la materia IV. 95. Forze perturbatrici IV. 99. Espressioni della forza IV. 102. Forza che ritiene il doppio anello di Saturno V. 268. Forza di projezione IV. 90.

G

Geocentrico, si dice un'arco, angolo, o movimento osservato dalla Terra IV. 16. *vedi Eliocentrico*.

Giorno, uguale alla notte negli equinozj I. 32. Si compone di 24. h. *vedi tempo*.

Giove, pianeta primario del sistema solare I. 36. Impiegato per spiegare le stazioni e retrogradazioni I. 53. Carattere con cui si segna V. 130. il suo globo è schiacciato ai Poli V. 131 sue fascie e macchie V. 132. Rotazione sull'asse V. 134. sue rivoluzioni tropica e siderea V. 136. distanza media V. 138. Eccentricità V. 140. Luogo dell'Afelio V. 141. del Nodo V. 142. Inclinazione V. 143. Suoi satelliti V. 223. *vedi Satelliti*. Suoi elementi *vedi Quadro*.

Giunone, Uno de' quattro nuovi pianeti situati tra Marte e Giove, *vedi Cerere*.

Gnomone, Asta inalzata verticalmente su di un piano orizzontale. Suoi vantaggi I. 31.

Grafico (metodo) per gli ecclissi lunari VI. 21. per li solari VI. 28. *Vedi projezioni*.

Gravitazione universale, la forza centrale considerata ne' corpi che ne risentono gli effetti IV. 87. *vedi Attrazione. Forza*.

H

Herschel. *vedi Urano*.

I

Immersione, si dice di un'astro nell'istante che si occulta dietro di un'altro. *vedi ecclissi. Occultazione*. Immersione di un Satellite V. 282. della Luna nell'ombra della Terra VI. 8.

Digitized by Google

Inclinazione, angolo che fa un piano con un' altro. Inclinazione dell' equatore all' ecclitica. *vedi obbliquità*. Dell' orbita lunare all' ecclitica II. 5. v. 195. all' equatore *ivi* Dell' equatore Solare v. 23. Inclinazione dell' orbita di un pianeta all' ecclitica, sempre uguale alla latitudine del Pianeta a 90.° dal Nodo. IV. 5. delle orbite planetarie. *vedi Quadro*. Dell' orbite de' Satelliti di Giove V. 247. dell'anello di Saturno v. 262. de' Satelliti di Saturno v. 277. Inclinazione dell'orbita relativa negli ecclissi VI. 14. dell' orbita di una Cometa VII. 30.

Ineguaglianza, *vedi equazione*. Ineguaglianza del tempo, e modo di rimediarvi II. 68. ineguaglianze dell'azione del Sole sull' equatore III. 40. de' punti di concorso de' movimenti proprj delle Stelle III. 75. del movimento lunare v. 202. di quello de' Satelliti di Giove v. 238. 241. *Vedi perturbazioni*.

Inflessione de' raggi Solari VI. 57.

Informi, si chiamano quelle stelle che non appartengono a nessuna costellazione. *Vedi Stelle*.

Ingresso o entrata nell' ombra. *Vedi immersione*. Di Mercurio e Venere sul disco del Sole VI. 66.

Interpolazione, metodo di dedurre dalle quantità calcolate le intermedie corrispondenti per mezzo delle differenze prime, seconde, o terze VII. 51.

Intervallo de' fili II. 99.

Irradiazione, aumento che nel diametro apparente de' corpi troppo luminosi viene cagionato dalla vivacità della luce. Quindi convien diminuire il raggio Solare delle Tavole IV. 10.

L

Latitudine, distanza di un astro dall' ecclitica I. 35. *Vedi Cerchio di latitudine*. Essa non cambia per la precessione I. 42. III. 6. Incremento della latitudine delle stelle per l' azione de' pianeti III. 8. Aberrazione in latitudine III. 45. Parallasse in latitudine per le stelle III. 61. Parallasse in latitudine dipendente dal Nonagesimo VI. 42. 43. trovare la latitudine II. 127. Latitudine di un pianeta nel Nodo è o. IV. 5. Latitudine eliocentrica IV. 12. trovare la latitudine geocentrica IV. 21. Latitudine delle macchie Solari V. 12. Latitudine del sole V. 62. si applica all' obbliquità osservata II. 115. Latitudine della Luna in congiunzione VI. 11. 14. Latitudine di una Cometa VII. 38. *Latitudine geografica*, distanza di un luogo su la terra dall' equatore terrestre, contata sopra un cerchio orario o meridiano; la stessa che l' *Altezza del polo*. *Vedi Altezza*. I. 21. 32

Lattea (via) III. 65.

Leggi meccaniche del movimento IV. 82. Legge della forza centrale IV. 95. Modificazione di questa legge IV. 88. Leggi di Keplero IV. 27. 30. 31.

Librazione, oscillamento del globo lunare V. 181.

Limiti, massimi in + e in — di una quantità variabile. Limiti degli Ecclissi VI. 11. Limiti de' passaggi di Venere e Mercurio VI. 62. limiti de' valori di x nella ricerca dell' orbita cometica VII. 41. 46.

Linea Equinoziale. *Vedi Equatore terrestre*.

Linea degli Apsidi, asse maggiore dell' ellissi planetaria. *Vedi Apsidi*. De Nodi, quella che unisce i Nodi. *Vedi Nodi*. Linea di luce sul globo lunare V. 176. Linea di fede. *Vedi Collimazione*.

Livello, II. 11.

Longitudine, distanza di un astro dalla Sezione di Ariete contata sull' ecclitica e di occidente in oriente I. 34. Le longitudini delle stelle aumentano ogni anno per la precessione I. 42. III. 4. *Vedi precessione*. Sono alterate dalle nutazioni Lunare e Solare III. 6. Formole per corregerle III. 8. 27. 34. altera-

****

Digitized by Google

te dall' aberrazione, e formole per correggerle III. 44. e dalla parallasse III. 61. Longitudine del Sole argomento delle tavole di aberrazione III. 46. e di parallasse III. 63. della nutazione Solare III. 40. *Longitudine sull' orbita*, arco dell' orbita di un pianeta tra il luogo dove si trova e la sezione di Ariete IV. 8. *Eliocentrica*, arco dell' ecclitica tra la sezione di Ariete, è il cerchio di latitudine che passa pel Pianeta veduto dal Sole IV. 9. *Geocentrica*, lo stesso arco veduto dalla terra IV. 16. *Longitudine* del *Nodo* arco dell' ecclitica tra la sezione di Ariete e il punto dove la medesima è tagliata dall'orbita di un pianeta IV. 10. Longitudine media del Sole o Epoca. *Vedi epoca*. Trovare la longitudine delle macchie Solari V. 12. del Polo di rotazione del Sole, e del suo nodo V. 18. Longitudine media de' pianeti. *Vedi ciascuno in particolare*, e *Quadro del sistema*. Longitudine del *Nonagesimo* VI. 34. Formole della parallasse in Longitudine dipendenti dal Nonagesimo VI. 39. Longitudine del perielio di una cometa VII. 33, e del suo nodo VII. 30.

Longitudine media del Sole sempre uguale alla sua AR. media, è la longitudine di un Sole che si suppone percorrere l' ecclitica con movimento uniforme. *Vedi tempo*, *quantità*.

Luce (raggio di) si propaga in linea retta nello stesso mezzo, ma si frange quando passa da un mezzo in un altro di diversa densità II. 44. da ciò viene la rifrazione I. 45. la sua propagazione non è istantanea II. 63. sua velocità II. 64. suo rapporto col moto annuo e diurno della terra. *ivi vedi Aberrazione*. Tempo che impiega a venire dal Sole II. 64. dalla polare III. 70. Luce delle stelle III. 87. sua variazione in alcune III. 91. Luce viva attorno le macchie del Sole V. 3. Luce massima di Venere in alcuni tempi V. 100. Luce cinericcia della Luna V. 172.

Luce della Luna negli ecclissi VI. 23. Luce de' satelliti di Giove V. 226. Corona di luce negli ecclissi annulari VI. 24. Luce de' pianeti non è propria ma riflessa I. 54. Luce zodiscale V. 31.

Lucifero, nome dato dagli antichi a Venere quando spunta prima del Sole I. 26.

Luna, satellite della Terra I. 54. *in nota*. suo movimento di occidente in oriente I. 23. sue fasi I. 24. Spiegazione delle medesime V. 165. Agisce sull'equatore terrestre, e unita al Sole cagiona la precessione degli Equinozj III. 5. è ritenuta nell' orbe suo dall' attrazione della Terra IV. 93. Caduta della Luna in 1" IV. 91. Sua massa IV. 92 parallasse IV. 107. rivoluzione tropica V. 184. Siderea V. 186. Sinodica V. 187 sua eccentricità V. 190 Apogeo 192. Inclinazione dell' orbe lunare V. 195. III. 5. Longitudine del suo nodo V. 197. sue ineguaglianze V. 202. *e segu.* suoi diametri V. 209. *e segu.* Modo di trovare la Luna nuova VI. 5. correzioni alle osservazioni della Luna V. 216. 221. *Vedi pag.* 297.

Lunazione, rivoluzione sinodica della Luna V. 188. *Vedi rivoluzione*.

Luogo di un pianeta. *Vedi longitudine*. Luogo del nodo. *Vedi nodo*.

M

Macchie del Sole V. 3. fenomeni che presentano V. 6. 7. Modo di osservarle V. 8. servono a dedurne gli elementi della rotazione Solare V. 23 Macchie di Mercurio V. 74. di Venere V. 107. di Marte V. 112. *e segu.* di Giove v. 132. di Saturno V. 147. macchie invariabili della Luna v. 178. macchie variabili. *Vedi Librazione*.

Marte, pianeta primario I. 26. il più vicino de' pianeti superiori I. 54. V. 111. sua rotazione V. 112 rivoluzione media V. 115. Afelio V. 119. Altri elementi dell' orbe di Marte V. 122. 123. Elementi dell' orbita di Marte cavati col metodo di Gauss IV. 59. Tavole di Marte V. 124. *Vedi Quadro*.

Masse de' pianeti in quella del Sole. *Vedi Quadro*. Modo di trovarla IV. 102.

Digitized by Google

Medio si dice una quantità le di cui variazioni sono uniformi e uguali .. *Vedi quantità*, *tempo*, *movimento*..

Menisco, o Zona equatoriale, eccesso della parte della sferoide terrestre sotto l'equatore, sopra l'altra ai poli I. 19. *in nota*. III. 3. causa della precessione e della nutazione III. 4.

Mercurio. pianeta il più vicino al Sole I. 26. 54. Difficile a vedersi V. 74. sua rivoluzione I. 30. V. 76. distanza dal Sole V. 80. Afelio V. 81. Tavole V. 84. Nodo V. 88. Diametro V. 93. Volume V. 94. Suoi elementi. *Vedi Quadro*. Suoi passaggi sul Sole VI 61. non tanto utili quanto quelli di Venere VI. 65.

Meridiano, Cerchio massimo della sfera che passa pel Zenit e per il polo del mondo. I. 17. 33. cerchio importante per gli astronomi che vi fanno o vi riferiscono tutte le loro osservazioni Divide in due il corso diurno degli astri I. 17. Quando vi giugne il Sole è mezzodì ivi. Vi sono tanti meridiani quanti sono i punti dell'equatore terrestre I. 21. Osservare l'istante in cui un astro è nel meridiano. *Vedi Osservazioni*. *Distanza meridiana*, significa distanza dal Zenit presa nel meridiano. *Vedi distanza*. Trovare la differenza de' meridiani per mezzo degli ecclisi o delle occultazioni VI. 60. *Meridiano Universale* negli Ecclisi, quello sotto cui si suppone che successivamente passino tutt'i luoghi della Terra VI. 30.

Mezzodì, Mezzogiorno, Meriggio, istante in cui il centro del Sole passa al Meridiano I. 17. Ombre del Sole a mezzodì ne mostrano la strada I. 31. Mezzodì medio, vero.. *Vedi tempo*. Equazione del Mezzodì. *Vedi Equazione*. Le tavole sogliono costruirsi per mezzodì. *Vedi tavole*. Quando gli Astri passano al Meridiano a mezzodì sono in congiunzione col Sole. *Vedi Congiunzione*.

Mezzogiorno, Austro, punto dove il Meridiano taglia l'orizzonte, opposto Settentrione I. 9.

Mezzo del Cielo, *Vedi Culminante*. Mezzo di un'ecclisi VI. 15.

Micrometro, stromento, che ingrandisce, e misura li piccoli spazj II. 19. Si suol comporre di un filo fisso e di un filo *cursore* o mobile; il cui cammino è misurato da un circoletto graduato II. 20.

Misura, degli Angoli sferici II. 4. del tempo, delle distanze, della parte ecclissata *Vedi tempo distanza*, *ecclissi*..

Mobile (primo) Sfera solida immaginata dagli antichi per conciliare il moto diurno colla stabilità relativa delle Stelle I. 28.

Monti, in Mercurio V. 74. in Venere V. 103. nella Luna V. 175. modo di misurare l'altezza V. 176. 177.

Movimento, o *Moto*, diurno di oriente in occidente primo fenomeno che si presenta in natura I. 1. proprio della Luna contrario al primo I. 23. del Sole I. 25. de' Pianeti I. 26. Come gli antichi spiegavano i due moti diurno e proprio I. 28. 29. Movimento dell'equatore lungo l'ecclitica. *Vedi precessione*. De' Pianeti rispetto alle Stelle e al Sole I. 48. Moto della terra combinato con quello della luce *Vedi Aberrazione* Moto dell'asse terrestre. *Vedi nutazione*. Movimento misura naturale del tempo II. 66. Moto apparente del Sole vero o medio si adopera per misura del tempo. *Vedi tempo*. Anche il moto apparente delle Stelle. *vedi tempo* Moto proprio del Sole medio causa della differenza de' tempi medio e sidereo II. 72. Cagioni de' movimenti apparenti delle stelle III. 2. Movimento *diretto* di o. ♈ II. 8. Movimento *proprio* delle stelle III. 71. Tavola de' movimenti propri III. 71. non è soddisfacente lo spiegarli per mezzo del movimento di translazione del Sole III. 75. Considerazioni su tale oggetto III. 76. V. 26. Teoria de' movimenti Planetarj. *il lib.* IV Moto ineguale della Terra intorno al Sole IV. 24. 25. e di tutti i Pianeti ivi Moto medio che si so-

Digitized by Google

stituisce al vero per distribuire le ineguaglianze del movimento medesimo nell' ellissi IV. 32. Movimento ellitico turbato dall' azione reciproca de' corpi l'uno sull' altro IV. 98. Movimento di translazione del Sole V. 25. Movimento di un punto dell' equatore terrestre V. 26. Movimenti della terra in un' anno, in un giorno etc. V. 40. 41 La differenza della somma de' movimenti medj e veri dall' Afelio in poi costituisce l'equazione del centro V. 42. Movimento diretto della linea degli apsidi V. 48. Movimento in latitudine del Sole V. 64. Movimento degli Afelj de' Pianeti. *Vedine i nomi* Movimento della Luna sul suo asse uguale all'altro intorno alla Terra V. 178. Movimento dell' apogeo Lunare V. 194. movimento de' suoi nodi V. 199. Ineguaglianze de' movimenti Lunari *Vedi Ineguaglianze*. Movimenti de' satelliti di Giove V. 224. V. 232. Movimenti de' loro nodi *V.* 250. Movimento orario relativo negli ecclissi VI. 14. 21. 53. Movimento di Mercurio e Venere sempre retrogrado ne' loro passaggi sul Sole *V*I. 61. Movimento delle Comete in archi parabolici *V*II. 10. sull' orbita *V*II. 28. 42. *Vedi velocità*, *Tavole*, *Quantità*.

N

Nadir, punto della sfera celeste diametralmente opposto allo *Zenit* I. 10. *Vedi Zenit*..

Nebulose, macchie di bianca luce sparse in varie parti del Cielo III. 94.

Nodi, intersezioni delle orbite planetarie coll'ecclitica IV. 4. Nodo *ascendente* quello per cui il pianeta passa dalla latitudine australe della boreale, e *discendente* l'opposto IV. 4. Hanno tutti un moto retrogrado IV. 30. 100. Nodi della Luna I. 45. V. 197. loro moto retrogrado I. 46. II. 65. argomento nelle tavole di nutazione III. 39. Rivoluzione de' nodi lunari V. 199. Nodi de Satelliti di Giove V. 250. de' Satelliti di Saturno V. 277. Longitudine del Nodo. *Vedi longitudine*. Luogo del nodo, sua distanza dalla sezione di Ariete presa sull'orbita del Pianeta; sempre uguale alla longitudine del nodo. IV. 10 Distanze della Luna da' nodi perchè succeda un' ecclissi. *Vedi limiti*. Di un Pianeta inferiore perchè succeda un passaggio sul disco del Sole. *Vedi limiti*. Nodi della Cometa VII. 30.

Nonagesimo, punto dell' ecclitica egualmente distante dalle sue intersezioni coll' Orizzonte VI. 33. sua longitudine e altezza VI. 33. modo di calcolarlo VI. 35. suo uso nel calcolo delle parallassi VI. 38. *e segu.*

Nonio, *Vedi Vernier*

Nutazione, bilanciamento dell'asse della terra prodotto dall' azione ineguale del Sole e della Luna sul menisco equatoriale II. 65. III. 5. Si distingue in Lunare e Solare. III. 5. periodo della Solare di 6. mesi III. 5. 40. quello della Lunare uguale alla rivoluzione del nodo della Luna I. 65. III. 5. 24. Influenza su la posizione delle Stelle III. 6. maniera di considerarla III. 22. formole supposto che il polo apparente dell' equatore descriva un cerchietto intorno al polo vero III. 26. 31. conversione di tali formole in ellitiche III. 32. Valore de' semiassi dell' ellissi di nutazione III. 38. Costruzione delle tavole III. 39. Tavole di Lambert pag. 181. esempio III. 41. formole per la nutazione Solare III. 40. Nutazione de' punti equinoziali. *Vedi equazione*. Nutazione per li Pianeti. V. 95.

O

Obbliquità dell'ecclitica, inclinazione del piano dell'ecclitica a quello dell' equatore; si ha dalle ombre meridiane del Sole ne' due Solstizj. I. 31. dalle distanze meridiane del Sole nel Solstizio II. 114. dalle sue declinazioni in poca distanza dal Solstizio III. 116. suo attuale decremento III. 8. 10. Correzione

Digitized by Google

per la nutazione III. 26. 33. II. 115. per la latitudine del Sole II. 115. V. 62.

Occultazione. ecclissi di una Stella o di un Pianeta dietro la Luna o di un' altro Pianeta. *Vedi Ecclissi*.

Oculare, lente ne' Cannocchiali a cui si applica l'occhio. *Vedi Cannocchiale.*

Oggettivo lente del Cannocchiale rivolta verso l'oggetto, *Vedi Cannocchiale.*

Ombra. di un' asta verticale proporzionale alla tangente della distanza del Sole dal Zenit I. 31. Ombra della terra negli ecclissi di Luna I. 44. VI. 8. suo diametro VI. 10. ombra di Giove V. 225. ombre de' satelliti sul disco di Giove V. 225. ombra dell' anello di Saturno V. 263.

Opposizione, situazione di un'astro a 180.o da un' altro. Di un Pianeta superiore quando passa al meridiano a mezza notte I. 49. Se ne deduce il tempo della rivoluzione I. 30. IV 65. Venere e Mercurio non sono mai in opposizione I. 49. Opposizioni de' Pianeti *Vedi ciascuno in particolare.* Luna in opposizione. *Vedi Fasi*, *Plenilunio*.

Orbite, o *Orbi*, curve, che descrivono i corpi celesti. Sono ellitiche IV. 30. Metodi di Gauss per determinarle IV. 58, Sette ne sono gli elementi IV. 63. modo di abbozzarli IV. 64. e di corregerli IV. 65. 68. I corpi celesti vi son ritenuti dall' attrazione. *Vedi attrazione*. Orbe della terra e suoi elementi art. II. *del Lib.* V. degli altri Pianeti. *Vedi ciascuno in particolare.* Elementi dell' orbe lunare V. 190. orbite cometiche VII. 37. Orbita *assoluta* della Luna negli ecclissi VI. 14. *relativa*. ivi. *Vedi Quadro del sistema*.

Orarj (cerchi) cerchj massimi della sfera che passano per i poli del mondo: così detti perchè determinano gli archi dell' equatore che corrispondono a' tempi dati. *Vedi cerchio di declinazione*.

Orario (angolo) formato al polo dal meridiano, e da un cerchio orario. Si osserva per mezzo delle altezze. *Vedi altezza*, *tempo*, *movimento*.

Ore, parti del giorno. *Vedi giorno*, *tempo*.

Orizzonte, cerchio massimo terminatore della nostra vista. I. 12. Razionale, e sensibile ivi il Zenit e il Nadir ne sono i poli I. 13. Orizzonte artificiale II. 38.

Orologio, o pendolo astronomico II. 29.

Osservazioni astronomiche, e fenomeni che presentano gli astri I. 3. si riportano ai cerchi, e punti fissi della sfera celeste I. 7. *e seg.* Ordine delle prime osservazioni che presenta lo studio del cielo, *tutto il 1mo libro*. Osservazioni di Piazzi per stabilire le rifrazioni II. 48. Osservazioni del Sole della obbliquità ec. *tutto il 2do libro*. Osservazioni della Polare - *Vedi Polare*. Osservazione compita s' intende l' osservazione contemporanea dell' AR. e della declinazione di un astro. Con tre osservazioni compite si determina l' orbita di un pianeta IV. 68. Osservazioni de' pianeti. *Vedi ciascuno in particolare*. Correzioni da farsi alle osservazioni de' pianeti prima di adoperarle V. 95. A quelle della Luna V. 220. Osservazioni delle macchie Solari. V 8. Osservazioni degli ecclissi delle occultazioni, e della differenza de' meridiani che se ne deduce VI. 60. Osservazioni di una cometa per dedurne l' orbita VII. 40. *e segu.*

P

Pallade, pianeta primario scoperto cercando Cerere. *Vedi Cerere*.

Parabola, curva nella quale si rappresenta il movimento delle Comete VII. 10. 37. Parabola di riduzione, o di 109. giorni. *Vedi Comete*.

Parallasse, angolo al centro di un astro veduto da due luoghi diversi. Impiegata da Ipparco I. 47. *in nota*. II. 54. avvicina gli astri all' orizzonte

*****

Digitized by Google

II. 55. Orizzontale ivi. In altezza ivi. Parallasse orizzontale equatoriale media, suppone l' osservatore sotto l' equatore, e l'astro nell' orizzonte e nella sua distanza media della terra II. 60. variazione di quella della Luna dallo equatore al Polo II. 61. suo rapporto coi diametri apparenti e colle distanze di un astro II. 55. Metodi per stabilirne la quantità II. 56. influisce sulle AR. declinazioni, longitudini, e latitudini, II. 59. formola della parallasse di altezza II 55. di quella in longitudine VI. 39. e in latitudine VI. 42. Tavole di Calandrelli delle parallassi VI. 43. Parallasse del Sole dedotta dai passaggi di Venere VI. 66. Parallasse dei pianeti e delle Comete V. 95. Parallasse delle fisse III. 56. comparazione tra le elissi di Parallasse e di aberrazione III. 63. Parallasse probabile in declinazione di alcune stelle secondo Piazzi III. 69. della polare. *Vedi Polare*. Parallasse annua di un Pianeta, o angolo al Pianeta. *Vedi Angolo*. Parallasse di Giove influisce negli ecclissi de' Satelliti V. 238. Parallasse secolare, relativa al moto di translazione del Sole III. 72.

Parallattica (macchina) II. 34.

Parallattico (angolo) *Vedi Angolo di variazione*.

Paralleli, cerchi minori della sfera. I paralleli all' equatore si dicono paralleli di Declinazione. Quelli all' ecclitica, Paralleli di latitudine. Quelli all' orizzonte, Almicantarat. In geografia si chiama parallelo, quello che passa per un dato Zenit.

Parallelismo de' raggi visuali causa delle stazioni I. 59.

Passaggi di Mercurio e di Venere sul disco solare, succedono nelle loro congiunzioni inferiori VI. 61. Periodi de' passaggi VI. 62. se ne deduce la differenza delle parallasi di Venere e del Sole e il loro rapporto. VI. 66.

Penombra negli ecclissi VI. 13.

Pendolo, *vedi orologio*.

Perielio, punto più vicino al Sole nelle orbite planetarie, opposto all'afelio. *Vedi Afelio*. Perielio delle Comete VII. 33. Passaggio pel perielio VII. 36.

Perigeo, punto opposto all' apogeo nelle orbite del Sole e della Luna. *Vedi Apogeo*.

Perigiovio. punto dell' orbe di un Satellite più vicino a Giove V. 247.

Perturbazioni, cambiamenti cagionati dall' attrazione IV. 97. senza di esse gli elementi ellittici si conserverebbero costanti IV. 57. si distinguono in Secolari e Periodiche IV. 99. Perturbazioni negli elementi de' Pianeti. *Vedi ciascuno*. *Vedi attrazione*, *forza*, *variazioni*, *ineguaglianze*.

Pianeti. Gli antichi ne conobbero sette I. 22. 26. come ne spiegavano i movimenti I. 28. come si muovono realmente I. 48. loro sistema I. 55. Teoria de' movimenti planetarj. il lib. IV. correzioni alle loro osservazioni V. 95. Particolarità di ciascuno di essi. *il lib.* V. e *Quadro del sistema solare*. Pianeti secondarj. *vedi Satelliti*.

Polare. stella alla quale si può riferire il moto diurno delle altre I. 5. 8. Passagi della polare per trovare la deviazione dello stromento II. 105. sue distanze per trovare l' altezza del Polo II. 110. sua parallasse in AR. dedotta dalle osservazioni III. 69. forse non sussiste, *vedi nelle addizioni*, *e correzioni*.

Polo del mondo o dell' equatore I. 7. osservare l' altezza del Polo. *Vedi Altezza*.

Posizione di un'astro in Cielo, punto determinato dove si trova l'astro, riferito all' Equatore o all' ecolitica, e alla Sezione di Ariete *Vedi osservazione completa*, *Longitudine*, *Latitudine AR. Declinazione*.

Posizione (angolo di) *Vedi angolo*

Precessione degli Equinozj. Annuato annuo nella longitudine delle Stelle I.

Digitized by Google

42. è una retrocessione del nodo dell' equatore sull' ecclitica cagionata dall'azione costante del Sole e della Luna sul menisco equatoriale della Terra III. 4. Precessione assoluta o totale quella che si osserva III. 11. Lunisolare è la corretta del movimento diretto di o ♈ III. 14. Si cava dalle longitudini delle Stelle III. 12. e dalle declinazioni III. 15. Formole per calcolarne gli effetti sulle *AR.* e sulle declinazioni III. 16. 17. Tavole III. 21. Ineguaglianze della precessione. *Vedi nutazione*.

Projezione (cerchio di) negli ecclissi VI. 16.

Propagazione della luce dal Sole alla terra in 8' 16". II. 64. suo rapporto col movimento della Terra, causa dell' aberrazione. *Vedi Aberrazione* Propagazione della luce di Giove nelle sue diverse distanze dalla Terra V. 240.

Punti, cardinali dell' Orizzonte I. 9. Equinoziali *Vedi Equinozj*. Solstiziali *Vedi Solstizj*. Punti lucidi nella Luna V. 174.

Punto culminante *Vedi culminante* Punto di concorso delle Stelle III. 72.

Q

Quadrante, stromento astronomico per osservar le distanze *Murale* se è fermato contro un muro nella direzione del Meridiano: *Mobile* se si muove in tutte le direzioni II. 31.

Quadro del sistema Solare, o Tavola sinottica del medesimo. *Tom.* II. *pag.* 294. 295. 296. 297. 298.

Quantità, si dice *osservata* o *calcolata* secondo che si deduce dall' osservazione o dalle tavole: e ciascuna di queste può essere *apparente*, *vera*, e *media* secondo lo stato in cui si trova; si chiama *apparente* quando corrisponde alla osservata; *vera* quando è corretta degli errori indipendenti dalla quantità medesima: *media*, quando è ridotta allo stato di uniformità. *Vedi AR. Declinazione*, *Longitudine*, *Latitudine*, *Tempo*., *Movimento*.

R

Raggio vettore, distanza vera del Pianeta dal Sole IV. 6. Formole per trovarlo IV. 39. raggio vettore di una cometa VII. 27.

Reticolo, telaretto de' fili di un Cannocchiale. *Vedi filo*.

Retrogrado (movimento) in senso contrario all' ordine de' segni. *Vedi diretto, stazioni*.

Riduzione all' ecclitica IV. 14. al Solstizio II. 116. 117. Costruzione della tavola di riduzione II. 118. Riduzione dei fili di uno stromento di Passaggi al filo di mezzo II. 98. di un' arco dell' equatore alla ragione di un' astro e viceversa II. 108.

Rifrazione astronomica cosa sia II. 45. sue proprietà II. 47. metodi per determinarne la quantità II. 48. Formola di Simpson II. 49. Valori di Piazzi delle costanti *m* ed *n*. ivi Formola per ridurre le rifrazioni medie in vere II. 50. Cagioni che possono alterare le rifrazioni II. 52. Tavola delle rifrazioni medie di Piazzi II. 53. La rifrazione accelera il levare e ritarda il tramonto degli astri II. 88.

Rivoluzioni de' corpi celesti; *Vedi ciascun Pianeta o Satellite in particolare*. Rivoluzione *periodica*, o *sidera* rispetto ad un punto dell' ecclitica. *Tropica* rispetto alla Sezione di Ariete. *Sinodica* da una congiunzione, o opposizione col Sole alla seguente. *Anomalistica* rispetto al punto dell' Afelio. *Vedi Quadro del sistema Solare*.

Rotazione, movimento di un Pianeta attorno al suo asse. *Vedi ciascuno in particolare*. Rotazione del Sole V. 3. Le rotazioni de' Pianeti sono nello stesso

Digitized by Google

enso degli altri movimenti V. 29. Rotazione della Luna V. 178. de' Satelliti di Giove V. 230.

S

Satelliti, Pianeti secondarj che girano intorno a' Primarj. Satellite della Terra. *Vedi Luna*. Quattro Satelliti di Giove V. 223. Fenomeni che presentano V. 225. Loro luce V. 226. Tavole de' Satelliti di Giove V. 253. Uso de' loro ecclissi V. 256. Loro configurazione V. 257. Sette Satelliti di Saturno V. 270. *e segu.* Sei di Urano V. 278.

Saturno ultimo Pianeta, conosciuto dagli antichi I. 26. 30. sua rotazione V. 146. Suo movimento medio V. 148. Elementi del suo orbe *Vedi Quadro*. Tiene sette Satelliti. *Vedi Satelliti*. E due anelli. *Vedi anello*.

Saturnilabio, Stromento che rappresenta le posizioni de' Satelliti di Saturno V. 272.

Schiacciamento della Terra, differenza tra li raggi equatoriale e polare è di 11, 5. miglia II. 61. ne viene l'angolo della verticale VI. 36. causa della nutazione II. 65. Schiacciamento di Marte V. 113. di Giove V. 131. di Saturno V. 147.

Scintillazione, tremolio della Luce delle Stelle III. 88.

Segni del Zodiaco. *Vedi Zodiaco*. Ascendenti da 9. ^{s} a 3, ^{s} Discendenti da 3. ^{s} a 9. ^{s} Boreali da 0. a 6, Australi da 6. a 12.

Sestante di riflessione. Stromento astronomico II. 35.

Settore al Zenit. Stromento di piccolo arco e gran raggio II. 33.

Sezioni, i due punti opposti dove due cerchj s'intersecano. *Vedi Nodi*. Sezioni di Ariete, e Libra, li due punti degli Equinozj. *Vedi Equinozj, Ariete*.

Sidereo, rapporto alle Stelle. *Vedi anno, tempo, rivoluzioni*.

Sigizie, congiunzioni ed opposizioni della Luna col Sole.

Sistema planetario degli antichi I. 30. sistema che soddisfa a' fenomeni I. 54. e in nota. Congetture sulla sua origine V. 27. suo Quadro *Vedi Quadro*.

Sole. suo movimento verso levante I. 25. sua strada in Cielo I. 31. *Vedi ecclitica*. è centro del sistema planetario I. 54. i suoi movimenti servono per misura del tempo ll. 66. osservare un'altezza del Sole. *Vedi Altezza*. Dalle sue distanze meridiane se ne hanno l'AR. e la declinazione ll. 112. l'obbliquità dell'ecclitica ll. 114. 116. il tempo dell'equinozio ll. 119. le AR. delle Stelle II. 122 Sua azione sul menisco equatoriale della terra II. 3. suoi diametri apparenti, e velocità IV. 25. Spiega la sua attività su tutt'i corpi del sistema planetario. *Vedi attrazione*. Alla sua massa e densità si riferiscono quelle degli altri pianeti IV. 102 103. sua rotazione V. 2. Macchie V. 3. suo movimento di translazione V. 25. Ecclissi di Sole. *Vedi ecclissi*.

Solstizj, punti dell'ecclitica dove giunto il Sole cambia la direzione del suo cammino rispetto all'equatore .I. 32. sono a tre segni dagli equinozj. I. 34. *Vedi obbliquità*.

Stelle, loro caratteri III. 86. doppie triple &. III. 94. Nebulose III. 94. loro movimenti apparenti. *Vedi precessione, aberrazione, nutazione. parallase*. Loro posizioni medie. *Vedi Catuloghi*. loro configurazioni. *vedi costellazioni, informi*. Loro immenso numero III. 92.

Stromenti astronomici. Descrizione de' principali, *tutto l'articolo II del libro II*.

Stazioni, punti delle orbite planetarie nei quali il Pianeta sembra non aver movimento l. 48. succedono sempre che il moto del Pianeta da retro-

Digitized by Google

grado diviene diretto o viceversa I. 50. modo di spiegarle I. 51. 52. 53. ipotesi forzata degli antichi I. 53. *in nota*.

T

Tavole, modo di maneggiarle *nelle addizioni e correzioni*. Tavole contenute in questi elementi. Nel primo tomo: Tavola delle rifrazioni medie *pagina* 83. de' fattori della rifrazione media, *nelle addizioni e correzioni*. Della precessione in longitudine di alcune stelle *pag.* 158 Della nutazione delle stelle in AR. e in Declinazione *pag.* 181. dell'aberrazione delle stelle in AR. e in Declinazione *pag.* 195. De' punti di concorso de' movimenti proprj di alcune stelle *pag.* 219. Del rapporto tra l'apertura del Cannocchiale o della pupilla colla visibilità delle stelle *pag.* 240.

Nel tomo II. Quadro del sistema solare; per i pianeti primarj *pag.* 294. 295. e 296. per la Luna *pag.* 297. per li satelliti *pag.* 298.

Tempo, sua definizione II. 66. misurato dal moto apparente del Sole o delle stelle *ivi*. Vero, medio, sidereo *ivi*. il moto del Sole vero non presenta l'uniformità necessaria alla misura del tempo II. 67. vi si rimedia con un Sole fittizio che dicesi medio II. 68. La rotazione della terra presenta un'uniforme misura del tempo II. 70. Rapporto de' due tempi medio, e sidereo II. 72. Modo di convertire l'uno nell'altro II. 74. Il tempo medio si deduce dal vero per mezzo dell'*equazione* del tempo II. 73. Metodi di osservare il tempo II. 79. *Vedi altezze, passaggi*. Tempo del mezzo di un'ecclisse VI. 15. della congiunzione vera VI. 55. tempo del passaggio al perielio. *Vedi perielio*.

Termometro, stromento per misurare il grado del calore. Riduzione de' diversi termometri l'uno all'altro II. 51.

Terra, è sferoidica I. 19. *in nota*. Su di essa si rapportano i cerchj della sfera celeste I. 21. si muove intorno al Sole I. 54. la sua atmosfera cagione delle rifrazioni. *Vedi rifrazioni*. la sua velocità rapportata a quella della luce causa dell'aberrazione. *Vedi aberrazione* E' 11. miglia e mezzo più elevata allo equatore, che ai poli II. 65. Da ciò la precessione e la nutazione. *Vedi*. Il suo diametro è la base della parallasse orizzontale; e quello del suo orbe di quella delle fisse, e della parallasse annua de' Pianeti. *Vedi parallasse*. Suoi movimenti reali gli stessi che gli apparenti del Sole IV. 23. Orbe della terra V. 33. rivoluzione della terra rispetto al Sole V. 34. e alle stelle V. 40. Equazione massima V. 42. eccentricità e distanze V. 46. sue velocità afelia e perielia V. 48. Luogo del suo afelio V. 51. suo anno anomalistico V. 52. elementi dell'orbita V. 56. Perturbazioni V. 58. 61. Modo di corregerne tutti insieme gli elementi. *Vedi equazioni di condizione*. Ombra che manda causa degli ecclissi lunari VI. 8. Ha un Satellite. *Vedi Luna*.

Translazione del Sole (moto di) cambiamento del suo luogo assoluto nello spazio V. 25. la sua direzione non si ha dai moti proprj delle stelle V. 26. III. 76.

Triangoli sferici. Primo triangolo fondamentale; al Polo dell'equatore, al Zenit e all'astro: secondo triangolo fondamentale; ai poli dell'equatore e dell'ecclitica, e all'astro. *ivi*. Principj generali della loro soluzione II. 4. 5. Triangolo di aberrazione II. 63.

Tropici, i due paralleli dell'equatore terrestre che son tangenti all'ecclitica ne' punti de' solstizj.

U

Urano, Pianeta primario, il più lontano dal Sole che si conosca V. 157.

Digitized by Google

osservato già come stella da Mayer V. 158. sua rivoluzione e distanze V. 159. altri suoi elementi V. 160. *e segu.* Tavole V. 165. Suoi satelliti V. 278. *Vedi Quadro del Sistema.*

V

Variazione, seconda ineguaglianza della Luna V. 205. Angolo di variazione, *Vedi Angolo.*

Velocità della luce solare II. 64. della luce che da Giove viene a noi V. 240. estiva e iemale della terra IV. 24. 25. 48. Del moto di rotazione della terra rispetto all'altro di translazione V. 26.

Venere, Gli antichi ne fecero due pianeti I. 26. *Vedi espero e lucifero.* E' il secondo del Sistema solare I 54. sue massime digressioni V. 96. sue rivoluzioni V. 97. Distanza media V. 99. suoi altri elementi V. 101-106. Rotazione e atmosfera V. 107. Diametro V. 108. densità V. 109. Alle volte si vede in pieno giorno V. 100 modo di ritrovare il massimo della sua luce V. 100.

Vernier, piccolo arco destinato a suddividere in parti minori le divisioni di uno stromento astronomico II. 15.

Verticale, Cerchio massimo che passa pel Zenit e pel Nadir. Vi si osservano le altezze degli astri. *Vedi Altezza.* Filo verticale, *Vedi filo a piombo.* Angolo della verticale. *Vedi angolo.*

Vertice; *vedi Zenit.*

Vesta, l'ultimo de' tre pianeti scoperti dopo Cerere. *Vedi Cerere.*

Z

Zenit, punto nella sfera celeste egualmente distante dall'orizzonte, di cui è polo I. 10. le distanze da questo punto sono le osservazioni più interessanti. *Vedi distanze.* Al Zenit non vi è rifrazione II. 47. nè parallasse II. 55.

Zodiaco, fascia o zona nel mezzo della quale sta l'ecclittica I. 39. sue dodici costellazioni. *ivi.* Si divide in dodici segni, che si contano di occidente in oriente. *Vedi ecclittica.* Diverso significato di segni e costellazioni del Zodiaco. I. 39. *in nota.*

Digitized by Google

UNIV. OF CALIFORNIA

LIBRO IV.

TEORIA DEL MOVIMENTO DE' PIANETI.

§. 1 Quanto si è esposto ne' tre libri precedenti non è che un avviamento ed una preparazione all' intelligenza del sistema Solare. Tutt' i fenomeni celesti da lui dipendono, ed esso altrove non si può ravvisare che in questi fenomeni medesimi, esaminati e discussi colla più scrupolosa diligenza. Prima dunque d' intraprenderne l' investigazione necessario era premettere un' idea generale del Cielo, spiegando insieme come le osservazioni nostre si debbano spogliare dalle ottiche illusioni, cagionate dall' atmosfera, e dagli altri movimenti apparenti, comuni a tutti gli astri; onde ridurle ai veri luoghi, a cui esse corrispondono, rispetto ai principali cerchj e punti della sfera. Supposti pertanto questi principj, ci studieremo in questo libro di riconoscere e determinare la natura, l' ordine, e la disposizione delle orbite de' Pianeti; le leggi, secondo le quali sono descritte; ed il principio universale, da cui esse dipendono: abbracciando sotto un solo generale punto di veduta il vero sistema, passato e futuro, del Cielo; nella piena intelligenza del quale è riposta la perfezione dell' Astronomia. Ora non si possono stabilire le leggi, secondo le quali muovonsi i Pianeti, se prima definita non sia la natura delle curve, che essi descrivono; nè questa può definirsi se i movimenti considerati non siano dal Sole, centro comune dei medesimi. A procedere quindi con quella maggiore chiarezza, e miglior ordine, che sembra permettere la natura della cosa, e più si conviene in un trattato elementare; r° Esamineremo quali debbano essere le diverse apparenze de' Pianeti, osservati contemporaneamente dal Sole:

Digitized by Google

e dalla Terra. 2° Dalle osservazioni nel Sole investigheremo la figura delle orbite, e ne dedurremo le leggi colle quali sono descritte. 3° Con queste leggi distribuiremo i movimenti nelle orbite stesse, e ne determineremo gli elementi. 4° Dal Sole ripasseremo sulla Terra, e cercheremo per quale maniera si possono rinvenire le orbite e gli elementi supposti. 5° Esporremo il principio generale dell' attrazione, da cui tutto dipende.

ARTICOLO I.

Delle diverse apparenze de' Pianeti, osservati contemporaneamente dal Sole e dalla Terra, e della maniera di convertire le une nelle altre.

§. 2 I movimenti de' Pianeti essendo intorno al Sole, non altrimenti si possono stabilire, che riducendo le diverse apparenze loro o punti diversi del Cielo, a cui corrispondono veduti dalla Terra, ai veri punti e luoghi, ne' quali si vedrebbero dal Sole medesimo. E poichè le orbite loro giacciono in piani diversi, e diversamente tra essi inclinati, per avere un metodo uniforme pel calcolo in generale di tutte, conviene in oltre rapportarle ad un solo e medesimo piano, il quale può supporsi e prendersi ovunque piaccia. Per noi però il più conveniente si è quello dell' orbita nostra ossia l' Ecclittica, facile in ogni tempo a riconoscersi, perchè visibilmente segnato dall' annuo movimento apparente del Sole, e perciò appunto ad ogn' altro preferibile. Se realmente collocati fossimo nel Sole, il piano del suo equatore sarebbe il più opportuno, stendendosi prossimamente in mezzo a tutti gli altri. Per questa ragione è stato esso proposto dal Sig. De la Place, ed in qualche caso giova valersene, siccome egli ha fatto; senza però dipartirci da quello che ci offre l' ordine naturale de' fenomeni, ed al

Digitized by Google

quale trenta secoli di osservazioni e di calcoli hanno posto il suggello, e prescritto il dritto di possessione.

§. 3 I piani delle orbite passando tutti pel centro del Sole, la linea di commune intersezione di ciascun piano con quello dell' Ecclittica, passerà similmente pel centro del Sole, ed i suoi estremi saranno a 180° l' uno dall' altro. Quindi metà dell' orbita di ciascun Pianeta rimarrà al disopra dell' ecclittica, e metà per di sotto. E poicchè il piano dell' ecclittica, indefinitamente prodotto per ogni parte, divide in due emisferi, boreale l' uno, australe l' altro, la sfera celeste apparente; quando il Pianeta descriverà la parte superiore dell' orbita sua avrà una latitudine boreale, ed australe quando sarà nell' inferiore.

§. 4 I due punti dell' orbita di un Pianeta, che sono alle estremità della linea d' intersezione del piano del Pianeta col piano dell' ecclittica, diconsi *nodi*, e la linea che li unisce *linea dei nodi*. Il nodo, per cui il Pianeta dalla latitudine australe passa alla boreale, dicesi *ascendente*, e viene indicato col segno ☊; l' altro *discendente*, ed il segno adottato pel medesimo si è ☋.

§. 5 Sia E ☊ P ☋ l' orbita di un Pianeta inferiore, e B ☋ L ☊ la sua projezione ortografica sul piano dell' ecclittica (*fig.* 62): se il Pianeta si muovesse nella projezione medesima, si vedrebbe nel piano dell' ecclittica, e quindi non avrebbe mai latitudine; ma il suo movimento essendo nell' orbita E ☊ P ☋, osservato dal Sole, e rapportato all' ecclittica, si deve spiegare nella maniera medesima che si spiega il movimento del Sole rapportato all' equatore. Quando dunque il Pianeta è nel ☊ non ha latitudine alcuna; partendo da questo ed avanzandosi verso P comincia la latitudine, cresce, e si va sempre facendo più boreale sino a che giunto il pianeta in F a 90° dal ☊ essa diviene massima, ed uguale all' inclinazione del piano dell' orbita col piano dell' ecclittica. Da F in ☋ la latitudine decresce continuamente,

Digitized by Google

in ♉ è nuovamente o; indi passando il pianeta nell' altra metà dell' orbita, la latitudine diviene australe, cresce e decresce come nell' emisfero boreale, e finalmente ritorna ad essere o in ♌.

Lo stesso si è per un pianetá superiore come si vede nella *fig.* 63.

§. 6 Egli è chiaro che la misura della latitudine di un pianeta in un punto qualunque del suo orbe si è l' angolo P S L, formato dalla retta S P condotta dal Sole al pianeta, e dalla retta S L presa sul piano dell' ecclittica, determinata dalla perpendicolare P L abbassata dal pianeta sul piano medesimo.

La retta S P chiamasi *distanza vera* del pianeta dal Sole, e S L *distanza accorciata*.

§. 7 Se il piano dell' orbita del pianeta si prolunghi indefinitamente sino alla regione delle stelle, qualunque sia la sua figura, esso si convertirà in piano circolare, avendo nel suo centro il Sole; e sarà in conseguenza N *p* D *b* un gran cerchio della sfera celeste, inclinato all' ecclittica N *l* D *e*, i di cui nodi saranno N e D.

§. 8. ♈ segnando sull' ecclittica il principio di Ariete, se fatto centro in D si descrive un arco ♈ *b*, il punto *b* sarà il principio d' onde si comincieranno a contare le longitudini del pianeta sul suo orbe; così *b* D *p* contato secondo l' ordine dei segni sarà la *longitudine del pianeta*, contata sull' *orbita* del medesimo.

§. 9 Dal punto *p* abbassando una perpendicolare *p l* sull' ecclittica, l' arco ♈ D *l* preso su la medesima, sarà la *longitudine del pianeta* contata *sull' ecclittica*, e l' arco *p l* misurerà la latitudine, le quali diconsi *eliocentriche* perchè osservate dal Sole.

§. 10 L' arco *b* D dell' orbita chiamasi *luogo del nodo ascendente*, e l' arco ♈ D preso sull' ecclittica *longitudine del nodo*. Questi due archi sono sempre uguali.

§. 11 L' arco D *p* preso sull' orbita chiamasi *argo-*

Digitized by Google

mento di latitudine, ed è sempre uguale alla distanza del pianeta dal suo nodo ascendente, secondo l' ordine dei segni.

Se dalla longitudine del pianeta presa sull' orbita si sottragga la longitudine del ☊ si avrà l' argomento di latitudine. E poichè il movimento del nodo è sempre minore del movimento del pianeta, nel caso che la longitudine del pianeta sia minore della longitudine del nodo, si aumenti quella di 12 segni.

§. 12 Con una semplice proporzione, dall' argomento di latitudine, e dall' angolo d' inclinazione del piano dell' orbita col piano dell' ecclittica, si ha la latitudine del pianeta. Essa è R : sen. arg. : : sen. incl. : sen. latitud., la quale nei primi sei segni dell' argomento sarà boreale, e australe nei secondi sei.

§. 13 Con una semplice proporzione si riduce similmente l' argomento di latitudine al piano dell' ecclittica: si dica, R : cos. incl. : : tan. arg. : tan. arg. ridotto. Quindi se alla longitudine del nodo si aggiunga l' argomento ridotto si avrà la longitudine del pianeta ridotta all' ecclittica, che dicesi *longitudine eliocentrica vera*.

§. 14 La differenza tra l' argomento di latitudine contato sull' orbita, e l' argomento istesso ridotto, chiamasi *riduzione all' ecclittica*. Essa è sottrattiva nel 1° e 3° quadrante, additiva negli altri due, e *o* a 90° dal nodo, ossia nei punti F, *g*, che diconsi *limiti*, e dove la latitudine è massima, ed in conseguenza uguale all' inclinazione dei due piani, dell' ecclittica e dell' orbita.

§. 15 La distanza S P del pianeta dal Sole si converte nell' accorciata S L, ossia si riduce all' ecclittica, dicendo R : cos. lat. : : dist. vera : dist. accorciata.

§. 16 Sin quì si è supposto l' osservatore nel Sole; ma noi ne siamo ben lontani, e quindi dobbiamo vedere il pianeta in luoghi ben diversi da quelli, nei quali ivi si vede. Le longitudini dunque e le latitudini del

Digitized by Google

pianeta osservato dalla terra, le quali diconsi *geocentriche*, non saranno le stesse colle *eliocentriche*, tolti i tempi delle congiunzioni superiori, e inferiori, ove la longitudine sarà la medesima così dal Sole come dalla terra, e nelle opposizioni differirà l' una dall' altra di 180°.

§. 17 Se dalla terra in T si conduca una retta pel punto L della projezione dell' orbita del pianeta, e si prolunghi indefinitamente sino al fondo del cielo in M; M sarà il luogo del pianeta veduto dalla terra. La sua longitudine è dunque l' arco ♈ D M: giacchè le due rette T ♈, S ♈ insieme si confondono per essere T S infinitamente picciola rispetto al raggio dell' ecclittica. Per la stessa ragione l' arco *l* M, uguale alla differenza delle due longitudini, eliocentrica e geocentrica del pianeta, sarà la misura dell' angolo al pianeta formato dalle distanze accorciate S L, T L.

§. 18 L' arco *l* M chiamasi *parallasse annua*, la quale in conseguenza è sempre uguale alla differenza delle due longitudini del pianeta, osservate dal Sole e dalla Terra.

PROBLEMA I.

Date le longitudini eliocentriche della terra e del Pianeta, colle loro distanze dal Sole, trovare la longitudine geocentrica del Pianeta.

§. 19 Ridotta la data distanza S P del pianeta dal Sole al piano dell' ecclittica, ne risulterà il triangolo S L T, del quale son noti li due lati S L, S T, e l' angolo compreso T S L uguale alla differenza delle longitudini date del pianeta, e della terra. Si dica dunque (*Cagnoli* §. 575) 1° Come il lato minore al lato maggiore, così il raggio alla tangente di un angolo *z*. 2° R : tan. (*z* — 45°) : : la tang. della semisomma degli angoli L

Digitized by Google

e T alla tangente della loro semidifferenza, la quale prima aggiunta, indi sottratta dalla semisomma, darà i due angoli L e T. Nei Pianeti superiori L sarà uguale alla differenza, e T alla somma; si avrà il contrario ne' Pianeti inferiori. Trovati questi due angoli, sarà nota la longitudine geocentrica del pianeta.

Se la longitudine del Sole è maggiore della longitudine del pianeta, come in ciascuna delle due *figure* 62, 63, ove long. ☉ = ♈ H O > ♈ H *l* = longitudine del pianeta, si avrà la longitudine geocentrica del pianeta, o dalla longitudine del Sole sottraendo l' angolo T = O T M; o alla longitudine eliocentrica del pianeta = ♈ *l* aggiugnendo l' angolo L = M L *l*: nell' una e nell' altra maniera si otterrà sempre ♈ H M = alla longitudine del pianeta veduto dalla terra. Se poi la long. ☉ fosse minore della long. del pianeta, converrà sostituire la somma alla sottrazione, e questa a quella.

§. 20 Nel triangolo S T L, l' angolo S, uguale alla differenza delle longitudini eliocentriche del pianeta, e della terra, chiamasi *commutazione*, o *angolo al Sole*; l' angolo T, uguale alla differenza tra la longitudine del Sole, o la longitudine della terra aumentata di sei segni, e la longitudine geocentrica del pianeta, si chiama *elongazione*, o *angolo alla terra*; finalmente l' angolo L, uguale alla differenza delle longitudini eliocentrica, e geocentrica del pianeta, *angolo al pianeta*, che è lo stesso colla *parallasse annua*, siccome sopra si è veduto.

Le avvertenze necessarie per tessere il calcolo del luogo geocentrico de' pianeti colla maggiore facilità, si daranno quando si spiegherà la formazione e l' uso delle tavole.

Digitized by Google

PROBLEMA II.

Dati la commutazione, l' elongazione, e la latitudine eliocentrica di un Pianeta, trovare la latitudine geocentrica.

§. 21 Nel triangolo L T P, rettangolo in L, si ha L T : L P : : R : tan. L T P, e nel triangolo S P L, S L : L P : : R : tan. P S L; dunque L T : S L : : tan. P S L : tan. L T P; ma L T : S L : : sen. comm. : sen. elong. Dunque sen. comm. a sen. elong. come tang. latit. eliocen. a tan. latit. geocentrica.

Le due latitudini eliocentrica e geocentrica sieguono a un di presso le stesse leggi. 1° Quando il pianeta è nei nodi, le due latitudini sono *o*, l' occhio dell' osservatore essendo nello stesso piano. 2° La latitudine geocentrica è boreale o australe, secondo che il pianeta è nei primi sei o nei secondi sei segni del suo argomento. Rispetto però alla quantità essa è diversa, dipendendo questa non solo dall' argomento, ma insieme dalla distanza del pianeta dalla terra.

PROBLEMA III.

Dati la commutazione, l' elongazione, e la distanza accorciata del Pianeta dal Sole, trovare le distanze accorciata e vera della terra dal Pianeta.

§. 22 Nel triangolo S T L di cui si conoscono gli angoli, ed il lato S L si ha sen. S T L : sen. T S L : : S L : T L = alla distanza accorciata del pianeta dalla terra. E nel triangolo rettangolo L T P, si ha cos. L T P : R : : T L : T P = alla distanza vera del pianeta dalla terra.

Lo stesso triangolo S T L, nel quale supposta la long. eliocentrica si è trovata la geocentrica, data questa servirà a ritrovar quella.

Digitized by Google

I tre precedenti problemi si possono risolvere in più altre maniere, spiegate dal Cav. De Lambre nel capo 27 della sua Astronomia, e dal Dottor Gauss nel libro primo della sua *Teoria motus corporum Coelestium*. Il modo però quì da noi adottato, che si è quello di la Caille, ci pare il più facile, il più spedito, ed è quello di cui generalmente soglionsi giovare gli Astronomi.

ARTICOLO II.

Della figura delle orbite de' Pianeti, e delle leggi dalle quali esse dipendono.

§. 23 Le orbite planetarie sono tutte simili e poco diverse dal cerchio, siccome si vedrà trattando di ciascun pianeta in particolare. Ad investigarne dunque e stabilirne la natura basta l'esame e considerazione di una sola. La prima pertanto che naturalmente ci si presenta si è quella della nostra terra, base e fondamento delle altre tutte, e nella ricerca della quale abbiamo il vantaggio, che la quantità de' movimenti è sempre la medesima, o si osservino essi dal Sole o dalla terra medesima: osservati dal Sole sono reali, dalla terra solo apparenti, ma questi sempre uguali a quelli. Se dalla Terra si vede il Sole in ♈, dal Sole si vedrà la Terra in ♎, e mentre questa avanza, a cagione di esempio, di un grado con moto reale, quello similmente avanza di un grado con moto apparente. La longitudine della Terra sarà ♎ + 1°, quella del Sole ♈ + 1°. Partendo dunque dai movimenti apparenti, o sia osservati dalla terra istessa, come se fosse in quiete ed il Sole in moto, si cerchi la curva che essa descrive intorno al Sole.

§. 24 Si è veduto nel libro I. che gl' intervalli, che separano gli equinozj non sono uguali, scorrendo circa sette giorni più dall' equinozio di Primavera a quello di

Digitized by Google

Autunno, che non ve ne siano da questo a quello. Il movimento del Sole non è dunque uniforme. Secondo le più esatte osservazioni esso è massimo verso il solstizio d' Inverno, e minimo vicino a quello di Estate. Nel primo descrive in un giorno un arco di 1° 1' 10",0, e nel secondo solamente 57' 11",5. Nel corso di un anno varia quindi di 4' circa.

§. 25 Le velocità apparenti di un corpo in moto, relativamente ad un punto fisso in cui si trovi l' occhio, possono variare, o perchè rimanendo costante la velocità muta la distanza, o perchè conservandosi questa viene quella a mutare, o per queste due cause insieme. Nel primo caso le velocità apparenti saranno in ragione inversa delle distanze, ossia in ragione diretta dei diametri apparenti del corpo in moto, per esser questi in ragione inversa di quelle. Nel secondo i diametri si conserveranno sempre i medesimi. Nel terzo la variazione non seguirà nè la ragione delle velocità, nè l' altra delle distanze, ma una terza risultante dalla combinazione dell' una e dell' altra. Ora il diametro apparente del Sole nel solstizio di Estate si osserva presentemente di 31'. 30",6, ed il suo movimento diurno 57'. 11",5; nel solstizio d' Inverno il diametro 32'. 35",0, ed il movimento 61'. 10". Se la variazione della velocità non provenisse che dalla variazione della distanza, sarebbe la velocità estiva alla iemale come il diametro estivo al diametro iemale; ossia 31' 30",6 : 32' 35",0 : : 57' 11",5 : 59' 9",0. Ma la velocità osservata nel Solstizio iemale è maggiore di 59' 9" di 2'. 1". Dunque la variazione della velocità non proviene solo dalla distanza minore, ma da essa, e insieme da un aumento reale nella velocità medesima. La differenza tra le due velocità osservate è di 4'; dei quali, due si debbono quindi all' impicciolita distanza, e sono puramente apparenti, e due reali e proprj della velocità medesima.

Digitized by Google

§. 26 Avvicinandosi dunque la Terra al Sole realmente aumenta la sua velocità, e come questo aumento è uguale all' altro cagionato dall' impicciolita distanza, sarà il movimento totale in un giorno in ragione inversa del quadrato della distanza della Terra dal Sole in quel giorno medesimo. Onde chiamando m, m' i movimenti diurni del Sole in due giorni diversi, d, d' le corrispondenti distanze, sarà $m : m' :: d'^2 : d^2$. In fatti dicendo come il quadrato del diametro minimo, al quadrato del diametro massimo, così $57' 11'',5$ al quarto, si ha $61' 10''$, lo stesso di quanto si osserva. Tutte le misure del diametro apparente del Sole comparate col suo movimento diurno pienamente confermano questo risultato. Il prodotto del moto diurno pel quadrato della distanza media del Sole dalla Terra pel giorno medesimo è dunque una quantità prossimamente costante.

§. Se dalla Terra al Sole si conduca una retta, il settore o area descritta dalla retta in un giorno sarà proporzionale alla lunghezza dell' arco percorso dalla terra, moltiplicato per la retta. Ma generalmente la lunghezza di un arco è uguale al numero dei gradi, che esso contiene, moltiplicato pel raggio del cerchio, su cui si prende l' arco: dunque moltiplicando il moto angolare diurno della Terra pel quadrato della sua distanza dal Sole, che in questo caso rappresenta insieme, e la retta condotta dalla Terra al Sole; e il raggio del cerchio, a cui appartiene il moto angolare diurno della Terra, si avrà il doppio dell' area percorsa dalla retta; ossia chiamando A il moto angolare diurno, R la distanza del Sole dalla Terra pel giorno in cui il moto è A, sarà l' area uguale ad $\frac{A R^2}{2}$; e per un' altra distanza R' col suo moto corrispondente A', l' area sarà $\frac{A' R'^2}{2}$: dunque area ad area, come $A R^2 : A' R'^2$. Ma sopra si è trovato A :

Digitized by Google

$A' : : R'^2 : R^2$, ossia $AR^2 = A'R'^2$. Dunque l'area descritta in un giorno è costante, quindi in due sarà doppia della precedente, tripla in tre, e generalmente in un numero di giorni m sarà uguale alla prima, replicata un numero m di volte; ossia partendo da una distanza fissa, l'area intiera descritta in un dato tempo sarà sempre proporzionale al numero dei giorni trascorsi dall'epoca, in cui la terra si trovava sulla detta distanza. *Sono dunque le aree proporzionali ai tempi*, prima legge Kepleriana del movimento dei pianeti intorno al Sole.

§. 28 Mutando in ogn' istante la distanza della Terra dal Sole, per avere l'area compresa tra l'arco descritto in un giorno, e le due distanze che corrispondono al principio e fine dell'arco medesimo, si dovrebbe prendere il medio delle due distanze. Siccome però rispetto alla Terra in un giorno è picciolissimo il cambiamento di distanza; così si è desso trascurato; lo che sulle conseguenze non cagiona alcuno errore.

§. 29 Essendo sempre $AR^2 = A'R'^2$, misurati per un anno i movimenti angolari diurni della terra, e fatto il raggio R, da cui si parte, $= 1$, si troverà sempre per un altro giorno qualunque la distanza della terra dal Sole, la quale sarà $= \sqrt{\frac{A}{A'}} = R'$. Così se si faccia $= 1$ la distanza del Sole dalla Terra, quando il moto angolare è 57' 11", sarà la distanza della Terra dal Sole nel giorno, in cui la velocità si osserva 61' 10", $\sqrt{\frac{57' 11''}{61' 10}} = 0,96705$. Segnati dunque tutti questi raggi secondo la loro lunghezza e posizione, e condotta per le loro estremità una linea, sarà la medesima perfettamente simile alla curva, che la Terra descrive intorno al Sole.

§. 30 Considerando questa curva agevolmente si riconosce che dessa è un ellissi. Infatti se sulla retta A B, (*fig.* 64) uguale alla somma della distanza massima e minima, sia

Digitized by Google

F il luogo del Sole, A F = B f; condotte dai punti F ed f due rette qualunque al punto D, la loro somma si troverà sempre uguale ad A B, proprietà che costituisce la natura dell' ellissi. Sia F B, che corrisponde alla distanza massima, = 1, sarà la minima = A F = fB = 0,96705. Si prenda ora il movimento angolare della Terra dal 1° Luglio in cui fu in B, a cagion di esempio, sino al 1° Settembre, che giunse in D, che è di 58° 58', e nel qual giorno la velocità diurna si osservò di 58' 9". Con questi dati nel triangolo D F f si conoscerà l' angolo F di 58° 58', il lato F D = 0,99165, ed il lato F f = 0,03293. Si cerchi dunque il lato fD, che risulta = 0,97518, e si aggiunga al lato F D: la loro somma 1,96683 è prossimamente la medesima di quella delle due distanze massima e minima, cioè A B = F D + fD. La picciola differenza tra queste due quantità, non maggiore di 0,00025, proviene dall' essersi considerate le velocità angolari in 24 ore come uniformi, la qual cosa non è esattamente vera. Quanto si è trovato pel punto D si trova per un altro qualunque. E' dunque la curva descritta dalla Terra intorno al Sole realmente un ellisse. E poicchè le orbite dei pianeti sono tutte simili, siccome sopra si è detto, ed egualmente si dimostra replicando le stesse osservazioni e calcoli su ciascuno di essi, si ha la seconda legge di Keplero che *tutt' i Pianeti descrivono delle ellissi intorno al Sole, collocato nel foco commune delle medesime.*

§. 31 Se determinati gli assi maggiori delle ellissi descritte dai Pianeti, si comparino co' tempi delle loro rivoluzioni periodiche; si troveranno sempre i *quadrati di questi proporzionali ai cubi di quelli*, nella quale essenziale proprietà consiste precisamete la terza legge di Keplero. Essa si renderà manifesta, allorchè riporteremo gli elementi delle orbite di ciascun Pianeta, e altronde si dimostrerà dopo che avremo esaminata la natura delle

Digitized by Google

forze, che ritengono i Pianeti nelle rispettive loro orbite: delle quali cose per ora non abbiano mestieri.

ARTICOLO III.

Della maniera di distribuire le ineguaglianze dei Pianeti nei diversi punti dell' orbite loro.

§. 32 Non essendo uguali gli archi che in tempi uguali descrive un Pianeta intorno al Sole, ma ora maggiori, ora minori; massimi quando la distanza è minima, minimi quando essa è massima; non si possono tra essi comparare, se non si abbia una commune misura a cui rapportarli. Chiamasi questa misura velocità media, o movimento angolare medio. Sia P M A G (*fig.* 65) l' orbe del Pianeta, S il Sole, ed S G o S M medio proporzionale tra i due assi maggiore e minore dell' ellisse P M A G. Se da S col raggio S M si descrive un cerchio, che tagli l' ellisse nei punti M e G, e si supponga, che un Pianeta fittizio con un moto sempre uguale descriva la circonferenza del cerchio O M G in un tempo uguale a quello che impiega il pianeta vero a descrivere l' orbe suo ellittico; la velocità del pianeta fittizio sarà la velocità media, o movimento angolare medio del pianeta vero. Poichè l' area del cerchio essendo uguale all' area dell' ellisse, e i tempi impiegati a descrivere così il cerchio come l' ellisse i medesimi; se il pianeta vero si fosse mosso nel cerchio col movimento medio, nel tempo medesimo che ha descritto l' orbe suo vero, avrebbe similmente compita una rivoluzione intiera intorno al Sole nel cerchio. Similmente qualunque settore circolare, come M S O, sarebbe sempre uguale all' area del settore ellittico, supposto che l' uno e l' altro siano descritti nel tempo medesimo o in tempi uguali.

Quindi, 1.° La circonferenza del cerchio essendo sem-

Digitized by Google

pre di 360°, qualunque cerchio da qualunque punto descritto potrà servire a rappresentare il movimento medio del pianeta; non altrimenti che qualunque altra quantità, la quale cresca uniformemente.

2° Chiamando T il tempo della rivoluzione intiera del pianeta, t un altro tempo qualunque, ad avere il movimento medio che corrisponde al tempo t si dirà, $T : t :: 360° :$ al quarto.

3° La velocità vera per un dato tempo picciolissimo essendo in ragione inversa del quadrato della distanza del pianeta dal Sole; quando il pianeta sarà in G o in M la velocità vera sarà uguale alla media, sarà più piccola in tutti li punti dell' ellisse, che rimangono fuori del cerchio; maggiore in quelli che sono dentro, e generalmente per un punto qualunque D, chiamando m la velocità media, sarà la vera $= \frac{m \cdot S M^2}{S D^2} = \frac{t \cdot 360 \cdot S M^2}{T \cdot S D^2}$.

4° Se si facciano partire insieme il pianeta vero, e il pianeta fittizio, il primo da A, ed il secondo da a, presi A ed a sull' asse maggiore P A dell' ellisse, e si conducano due raggi S e, S L, il primo al luogo medio del pianeta nel cerchio, il secondo al suo luogo vero nell' ellisse; da principio il movimento angolare medio A S e eccederà di ben poco il movimento angolare vero A S L, poi la differenza si farà maggiore; giunto il pianeta vero in M ed il fittizio in O essa sarà massima ed uguale all' angolo M S O: da M ed O in P e p di continuo anderà diminuendo; ed in P e p, ossia sull' asse maggiore dell' ellisse sarà $= 0$.

5° Dalle differenze tra i movimenti contemporanei dei due pianeti vero e fittizio intorno al Sole dipende la distribuzione delle ineguaglianze del pianeta vero nella sua ellisse. Vediamo dunque come si possano investigare sì fatte differenze, e quindi determinare i luoghi veri del pianeta nell' orbe suo, corrispondenti ai luoghi medj.

Digitized by Google

Per rinvenire le differenze tra i movimenti veri e medj egli è chiaro che conviene partire da un punto, in cui trovinsi insieme il pianeta vero ed il fittizio, e questo punto deve sempre essere lo stesso, di maniera che scelto una volta non venga più a mutarsi. Un tal punto può prendersi in qualunque luogo dell'orbita, purchè si sappia a qual parte corrisponda del Cielo: niente di meno è facile a vedersi che il più conveniente si è l'uno o l'altro de' due estremi dell'asse maggiore A P nell'ellisse; poichè nelle vicinanze di questi due punti il movimento vero del pianeta è prossimamente uniforme. Generalmente suole scegliersi il punto A, sebbene ad alcuni piaccia preferire l'altro P, onde così avere un punto comune pei Pianeti, e per le Comete.

§. 33 Il punto A che corrisponde alla massima distanza del Pianeta dal Sole chiamasi *Afelio*, e l'altro P, che corrisponde alla minima, *Perielio*.

La differenza tra il movimento vero ed il medio dicesi *Equazione del Centro*: essa è massima nel punto in cui la velocità media è uguale alla vera.

§. 34 Sia A M D P (*fig.* 66) metà dell'ellisse planetaria, A P = 2 *a* il suo asse maggiore, D C = *b* il semiasse minore, C il centro, S il luogo del Sole, S C = *e* l'eccentricità, A l'Afelio, P il perielio, e sia il Pianeta in M. Sull'asse A P, fatto centro in C si descriva il cerchio A K P, dal punto M ove trovasi il pianeta nell'orbe suo si abbassi una perpendicolare M R sull'asse maggiore, e la stessa si prolunghi sino all'incontro del cerchio in N, dal qual punto si conducano i raggi N C, N S, e similmente dal punto M si conduca M S: finalmente sul cerchio A K P si prenda un arco A X, il quale sia all'intiera circonferenza del cerchio A K P come il tempo impiegato dal pianeta a passare da A in M al tempo della sua rivoluzione periodica, e da X si conduca il raggio C X. Il cerchio A K P chiamasi *eccentrico*, l'arco A X,

Digitized by Google

o l angolo A C X = z, *anomalia media* del pianeta; l' arco A N o l' angolo A C M = x, *anomalia eccentrica*; l' angolo M S A = v, *anomalia vera*; e la distanza M S = r, *raggio vettore*.

PROBLEMA IV.

Data l' Anomalia media A C X, trovare l' eccentrica A C N.

§. 35 Sia T il tempo della rivoluzione periodica, t il tempo impiegato dal Pianeta a passare da A in M; sarà 1° T : t : : come l' area dell' eccentrico al settore A C X, 2° T : t : : come l' area dell' ellisse al settore ellittico M S A: dunque l' area dell' eccentrico all' area dell' ellisse come il settore circolare A C X al settore ellittico A S M: ma per la natura dell' ellisse sta l' area del cerchio all' area dell' ellisse come il settore A S N al settore A S M: dunque A C X : A S M : : A S N : A S M: dunque A C X = A S N. Ora A S N = A C N + N S C, e A C X = A C N + X N C: dunque X C N = N S C: Sono dunque uguali in area i due triangoli N S C, X C N, e poichè hanno la stessa base N C, sarà l' arco X N = all' altezza S T. Ma S T = S C × sen. S C T = e sen. x: dunque X N = e . sen. x, e perciò $z = x + e$. sen. x.

§. 36 Egli è chiaro che per essere X N un arco, ed S T una retta non si può da z dedurre x che colla falsa posizione, sostituendo cioè diversi valori di x nell' equazione $z = x + e$. sen. x, sino anche se ne trovi uno che sodisfi: come ciò si faccia speditamente si vedrà più sotto.

Digitized by Google

PROBLEMA V.

Data l' anomalia eccentrica trovare la vera.

§. 37 Nei due triangoli rettangoli M S R, N C R si ha tan. $\frac{1}{2}$ M S R : tan. $\frac{1}{2}$ N C R, ossia tan. $\frac{1}{2} v$: tan. $\frac{1}{2} x$: : $\frac{MR}{SR+SM}$: $\frac{NR}{NC+CR}$: Ma N C + C R = P R, e per le proprietà dell' ellisse, M R : N R : : b : a; e S R + S M = P R . $\frac{SA}{CA}$ = P R . $\frac{a+e}{a}$; perciò tan. $\frac{1}{2} v$: tan. $\frac{1}{2} x$: : $\frac{b}{PR\left(\frac{a+e}{a}\right)}$: $\frac{a}{PR}$: : $\frac{b}{a+e}$: 1. Dunque tan. $\frac{1}{2} v$: tan. $\frac{1}{2} x$: : $\frac{b}{a+e}$: 1; e sostituendo $\sqrt{(a^2-e^2)}$ in vece di b, tan. $\frac{1}{2} v = \frac{\tan. \frac{1}{2} x \cdot \sqrt{(a+e)} \cdot \sqrt{(a-e)}}{\sqrt{(a+e)} \cdot \sqrt{(a+e)}} = \frac{\tan. \frac{1}{2} x \cdot \sqrt{(a-e)}}{\sqrt{(a+e)}}$. Onde sta la Radice quadra della distanza Afelia alla Radice quadra della distanza Perielia come la tangente della metà dell' anomalia eccentrica alla tangente della metà dell' anomalia vera.

Nota. E' facile a dimostrarsi $\frac{MR}{MS+SR} = \frac{1}{2}$ tan. M S R. Si prolunghi C P in m, onde sia S m = M S, e da m in M s' intenda condotta la retta m M, l' angolo in m sarà metà dell' angolo M S R.

PROBLEMA VI.

Date le anomalie vera ed eccentrica trovare il raggio vettore S M.

§. 38 Condotta N Q parallela ad M S, sarà M S : N Q : : M R : N R : : b : a; e M S : b : : N Q : a; ma nel

Digitized by Google

triangolo N Q C, N Q : N C : : sen. x : sen. v; dunque M S : b : : sen. x : sen. v, ed M S $= \frac{b \cdot \text{sen. } x}{\text{sen. } v}$.

Dalle proprietà dell' ellisse si hanno due altre espressioni semplicissime del Raggio vettore S M.

1° Essendo $\overline{SM}^2 = \overline{SR}^2 + \overline{MR}^2$ computando le ascisse dal centro si ha $SM = a + \frac{e\,CR}{a}$. Ma $CR = a \cos. x$; perciò $SM = a + e \cdot \cos. x$.

2° Essendo $SM = r = \frac{a^2 + e\,CR}{a}$ sarà $a^2 = ar - e\,CR$, e poichè $b^2 = a^2 - e^2$ quindi $b^2 = ar - e\,CR - e^2$, ed $r = \frac{b^2 + e^2 + e\,CR}{a} = \frac{b^2 + e(e + CR)}{a} = \frac{b^2 + e \cdot SR}{a}$; ma S R $= r \cdot \cos. v$, perciò sarà $r = \frac{b^2 + e\,r \cdot \cos. v}{a}$, e $r = \frac{b^2}{a - e \cos. v} = SM$.

§. 39 Si hanno quindi le cinque seguenti formole per la soluzione del problema di Keplero; *data l' anomalia media trovare la vera*.

1.ª . . . . . $z = x + e \cdot \text{sen. } x$.

2ª . . . . . $\tan. \frac{1}{2} v = \frac{\tan. \frac{1}{2} x \cdot \sqrt{(a - e)}}{\sqrt{(a + e)}}$.

3.ª . . . . . $r = a + e \cdot \cos. x$.

4.ª . . . . . $r = \frac{b \cdot \text{sen. } x}{\text{sen. } v}$.

5.ª . . . . . $r = \frac{b^2}{a - e \cos. v} = \frac{a^2 - e^2}{a - e \cos. v}$.

Digitized by Google

§. 40 Alle medesime aggiungo alcune di quelle che risultano dalla loro differenziazione, la dimostrazione delle quali può vedersi in *Cagnoli* §. 1484.

$$6.^a \ldots\ldots \frac{d.v}{d.z} = \frac{ab}{rr}.$$

$$7.^a \ldots\ldots d.x = \frac{d.z}{1 + \frac{e}{a}\cos.\left(x + \frac{1}{2}d.x\right)}$$

$$8.^a \ldots\ldots d.r = -d.z \cdot \frac{ae}{bR''}\,\text{sen.}\left(v + \tfrac{1}{2}d.v\right)$$

$$9.^a \ldots\ldots d.v = d.x \cdot \frac{\text{sen.}\left(v + \frac{1}{2}d.v\right)}{\text{sen.}\left(x + \frac{1}{2}d.x\right)}$$

$$10.^a \ldots\ldots d.v = d.z \cdot \frac{ab}{\left(r + \frac{1}{2}d.r\right)^2}$$

§. 41 Poichè nel triangolo S T C (*fig.* 66) si ha S C : S T, come il raggio al seno dell' angolo S C T, si potrà sempre esprimere l' eccentricità S C pel seno di questo angolo. Sia dunque S C T = ε, sarà 1° $e = a$ sen. ε. 2° Introdotta questa espressione nelle precedenti formole avremo $z = x +$ sen. ε sen. x . . . tan. $\frac{1}{2}v =$ tan. $\frac{1}{2}x \cdot \sqrt{\frac{(1 - \text{sen. } \varepsilon)}{(1 + \text{sen. } \varepsilon)}}$ . . . $r = a(1 +$ sen. ε cos. $x)$ $b = a$ cos. ε . . ec. . . 3° Giunto il Pianeta in D, l' anomalia vera sarà D S A = $90° - \varepsilon$, e dalla parte opposta = $270° + \varepsilon$. 4° Se si voglia l' espressione dell' ordinata che passa pel foco dell' ellisse che descrive il Pianeta, o sia l' espressione del parametro p nell' angolo ε, sostituendo nell' equazione della curva il valore di $b = a$ cos. ε, si otterrà $p = a$ cos.^{2} ε.

Se invece di contare le anomalie dall' Afelio si vo-

Digitized by Google

lessero contare dal Perielio, in questo caso e diverrebbe negativo. Perciò nelle precedenti formole converrebbe cambiare i segni dei termini moltiplicati per e, o per a sen. s, Così la prima diverrà $z = x - \text{sen.}\, s\, \text{sen.}\, x \ldots$

$r = a\,(1 - \text{sen.}\, s\, \text{cos.}\, x) = \frac{a\,\text{cos.}^2 s}{1 + \text{sen.}\, s\, \text{cos.}\, v}$; . . . . .

$\text{tan.}\, \frac{1}{2} v = \text{tan.}\, \frac{1}{2} x \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{\frac{1}{2}}$. Generalmente cambieranno i segni di $+$ in $-$, e di $-$ in $+$ dei seni e cosseni di tutte le anomalie. Le quali cose sono facili a concepirsi solo che si rifletta, che partendo il Pianeta dall' Afelio il suo movimento vero è minore dal medio, perciò l' anomalia media maggiore dell' eccentrica, e partendo dal Perielio, o sia da questo punto venendo contate le anomalie, il movimento vero sarà maggiore dal medio e l' anomalia eccentrica maggiore della media.

Passiamo ora a vedere l' uso di queste formole ne' diversi problemi, che ne dipendono.

PROBLEMA VII.

Data l' anomalia media z *e l' eccentricità* e, *trovare l' anomalia eccentrica* x.

§. 42 Poichè la distanza afelia è alla distanza perielia nel rapporto prossimamente dalla tangente della metà dell' anomalia media alla tangente della metà dell' anomalia vera; e l' anomalia eccentrica poco differisce dalla semisomma delle due anomalie vera e media; facendo il semiasse maggiore $= 1$, si potrà supporre senza timore di errore molto sensibile $\frac{1-e}{1+e}\,\text{tan.}\, \frac{1}{2} z = \text{tan.}\, \frac{1}{2} v$, e $\frac{1}{2}(z + v) = x'$, che sarà un valore prossimo al vero di x. Quindi nella prima formola, introdotto x', onde sia $z' = x' + e\,\text{sen.}\, x'$, si otterrà un valore z' prossimo al vero di z.

Digitized by Google

Perciò $z - z' = ds = x - x' = dx'$. Colla settima formola, cioè $dx = \frac{dz}{1 + e\cos.(x + \frac{1}{2}dx)}$ si potrà dunque rinvenire il valore di dx, sostituendo in essa $z - z'$ a dz, e $x' + \frac{1}{2}dz$ a $x + \frac{1}{2}dx$, e si avrà $dx = \frac{z - z'}{1 + e \cdot \cos.(x' + \frac{1}{2}dz)}$.

Il valore così trovato di dx aggiunto a x', o dal medesimo sottratto, secondo che sarà negativo o positivo, darà il vero valore di $x = x' \pm dx$. Nè questo valore differirà mai dall' esatto per più di una centesima circa di secondo, da attribuirsi piutosto a difetto delle tavole de' logaritmi, che ad imperfezione del metodo.

La formola $z = x + e$. sen. x, essendo della natura di quelle che chiamansi *trascendenti*, il termine e sen. x, dovrà moltiplicarsi pel raggio espresso in secondi, onde trasformarlo in arco, e così renderlo della stessa natura degli altri due termini.

ESEMPIO

Sia $z = 90°$ ed $e = 0{,}20551$, eccentricità dell' orbe di Mercurio. Il calcolo si spedirà nella seguente maniera.

$\frac{1-e}{1+e} = \frac{0{,}79449}{1{,}20551}$	. . . . .	log. . . .	9,8189176
$\frac{z}{2}$	45°	log. tan.	0,0000000
$\frac{v}{2}$	33° 23' 12",60 . .	log. tan.	9,8189176
x'	78° 23' 12",60 . .		

Digitized by Google

x' . . . . . 78° 23′ 12″,60 . . log. sen. 9,9910173

$e = 0{,}205511$ . . . . . log. . . 9,3128330

R'' . . . . . log. . . 5,3144251

$e \operatorname{sen.} x' R''$ . . . 11° 32′ 1″,72 . . log. . . 4,6182754

$z' =$ . . . . . 89° 55′ 14″,32

$z =$ . . . . . 90°

$z - z' = dz = dx' =$ 4′ 45″,68 . . $\frac{1}{2} dx' =$ 2′ 22″84

$x' + \frac{1}{2} dx' =$ . . 78° 25′ 35″,44 . . log. cos. 9,3023843

e . . . . . log. . . 9,3128330

$e \cos. (x' + \frac{1}{2} dx') = 0{,}0412304$ 8,6152173

$1 + e \cos. (x' + \frac{1}{2} dx') = 1{,}0412304$ co-log. 9,9824531

$z - z' =$ . . . . . 4′ 45″,68 . . log. 2,4558798

dx . . . . . = 0° 4′ 34″,37 . . log. 2,4383329

x' . . . . . = 78 23 12 ,60

$x' + dx = x$ . . . . = 78 27 46 97

Digitized by Google

$x' + d.x = x = 78° 27' 46'',97$. log. sen. 9,9911356

$e\,R''$ . . . . . log. . . 4,6272581

e sen. $x\,R''$ . . . . . $11° 32' 13'',02$. log. . . 4,6183937

$x + e$ sen. $x\,R'' = z = 89° 59' 59'',99$

L' anomalia eccentrica così trovata non differisce dunque dalla vera, che di 0,01, ch' è meno di quanto richiedesi ne' calcoli ordinarii. . . . . .

Questo metodo è fondato in parte sul primo dei tre che spiega il Cav. De Lambre nel capo 21 della sua Astronomia, e in parte su quello proposto dal Sig. Cagnoli al §. 1486 della sua Trigonometria. Col metodo del Cagnoli si deve da principio cercare nelle tavole de' logaritimi quale a un di presso possa essere il valore di x, lo che talvolta obbliga a fare diverse supposizioni, cosa sempre incomoda e molesta. Coi metodi di De Lambre non si fa in vero alcuna supposizione, ma sono necessarii da 24 logaritmi. Questo nostro procede direttamente senza alcuna supposizione e non domanda che dodeci logaritmi. Diamone un altro esempio, e sia quello stesso che propone De Lambre, nel quale $z = 135°$, ed $e = 0,25$. Il calcolo sarà come siegue.

$\frac{1-e}{1+e} = \frac{0,75}{1,25}$ . . . . . log. . . 9,7781515

$\frac{z}{2}$ . . . . . $= 67° 39' 00'',0$ . . log. tan. 0,3827757

$\frac{v}{2}$ . . . . . $= 55° 22' 49'',89$ . . log. tan. 0,1609272

$\frac{1}{2}(z+v) = x' = 122° 52' 49'',89$

Digitized by Google

$\frac{1}{2}(z+v) = x' = 122°\ 52'\ 49'',89$ .. log.sen. 9,9241781

$e\,R''$ . . . . . log. . . 4,7123651

e sen. $x'\,R''$ . . . . . $12°\ 1'\ 45'',52$. log. . . 4,6365432

z' . . . . . $= 134°\ 54'\ 35'',41$

z . . . . . $= 135°$

$z - z'$ . . . . . $= 5'\ 24'',59$ .. metà $2'\ 42'',295$

$x' + \frac{1}{2}\,dz = 122°\ 55'\ 32'',19$ .. log. cos. 9,7352393

e . . . . . log. . . 9,3979400

$e \cdot \cos.(x' + \frac{1}{2}dz) = -0,1358874$ .. log. . — 9,1331793

$1 + e \cos.(x' + \frac{1}{2}dz) = 0,8641126$ .. co-log... 0,0634297

$z - z'$ . . . . . $= 5'\ 24'',59$ ... log... 2,5113351

dx . . . . . $= 6'\ 15'',63$ .. log... 2,5747648

x' . . . . . $= 122\ 52\ 49'',89$

$x' + dx = x$ . . . $= 122\ 59\ 5'',52$

Digitized by Google

$x' + dx = x \ldots = 122^\circ\ 59'\ 5'',52 \ldots$ log. sen. 9,9236659

$e R'' \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$ log. . . 4,7142651

$e \operatorname{sen.} x R'' \ldots \ldots \ldots 12^\circ\ 0'\ 54'',47$ log. . . 4,6360310

$z = \ldots \ldots \ldots 134^\circ\ 59'\ 59'',99 \ldots \ldots \ldots$

Quì ancora, come nel primo esempio, la differenza non è maggiore di 0,"01, mentre col metodo di De Lambre risulta di 0,"63. Un altro metodo ha suggerito il Dottor Gaus nella sua opera *Theoria motus corporum cœlestium*, col quale si ha sempre un' anomalia esatta entro 0,"01, e non s' impiegano che sei logaritmi, ma devesi tener conto delle variazioni del logaritmo di $e \operatorname{sen.} x'$, e dell' altro di $z - z'$, e fare con essi due proporzioni, che rendono il calcolo più complicato che non sia mestieri. . . . . .

§. 43 Rinvenuta l' anomalia eccentrica si passa direttamente al calcolo dell' equazione del centro e del raggio vettore.

Equazione del centro. Si cerchi per Mercurio, quando $x = 78^\circ\ 27'\ 47''$, come nel primo esempio. Dalla quinta formola $\tan. \frac{1}{2} v = \tan. \frac{1}{2} x \sqrt{\left(\frac{1-e}{1+e}\right)}$ applicata a questo caso si ha . . . . . .

$\sqrt{\left(\frac{1-e}{1+e}\right)} = \sqrt{\left(\frac{79449}{120551}\right)} \ldots \ldots$ log. . . . 9,9094588

$\frac{1}{2} x \ldots \ldots = 39^\circ\ 13'\ 55'',5 \ldots$ log. tan. 9,9119544

$\frac{1}{2} v \ldots \ldots = 33^\circ\ 32'\ 17'',81 \ldots$ log. tan. 9,8214132

Digitized by Google

Quindi anomalia vera $= v = 67° 4' 35'',6$. Ma l' anomalia media supposta si è 90° : dunque l' equazione dal centro, che come sopra si è veduto è sempre $= s - v$, a 90° di anomalia media sarà 22° 55' 24'',4, che non si allontana che di 1'',4 da quella delle tavole di La Lande, e ciò a cagione di una piccola differenza nell' eccentricità di La Lande con quella da noi impiegata in questo calcolo.

§. 44 *Raggio vettore*. Esso si può rinvenire colla seconda, terza o quarta formola, noi ci gioveremo della terza, $r = 1 + e \cos. x$, ma

$e =$	0,208512	log. . . 9,3128330
$x =$	78° 27' 47'' . . .	log. cos. 9,3010094
$e \cos. x =$	0,041100	log. . . 8,6138424

Quindi $r = 1 + e \cos. x = 1,041100 =$ alla distanza vera di Mercurio dal Sole, supposta la media $= 1$. E poichè r espressa in parti della distanza media della Terra dal Sole, siccome si dà nelle tavole, risulta dalle osservazioni $= 0,387099 = a$; per questo numero converrà moltiplicare il valore di r che sopra si è trovato.

Perciò $a =$	0,387099	log. 9,5878821
$r =$	1,041100	log. 0,0174924
log. r, come nelle tavole		9,6053745

§. 45 Data l' eccentricità colle formole prima, seconda, e terza, senza andar tentando e senza difficoltà, si potrà aver sempre e l' equazione del centro e il raggio vettore, o il suo logaritmo nel modo che s' impiega ne'

Digitized by Google

calcoli, e si dà nelle tavole. Perciò non è mestieri che di diciotto logaritmi, dodeci per l' anomalia eccentrica, e sei per dedurne da essa le altre due quantità. E poichè per la stessa eccentricità tre logaritmi sono costanti, nella formazione delle tavole la fatica si ridurrà alla ricerca di soli quindici logaritmi per ogni termine. Questo metodo, quantunque indiretto, nella pratica è il più breve di quanti altri ne siano finora stati proposti, ed è insieme abbastanza esatto, ove l' eccentricità non sia molto piccola. Ma gli Astronomi desiderosi sempre di spingere i loro calcoli al maggior grado di precisione, cui sia permesso di aspirare, avvisati si sono di esprimere l' equazione dal centro e il logaritmo dal raggio vettore in serie infinite, formate, per l' equazione dai multipli del seno dell' anomalia media, e pel raggio dai multipli del coseno dell' arco istesso; nelle quali serie il coefficiente di ciascun termine è esso stesso una serie infinita delle potenze dell' eccentricità. Queste serie non sono invero che di pochissimo uso, e taluno per avventura potrebbe considerarle come una specie di lusso astronomico; pur non di meno non crediamo poterci dispensare di riportarle, e dare almeno un idea del modo come ad esse si perviene.

PROBLEMA VIII.

Trovare una serie che dia il valore dell' anomalia media z *nelle potenze dell' eccentricità* e, *e de' multipli del seno dell' anomalia vera* v.

§. 46 A risolvere questo problema è necessario considerare le aree, che in un tempo infinitesimo *d. t* si possono descrivere dal Pianeta col movimento medio e col movimento vero, de' quali uno è nel cerchio e l' altro nella ellissi. Se dunque siano *d. z*, e *d. v* gli archetti infi-

Digitized by Google

nitesimi, che corrispondono al tempo $d.\ t$, facendo l' asse maggiore dell' ellisse $= a = 1$, e chiamando r la distanza vera del Pianeta dal Sole, l' area del settore circolare, che rappresenta l' anomalia media sarà $= \frac{d.\ z}{2}$, e l' area del settore ellittico $= \frac{r^2\ d.\ v}{2}$. Ma l' area circolare sta all' ellittica come $1 : \sqrt{(1 - e^2)}$. Dunque $d.\ z : r^2\ d.\ v :: 1 : \sqrt{(1 - e^2)}$, e $d.\ z = \frac{r^2\ d.\ v}{\sqrt{(1 - e^2)}}$. E poichè dal la formola 5.ª si ha $r = \frac{1 - e^2}{1 + e \cos.\ v}$; sarà $\frac{r^2\ d.\ v}{\sqrt{(1 - e^2)}} = \frac{(1 - e^2)^2\ d.\ v}{(1 - e^2)^{\frac{1}{2}}\ (1 + e \cos.\ v)^2} = (1 - e^2)^{\frac{3}{2}} \times (1 + e \cos.\ v)^{-2} d.\ v = d.\ z$. Si svolgano ora in serie col binomio di Newton i due fattori $(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}$ e $(1 + e \cos.\ v)^{-2}$, e sostituiti nella seconda i valori delle potenze di cos. v ne' multipli del cosseno stesso, si moltiplichi per la prima, e si otterrà $(1 - e^2)^{\frac{3}{2}} \times (1 + e \cos.\ v)^{-2} = (1 + a \cos.\ v + b \cos.\ 2\ v + c.\ \cos.\ 3\ v + \infty)\ d.\ v = d\ z$; ma $d.\ v \cos.\ v = d.$ sen. v, quindi integrando si avrà $z = v + a$ sen. $v + b$ sen. $2\ v + c$. sen. $3\ v + \infty$ . . . (K) formola in cui i coeficienti a, b, c, ec. sono altretante serie della potenze di e.

Questa serie è stata spinta fino alla nona potenza di e dal Sig. Cagnoli (*Trigonometria* §. 1488), ed è come siegue : . . . . . (H)

Digitized by Google

$$z = v + 2e \text{ . sen. } v$$

$$+ \left(\frac{3}{4}e^2 + \frac{1}{8}e^4 + \frac{3}{64}e^6 + \frac{3}{128}e^8\right) \text{sen. } 2v$$

$$+ \left(\frac{1}{3}e^3 + \frac{1}{8}e^5 + \frac{1}{16}e^7 + \frac{7}{192}e^9\right) \text{sen. } 3v$$

$$+ \left(\frac{5}{32}e^4 + \frac{3}{32}e^6 + \frac{15}{256}e^8\right) \text{sen. } 4v$$

$$+ \left(\frac{3}{40}e^5 + \frac{1}{16}e^7 + \frac{3}{64}e^9\right) \text{sen. } 5v$$

$$+ \left(\frac{7}{192}e^6 + \frac{5}{128}e^8\right) \text{sen. } 6v$$

$$+ \left(\frac{1}{56}e^7 + \frac{3}{128}e^9\right) \text{sen. } 7v$$

$$+ \frac{9}{1024}e^8 \text{ sen. } 8u + \frac{5}{1152}e^9 \text{ sen. } 9v.$$

Ma l' espressione dell' anomalia media nella vera non è di alcun uso nella pratica. E quindi è dall' anomalia media che si parte nella formazione delle tavole, e generalmente in tutt' i calcoli. Vediamo dunque come la serie dell' una si possa convertire in quella dell' altra.

Digitized by Google

PROBLEMA IX.

Trovare il valore dell' anomalia vera nella media.

§. 47 Sia $v = z + A \text{ sen. } z + B \text{ sen. } 2z + C \text{ sen. } 3z$ ec...(L) se i termini della serie K trovata nel problema precedente fossero omogenei, tali sarebbero i termini della serie supposta L, e quindi col metodo inverso delle serie si avrebbero facilmente i valori de' coefficienti A, B, C ec. Ma il valore dell' arco v essendo espresso nell' arco z e ne' multipli del suo seno, è necessario di sostituire nella serie K i valori di sen. v, sen. $2v$ ec., che si hanno dalla nota formola sen. $v = v - \frac{v^3}{2.3} + \frac{v^5}{2.3.4.5} -$ ec. (*Cagnoli trigo.* §. 267), e così la formola, che quindi ne avremo, non conterrà che quantità dello stesso genere. Eseguita pertanto tale sostituzione, e raccolti i coefficienti delle diverse potenze di v, la formola K si convertirà nella seguente

$$\left.\begin{array}{l} z = (1 + a + 2b + 3c \ldots \text{ec.})\, v \\ \quad - \frac{1}{2}(a + 2^3 b + 3^3 . c + \text{ec.})\, v^2 + \text{ec.} \end{array}\right\} \ldots (M)$$

Ora la formola supposta (L) essendo interamente simile alla formola (K), fatta in essa ancora la sostituzione de' valori di sen. z, sen. $2z$ ec. nelle potenze dell' arco z, si convertirà nella seguente

$$\left.\begin{array}{l} v = (1 + A + 2B + 3C \text{ ec.})\, z \\ \quad - \frac{1}{2}(A + 2^3 B + 3^3 C \text{ ec.})\, z^3 + \text{ec.} \ldots \end{array}\right\} \ldots (N)$$

intieramente simile alla formola (M). Così preparate le due formole (M), e (N) col metodo de' coefficienti indeterminati si avranno i valori di A, B, C ec. in a, b, c ec. ai quali converrà sostituire i loro valori veri espres-

Digitized by Google

si nelle potenze dell' eccentricità. E poichè l' ispezione delle serie (H) ci dimostra che i coefficienti a, c ec. corrispondenti ai moltiplici dispari del sen. v, non contengono che le potenze dispari di e, e i coefficienti b, d ec. corrispondenti ai moltiplici pari di sen. v non contengono che le potenze pari di e; nell' investigare i valori delle indeterminate A, B, C ec. si potranno uguagliare le indeterminate A, C ec. alle potenze dispari di e, e B, D ec. alle potenze pari. La qualcosa renderà il calcolo meno laborioso (*Cagn. trig.* §. 952) e in fine si avrà

$$v = z - a \text{ sen. } z + b \text{ sen. } 2z - c \text{ sen. } 3z \text{ ec.} \ldots \text{(P)}$$

nella quale a sarà una serie delle potenze impari di e, b un' altra delle potenze pari, ec.

PROBLEMA X.

Trovare il valore del raggio vettore r *nell' anomalia media* z.

§. 48 Poichè (*Problema VIII.*) si ha $\frac{r^2 \, d.v}{\sqrt{(1-e^2)}} = dz$, differenziando la formola P., ove $v = z - a$ sen. $z + b$ sen. $2z - c$ sen. $3z$ ec., ne verrà $dv = dz - a \cos. z \, . \, dz + b \cos. z \, . \, dz -$ ec. $=$ $(1 - a \cos. z + b \cos. 2z - c \cos. 3z +$ ec.$) \, dz = Q \, dz = dv$. Quindi $\frac{r^2 \, dv}{\sqrt{(1-e^2)}} = \frac{r^2 Q \, dz}{\sqrt{(1-e^2)}} = dz$, e $\frac{r^2 Q}{\sqrt{(1-e^2)}} = 1$, onde $r = (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \times Q^{-\frac{1}{2}}$, espressione che svolta in serie, e fatte le opportune riduzioni e sostituzioni, darà finalmente il valore del raggio espres-

Digitized by Google

so da una serie infinita della forma :

$A + B \cos. z - C \cos. 2z + D \cos. 3z - E \cos. 4z + \text{ec.}$ nella quale B, D ec. sono altretante serie infinite delle potenze impari dell'eccentricità, C, E, ec. serie delle potenze pari.

§. 49 Il calcolo intero di questa serie è abbastanza lungo e laborioso, e quì noi non abbiamo fatto che sommariamente indicarlo nel modo che ci è paruto più facile a concepirsi. Il Conte Oriani nelle *Effemeridi* di Milano del 1805 ha tenuto tutt' altra via. Egli ha risoluto analiticamente i problemi VIII. e IX., e le sue formole sono, non vi ha dubbio, le più compite e più comode di quante altre siansi finora vedute. In esse ogni termine è indipendente da quelli che lo precedono: si può rinvenir uno qualunque senza che sia necessario di conoscerne qualsia altro; della quale cosa è facile a sentirne il pregio grandissimo. Di queste sue formole lo stesso Oriani ne ha poi calcolati dodici termini per l' anomalia vera, e dieci pel raggio vettore, ne alcun altro ha spinto sì oltre queste serie, che noi riporteremo quì sotto.

Digitized by Google

$$v \equiv z - \left\{ 2e - \frac{1}{2^2}\cdot e^3 + \frac{5}{2^5\cdot 3}\cdot e^5 + \frac{107}{2^9\cdot 3^2}\cdot e^7 + \frac{6217}{2^{13}\cdot 3^2\cdot 5}\cdot e^9 + \frac{565879}{2^{16}\cdot 3^3\cdot 5^2}\cdot e^{11} \right\} \text{sen. } z$$

$$+ \left\{ \frac{5}{2^2}\cdot e^2 - \frac{11}{2^3\cdot 3}\cdot e^4 + \frac{17}{2^6\cdot 3}\cdot e^6 + \frac{43}{2^7\cdot 3^2\cdot 5}\cdot e^8 + \frac{677}{2^9\cdot 3^3\cdot 5}\cdot e^{10} + \frac{7237}{2^{10}\cdot 3^3\cdot 5\cdot 7}\cdot e^{12} \right\} \text{sen. } 2z$$

$$- \left\{ \frac{13}{2^2\cdot 3}\cdot e^3 - \frac{43}{2^6}\cdot e^5 + \frac{95}{2^6}\cdot e^7 - \frac{973}{2^{12}\cdot 3\cdot 5}\cdot e^9 + \frac{19503}{2^{16}\cdot 5\cdot 7}\cdot e^{11} \right\} \text{sen. } 3z$$

$$+ \left\{ \frac{103}{2^5\cdot 3}\cdot e^4 - \frac{451}{2^5\cdot 3\cdot 5}\cdot e^6 + \frac{4123}{2^8\cdot 3^2\cdot 5}\cdot e^8 - \frac{1367}{2^7\cdot 3^3\cdot 7}\cdot e^{10} + \frac{111929}{2^{13}\cdot 3^3\cdot 5\cdot 7}\cdot e^{12} \right\} \text{sen. } 4z$$

$$- \left\{ \frac{1097}{2^6\cdot 3\cdot 5}\cdot e^5 - \frac{5957}{2^9\cdot 3^2}\cdot e^7 + \frac{164921}{2^{12}\cdot 3^2\cdot 7}\cdot e^9 - \frac{3649663}{2^{17}\cdot 3^3\cdot 7}\cdot e^{11} \right\} \text{sen. } 5z$$

$$+ \left\{ \frac{1223}{2^6\cdot 3\cdot 5}\cdot e^6 - \frac{7913}{2^7\cdot 3\cdot 5\cdot 7}\cdot e^8 + \frac{7751}{2^{10}\cdot 6}\cdot e^{10} - \frac{82021}{2^{13}\cdot 3\cdot 5\cdot 7}\cdot e^{12} \right\} \text{sen. } 6z$$

Digitized by Google

$$- \left\{ \frac{47273}{2.3.7^{2}} \cdot e^{7} - \frac{1773271}{2.3.5^{2}} \cdot e^{9} + \frac{935213^{03}}{2.3.5^{4}} \cdot e^{11} \right\} \text{sen. } 7z$$

$$+ \left\{ \frac{556403}{2.3.5.7^{2}} \cdot e^{8} - \frac{4745483}{2.3.5.7^{4}} \cdot e^{10} + \frac{32431949}{2.3.5.7^{4}} \cdot e^{12} \right\} \text{sen. } 8z$$

$$- \left\{ \frac{10661993}{2.3.5.7^{2}} \cdot e^{9} - \frac{101836961}{2.5.7^{3}} \cdot e^{11} \right\} \text{sen. } 9z$$

$$+ \left\{ \frac{7281587}{2.3.5.7^{4}} \cdot e^{10} - \frac{76972457}{2.3.7.11^{4}} \cdot e^{12} \right\} \text{sen. } 10z$$

$$- \frac{6303951^{2}101}{2.3.5.7^{4}.11^{2}} \cdot e^{11} \cdot \text{sen. } 11z + \frac{7218065}{2.3.7.11^{3}} \cdot e^{12} \cdot \text{sen. } 12z$$

Questa formola, cambiando tutt' i segni, indi rasportando z nel primo membro, darà l' espressione dell' equazione del centro.

Digitized by Google

$$r = 1 + \frac{e^2}{2} + \left\{ e - \frac{3}{2^3} e^3 + \frac{5}{2 \cdot 3} e^5 - \frac{7}{2^{10} \cdot 3} e^7 + \frac{9}{2^{14} \cdot 5} e^9 \right\} \cos. z$$

$$- \left\{ \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{3} e^4 + \frac{1}{2^4} e - \frac{1}{2^3 \cdot 3 \cdot 5} e^8 + \frac{1}{2^7 \cdot 3^3} e^{10} \right\} \cos. z$$

$$+ \left\{ \frac{3}{2^3} e^3 - \frac{5 \cdot 3^2}{2^7} e^5 + \frac{7 \cdot 3^4}{2^{10} \cdot 5} e^7 - \frac{3^6}{2^{13} \cdot 5} e^9 \right\} \cos. 3 z$$

$$- \left\{ \frac{1}{3} e^4 - \frac{2}{5} e^6 + \frac{2^3}{3 \cdot 5} e - \frac{2^3}{3^3 \cdot 7} e^{10} \right\} \cos. 4 z$$

$$+ \left\{ \frac{5^3}{2 \cdot 3^7} e^5 - \frac{7 \cdot 5^4}{2^{10} \cdot 3^2} e^7 + \frac{5^6}{2^{13} \cdot 7} e^9 \right\} \cos. 5 z$$

$$- \left\{ \frac{3^3}{2^4 \cdot 5} e^6 - \frac{3^4}{2 \cdot 5 \cdot 7} e^8 + \frac{3^6}{2^8 \cdot 7} e^{10} \right\} \cos. 6 z$$

Digitized by Google

$$+\left\{\frac{7^{8}}{2^{10}\cdot 3^{2}\cdot 5}e^{7}-\frac{7^{6}}{2^{15}\cdot 5}e^{9}\right\}\cos.\,7z$$

$$-\left\{\frac{2^{7}}{3^{2}\cdot 5\cdot 7}e^{8}-\frac{2^{9}}{3^{4}\cdot 7}e^{10}\right\}\cos.\,8z$$

$$+\frac{3^{12}}{2^{15}\cdot 5\cdot 7}e^{9}\cos.\,z-\frac{5^{7}}{2^{8}\cdot 3^{4}\cdot 7}e^{10}\cos.\,10z$$

Digitized by Google

§. 50 La sola ispezione di queste formole abbastanza dimostra quanto sopra si è accennato (§. 45) intorno al vantaggio del metodo indiretto sul diretto. In questo un semplice termine richiede per avventura più tempo che non si debba impiegarne in quello per l' intero calcolo delle due anomalie e del raggio vettore. In ogni modo, ove in qualche caso particolare si creda convenevole giovarsi delle serie, si potrà in parte abbreviarne il travaglio, preparando prima i logaritmi de' coefficienti numerici di ciascuno de' loro termini. Sia R'' il raggio espresso in secondi, il di cui logaritmo è quello di $\frac{1}{\text{sen. } 1''}$, si formeranno i logaritmi di $2\,R''$, $\frac{R''}{4}$, $\frac{5}{96}\,R''$ ec. corrispondenti alle potenze e, e^3, e^5 ec. del coefficiente di sen. z; Si farà lo stesso pe' coefficienti di sen. $2z$, sen. $3z$ ec., e così il calcolo dell' anomalia vera o dell' equazione del centro sarà alquanto più spedito. Per uguale maniera riuscirà meno faticoso l' altro del raggio vettore quando antecedentemente siansi preparati i logaritmi di $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{192}$ ec. delle potenze e^3, e^5 ec. del coefficiente di cos. z; e così successivamente quelli de' coefficienti di cos. $2z$, cos. $3z$ ec.

§. 51 E poichè nella serie del raggio vettore si è fatto a, o sia il semiasse maggiore dell' orbe del Pianeta $= 1$, la somma di tutt' i termini converrà moltiplicarla pel valore di a espresso in parti della distanza media della Terra dal Sole, o sia al logaritmo della detta somma aggiugnere il logaritmo di a; onde avere il logaritmo di r come suole porsi nelle tavole. A facilitare maggiormente questi calcoli De Lambre ha date due tavole, una cioè per l' equazione del centro e raggio vettore da $e = 0{,}25$ fino a $e = 0{,}01$, e l' altra de' logaritmi costanti de' coeficienti numerici. Ma si avverta che i lo-

Digitized by Google

garitmi costanti pel raggio vettore sono per una formola che dà direttamente il logaritmo del raggio, diversa perciò da quella di Oriani.

Le anomalie che si hanno da questa formola, non altrimenti che le altre che si hanno col metodo indiretto, sono contate dall' Afelio. La quale cosa è stata generalmente praticata da tutti gli Astronomi sino quasi al principio del corrente secolo. Oggi i Francesi vogliono che si contino dal Perielio. Se l' eleganza di esprimere così le anomalie delle Comete come quelle de' Pianeti nello stesso modo, sia una ragione bastante perchè si proscriva un uso sì altamente stabilito, e su del quale sono formate tutte le tavole de' tempi precedenti, altri ne giudichi. Lo stesso si dica dell' altra novità di dare le epoche per mezza notte, e non per mezzo dì, come finora si era fatto.

PROBLEMA X.

Data l' eccentricità e, *trovare l' equazione massima, e reciprocamente.*

§. 52 Sia E l' equazione del centro, si avrà $E = z - v$, e poichè in questo caso E deve essere un massimo, $dz - dv = 0$, o sia $\frac{dv}{dz} = 1$. Quindi la sesta formola... $\frac{d.v}{dz} = \frac{ab}{rr}$, fatto $a = 1$, e sostituito il valore di $b = \sqrt{(1 - e^2)}$, si convertirà in .. $r^2 = \sqrt{(1 - e^2)}$, nella quale, posto 1.° il valore di r che si ha dalla terza formola .. $r = 1 + e \cos. x$, e poi l' altro della formola quinta, cioè $r = \frac{(1 - e^2)^{\frac{1}{2}}}{1 - e \cos. v}$, ne risulteranno le due

seguenti equazioni 1.° . . $(1 + e \cos. x)^2 = \sqrt{(1 - e^2)}$ . .

2.° . . $\frac{(1 - e^2)^2}{(1 - e \cos. v)^2} = (1 - e^2)^{\frac{1}{2}}$ dalle quali si avrà cos. x

$= \frac{-1 + (1-e^2)^{\frac{1}{4}}}{e}$, e cos. $v = \frac{1 - (1 - e^2)^{\frac{3}{4}}}{e}$, e ridotti in

serie i valori di cos. x e di cos. v, sarà cos. $x =$

$- \frac{1}{4} e - \frac{3}{32} e^3 - \frac{21}{384} e^5 -$ ec. $= - m =$ sen. h; e cos. $v =$

$+ \frac{3}{4} e + \frac{3}{32} e^3 + \frac{21}{384} e^5 +$ ec. $= + n =$ sen. h'. Quindi

cos. $x =$ cos. $(90° + h)$, e cos. $v =$ cos. $(90° - h')$.

Perciò $x = 90° + h$, e $v = 90° - h'$, e $x - v = h + h'$.

Sostituiti pertanto i valori degli archi h, h' espressi ne' loro seni m e n (*Cagnoli* §. 241) sarà

$$x - v = m + \frac{m^3}{16} + \text{ec.} + n + \frac{n^3}{6} + \text{ec.} = A$$

Ma $E = z - v$, perciò conviene trovare il valore di x in z. Si ha perciò $z - x = e$ sen. x, e nel caso nostro per essere $x = 90° + h$, e sen. $x = e$ sen. $(90° + h)$ $=$ cos. $h = \sqrt{(1 - \text{sen.}^2 h)} = \sqrt{(1 - m^2)}$, quindi $z - x$ $= e$ sen. $x = e\sqrt{(1 - m^2)} = B$, e $x - v + z - x = z - v$ $= E = A + B$: svolto dunque in serie il valore di B o sia di $e\sqrt{(1 - m^2)}$, e fatte le opportune sostituzioni in A e in B dei valori di m e n, si avrà finalmente l' espressione dell' equazione massima, cioè

$$E = 2e + \frac{11}{48} e^3 + \frac{599}{5120} e^5 + \frac{17219}{229376} e^7 \text{ ec.}$$

e col metodo inverso della serie

$$e = \frac{1}{2} E - \frac{11}{48} E^3 - \frac{587}{\underset{2.3.5}{16}} E^5 \text{ ec.}$$

Digitized by Google

Dal valore dell' anomalia v si potrà dedurne quello dell' anomalia media z al momento dell' equazione massima, e così verificare un calcolo per l' altro.

§. 53 Questa medesima quantità si può dedurre immediatamente dall' osservazione. Interpolando le osservazioni che si saranno fatte poco prima e poco dopo del tempo, in cui la velocità diurna vera è uguale alla media, si trovi l' istante, nel quale la velocità osservata sarà stata precisamente uguale alla media; l' anomalia vera osservata per questo punto, sottratta dalla media, darà l' equazione massima.

PROBLEMA XII.

Data l' eccentricità trovare i due semiassi dell' ellissi.

§. 54 Essendo per l' equazione 2.ª $\tan.\frac{1}{2}v = \frac{\tan.\frac{1}{2}x\sqrt{(a-e)}}{\sqrt{(a+e)}}$, sarà $a = \frac{e.(\tan.^2\frac{1}{2}x + \tan.^2\frac{1}{2}v)}{\tan.^2\frac{1}{2}x - \tan.^2\frac{1}{2}v}$, e $b = \sqrt{(a^2 - e^2)}$. Se il semiasse maggiore si faccia $= 1$, sarà il minore $= \sqrt{(1 - e^2)}$.

Questa maniera di determinare i due semiassi è più sicura dell' altra, in cui s' impiegano le *velocità angolari vere*, e ciò a cagione dell' errore dell' osservazione, il quale influisce meno sul rapporto dei due assi dedotto dall' equazione massima, di quello v' influisca quando si deduce immediatamente dalle *velocità osservate*.

Digitized by Google

PROBLEMA XIII.

In qualunque ellissi trovare l' espressione generale dell' anomalia media nel suo semiasse maggiore e in una quantità costante.

§. 55 Chiamando a, a' i semiassi di due ellissi, T, T' i tempi delle loro rivoluzioni medie, dalla terza legge di Keplero si ha (§. 31) $a^3 : a'^3 :: T^2 : T'^2$, o sia $(a)^{\frac{3}{2}} : (a')^{\frac{3}{2}} :: T : T'$. Si faccia $a' = 1$ al semiasse maggiore dell' orbe terrestre, sarà $T' = 365^g,25638$ secondo le ultime determinazioni, che si daranno in seguito, e poichè la distanza nostra dal Sole si suppone sempre $= 1$, sarà ancora $a' = 1$. Onde $a^{\frac{3}{2}} : 1 :: T : 365^g,25638 = A$, e $T = A \times a^{\frac{3}{2}}$.

Sia ora m il movimento diurno del Pianeta, diremo, il tempo ch' esso impiega a descrivere l' intero orbe suo a 360°, così un giorno al movimento m, o sia

$$T\,(= A \times a^{\frac{3}{2}}) : 360° :: 1^g : m = \frac{360°}{A \times a^{\frac{3}{2}}} =$$

$$\frac{360°}{365^g,25638 \cdot a^{\frac{3}{2}}}$$

. . . . . log. 360° in secondi	6,11260500
co-log. . . . . A	7,43740218
log. costante = log.c.(= log. 3548",191) . . .	3,55000718

Digitized by Google

E' dunque il movimento diurno del Pianeta $=$ $m = \frac{3548,191}{a^{\frac{3}{2}}}$, e in un numero di giorni t sarà tm $= \frac{3548'',191 \cdot t}{a^{\frac{3}{2}}} = \frac{ct}{a^{\frac{3}{2}}} = z = x \pm \frac{a \text{ sen. } t \text{ sen. } x}{\text{sen. } 1''}$

$= x \pm \frac{e \cdot \text{sen. } x}{\text{sen. } 1''}$, secondo che le anomalie si contino dall' Afelio o dal Perielio, $+$ dall' Afelio, $-$ dal Perielio, come spiegato abbiamo (§. 41). E' dunque 3548'',191 un numero costante comune a tutt' i Pianeti, e col quale si possono esprimere tutte le anomalie medie.

Se vogliasi x e z in parti del raggio, converrà moltiplicare $\frac{ct}{a^{\frac{3}{2}}}$ pel seno di 1'', o dividerlo pel raggio espresso in secondi.

ESEMPIO

Si domanda l' anomalia media di Mercurio a 22 giorni di distanza dall' Afelio.

Semiasse maggiore $= a =$ 0,387099 . . . $t = 22$

log. costante	3,55000718
log. 22^5	1,34242268
co. log. a	0,41217702
co. log. $a^{\frac{3}{2}}$	0,20608851
log. $\frac{ct}{a^{\frac{3}{2}}}$	5,51069539

$\frac{ct}{a^{\frac{3}{2}}} = z =$ . . . . . 324112'',23 $= 90° \cdot 1' \cdot 52'',23$

Digitized by Google

§. 56 In rigore la costante c da noi trovata si dovrebbe dividere per la radice quadrata della massa del Sole $=1$ più la massa della terra in parti di quella del Sole, o sia per $\sqrt{(1{,}000002819 2)}$, onde $c' = 3548'',18761$; poi nella ricerca dell' anomalia di un Pianeta qualunque converebbe moltiplicare c' per la radice quadrata della massa del Sole più la massa del Pianeta, la quale posta $=\mu$, verrebbe il numero costante $= c'\sqrt{(1+\mu)}$. Così ha fatto il Dottor Gauss nella sua ingegnosissima opera *Theoria motus Corporum Coelestium* Hamburgi 1809. Ma $\frac{\sqrt{(1+\mu)}}{\sqrt{(1{,}000002819 2)}}$ non può differire dall' unità che nella settima o ottava decimale, a cui non giungono le tavole di Gardiner, che generalmente vengono impiegate ne' calcoli Astronomici. In ogni modo, ove in qualche caso particolare si volesse tener conto della massa, basterà moltiplicare l' anomalia trovata col nostro numero c per $\frac{\sqrt{(1+\mu)}}{\sqrt{(1{,}000002819 2)}}$, avvertendo però che tutt' i logaritmi si dovranno prendere dalle tavole di Briggio, nelle quali la mantissa è di 10 figure.

§. 57 Stabiliti i principali rapporti delle diverse parti dell' ellisse con un suo punto qualunque, rimane a investigarsi l' ellisse istessa. Di questo problema, il più difficile del movimento ellittico, molti studiati si sono di darne delle soluzioni analitiche, che in ogni caso potessero servire al vuopo. Fino però al Dottor Gauss, ben può dirsi, che niente si era fatto d' interessante veramente e profittevole. Egli il primo ha trattato questo argomento in tutta la sua generalità, e distinguendo i varii casi che possono accadere, ha proposto per ciascuno più metodi precisi, eleganti, e che niente lasciano a desiderare sia riguardo al rigore delle formole, sia riguardo all' uso pratico delle medesime. I limiti che ci siamo prescritti in queste nostre lezioni non ci permettono di

Digitized by Google

seguire l' autore nello svolgimento delle moltiplici sue formole, trasformazioni, combinazioni e ingegnosi artifizii, co' quali in ogni parte perviene alle equazioni finali. Quì basterà darne un' idea qualunque.

§. 58 La curva che descrive un Pianeta è allora pienamente determinata, quando si conosce il suo Afelio, o punto da cui prendono principio le anomalie, e si conoscono insieme i due assi, maggiore e minore, o l' eccentricità e il semiparametro. A risolvere il problema generalmente è pertanto necessario che si abbiano tre quantità diverse, nelle quali siano in qualche modo contenuti gli elementi che si cercano, e si possano quindi formare tre equazioni indipendenti. Ora dalle osservazioni di un Pianeta, di cui tutto s' ignora, le sole quantità, che si possono ottenere, (ne ciò senza molto travaglio, come si vedrà a suo luogo) sono i raggi vettori co' corrispondenti angoli al Sole, e il tempo impiegato dal Pianeta a passare dall' uno all' altro raggio. Converrà dunque formare tre equazioni o con tre raggi vettori o con due raggi e col tempo. E questo si è il metodo tenuto dal Dottor Gauss. Egli dopo di avere dato nella sezione prima dal libro primo della sua opera *Teoria motus Corporum Coelestium*, le formole generali per un punto che si muove intorno al Sole, secondo le leggi di Keplero; ed esposti nel secondo i diversi mezzi da impiegarsi, onde passare dai luoghi geocentrici del Pianeta agli eliocentrici; imprende nella terza a risolvere il problema in tutt' i casi. Dimostra pertanto per quale maniera si possa rinvenire l' ellisse. Primo, essendo dati due raggi di grandezza e di posizione, e uno degli elementi, cioè o l' eccentricità, o il semiparametro, o il perielio. Secondo, quando sono dati tre raggi coi rispettivi angoli al Sole. Terzo quando i dati sono due raggi coll' angolo al Sole, e col tempo. Il primo problema può riguardarsi come una preparazione alla piena soluzione del

Digitized by Google

secondo; poichè dai tre raggi, che in esso si suppongono, non si ha che il Perielio, dal quale combinato cogli stessi tre raggi presi due a due si ottiene per mezzo del primo problema in tre diverse maniere ciascuno degli altri elementi della curva. Ma questo metodo elegantissimo in teoria, e che non richiede più di una ventina di logaritmi, non può essere di grand' uso nella pratica, poichè nello svolgere dalle osservazioni i raggi e gli angoli per vie più brevi si giunge alle quantità che si cercano. Il terzo non dipende in alcun modo dai precedenti. L' autore ne dà due soluzioni; ma alla prima preferisce la seconda che in fatti niente lascia a desiderare. Noi quindi ne riporteremo le formole nel modo che siegue.

PROBLEMA XIV.

Data la grandezza e la posizione di due raggi vettori, e dato il tempo che impiega il Pianeta a passare dal primo al secondo raggio; trovare tutti gli elementi della curva.

§. 59. Sia P $r r'$ A (*fig.* 68) la curva che si cerca, P il perielio, da cui Gauss suole contare le anomalie, S r, S r' i due raggi, L, L' le longitudini corrispondenti, la differenza delle quali sarà uguale alla differenza delle anomalie vere, o sia all' angolo al Sole r S r'; e sia t il tempo impiegato dal Pianeta a passare da r in r'. Inoltre siano v, v' le anomalie vere, E, E' le eccentriche, e si faccia $v' - v = 2f =$ all' angolo r S r', $v + v' = 2$ F, E' $-$ E $= 2g$, E $+$ E' $= 2$ G; $p =$ al semiparametro, $a =$ al semiasse maggiore, $b =$ al minore, b sen. $\varepsilon =$ all' eccentricità, e $c =$ al numero costante 3548",191, trovato col problema XII. §. 55.

La soluzione di questo problema dipende da più formole, e da equazioni trascendenti, dalle quali, svolte

Digitized by Google

in serie, si ha una equazione di terzo grado. Quindi co' metodi ordinarii il calcolo diverrebbe complicato e lungo oltre misura. Ma il Sig. Gauss con molte ingegnose trasformazioni, e col soccorso di due tavole ha saputo renderlo della maggiore semplicità. A più chiara intelligenza divide il problema in due parti; cerca nella prima la differenza delle anomalie eccentriche, e nella seconda rinviene con questo valore tutti gli elementi della curva. La prima parte dipende dal calcolo di sei formole e delle due summentovate tavole, che sono la seconda e la terza delle tre che ha posto in testa del suo libro. La seconda di queste tavole ha per argomento una quantità indicata colla lettera h, e che si trova colle prime tre formole; l'argomento della terza tavola è indicato dalla lettera x, uguale a $\text{sen.}^2 \frac{1}{2} g$, o sia al quadrato della quarta parte della differenza delle anomalie eccentriche. Noi non daremo che le sole formole, accompagnate da un esempio. Chi amerà vederne le dimostrazioni potrà consultare o l'opera di Gauss dal numero 88 al num. 97, o il Capitolo 21 dell'Astronomia del Cav. De Lambre.

Formole per la prima parte del Problema.

1.ª . . . $\left(\frac{r'}{r}\right)^{\frac{1}{4}} = \text{tan.}\,(45.^\circ + \omega)$

Equazione ausiliaria, con cui si cerca ω, l'angolo, che introdotto nelle formole ne simplifica l'espressione.

2.ª . . . . $m\,m = \dfrac{c^2 t^2}{8\,(r r')^{\frac{3}{4}} \cos.^3 f}$

3.ª . . . . $l = \dfrac{\text{tan.}^2\, 2\omega}{\cos. f} + \dfrac{\text{sen.}^2 \frac{1}{2} f}{\cos. f}$

Con $m\,m$ e l si forma l'argomento h approssimato.

Digitized by Google

4.ª . . . $h = \frac{m\,m'}{\frac{5}{6} + l}$

Con h si entra nella seconda tavola e si ha il logaritmo $y\,y$, che dà un valore approssimato di sen.$^2 \frac{1}{2} g$. Se cos. f sia negativo, $\frac{5}{6}$ sarà negativo ancora.

5.ª . . . sen.$^2 \frac{1}{2} g = \frac{m\,m}{y\,y} - l = x$

Con x si entra nella terza tavola, e si trova ξ che serve a correggere il primo argomento h.

6.ª . . . . $h = \frac{m\,m}{\frac{5}{6} + l + \xi}$

Se cos. f è negativo si mutino i segni di $\frac{5}{6}$ e ξ.

Con questo secondo valore di h si torna a cercare nella seconda tavola il logaritmo $y\,y$, e così sempre fino a che non si abbiano due valori uguali di h; allora sen.$^2 \frac{1}{2} g$ sarà esatto. Da questa quantità si dovrà svolgere la differenza delle due anomalie, cioè $2\,g$.

ESEMPIO

Prenderemo le quantità stesse, di cui per un esempio simile si è servito De Lambre, le quali appartengono all' orbita di Marte, e sono dedotte dalle tavole diLa Lande.

siano
- $r =$ . . . . 1,392178 . . . . log. 0,1436950
- $r' =$ 1,436789 0,1573930
- $L = 11^s\ 26.^\circ 29'.\ 40''$
- $L' = 0.\ 28.\ 57.\ 56$
- $v' - v = 32.^\circ 28'.\ 16'' = 2f \ldots f = 16.^\circ\ 14'.\ 8''$
- $t = 53,^d 43211$ . . . . . log. . . 1,7278025

Digitized by Google

Formola Prima . . . $(\frac{r'}{r})^{\frac{3}{4}} = \tan.(45° + \omega)$

$(r')^{\frac{3}{4}}$ . . . . . log. 0,0393482

$(r)^{\frac{3}{4}}$ . . . . . co-log. 9,9640762

log. tan. $(45.° + \omega)$ 0,0034244

$45.° + \omega = 45.° 13.' 33,''2$ . . . . .

Quindi $\omega = 13.' 33,''2$ . . $2\omega = 27.' 6,''4$

Formola Seconda . . . $m^2 = \frac{c^2 t^2}{8 (r r')^{\frac{3}{2}} \cos.^3 f}$

c^2 . . . . . log. . . 7,1000044

t^2 . . . . . log. . . 3,4556050

$(1'')^4$ . . . . . log. . . 9,5711498

$(c t . 1.'')^2$ . . . . . log. . . 9,9267592

8 . . . . . co-log. . . 9,0969100

$\cos.^3 f$ . . . . . co-log. . . 0,0530229

$(r r')^{\frac{3}{2}}$ . . . . . co-log. . . 9,5483680

log. $m m$ 8,6250601

Digitized by Google

Formola Terza . . . $l = \frac{\text{sen.}^2 \frac{1}{2} f}{\cos. f} + \frac{\tan.^2 2\omega}{\cos. f}$

$\text{sen.}^2 \frac{1}{2} f$ . . . ($\frac{1}{2} f = 8.^\circ\ 7.'\ 4''$) . . .		log. 8,2997210
$\cos. f$	co-log.	0,0176743
log. $\frac{\text{sen.}^2 \frac{1}{2} f}{\cos. f}$ = log. 0,02076803 = ...		8,3173953
. . . . .	. . . . .	
$\tan.^2 2\omega$	log. . .	5,7936754
$\cos. f$	co-log. . .	0,0176743
numero . . . . . 0,00006476 . . .	log. . .	5,8113497
$l =$ 0,02083279		

Formola Quarta . . $h = \frac{m^2}{\frac{5}{6} + l}$

l 0,02083279		
$\frac{5}{6}$ 0,83333333		
$l + \frac{5}{6}$ . . = 0,85416612	co-log. . .	0,0684576
$m\,m$	log. . .	8,6250601
numero h = 0,0493762	log. . .	8,6935177

Al numero h corrisponde nella tavola seconda il logaritmo $y\,y$ = 0,043944 .

Digitized by Google

Formola Quinta . . . $\text{sen.}^2 \frac{1}{2} g = \frac{m\,m}{y\,y} - l$

$m\,m$ . . . . . , log. . . 8,6250601

$y\,y$ . . . . . co-log. . . 9,9560554

numero . . . . . 0,0381168 . . . log. . . 8,5811155

l . . . . . — 0,0208328

$\frac{m\,m}{y\,y} - l$ . . . . = 0,0172840 = $\text{sen.}^2 \frac{1}{2} g$. = x .

Con x si ha dalla terza tavola ξ = 0,0000170 , con cui si corregge il valore approssimato di h , *form. quarta*

Formola Sesta . . . $h = \frac{m\,m}{\frac{1}{6} + l + \xi}$

$\frac{1}{6} + l$ = 0,8541661

ξ = 0,0000170

$\frac{1}{6} + l + \xi$ = 0,8541831 . . . . . co-log. . . 0,0684490

$m\,m$ . . . . . log. . . 8,6250601

h . . . . . log. . . 8,6935091

Numero h corretto 0,0493752 , col quale si ha dalla tavola seconda 0,0439464 = log. $y\,y$.

Con questo valore di log. $y\,y$ si deve rifare il calcolo

Digitized by Google

della formola quinta, nel modo che siegue:

$m\,m$ . . . . . log. . . 8,6250601

$y\,y$ . . . . . co-log. . . 9,9560536

log. $\frac{m\,m}{y\,y}$ = log. num. 0,03811657 = ... 8,5811137

l . . . . . — 0,02085279

$\frac{m\,m}{y\,y} - l$ . . . . . = 0,01728378 = sen.^{2} $\frac{1}{2}\,g$, lo stesso del calcolo della formola quinta, perciò esatto.

log. sen.^{2} $\frac{1}{2}\,g$ = log. 0,01728378 . . . . . = 8,2376393

log. sen. $\frac{1}{2}\,g$ = ... 9,1188196

Quindi $\frac{1}{2}\,g = 7.^\circ\ 33.'\ 15,''92$ . . $g = 15.^\circ 6.' 31,84$ . .

$2\,g = 30.^\circ\ 13.'\ 3,''68$.

Digitized by Google

§. 60 E' ora facilissimo il calcolo di tutti gli elementi della curva.

Semiasse maggiore.

$$a = \frac{c^2 t^2}{4 \gamma \gamma' r r' \cos.^2 f . \text{sen.}^2 g}$$

$(c t . 1'')^2$	log. . .	9,9267592
4	co-log. . .	9,3979400
$\gamma \gamma$	co-log. . .	9,9560536
$r r'$	co-log. . .	9,6989120
$\cos.^2 f$	co-log. . .	0,0353486
$\text{sen.}^2 g$	co-log. . .	1,1678754
log. a		0,1828868

$$a = 1{,}523655$$

Digitized by Google

Semiasse minore.

$$b = \frac{\text{sen. } f\,(rr')^{\frac{1}{2}}}{\text{sen. } g}$$

sen. f	log. . .	9,4465169
$(rr')^{\frac{1}{2}}$	log. . .	0,1505440
sen. g	co-log. . .	0,5839367
log. b		0,1809976

$b = 1{,}517042$

Perielio.

A determinare il perielio, terzo elemento della curva, è necessario rinvenire la semisomma delle due anomalie vere, per la quale cosa potrà servire la formola.

$$\text{tang. } F = \frac{(r' - r)\ \text{sen. } f}{2 \cos. g \sqrt{(rr')} - (r' + r) \cos. f}$$

2	log. . .	0,3010300
cos. g = cos. (15.° 6.′ 32,″) . .	log. . .	9,9847240
$(rr')^{\frac{1}{2}}$	log. . .	0,1505440
log. numero . . . . . 2,730851 =	. .	0,4362980

Digitized by Google

$2 \cos. g\nu' (r\,r') = 2{,}730851$

$r + r'$ . . . . . log. . 0,4516279

$\cos. f$ . . . . . log. . 9,9823257

log. numero . . . . — 2,716149 = . . 0,4339536

. . . 0,014702 co-log. 1,8326236

$r' - r'$ . . . . . log. . 8,6494420

sen. f = sen. (16.° 14.′ 8,″) log. . 9,4465169

log. tan. F . (= 40.° 18.′ 36,″3) = . 9,9285825

somma . . . . . 56. 32. 44,3 = ν'

differenza . . . . . 24. 4. 28,3 = ν

Quindi per essere $L - \nu = P$, e similmente $L' - \nu' = P$, da ν avremo $P = 11.^{s}\ 2.°\ 25.′\ 12,″$ e lo stesso da ν' con L'.

ELEMENTI DELL' ORBITA DI MARTE.

§. 61 *Secondo il calcolo*	*Secondo le tavole di La Lande.*
Semiasse maggiore . . . 1,523655	1,523686
Semiasse minore 1,517042	1,517076
Periclio . . . . . 11.^{s} 2.° 25.′ 12″ . . .	11.^{s} 2.° 24.′ 14″.

Digitized by Google

Quindi 1.° dall' equazione $e = \sqrt{(a+b)(a-b)}$ si ha l' eccentricità in parti dell' semi-asse maggiore . . . . . = 0,141772

la stessa in parti dell' unità . . . . . = 0,093047

Di questa conviene servirsi nel ricavare l' anomalia media dall' eccentrica, avvertendo di dividerla pel seno di 1", che dà il logaritmo costante . . 4,2831275.

2.° Dall' equazione sen. $\epsilon = \frac{e}{a}$ . . $\epsilon = 5.^{\circ}\,20.'\,20''$.

3.° Da $p = a \cos.^2 \epsilon$ . . . . . $p = 1{,}510460$

4.° Da tan. $\frac{1}{2} v \sqrt{\left(\frac{1-e}{1+e}\right)} = \tan. \frac{1}{2} x$, le due anomalie eccentriche $E = 21.^{\circ}58.'\,54,''$ . . . $E' = 52.^{\circ}\,12.'\,6''$.

5.° Dalla formola $z = x - \frac{e}{a}$ sen. x le due anomalie medie, cioè $z = 19.^{\circ}\,59.'\,30''$, e $z' = 47.^{\circ}\,59.'\,21''$.

6.° Da $z' - z = 27.^{\circ}\,59.'\,51''$ movimento medio in $53,^{g}45211$ = tempo dato, o osservato tra v ed v'; movimento medio diurno = $31,'\,26,''5$; il tempo dell' intera rivoluzione media = $686^{g},97$.

§. 62 Da due soli raggi vettori colle corrispondenti longitudini e tempo trascorso dalla prima alla seconda si possono dunque ricavare gli elementi della curva, e tutt' altro di cui fa mestieri nella formazione delle tavole. Quanto le quantità date saranno più esatte, tanto più esatti ne saranno i risultati.

Non sembra quindi che niente possa desiderarsi di più preciso più spedito e meglio inteso. I raggi, invero, offrono qualche difficoltà; pur nondimeno con un poco di travaglio dalle osservazioni si possono mai sem-

Digitized by Google

pre dedurre, siccome vedremo nell' articolo seguente. Se poi gli elementi che trovati abbiamo per Marte non sono interamente conformi a quelli delle tavole di La Lande, dalle quali siamo partiti, ciò viene in parte dalle tavole stesse, alquanto discordi dai principj che suppongono, e in parte dai logaritmi a sole sette figure, che impiegati abbiamo. Ma in un calcolo diretto solo a mostrare l' uso delle formole e lo spirito del metodo, non era necessaria somma diligenza.

ARTICOLO IV.

De' metodi onde passare dalle osservazioni sulla Terra a quelle nel Sole, e dedurne gli elementi delle orbite de' rispettivi Pianeti.

§. 63 Si è data negli articoli precedenti la teoria del movimento ellitico de' Pianeti, e la soluzione generale del Problema. *Supposti gli elementi delle orbite de' Pianeti, dai movimenti veduti dal Sole determinare i movimenti veduti dalla Terra; e reciprocamente, dai movimenti veduti dalla Terra determinare i movimenti veduti dal Sole.* Rimane dunque a vedersi per quale maniera si possano rinvenire gli elementi supposti, senza di che, ciò che si è detto non sarebbe che una semplice specolazione geometrica, che a nulla gioverebbe. Non si passa dalla teoria alla pratica se le quantità supposte in quella non siano conosciute in questa, nè altrimenti nel caso nostro si possono esse conoscere che colle osservazioni tentate sulla Terra. Sette sono gli elementi dell' orbita di ciascun Pianeta. I primi cinque, relativi al movimento nell' ellisse, sono 1.° Il tempo della rivoluzione periodica. 2.° Il semiasse dell' ellisse, o sia la distanza media del Pianeta dal Sole. 3.° L' eccentricità, da cui dipende l' equazione massima. 4.° La longitudine media

Digitized by Google

del Pianeta per un tempo, o epoca data. 5.° La longitudine dell' Afelio per l' epoca stessa. Gli altri due servono a determinare la posizione dell' ellisse rispetto all' eclittica, e sono 1.° L' inclinazione dell' orbita. 2.° La longitudine de' punti d' intersezione, o dei nodi per una epoca data. E siccome le orbite dei Pianeti non sono inalterabili, ma si restringono e si dilatano, e passano da un luogo ad un altro dello spazio; così si devono similmente determinare le piccole variazioni dell' eccentricità, e dell' inclinazione, ed i piccoli movimenti della linea degli apsidi, e dei nodi.

PROBLEMA XV.

Abbozzare gli elementi dell' orbita di un Pianeta qualunque.

§. 64 In questa ricerca debbono precedere gli elementi dell' orbita nostra, senza de' quali le osservazioni degli altri Pianeti non si possono spogliare degli effetti del movimento della Terra, nè quindi rapportarli al Sole. Supposti per tanto questi primi elementi, che daremo nel libro seguente, vediamo per quale maniera si possano rinvenire quelli di ogni altro Pianeta.

1.° Per lungo tempo si osservi ciascun Pianeta nelle sue successive opposizioni se è superiore, e nelle successive congiunzioni s' è inferiore; nelle quali sempre corrispondere dovendo allo stesso punto dell' ecclitica, in cui si vedrebbe dal Sole; a cagione della differenza tra i movimenti del Pianeta e della Terra, si avranno tanti luoghi diversi, come se veduti fossero dal Sole, quante saranno le opposizioni osservate. Comparando dunque questi luoghi diversi, o archi dell' ecclitica, coi tempi impiegati a descriverli, si avrà il tempo della rivoluzione del Pianeta, primo elemento del suo orbe, e indipendente da qualunque altro.

Digitized by Google

2.° Si osservi similmente il Pianeta più e più volte, e in tempi diversi, quando è a 90° dal Sole: allora (*fig.* 62 e 63) nel triangolo T S L sarà noto l' angolo T, e col primo elemento si troverà l' angolo S. Quindi si potrà calcolare il lato S P, o S L, ed esprimerlo in parti del raggio S T. Per tal maniera trovati avendo un gran numero di raggi, si prenda il massimo, ed il minimo, quali se saranno insieme a 180° l' uno dall' altro, la loro semisomma sarà prossimamente uguale alla distanza media del Pianeta dal Sole; e così si avrà il secondo elemento, dipendente dal primo.

3.° Comparando la distanza media o raggio medio col massimo, o col minimo, la differenza ci darà il terzo elemento, ossia l' eccentricità.

4.° Si consideri il punto dell' ecclitica, a cui corrisponde la distanza massima, come il luogo dell' Afelio, ed il tempo in cui fu osservata quella distanza si prenda pel principio delle epoche, e si avranno prossimamente il quarto e quinto elemento.

Di questi cinque elementi, dato il primo, e date tre osservazioni ridotte al Sole, si possono trovare gli altri quattro con un solo ed unico metodo; e ciò così geometricamente, cercando la curva che deve passare per tre punti dati di posizione, siccome colla regola di falsa posizione. Se però dei tre punti dati, due non siano vicini alle distanze medie, ed il terzo alla linea degli apsidi, i risultati non saranno molto sicuri.

5.° Si osservi il Pianeta quando la sua latitudine è 0, e si riduca cogli elementi già trovati al luogo in cui si vedrebbe dal Sole: sarà questo il luogo di uno dei *nodi*.

6.° A 90° dal nodo si osservi la latitudine, la quale, ridotta al Sole, o da geocentrica convertita in eliocentrica, darà l' inclinazione dell' orbita sul piano dell' ecclittica.

Digitized by Google

Questi due ultimi elementi si possono similmente dedurre della differenza di due latitudini eliocentriche, comparate col movimento intermedio così sull' orbita, come nell' eclittica.

7.° Così abbozzati gli elementi dell' orbita di ciascun Pianeta, con essi si calcoleranno tutte le osservazioni impiegate nella loro ricerca, e le differenze tra i luoghi calcolati ed osservati ci faranno conoscere e l' effetto in generale di tutti, e come ciascuno influisce più o meno su gli altri, mostrandoci in quali circostanze l' influsso sia massimo, ed in quali esso sia minimo. Dal che potremo raccogliere quali siano le osservazioni più proprie a correggere più elementi insieme, quali siano le altre che si convengono a ciascuno in particolare, ed in quali tempi convenga tentare le une e le altre. Raccolte quindi nuove osservazioni si correggeranno i primi elementi, e questi si dovranno similmente correggere con altre osservazioni, e così via via, sino che si giunga ad elementi i quali rappresentino tutte le osservazioni passate e presenti. Ma vediamo più particolarmente come ciò debba praticarsi.

PROBLEMA XVI.

Correggere gli elementi da principio abbozzati.

§. 65 *Rivoluzione periodica o siderea.* Poichè è dessa il tempo precisamente, che impiega il Pianeta a compiere un intero giro della sfera celeste, se si scelgano due opposizioni o due congiunzioni (le più lontane) nelle quali il Pianeta sia stato nella stessa posizione rispetto a qualche stella; egli è chiaro, che il tempo trascorso dalla prima alla seconda conterrà un numero esatto di rivoluzioni, che si conoscerà per mezzo di quella che già è stata abbozzata. Con questo numero si divide il

Digitized by Google

tempo che separa le due osservazioni, e si avrà una misura più esatta della rivoluzione periodica.

Con simili osservazioni, prossime alla linea degli apsidi, altre alle distanze medie, e ai nodi, per ugual modo si determineranno le rivoluzioni rispetto a questi punti; le quali poi esaminate dopo lungo tempo con altre osservazioni ci faranno conoscere e il movimento diretto degli apsidi, e il retrogrado dei nodi.

§. 66 *Distanze dal Sole, e corrispondenti longitudini e latitudini eliocentriche*. Corretta la rivoluzione periodica, si potrà convertire un gran numero di osservazioni geocentriche in eliocentriche. Sia (*fig.* 69) S il Sole, M P l'orbe del Pianeta, R T quello della Terra, e sia questa in T, mentre il Pianeta è in P. Dall'osservazione si avrà l'angolo S T P = alla differendelle longitudini del Sole e del Pianeta veduti dalla Terra. Ora dopo una rivoluzione intera il Pianeta ritornerà in P, ed allora la Terra sarà, a cagione di esempio, in R, di dove ritornando a osservare il Pianeta, si avrà l'angolo S R P uguale alla differenza delle longitudini del Sole e del Pianeta, veduti come prima dalla Terra. Ma nel triangolo T S R è noto l'angolo al Sole R S T, e sono noti i due lati S R, S T, si avranno dunque il lato R T, e gli angoli S R T, S T R; Quindi nel triangolo R P T saranno conosciuti i lati T P, R P, co' quali si avrà finalmente il lato S P, che sarà la distanza accorciata del Pianeta dal Sole. Quindi colla latitudine osservata si avrà 1.° La eliocentrica. 2.° La distanza vera. 3.° La longitudine vera, o sia la eliocentrica. E poichè quanto si è fatto rispetto al punto P può replicarsi su gli altri punti dell'orbe P M, non sarà difficile la formazione di una tavola, che contenga un gran numero di raggi vettori colle corrispondenti longitudini e latitudini vedute dal Sole, colle quali saremo in grado di determinare la natura della curva descritta

Digitized by Google

dal Pianeta, e le sue diverse parti. E tanto si è fatto da Keplero nel suo trattato *de Stella Martis*.

§. 67 *Afelio*. Con due osservazioni distanti per 180° circa, delle quali una in D, e l'altra in N (*fig.* 67), vicinissime cioè alla linea P A, o asse maggiore della ellisse, e col tempo che impiega il Pianeta a passare da P in A, molto speditamente si correggerà la longitudine dell' Afelio.

Perciò si osservi 1.° Che andando il Pianeta da N in D per P impiegherà un tempo minore di quello che impiegherebbe a passare da P in A o da A in P; e che questo tempo sarà maggiore se vada da N in D per A: poichè da N in P la velocità è maggiore che da D in A. 2.° Che la velocità per A D è prossimamente uniforme, e così per N P.

Facendo pertanto il tempo da P in A, o da A in P = T, il tempo da N in D per A = T', la velocità per A D = a, il tempo = t, la velocità per N P = p sarà 1.° il tempo per N P = $\frac{at}{p}$; 2.° $T' = T - \frac{at}{p} + t$, e $T' - T = c = t - \frac{at}{p} = \frac{t(p-a)}{p}$, e $cp = t(p-a)$; onde $p - a : p :: c : t$; della quale proporzione, essendo noti i primi tre termini, si farà noto t, il quale sottratto dal tempo in cui il Pianeta giunse in D darà quello in cui fu in A.

Con questi e con altri metodi simili, che si possono vedere nell' Astronomia di La Lande, a poco a poco sempre più migliorati si sono gli elementi dei primi sei Pianeti, e quasi condotta a perfezione la loro teoria. Oggi però altri ne sono stati rinvenuti e più pronti e più spediti, coi quali bastano poche osservazioni ad abbozzare il camino di qualunque nuovo Pianeta. Indicati per tanto i primi, come quelli che in un modo facile e piano ci mostrano come passo a passo dalla terra si monti

Digitized by Google

al cielo; dei secondi non daremo che il più recente e più specioso, poichè non dipende che da tre sole osservazioni. Sia per tanto.

PROBLEMA XVII.

Date tre osservazioni compite, trovare la curva che descrive il Pianeta, e determinarne tutti gli elementi.

§. 68 Rappresentino (*fig.* 70) A, A', A'' tre punti dell'eclittica, dai quali fuori del suo piano sia stato osservato il Pianeta, cioè da A in B, da A' in B', e da A'' in B''. Riuniti i punti A e B con un arco di cerchio massimo, poichè il centro del medesimo è nel Sole; egli è chiaro, che il Sole, il luogo geocentrico B del Pianeta e l'eliocentrico A della Terra saranno nel piano di questo cerchio. Ma in esso giace ancora la retta condotta dal Sole al Pianeta, dunque il luogo eliocentrico del Pianeta sarà in qualche punto C dell'arco A B. Vale lo stesso raziocinio per le altre due osservazioni. Se dunque Ω C'' sia l'orbita del Pianeta, le sue intersezioni cogli archi A B, A' B', A'' B'' determineranno i rispettivi punti C, C', C'', che saranno quelli ne' quali nelle tre osservazioni dal Sole si sarebbe veduto il Pianeta, o sia i tre luoghi eliocentrici del medesimo. A C sarà dunque la misura dell'angolo al Sole, B C di quello al Pianeta, e A B del supplemento del terzo alla Terra. Ciò è facile a concepirsi solo che si supponga l'occhio nel Pianeta. Conosciuta quindi la posizione de' tre punti C, C', C'', si potrà risalire alla determinazione della curva e de' diversi suoi elementi. Il problema pertanto si riduce a rinvenire questi tre punti combinando insieme le longitudini eliocentriche della Terra e sue distanze dal Sole ne' punti A, A', A'' colle

Digitized by Google

longitudini e latitudini geocentriche del Pianeta, che sono i soli dati, che abbiamo. Il Dottor Gauss vi perviene colle seguenti operazioni e ordine.

1.° Dai punti B, B', B'' s' intendano condotti perpendicolarmente all' ecclittica gli archi B a, B' a', B'' a'': essi saranno le tre rispettive latitudini del Pianeta, e A a, A' a', A'' a'', le differenze tra le longitudini geocentriche del Pianeta e le eliocentriche della Terra. Quindi ne' triangoli rettangoli che ne risultano sarà facile il calcolo così delle ipotenuse A B, A' B', A'' B'', come degli angoli B A a, B' A' a', B'' A'' a''.

2.° Prolungati indefinitamente i tre archi A B, A' B', A'' B'' essi s' intersecheranno ne' punti D, D', D'', onde si avranno i tre triangoli A D'' A', A' D A'', A D' A'', ne' quali essendo note dal numero precedente le basi cogli angoli adjacenti, se ne dedurranno gli angoli D, D', D'', e i rispettivi lati che li contengono.

3.° Condotto un arco di cerchio massimo da B in B'' ne verranno i tre triangoli B D' B'', B D'' B*, B* D B''. Nel triangolo B D' B'' si hanno dai numeri precedenti i lati B D', B'' D' e l' angolo D', si troverà quindi la base B'' B cogli angoli adjacenti. Ma non può farsi lo stesso negli altri due triangoli B D'' B*, B* D B''; giacchè non si sa, ove giaccia il punto B', il quale secondo ogni probabilità sarà sopra o sotto dell' arco B B''. Prima dunque conviene trovare B' B*, ne ciò offre molta difficoltà. Nel triangolo B* D B'' si conosce il lato B'' D e gli angoli adjacenti, se ne conchiuda dunque il lato D B*; e da D A', B* A', che con B' A darà la differenza che si cerca B* B'. Pur non di meno niente ancora si sa sulla posizione de' tre punti C, C', C'', e niente si saprà, se prima non si giunga a conoscere B' C'. Quì sta il nodo della difficoltà, che scioglie il Dottor Gauss con una equazione di condizione, dedotta con molto artificio dalla combinazione delle quantità date, delle

Digitized by Google

altre da esse dipendenti, e de' tempi dalla prima alla seconda osservazione e dalla seconda alla terza. Il Cav. De Lambre dal numero 200 al numero 203 del capo 27 della sua Astronomia spiega con nitidezza come si ottenga la detta equazione condizionale.

4.° Determinato C' D'' e l'angolo C' si hanno facilmente i lati C D', C'' D' colle rispettive loro inclinazioni al lato C C'', quindi la posizione dei tre punti C, C', C'', co' quali si svolge la curva coi suoi elementi.

§. 69 Premessa questa idea generale del problema, daremo ora le formole dalle quali se ne ha la sua piena soluzione, e le daremo come stanno nell' opera del Dottor Gauss dal §. 136 al §. 150, conservando le stesse lettere e segni, onde si possa facilmente riscontrarle nell' opera medesima, e vederne la tessitura e dimostrazioni diverse, che noi ci dispensiamo dal quì recare, perchè troppo ci allontanerebbero da' limiti che ci siamo prescritti. Non lasceremo però di aggiugnere quanto è mestieri tener presente nella formazione della figura e nel processo del calcolo. A maggiore chiarezza poi divideremo in varii numeri le diverse parti del problema.

Siano per tanto α, α', α'', le tre longitudini geocentriche del Pianeta, β, β', β'', le tre latitudini, l, l', l'' le longitudini eliocentriche della Terra, R, R', R'' le sue distanze dal Sole. Si cercano:

PRIMO

§. 70 Le ipotenuse B A, B' A', B'' A'', e i rispettivi loro angoli coll' eclittica. Siano δ, δ', δ'' le ipotenuse, γ, γ' γ'' gli angoli; sarà:

$$(1) \ldots \text{Tan.}\ \gamma = \frac{\text{tan.}\ \beta}{\text{tan.}\ (\alpha - l)}$$

Digitized by Google

$$(2) \ldots \frac{\tan.\,(\alpha - l)}{\cos.\,\gamma} = \tan.\,\phi$$

Le stesse si applicheranno al secondo e terzo triangolo.

SECONDO

§. 71. Ne' triangoli A D'' A', A' D A'', A D' A'' gli angoli D, D', D'', e i lati che li contengono. Indicheremo gli angoli colle lettere ε, ε', ε''; avremo:

$$(3) \ldots \text{Sen.}\,\tfrac{1}{2}\,\varepsilon \cdot \text{sen.}\,\tfrac{1}{2}\,(A'D + A''D) = \text{sen.}\,\tfrac{1}{2}\,(l'' - l')\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}\,(\gamma'' + \gamma')$$

$$(4) \ldots \text{Sen.}\,\tfrac{1}{2}\,\varepsilon \cdot \cos.\,(A'D + A''D) = \cos.\,\tfrac{1}{2}\,(l'' - l')\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}\,(\gamma'' + \gamma')$$

$$(5) \ldots \text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}\,\varepsilon \cdot \text{sen.}\,\tfrac{1}{2}\,(A'D - A''D) = \text{sen.}\,\tfrac{1}{2}\,(l'' - l')\,\cos.\,\tfrac{1}{2}\,(\gamma'' + \gamma')$$

$$(6) \ldots \text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}\,\varepsilon \cdot \cos.\,\tfrac{1}{2}\,(A'D - A''D) = \cos.\,\tfrac{1}{2}\,(l'' - l')\,\cos.\,\tfrac{1}{2}\,(\gamma'' - \gamma')$$

Dalle equazioni 3 e 4 si avrà $\frac{1}{2}\,(A''D + A'D)$ e sen. $\frac{1}{2}\,\varepsilon$, e dell' equazioni 5 e 6 si avrà $\frac{1}{2}\,(A'D - A''D)$ e cos. $\frac{1}{2}\,\varepsilon$. Quindi nel triangolo A' D A'' saranno noti i due lati A'' D, A' D e l' angolo ε. Applicando le stesse formole agli altri due triangoli se ne dedurranno similmente i rispettivi lati e angoli.

Digitized by Google

TERZO

§. 72 La differenza dei due archi B' A', B* A', o sia B' B*, che faccio = σ. Formola

(7) . . . tan. $(\delta' - \sigma) =$

tan. β sen. $(\alpha'' - l')$ — tan. β'' sen. $(\alpha - l')$

$$\left\{ \text{Cos. } \gamma' \left\{ \text{tan. } \beta \text{ cos. } (\alpha'' - l') - \text{tan. } \beta'' \text{ cos. } (\alpha - l') \right\} + \right.$$

$$\left. \text{sen. } \gamma' \text{ sen. } (\alpha'' - \alpha) \right\}$$

A rendere più semplice il calcolo di questa equazione si giova il Gauss di quattro altre equazioni ausiliarie che noi daremo infine.

QUARTO

§. 73 Le equazioni o formole ausiliarie onde simplificare i calcoli.

(8) . . . $\dfrac{\text{R sen. } \delta \text{ sen. } (A'' D' - \delta'')}{\text{R}'' \text{ sen. } \delta'' \text{ sen. } (A D' - \delta)} = a$

(9) . . . $\dfrac{\text{R}' \text{ sen. } \delta' \text{ sen. } (A'' D - \delta'')}{\text{R}'' \text{ sen. } \delta'' \text{ sen. } (A' D - \delta' + \sigma)} = b$

(10) . . . $\dfrac{1}{2 \text{ R}'^3 \text{ sen. } \delta'^3 \text{ sen. } \sigma} = c$

Digitized by Google

$$(11) \ldots \frac{\frac{b}{\cos. \sigma} - a}{\frac{b}{\cos. \sigma} - 1} = d$$

$$(12) \ldots \frac{\tan. \varphi - \frac{}{}}{\frac{b}{\cos. \sigma} - 1} = e$$

$$(13) \ldots \frac{R \text{ sen. } \delta}{\text{sen. } (A\,D' - \delta)} = x$$

$$(14) \ldots \frac{R'' \text{ sen. } \delta''}{\text{sen. } (A''\,D' - \delta'')} = x''$$

$$(15) \ldots \frac{\cos. (A'\,D - \delta)}{R \text{ sen. } \delta} = \lambda$$

$$(16) \ldots \frac{\cos. (A''\,D' - \delta'')}{R'' \text{ sen. } \delta''} = \lambda''$$

Tutte le formole finora calcolate converrà disporle in un quadro a due colonne. Nella prima si scriveranno le formole stesse, nella seconda i loro valori; dei quali basterà darne i logaritmi.

Digitized by Google

§. 74 Gli archi C' B' = z, C D' = ζ; C'' D' = ζ''; e le distanze r, r', r'' del Pianeta dal Sole nei tre rispettivi punti C, C', C''. Siano C' C'' = $2f$, C C'' = $2f'$ C C' = $2f''$; $r'r''$ sen. $2f = n$; rr'' sen. $2f' = n'$; rr' sen. $2f' = n''$, t il tempo dalla seconda alla terza osservazione, t'' l'altro dalla prima alla seconda, θ, θ'' i loro rispettivi prodotti nella costante 3548",1876; e $P = \frac{n''}{n} = \frac{t''}{t}$ prossimamente; $Q = 2\left(\frac{n + n''}{n'} - 1\right) r'^3 = \frac{\theta''}{\theta}$ prossimamente.

Nel primo calcolo non essendo determinati ancora i valori di n, n'', n' s' impiegano i valori approssimati di P e Q.

$$(17) \ldots \text{Tan.}\ \omega = \frac{e(P + a)}{P + d}$$

$$(18) \ldots Q\, c\ \text{sen.}\ \omega\ \text{sen.}\ z4 = \text{sen.}\ (z - \omega - \sigma).$$

Questa equazione non si può altrimenti risolvere, che supponendo diversi valori di z, ma pochi tentativi basteranno a trovarne uno che vi soddisfi; col quale per mezzo delle seguenti formole si avranno i valori dei lati C D', C' D' e le distanze r, r', r''.

$$(19) \ldots r' = \frac{R'\ \text{sen.}\ \delta'}{\text{sen.}\ z}$$

$$(20) \ldots \frac{n'r'}{n} = \frac{(P + a)\, R'\ \text{sen.}\ \delta''}{b\ \text{sen.}\ (z - \sigma)}$$

Digitized by Google

$$(21) \ldots \frac{n' r'}{n''} = \frac{1}{P} \cdot \frac{n' r'}{n}$$

$$(22) \ldots r \text{ sen. } \zeta = \frac{n' r'}{n} \cdot \frac{\text{sen. } \varepsilon}{\text{sen. } \varepsilon'} \cdot \text{sen. } (z + A' D - \delta') = p$$

$$(23) \ldots r'' \text{ sen. } \zeta'' = \frac{n' r'}{n''} \cdot \frac{\text{sen. } \varepsilon''}{\text{sen. } \varepsilon'} \cdot \text{sen. } (z + A' D'' - \delta') = p''$$

$$(24) \ldots x (\lambda p - 1) = r \cos. \zeta = q$$

$$(25) \ldots x'' (\lambda'' p'' - 1) = r'' \cos. \zeta'' = q''$$

Combinando ora le formole 22 e 23 colle altre due 24 e 25 da (22) $p = r$ sen. ζ con (23) $q = r$ cos. ζ si avrà l' arco ζ e la distanza r; da (23) r'' sen. $\zeta'' = p''$ con (25) r'' cos. ζ'', l' arco ζ'' e r'', e dalla formola (19) la seconda distanza r'.

SESTO

§. 75 Gli archi C' C'' $= 2f$; C C' $= 2f'$; C C'' $= 2f''$, e gli angoli che fanno i lati ζ, ζ'' coll' orbita C C'' del Pianeta. Nel triangolo C D' C'' essendo noti i due lati C D' $= \zeta$, C'' D' $= \zeta''$, e l' angolo D' $= q$, se si chiamino u'', u gli angoli D' C'' C, D' C C'' colle formole di Nepero si troverà sempre la base C C'' e gli angoli adjacenti u'', u. Ma noi recheremo le formole di Gauss come sopra si è fatto.

$$(26) \ldots \text{Sen. } f' \text{ sen. } \tfrac{1}{2} (u'' + u) = \text{sen. } \tfrac{1}{2} \varepsilon' \text{ sen. } \tfrac{1}{2} (\zeta + \zeta'')$$

Digitized by Google

(27) . . . Cos. f' cos. $(u'' + u) =$
cos. $\frac{1}{2}\varepsilon'$ sen. $\frac{1}{2}(\zeta - \zeta'')$

(28) . . . Cos. f' sen. $\frac{1}{2}(u'' - u) =$
sen. $\frac{1}{2}\varepsilon'$ cos. $\frac{1}{2}(\zeta + \zeta'')$

(29) . . . Cos. f' cos. $\frac{1}{2}(u'' - u) =$
cos. $\frac{1}{2}\varepsilon'$ cos. $\frac{1}{2}(\zeta - \zeta'')$

Dalle equazioni (26 e 27) si avrà $\frac{1}{2}(u'' + u)$ e sen. f', e dalle altre due (28 e 29), $\frac{1}{2}(u'' - u)$ e cos. f', quindi u'', u, e f'. Si troveranno gli altri due archi $2f$, $2f''$ colle formole:

(30) . . . Sen. $2f = r$ sen. $2f' \frac{n}{n'r'}$

(31) . . . Sen. $2f'' = r''$ sen. $2f' \cdot \frac{n''}{n'r'}$

I valori di $\frac{n}{n'r'}$ e $\frac{n''}{n'r'}$ sono già stati antecedentemente determinati.

§. 76. Eseguiti pertanto i calcoli a norma delle precedenti formole, dalle tre osservazioni date si avranno prossimamente gli archi C' C'', C C', C C'', e le rispettive distanze. Degli angoli u'', u ce ne serviremo in seguito. Quanto si è fatto non dovrà quindi riguardarsi che come una *Prima Ipotesi* da doversi verificare e correggere con altre. Prima però di passar oltre il Dottor Gauss propone che si correggano i tempi t, t'' dell' effetto dell' aberrazione della luce. E' necessario perciò di calcolare la distanza del Pianeta dalla Terra in ciascuna delle tre

Digitized by Google

osservazioni, moltiplicarla per 8'. 13", tempo che impiega la luce dal Sole a noi, e sottrarne i prodotti dai tempi delle tre osservazioni. Noi ci dispenseremo dal riportare le formole che si danno da Gauss a questo oggetto.

Seconda Ipotesi.

§. 77 Poichè gli errori della prima ipotesi non possono provenire che dai valori, solo approssimati, di P e Q, in questa seconda non si tratterà che di correggere questi valori medesimi. Pertanto con f, r', r'', θ per mezzo del problema XIV. si cerchi la quantità ivi indicata dalla lettera y, che quì segneremo colla lettera n; lo stesso si faccia coi valori f'', r, r', θ'', e sia $y = n''$. I nuovi valori di P e Q indicati da P' e Q' sono.

$$(32) \ldots P' = \frac{\theta'' n}{\theta n''}$$

$$(33) \ldots Q' = \frac{r^2 r' \theta \theta''}{r r'' n n'' \cos. f . \cos. f' . \cos. f''}$$

Se pertanto P e Q, impiegati nella prima ipotesi, fossero stati esatti, si avrebbe ora $P = P'$, $Q = Q'$; ma essi non erano tali, onde ne verrà $P - P' = X$; $Q - Q' = Y$. Si ricominci dunque il calcolo con P' e Q', che non si dovrà tessere che dal numero quinto in poi. Da questa seconda ipotesi ne risulteranno nuovi valori, più esatti de' precedenti, delle quantità r, r', r''; f, f', f''; n, n''. Con essi si calcolino le equazioni (32, e 33) e si avrà P'', Q''; se $P' - P''$, e $Q' - Q''$ non saranno quantità insensibili, converrà passare ad una terza ipotesi, e così successivamente sino che non sia $P' - P'' = 0$, e $Q' - Q'' = 0$. Ove saremo giunti a questo grado di precisione, saremo

Digitized by Google

sicuri, che le quantità che dipendono dagli ultimi valori di S e Q hanno tutta l'esattezza, di cui le osservazioni sono capaci. Quindi con r, r'', $2f$ e θ' dalle formole dal problema XIV., si ricaveranno i due semiassi, il parametro, l'eccentricità, l'anomalia media, il perielio, ed il movimento medio.

§. 78 A compimento degli elementi altro dunque non rimane a investigarsi, che l'Inclinazione dell'orbita all'eclittica, il nodo, e la distanza di questo dal Perielio. Sia Ω il nodo ascendente, Ω C sarà l'argomento di latitudine preso sull'orbita, e l'angolo L l'inclinazione all'eclittica. Ora nel triangolo Ω C A sono noti gli angoli C $= u$, A $= 180° - \gamma$, ed è noto il lato A C $=$ A D' $-$ C D' $=$ A D' $- \zeta$: si troverà quindi A $\Omega = h = l -$ lon. Ω, Ω C $= g$ e l'angolo I. Per questo calcolo si danno dal Dottor Gauss le seguenti formole.

(34) . . . Sen. $\frac{1}{2}$ I sen. $\frac{1}{2}(g + h) =$
sen. $\frac{1}{2}$ (A D' $- \zeta$) sen. $\frac{1}{2}(\gamma + u)$

(35) . . . Sen. $\frac{1}{2}$ I cos. $(g + h) =$
cos. $\frac{1}{2}$ (A D' $- \zeta$) sen. $\frac{1}{2}(\gamma - u)$

(36) . . . Cos. $\frac{1}{2}$ I sen. $\frac{1}{2}(g - h) =$
sen. $\frac{1}{2}$ (A D' $- \zeta$) cos. $\frac{1}{2}(\gamma + u)$

(37) . . . Cos. $\frac{1}{2}$ I cos. $\frac{1}{2}(g - h) =$
cos. $\frac{1}{2}$ (A D' $- \zeta$) cos. $\frac{1}{2}(\gamma - u)$

Dalle equazioni (34, e 35) si avrà $\frac{1}{2}(g + h)$ e sen. I, e dalle due (36, e 37), $\frac{1}{2}(g - h)$ e cos. I. Quindi h, g e I. Sottraendo h dalla longitudine del punto A si avrà la longitudine del nodo; e combinando g,

Digitized by Google

argomento di latitudine, coll' anomalia vera che si ha dai calcoli precedenti se ne dedurrà la distanza del Perielio dal nodo; l' esempio potrà vedersi in Gauss.

§. 79 Rimane ora che si diano alcune avvertenze, onde dirigere il calcolo con sicurezza, e scegliere tra le diverse osservazioni, che si potranno avere, le più opportune al vuopo.

1.° Converrà formare una figura, in cui le osservazioni siano convenevolmente rappresentate; la quale cosa riuscirà facilissima ove si abbia un globo innanzi agli occhi. Segnate su di esso le tre longitudini eliocentriche della Terra, e le tre geocentriche del Pianeta colle rispettive latitudini similmente geocentriche, con un arco di cerchio massimo si unisca il primo luogo eliocentrico della Terra col primo luogo della latitudine geocentrica del Pianeta, il terzo colla terza; e questi archi si prolunghino sino a che il primo incontri il secondo e il terzo, e il secondo il terzo solamente. Per tale maniera noi avremo la nostra figura, col soccorso della quale senza alcuna difficoltà potremo eseguire tutt' i calcoli del §. 70.

2.° Poichè due cerchii massimi s' intersecano in due punti, la formola (7) darà due valori della tangente di $(\delta - \sigma)$. Noi prenderemo sempre quello che dà la minima distanza tra B* e B', e ciò agevolmente si riconoscerà facendo attenzione alla posizione dei punti B*, e B' sul globo, lo che farà similmente vedere se il punto B' resti sopra o sotto di B B". Vi sono però due casi nei quali la posizione del punto B* resterebbe indeterminata; primo, se i quattro punti A, B, B', B" giacessero in uno stesso cerchio; secondo, se i punti B, B" coincidessero. Ma simili casi sono rarissimi, ed ove si presentassero, converrebbe scegliere altre osservazioni: e così ancora quante volte la direzione dei suddetti quattro punti si avvicinasse a quella di un cerchio massimo. In questo caso qualunque più piccolo errore sulle osser-

Digitized by Google

vazioni ne cagionerebbe uno grandissimo su i risultati ; e perciò si deve evitare ancora che i punti B , B'' non siano molto vicini . Il punto B* si può trovare in più altre maniere , ma noi non intendiamo dipartirci dalle formole di Gauss , e quì soggiugneremo le quattro equazioni ausiliarie col soccorso delle quali egli risolve la principale (7) sopra riportata .

(38) . . . Tan. β sen. $(\alpha'' - l') =$
tan. β'' sen. $(\alpha - l') = S$

(39) . . . Tan. β cos. $(\alpha'' - l') =$
tan. β'' cos. $(\alpha - l') = T$ sen. t

(40) . . . Sen. $(\alpha'' - a) = T$ cos. t

(41) . . . Tan. $(\delta' - \sigma) = \dfrac{S}{T \text{ sen. } (t + \gamma')}$

3.° L' arco Ω C C' C'', destinato a rappresentare la projezione nella sfera dell' orbe del Pianeta , si prende sempre dal nodo ascendente , e sempre passa tra i tre luoghi eliocentrici della Terra e i tre punti a cui nella sfera corrispondono le tre latitudini geocentriche del Pianeta , sia esso superiore o inferiore . La quale cosa non è difficile a concepirsi . Ne' Pianeti superiori , se sono verso l' opposizione , la loro distanza dalla Terra è minore della distanza dal Sole , e perciò non vi può essere difficoltà : se poi sono verso le congiunzioni , sebbene allora la Terra sia più lontana dal Pianeta che questo non sia dal Sole , poichè le projezioni sono in parti opposte della sfera , il luogo eliocentrico del Pianeta sarà sempre tra il geocentrico del Pianeta stesso , e l' eliocentrico della Terra . Ne' Pianeti inferiori , se sono nella congiunzio-

Digitized by Google

ne superiore, il luogo geocentrico resterà sotto dell' eliocentrico, e perciò tra l' eliocentrico della Terra e il geocentrico del Pianeta; se sono nella congiunzione inferiore, i due luoghi eliocentrico e geocentrico saranno in direzioni opposte, e perciò in questo caso ancora il luogo eliocentrico tra l' eliocentrico della Terra e il geocentrico del Pianeta. Si consultino le due figure 61, e 62.

4.° La formola (18) per l' indole sua di equazione di quarto grado, può dare quattro valori reali e diversi dell' incognita z. Ciò però non cagionerà alcuna difficoltà nella scelta della sola che può servire nella soluzione del problema principale. Poichè 1.° i valori negativi restano esclusi, come quelli che nell' equazione (19) darebbero il valore del raggio r negativo, lo che non può essere. 2.° $\delta - z$ deve essere una quantità positiva, siccome lo dimostra la figura. 3.° finalmente la posizione dei punti B* e B' sul globo farà conoscere quale de' valori positivi convenga adottare.

Più altre cose si avvertono dal Dottor Gauss, che riguardano diversi casi, nei quali o conviene fare qualche cambiamento nelle formole, o scegliere altre osservazioni. Ma oltrechè gli accidenti da lui preveduti sono rarissimi, ove le osservazioni siano ben segnate sul globo, sarà sempre facile a vedersi, se possano andar soggette a qualche difficoltà, e in questo caso, se vi sia riparo o se convenga rigettarle. Si dovrà però sempre procurare, che non siano nè troppo vicine, nè troppo lontane; poichè nelle une e nelle altre, i piccoli errori dai quali mai non vanno immuni, renderebbero i risultati poco sicuri. Gauss negli esempii che ne dà non ne ha impiegate nè a minor distanza di ventidue giorni, nè a maggiore di 70.

§. 80 Il metodo finquì esposto, per la speditezza non meno che per la sicurezza con cui da tre sole osservazioni si può risalire al primo abbozzo degli elemen-

Digitized by Google

ti di un' Pianeta qualunque, a ragione vuolsi riguardare come una delle più utili e più ingegnose invenzioni della moderna Astronomia. La felice applicazione che ne ha fatto il suo Autore non ne lascia alcun dubbio; mercè sua in brevissimo tempo è egli giunto ad assicurare per sempre agli Astronomi la conquista di quattro nuovi Pianeti. Se altri verranno a scoprirsene questo metodo potrà riuscire di uguale vantaggio. Non era pertanto permesso di non parlarne in questo nostro trattato, sebbene elementare; ma non ne abbiamo detto che quanto era necessario, onde valersene senza timore di smarrire la via. Qualunque però sia il suo merito, non dobbiamo lusingarci che esso solo possa bastare a recare a perfezione i suoi risultati. Perciò è necessario che ogni elemento venga separatamente considerato e esaminato; nè ciò può farsi altrimenti, che osservando sempre il Pianeta nelle sue opposizioni, e impiegando quelle nella verificazione di ciascun elemento in particolare, sù cui meno possono influire gli errori inevitabili dell' osservazione. Dopochè tutti gli elementi si saranno in tal modo ridotti a un certo grado di esattezza, e si avrà un gran numero di osservazioni, si potrà tentare di dargli l' ultima mano col metodo delle *equazioni di condizione*, che spiegheremo nel libro seguente.

Il Cavalier De Lambre ha rinvenuto un altro metodo, che similmente non dipende che da quattro osservazioni, ma fatte nelle opposizioni o nelle congiunzioni. In questo non è mestieri d' investigare le distanze del Pianeta dal Sole (che non è piccola fatica), bastando le sole longitudini vere, che si hanno senza difficoltà dalle opposizioni osservate. Per questa parte parrebbe quindi che fosse da preferirsi a quello di Gauss, nel quale conviene conoscere le distanze e le longitudini, nè le une possono giovare senza le altre. Ma il metodo di De Lambre non può impiegarsi che dopochè da gran tempo

Digitized by Google

si osserva il Pianeta, e nell' applicazione i calcoli non hanno mai fine. Sarà alquanto più semplice, ove si conosca prossimamente il tempo della rivoluzione, e in questo caso non saranno necessarie che tre longitudini. *Vedi Tom. II. dell' Astronomia di De Lambre pag.* 125.

ARTICOLO V.

Del principio della gravitazione universale.

§. 81 Poggia il sistema solare, anzi il mondano, sul solo ed unico gran principio della gravitazione universale. Dall' apparente moto diurno si ha il reale della Terra, da questo e da quello degli altri Pianeti ne risultano le leggi a cui essi vanno soggetti; e da queste leggi, la gravitazione universale, da cui tutto dipende l' ordine de' cieli. Questo principio, che ha in se il sommo vantaggio di potersi sottoporre al calcolo, presenta nelle conseguenze che ne vengono la più sicura prova della sua esistenza. Tutt' i fenomeni celesti da esso discendono, nè vi ha una sola delle molte ineguaglianze che in essi si osservano, che non ne derivi; anzi alcune, o solo congetturate, o troppo complicate, o troppo lente a manifestarsi, e le quali, o non mai, o solo dopo lungo giro di secoli, conosciute si sarebbero, a lui interamente si debbono. Della quale cosa noi ne abbiamo già dato più saggi in diversi luoghi dei libri precedenti e in particolare nel terzo, ove spiegati si sono i fenomeni della Precessione e della Nutazione, che senza questo principio sarebbero ancora inestricabili misterj. Di esso pertanto, che fin quì solo poteva supporsi, siamo ora in grado di darne la dimostrazione. Nè crediamo di poterne recare una più semplice e meglio ordinata di quella che ne dà il Sig. De La Place nella sua opera *Exposition du Systeme du monde*. Egli dopo di avere risoluto in-

Digitized by Google

due forze, *variabile* una, *costante* l' altra, il movimento ellittico dei Pianeti; considera la forza variabile 1.° nel Sole, 2.° nei Pianeti primarii, 3.° in tutta la materia e ne conchiude la legge unica, cui soggiace, 4.° dà un' idea dello sconcerto in generale, che dall' azione reciproca dei Pianeti gli uni su gli altri deve risultarne su i loro movimenti, 5.° accenna per quale maniera dall' attrazione si passi all' espressione generale delle rispettive masse dei Pianeti in quella del Sole, e tanto noi faremo in questo articolo.

I.

Risoluzione delle forze che ritengono i Pianeti nelle rispettive orbite loro.

§. 82 Si ha dalla meccanica 1.° Che un corpo non può descrivere un ellissi che in virtù di due forze diverse, delle quali una uniforme e tangente della curva nel punto, in cui trovasi il corpo, la quale in conseguenza tende mai sempre ad allontanarlo dalla curva medesima; la seconda variabile, e nella direzione del raggio condotto dal corpo ad uno dei due fuochi, verso cui di continuo lo sospinge in ragione inversa del quadrato del raggio istesso. La forza dunque che ritiene la Terra nel suo orbe intorno al Sole, è la risultante di due insieme impresse alla medesima. Se agisse la prima solamente, continuerebbe mai sempre la Terra a muoversi nell' immensità dello spazio colla stessa velocità, e nella medesima direzione; se agisse solamente la seconda, in breve tempo la Terra caderebbe nel Sole. Dalle due insieme viene costantemente impedita e dallo sfuggire per la tangente, e dal cadere nel Sole. Queste due forze sono in ogni punto diverse, ed a vicenda l' una influisce sull' altra, ora la tangenziale facendo crescere la centrale, ed

Digitized by Google

ora per questa diminuendo quella, secondo l' angolo che formano tra esse. Onde si rende chiaro che la forza tangenziale è uniforme in ogni punto, ma non già in ogni punto la stessa; cioè che in qualunque punto venisse a mancare la centrale, la Terra anderebbe per la tangente, sempre colla velocità medesima che aveva in quel punto:

§. 83 Ciò che si è detto della Terra deve similmente intendersi per gli altri Pianeti, pei loro Satelliti, e per le Comete. Tutti questi corpi sono dunque ritenuti nelle rispettive orbite loro dalle due anzidette forze, tangenziale e centrale, e tutti descrivono delle ellissi intorno al Sole, fuoco comune delle medesime.

§. 84 Si ha similmente dalla Meccanica, che se più corpi descrivono delle ellissi intorno ad un fuoco commune, i tempi delle rispettive rivoluzioni periodiche sono nella ragione delle radici quadrate dei cubi dei loro assi maggiori. Dunque i quadrati dei tempi periodici delle rivoluzioni dei Pianeti saranno come i cubi degli assi maggiori delle rispettive ellissi. Questa legge, che si è la terza di Keplero, è confermata da tutte le osservazioni, siccome si può vedere comparando tra di loro i cubi delle distanze medie di ciascun Pianeta coi quadrati dei tempi delle corrispondenti rivoluzioni.

§. 85 Chiamando D, d gli assi maggiori di due ellissi, T, t i tempi impiegati da due Pianeti a descriverle, sarà $T^2 : t^2 :: D^3 : d^3$; e poichè alle distanze D, d si ha per l' espressione delle forze F, f, $F = \frac{1}{D^2}$, $f = \frac{1}{d^2}$ sarà $D^3 : d^3 :: \frac{1}{\sqrt{(F^3)}} : \frac{1}{\sqrt{(f^3)}}$ Dunque fatto $D = d$ sarà ancora $F = f$. Dunque, supposti i Pianeti in riposo e ad uguali distanze dal Sole, caderanno nel medesimo in tempi uguali; nella guisa medesima che i gravi nel vuoto da altezze uguali cadono sempre in tempi u-

Digitized by Google

guali. Dunque la forza per cui ogni Pianeta viene spinto verso del Sole è proporzionale alla massa del Pianeta medesimo.

II.

Forza variabile considerata nel Sole.

§. 86 La forza con cui il Sole richiama verso il suo centro le Comete ed i Pianeti primarj, vi richiama similmente i secondarj, comunque le orbite di questi non siano intorno a lui. E veramente se i Pianeti secondarj non gravitassero nel Sole, i loro movimenti sarebbero ben diversi da quanto si osservano, e la Luna in particolare ben presto caderebbe sulla nostra Terra. Poichè girando essi intorno ai loro primarj nel tempo istesso che tutto il sistema è trasportato nello spazio intorno al Sole, il Pianeta primario rispetto ai secondarj deve essere in uno *stato* di riposo relativo: la quale cosa non può aver luogo se tutto il sistema non sia spinto verso il Sole.

I Pianeti primarj dunque, i secondarj, le Comete, e generalmente i corpi tutti, che in qualunque modo fanno parte del nostro sistema muovonsi intorno al Sole, e sono intorno a lui trattenuti da un' unica e sola forza, che conservandosi sempre la stessa prende mille e diverse forme, secondo le distanze a cui trovansi i corpi, su i quali spiega la sua azione. Si può quindi riguardare il Sole come il centro di questa forza, la quale estendendosi indefinitamente nello spazio, agisce imperiosamente su quanto è racchiuso nella sua sfera di attività. Le sue proprietà nettamente si raccolgono dalle tre leggi di Keplero, le quali dedotte essendo dalle osservazioni, e comparate coi principj della Meccanica, non lasciano luogo a dubbio. Dalla prima, che le aree sono proporzionali ai tempi, risulta pertanto che questa forza è costantemente diretta verso il Sole; dalla seconda della

Digitized by Google

figura ellittica delle orbite, ch' è in ragione inversa dei quadrati delle distanze; dalla terza, della proporzionalità tra i quadrati dei tempi periodici e i cubi dei grandi assi, che essa è la stessa in tutti, e quindi in ragione composta della diretta delle masse ed inversa dei quadrati delle distanze.

§. 87 Questa forza considerata nel Sole può chiamarsi *attrazione Solare*, e considerata nei corpi che ne sentono gli effetti, *gravitazione*. Se però dessa realmente sia nel Sole medesimo, il quale, con un meccanismo superiore all' intelligenza nostra, tragga a se e Pianeti e Comete; o se provenga da un impulso esteriore su i corpi medesimi, ella è cosa che nè si è intesa, nè s' intenderà giammai. Noi non abbiamo idea chiara che del movimento cagionato dall' urto scambievole dei corpi; ed in questo medesimo è tuttora un mistero come il moto passi da un corpo ad un altro. Comunque però da noi profondamente s' ignori e la natura delle forze in generale, e la natura di questa in particolare, il fatto è così certo e provato che non vi ha in fisica verità più certa e sicura.

§. 88 Una sola difficoltà può egli promuoversi contro di questa forza, la quale risguarda la legge della sua diminuzione in ragione dei quadrati delle distanze. Una tal legge suppone le orbite perfettamente ellittiche, e noi per verità non abbiamo ancora osservazioni così certe e sicure, per le quali dir si possa che non vi siano e non vi possano essere delle picciolissime differenze; tanto più che il movimento ellittico soffre di fatto delle alterazioni e perturbazioni dall' azione reciproca dei Pianeti gli uni su gli altri, siccome in seguito si dimostrerà. Può dunque questa legge non essere vera in tutto il rigore dell' espressione; ma se da essa la natura se ne allontana, la differenza è di sì poco momento, che, trascurata, non cagionerà mai alcun errore sensibile su i risultati. Giachè

Digitized by Google

secondo il calcolo del Sig. De La Place, aumentando di una sola decima millesima la potenza della distanza, a cui la forza è reciproca al quadrato della distanza, il movimento dell' apogeo sarebbe quattro volte circa maggiore di quanto si osserva, e quanto si osserva non è che di 1' circa per anno. E' sembrato a taluno che la semplicità di questa legge fosse una specie di argomento in di lei favore, fondato probabilmente su quel principio medesimo, per cui gli antichi non riconoscevano nella natura che movimenti uniformi e circolari. Ma senza ricorrere a congetture sì equivoche e fallaci, guidati dai fatti, che debbono essere mai sempre il solo fondamento delle nostre conclusioni, siamo sicuri che questa legge è per lo meno sommamente prossima alla verità, e che sino a che le osservazioni non provino evidentemente il contrario, di essa noi possiamo valerci, e risguardarla come se fosse rigorosamente esatta.

III.

Forza variabile considerata ne' Pianeti primarii.

§. 89 Dimostrata l' azione del Sole sui Pianeti, rimane ad investigare se i Pianeti medesimi siano dotati di una simile forza, e se questa agisca secondo la stessa legge come agisce quella. Il gran principio della reazione sempre uguale e contraria all' azione, abbastanza dimostra, che tutt' i corpi del nostro sistema, essendo attratti dal Sole, debbono attrarlo a vicenda, e che perciò non può dubitarsi che essi ancora non abbiano una forza per cui agiscono sul Sole secondo la stessa legge onde esso agisce su di loro. Ma questa forza risiede essa realmente in ciascun di loro, siccome risiede nel Sole? Riguardo a quelli che sono accompagnati da più satelliti, siccome Giove, Saturno, ed Urano, la cosa è evidente. Poichè,

Digitized by Google

sebbene la figura delle orbite de' loro satelliti non sia perfettamente ellittica, essendo nientedimeno i quadrati dei tempi delle rivoluzioni periodiche proporzionali ai cubi dei loro grandi assi, e giuocoforza che Giove, Saturno, ed Urano attraggano i rispettivi satelliti loro secondo l'enunciata legge della reciprocità de' quadrati delle distanze. E' dunque provato, che secondo la medesima legge, secondo la quale tutti i Pianeti principali gravitano nel Sole, i secondarj gravitano nei loro primarj. Perciò per questi tre Pianeti può stabilirsi che l'azione, che il Sole spiega su di essi, da essi a vicenda è spiegata su di quelli che gli girano intorno. Onde Giove, Saturno, ed Urano sono dotati di una forza simile a quella che risiede nel Sole.

§. 90 Non è difficile a provarsi la stessa verità rispetto alla Terra. Essa per verità non ha che un solo satellite, e quindi non possiamo valerci della terza legge di Keplero; e ne meno possiamo impiegare la seconda, essendo la figura dell'orbe lunare più prossima al cerchio che all'ellissi. Ma possiamo supplire alla mancanza di questi dati considerando ciò che provare dovrebbero i nostri corpi trasportati nella Luna, e comparando la loro caduta sulla nostra Terra col moto della Luna nell'orbe suo: i risultati saranno i medesimi. Un corpo da una grande altezza lanciato orizzontalmente con gran forza cade a grande distanza, descrivendo una curva sensibilmente parabolica. Se si aumenta la forza di projezione, la distanza a cui cade si fa maggiore, e supposta la tale onde il grave possa con essa percorrere in un minuto secondo 21584 piedi francesi, prescindendo della resistenza dell'atmosfera, non può ricader più sulla Terra, ma deve andare in giro intorno alla medesima a guisa di un satellite. Perchè un corpo così lanciato si trasformi nella Luna, basta innalzarlo sopra la Terra alla distanza di quest'astro, e comunicargli la velocità del medesimo.

Digitized by Google

Ora il corpo lanciato orizzontalmente non altrimenti cadendo descrive una parabola, se non se, perchè alla forza di projezione è sempre congiunta la gravità sua naturale, che ad ogn' istante lo spinge verso la Terra; e la quale, con poca differenza da non tenersene conto, si conserva la stessa così nel basso come nella sommità de' più alti monti. Se dunque si portasse un corpo ad altezze assai maggiori, se si trasferisse sino nella Luna, non si vede perchè la gravità ivi dovesse cessare. Se dunque un corpo terrestre trasportato nella Luna continuerebbe a gravitare verso la Terra, la Luna istessa, che pure è un corpo, graviterà verso la Terra, e questa gravitazione sua congiunta alla forza di projezione, da principio ricevuta, sarà ciò che la ritiene nell' orbe, che costantemente descrive intorno alla Terra; nella guisa medesima che la gravitazione de' Pianeti verso il Sole, ritiene i medesimi nelle rispettive orbite loro. Queste due forze, quella *cioè* che ritiene la Luna nell' orbe suo, e quella che ritiene i Pianeti nei loro orbi, sono della natura medesima. L' una e l' altra penetrano tutte le parti della materia, e le imprimono la stessa velocità; ad eguali distanze dal Sole i Pianeti abbandonati alla sola attrazione solare caderebbero nel Sole in tempi uguali, siccome nel vuoto da altezze uguali cadono in tempi uguali i corpi terrestri.

§. 91 Ma ciò che ad evidenza dimostra l' identità delle due succennate forze, egli si è, che basta diminuire la gravità terrestre in ragione del quadrato della distanza della Luna da noi, perchè il movimento della Luna nell' orbe suo presenti i fatti medesimi che si avrebbero se ivi trasportato fosse un corpo terrestre uguale in massa a quello della Luna. Si cerchi pertanto la caduta della Luna verso il centro della terra in 1", ossia quanto in 1" essa si allontana dalla tangente, per cui sfugirebbe dall' orbe suo, se trattenuta non vi fosse dalla forza centrale, si paragoni questo spazio con quello che

Digitized by Google

sulla Terra percorrerebbe un grave liberamente cadendo.

§. 92 La caduta della Luna in 1" è uguale al seno verso dell' arco descritto nel tempo medesimo. E' dunque necessario conoscere la distanza della Luna dalla Terra, onde valutare questo spazio. La distanza della Luna dipende dalla parallasse, e questa è diversa nei diversi paralleli terrestri. Per maggiore semplicità del calcolo si scelga il parallelo che corrisponde a 35.° 16' di latitudine; giacchè, così su questo come sulla Luna l' attrazione della Terra è in ragione della massa terrestre divisa pel quadrato della distanza dal centro di gravità della Terra medesima. Ora a 35.° 16' di latitudine la parallasse media spogliata da tutte le ineguaglianze si osserva di 56'. 55", 28, ed il raggio terrestre condotto da un punto di questo parallelo al centro di gravità della Terra, espresso in linee del piede Francese ha 9.4507906 per logaritmo, onde il log. della distanza della Luna dal centro di gravità della Terra = 11.2318o3. Perciò, essendo il senoverso di un' arco uguale al doppio del quadrato del seno della metà dell' arco medesimo, e l' arco descritto dalla Luna in 1" di tempo medio = 0,5490165 a ragione di 13.° 10'. 35" in 24^{h} medie; sarà il seno verso che si cerca = 0,604088 di linea. Ma questo spazio è affetto da diverse quantità, dalle quali conviene spogliarlo, onde si abbia il solo effetto dovuto all' attrazione della Terra.

1^{a}. *Correzione*. L' azione del Sole sulla Luna diminuisce la gravità di questa verso la Terra, e la diminuzione media nel corso di un mese lunare, siccome si dimostrerà trattando della Luna, risulta di una 358ma parte dell' intiera sua gravità. Dividendo per 358 lo spazio precedente, o caduta della Luna in 1", il quoto 0,001687 dovrà aggiugnersi a 0,604088 onde si avrà 0,$^{lin.}$605775.

2^{a}. *Correzione*. La Luna è spinta verso la Terra dalla somma delle forze e della Terra sulla Luna, e di

Digitized by Google

questa su di quella. Perciò l' altezza dovuta alla sola azione della Terra sarà un poco minore, e precisamente nella ragione della massa della Terra alla somma delle masse della Luna e della Terra. Giacchè i movimenti impressi a due masse diverse da una forza medesima, essendo in ragione inversa delle masse, si può supporre la massa della Luna congiunta a quella della Terra su cui si fa l' azione della Terra. Ora la massa della Luna è $\frac{1}{58,7}$ di quella della Terra, lo spazio o altezza precedente si dovrà diminuire nel rapporto di $\frac{58,7}{59,7}$; quindi la caduta della Luna per la sola azione della Terra sarà $0,^{lin}59563_0$.

§. 93 Si cerchi ora la caduta dei corpi sulla superficie della Terra a 35.° 16' di latitudine. Dalla lunghezza del pendolo essa risulta di 15'',0812 pel primo 1'' di tempo; la quale altezza sarebbe maggiore se la Terra non rotasse sul proprio asse. Conviene dunque accrescerla di quanto essa perde pel movimento diurno della Terra.

All' Equatore un corpo liberamente cadendo percorre $15,^{pie}0515$ in un 1'' di tempo medio, ed in egual tempo la Terra descrive un' arco di 15'',0411, il di cui seno verso è 0,052164; sarebbe dunque lo spazio percorso da un grave all' equatore senza la forza centrifuga di $15,^{pie}1037$; il quale è quindi diminuito di una 289^{ma} parte. Ma a diverse latitudini la forza centrifuga nel parallelo diminuisce come il coseno di latitudine, e nella direzione al centro come il quadrato. Dunque l' altezza $15,^{pie}0812$ che descrive un grave in un 1'' a 35.° 16' di latitudine deve aumentarsi nel rapporto del quadrato del coseno di 35.° 16', il cui numero naturale essendo 0,66667 sarà l' aumento $\frac{2}{3}$ di $\frac{1}{289}$ dell' intiera gravità, ossia $\frac{1}{433}$ di $15,^{pie}0812$ che è 0,0371. E' dunque l' altezza da cui caderebbe un grave a 35.° 16' per la sola attrazione del-

Digitized by Google

la Terra 15,pie1183. Si dica ora, come il quadrato della distanza dal centro di gravità della Terra dalla Luna, ossia come il quadrato del raggio terrestre diviso pel quadrato del seno della parallasse lunare al quadrato del raggio terrestre, così 15,pie1183 al quarto, che sarà l'altezza da cui un grave nella Luna caderebbe in un 1" per l'attrazione della Terra. Quest'altezza sarebbe dunque 0,lin5967; ma col calcolo, partendo dalla parallasse medesima si è trovato 0,lin5956, la differenza non è dunque che di 0,0011 di linea, la quale senza timore può rifondersi negli errori inevitabili delle osservazioni.

Egli è dunque evidente che la gravità o attrazione terrestre si è ciò che ritiene la Luna nell'orbita sua, e che questa forza agisce in ragione inversa dei quadrati delle distanze dal centro della Terra. Ciò pertanto che rispetto ai Pianeti accompagnati da più satelliti si è dedotto dalla terza legge di Keplero, riguardo alla Terra si dimostra comparando la libera caduta dei gravi col movimento della Luna nell'orbe suo.

§. 94 Mancano per verità prove dirette per estendere una simile verità ai Pianeti che non hanno Satelliti; ma l'analogia tra essi e gli altri è si grande che ben può tener luogo di dimostrazione. Tutti sono di figura sferica, lo che evidentemente dimostra, che le loro molecole sono riunite intorno ai rispettivi centri di gravità, verso li quali a distanze uguali debbono essere egualmente attratti. Se dunque ogni Pianeta attrae verso il suo centro le molecole ond'è composto, e quest'attrazione, ove può manifestarsi fuori del Pianeta medesimo, siccome in quelli che hanno Satelliti, agisce in ragione inversa dei quadrati delle distanze, ben può stabilirsi, che nella maniera medesima agisca in tutti, abbiano o non abbiano satelliti. Giacchè tutti sono simili in ogni altra proprietà e circostanza. Il Sole dunque ed i Pianeti dotati sono di una forza che a distanze diverse è sempre reci-

Digitized by Google

proca ai quadrati delle medesime. In virtù di questa forza i Pianeti primarj gravitano nel Sole, i secondarj nei loro primarj, e le parti di ciascuno verso i rispettivi loro centri. E poicchè la reazione è sempre contraria ed uguale all' azione, i pianeti secondarj debbono attrarre i primarj, gli uni e gli altri il Sole, e questo e quelli quanto è rinchiuso nelle rispettive sfere di attività.

IV.

Forza variabile comune a tutta la materia, e sue leggi.

§. 95 La forza centrale comune a tutt' i corpi celesti non è un risultato delle diverse parti, onde ciascuno è composto, nè dipende dalle loro forme: essa è propria e dell' intiere masse e di ciascuna delle sue particelle. Agiscono le masse le une sulle altre, e quest' azione non può separarsi dall' altra, dell' intiera massa sulle sue parti, di ciascuna parte sull' intiera massa, di ciascuna massa sulle altre masse, e loro parti, e reciprocamente. Se il Sole non agisse che sul centro della Terra, senza attrarre insieme ciascuna delle sue parti, le oscillazioni o movimenti delle acque de' mari sarebbero grandissime, e assai diverse da quanto si osservano. Parimenti, se, come i corpi tutti collocati alla superficie della Terra sono attratti verso il suo centro, essi non attraessero il centro medesimo a vicenda, anzi se una parte qualunque non attraesse le altre, come n' è attratta, la Terra non avrebbe centro di gravità, e pel peso dei corpi trasportata verrebbe nello spazio; lo che è contro i primi principj della meccanica. Si conchiuda dunque che comparati i fenomeni del nostro sistema colle leggi del moto chiaramente ne fluisce questo gran principio della natura che *le molecole tutte della materia reciprocamente si at-*

Digitized by Google

traggono in ragion diretta delle masse, ed inversa de' quadrati delle distanze.

§. 96 Varie questioni si possono quindi proporre, e 1.° Questo principio è esso una legge primordiale della natura, o l'effetto generale di una causa che da noi non si conosce? 2.° Si propaga istantaneamente o in tempo? 3.° Vi sono nei corpi celesti altre forze oltre l'attrazione? 4.° Come si può egli spiegare che la forza attrattiva sparisce tra i corpi di poca grandezza, e non si manifesta che nelle loro combinazioni? 5.° Si possono essi spiegare tutt'i fenomeni per la sola attrazione? A rispondere adequatamente a queste domande sarebbe necessario che a noi fossero note le intime proprietà della materia. Senza di ciò, che assolutamente è fuori dei limiti delle nostre forze, mai niente potremo avanzare di fondato e ragionevole. Limitiamoci quindi a considerare la gravitazione per quella parte semplicemente, per cui, mercè sua, possiamo salire alla spiegazione de' fenomeni, che ne dipendono. Supporremo pertanto coi Geometri. 1.° Che sia comune a tutte le più picciole molecole. 2.° Che sia proporzionale alle loro masse. 3.° Reciproca ai quadrati delle distanze. 4.° Che si trasmetta in un' istante. 5.° Che agisca egualmente sui corpi in quiete e sui corpi in moto.

V.

Perturbazioni de' movimenti ellittici dei Pianeti.

§. 97 Se non si consideri che l'azione reciproca di due corpi celesti, de' quali l'uno giri intorno dell'altro, il movimento ellittico non verrà punto turbato. Poicchè comunicando una velocità comune ad un sistema di corpi, i movimenti relativi dei medesimi rimangono i medesimi. L'attrazione dunque che il Sole esercita su di

Digitized by Google

un pianeta, e questo sul Sole, non turba il movimento ellittico del Pianeta intorno al Sole. E veramente se di tanto si allontani il Sole dal Pianeta di quanto realmente vi si avvicina per l'azione di questo, e nel Sole si supponga trasportata la massa del Pianeta, si avranno gli stessi movimenti come se il Sole fosse in riposo, e solo si movesse il Pianeta nel modo stesso, che realmente si muove; e sarà lo stesso nel caso ancora che il Sole ed il Pianeta trasportati siano di un movimento comune nello spazio.

§. 98 Ma l'azione riciproca di un Pianeta e del Sole è sempre affetta più o meno dall'azione degli altri pianeti. Quindi i movimenti ellittici non si possono conservare, quali si osserverebbero, se i Pianeti non ubbidissero che alla sola azione del Sole. I Pianeti adunque e le comete non si moveranno in orbite perfettamente ellittiche. I satelliti similmente turbati saranno ne' movimenti loro così dalla loro azione reciproca, siccome da quella del Sole. La figura sferica che avrebbero i Pianeti per l'attrazione reciproca delle loro molecole essendo mutata in sferoidica dalla rotazione su i loro assi; la risultante delle mutue loro forze non passa pel centro di gravità, e quindi alterate ne sono le posizioni primitive degli assi della loro orbite e poste in moto ancora le intersezioni delle une colle altre: in una parola tutto il sistema nostro prende di continuo nuovi aspetti. I movimenti dei Pianeti essendo pertanto considerati come se non provenissero che dalla sola azione del Sole, debbono offrire un prodigioso numero di ineguaglianze. Molte ne ha indicate l'osservazione, e molte ne sono state determinate col calcolo, ma il maggior numero rimane ad investigarsi ancora. La soluzione generale di un sì complicato problema è superiore alle forze attuali dell'analisi, ed i sforzi maggiori della medesima non sono giunti sino al presente che a spiegare quelle che si conoscono, ed a separa-

Digitized by Google

re dal numero infinito delle altre le più sensibili, assegnandone insieme i loro valori. Nelle quali ricerche sopra tutti si è distinto il Sig. De La Place colla sua grand' opera *Traité de Mécanique Céleste* in quattro volumi.

§. 99 L' azione in generale delle forze perturbatrici si distingue in due, delle quali la prima cade su gli elementi delle ellissi descritte dai Pianeti; la seconda sulle posizioni rispettive dei Pianeti medesimi, così tra di essi, come rispetto alla linea dei loro nodi, e loro Afelj. Quella non agisce che lentissimamente, ed i cambiamenti che cagiona sono prossimamente proporzionali ai tempi; ond' è che diconsi *secolari*. Questa cresce, decresce, e finalmente si ristabilisce col ritorno delle configurazioni medesime, e dicesi *periodica*. La secolare ha essa niente di meno il suo periodo ancora, ma lunghissimo, indipendente dalle configurazioni, nè ben noto nè dall' osservazione nè dal calcolo. Da questa divisione si ha intanto un modo facile, onde rappresentare così le ineguaglianze secolari come le periodiche. Si supponga un Pianeta che descriva un' ellissi, i di cui elementi vengano di continuo a variare per insensibili differenze; e si supponga insieme che il Pianeta medesimo oscilli intorno a se stesso in un' orbe picciolissimo, la di cui natura sia determinata dalle ineguaglianze periodiche. L' ellisse variabile esprimerà le ineguaglianze secolari, il picciolo cerchio le periodiche. Si ha un esempio di ciò ne' due movimenti supposti nel polo dell' Equatore, destinati a rappresentare la precessione media e la nutazione.

§. 100 Separando per tal maniera le forze perturbatrici, sono giunti i Signori La Place e La Grange a dimostrare che non tutti gli elementi delle orbite Planetarie sono variabili. Secondo i loro calcoli conservansi costanti i movimenti medj, ed i grandi assi, e solo variano gli altri cinque elementi. Le ellissi insensibilmente si allontanano, e si ravvicinano alla figura circolare, le ri-

Digitized by Google

spettive inclinazioni su di un piano fisso ora crescono ed ora diminuiscono; gli afelj si avanzano, e retrocedono i nodi. E tutte queste variazioni si fanno con tanta lentezza, che per più secoli si possono riguardare come proporzionali ai tempi, sebbene abbiano realmente un periodo. Per questa ricerca sono troppo imperfette le osservazioni antiche, che solo potrebbero giovarci, e la teoria non è bastevole, non conoscendosi le masse di tutt' i Pianeti, ma di quei soli che hanno satelliti.

§. 101 Ma non potendo noi ricavare dalla teoria il periodo delle poche ineguaglianze indicate dall' osservazione, e non conoscendo il maggior numero delle altre, che per la loro picciolezza non si sono ancora rese sensibili, si potrà per avventura domandare se il nostro sistema attuale si sia sempre conservato in uno stato simile al presente, o se in questo sia esso venuto per la complicazione di tante attrazioni diverse, i di cui effetti sembrano incalcolabili in tutta la loro pienezza ed estensione. Perciò riguarda le orbite, dimostra il Sig. De La Place, che esse sono sempre state, e saranno sempre prossimamente circolari: la qual cosa egli ricava e dall' essere le medesime puoco inclinate le une alle altre, e dall' essere i movimenti tutti d' occidente in oriente. Quindi i Pianeti, non tenendosi conto che della sola azione reciproca degli uni su gli altri, non sono mai stati comete, e le ineguaglianze loro sono ristrette entro certi limiti, che non possono oltrepassare; ond' è che il nostro sistema non fa che oscillare intorno ad un sistema medio, dal quale non si allontana che di una ben picciola cosa. Così l' Ecclittica non ha raggiunto nè raggiugnerà mai l' equatore, il massimo delle variazioni della sua inclinazione non essendo maggiore di 2° 45'.

Digitized by Google

Masse dei Pianeti.

§. 102 Spedita e facile si è la via, per cui dall' attrazione universale si sale alla determinazione delle rispettive masse dei Pianeti in quella del Sole. Si chiamino T, t i tempi delle rivoluzioni sideree di due Pianeti, R, r gli assi maggiori delle loro orbite, sarà per la terza legge di Keplero $T^2 : t^2 :: R^3 : r^3$, e per essere $F = \frac{1}{R^2}$, $f = \frac{1}{r^2}$, sarà $F : f :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$. Dunque la forza con cui un Pianeta è attratto dal Sole può generalmente esprimersi pel grand' asse dell' orbe del Pianeta diviso pel quadrato della sua rivoluzione siderea. Questa forza medesima, supposta la distanza = 1, sarà come il cubo del grand' asse diviso pel quadrato della rivoluzione siderea; ossia chiamando r il grand' asse, t il tempo, f la forza, $f = \frac{r^3}{t^2}$, poichè $\frac{1}{r^2} : 1 :: \frac{r}{t^2} : f$. Nella stessa maniera si dimostra che la forza, con cui un satellite è attratto dal suo Pianeta principale alla distanza R è $\frac{R}{T^2}$, e alla distanza = 1 è $\frac{R^3}{T^2}$. Collocati dunque alla medesima distanza, un satellite dal suo pianeta principale, ed il pianeta dal Sole, la forza con cui il pianeta attrae il satellite sta alla forza con cui il Sole attrae il Pianeta come $\frac{R^3}{T^2} : \frac{r^3}{t^2}$. Ma a distanze uguali le forze sono come le masse, dunque la massa del Pianeta alla massa del Sole $1 : \frac{R^3}{T^2} : \frac{r^3}{t^2}$. Perciò dividendo il secondo termine pel primo si avrà la massa del Pianeta espressa in quella del Sole = 1, cioè $M = \frac{\frac{R^3}{T^2}}{\frac{r^3}{t^2}}$, ossia il quoto della divisione

Digitized by Google

del cubo del grand' asse dell' orbe del Satellite pel cubo del grand' asse dell' orbe del Pianeta, moltiplicato pel quoto della divisione del quadrato della rivoluzione siderea del Pianeta pel quadrato della rivoluzione siderea del Satellite, darà la massa del Pianeta in parti di quella del Sole.

§. 103 Quindi 1° essendo $F : f :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$, sarà ancora $T^2 : t^2 :: Rf : rF$, e fatto $R = r$, $T^2 : t^2 :: f : F$. Crescendo dunque le forze diminuiscono i tempi delle rivoluzioni periodiche, e crescono le velocità rispettive dei Pianeti. Ora la forza che ritiene un Pianeta nell' orbe suo è uguale alla somma delle masse del Sole e del Pianeta: dunque dalla massa del Pianeta dipende il tempo della sua rivoluzione periodica. Siccome però il rapporto tra i cubi delle distanze, e i quadrati de' tempi è a un di presso il medesimo in tutt' i Pianeti, così egli ne viene, che le masse de' Pianeti rispetto a quella del Sole non sono che una ben picciola quantità.

§. 104. 2° La massa de' Pianeti che non hanno satelliti non potrà altrimenti definirsi che per mezzo di supposizioni, congetture, ed approssimazioni dedotte dalle variazioni secolari del nostro sistema, e comparate colle variazioni che debbono cagionarvi le masse che si conoscono. Così dalla diminuizione secolare dell' obbliquità, e dall' accelerazione del movimento medio della Luna, La Place ne ha ricavate le masse di Venere e Marte, e per quella di Mercurio, ha combinato insieme il suo volume con una densità ipotetica, la quale sta a quella della Terra, in ragione inversa delle rispettive distanze medie di questi due Pianeti dal Sole.

§. 105. 3° La densità di un corpo essendo proporzionale alla massa divisa pel volume, e nella sfera, pel cubo del raggio; dividendo le masse dei Pianeti, i di cui volumi sono prossimamente sferici, pei cubi de' rispetti-

Digitized by Google

vi loro raggi, si avranno le densità di ciascuno. Queste determinazioni saranno tanto più esatte, quanto maggiore sarà l'attenzione che si sarà posta nel correggere e stabilire i veri diametri dei pianeti, e nello scegliere il raggio più convenevole: delle quali cose altrove si parlerà.

§. 106. 4° Osservate da un Pianeta le parallassi medie di un suo satellite e del Sole, saranno le medesime in ragione inversa delle rispettive distanze medie. Se dunque si chiami P la parallasse media del satellite, p la parallasse media del Sole, e R, r le rispettive distanze, sarà $P : p :: r : R$ ossia $\frac{p}{P} = \frac{R}{r}$. Perciò la formola $M = \frac{R^3}{r^3} \times \frac{t^2}{T^2}$ può convertirsi in questa. $M = \frac{p^3}{P^3} \times \frac{t^2}{T^2} = \frac{p^3}{P^3} : \frac{T^2}{t^2}$.

§. 107. 5° Essendo la parallasse media del Sole osservata dalla Terra = 8,"8 = p; la parallasse della Luna = P = 57'.1"; la rivoluzione siderea della Terra = $365,^g256414 = t$, la rivoluzione siderea della Luna $27.^g7.^h43.'11" = 27,^g321655 = T$, sarà la massa della Terra rispetto a quella del Sole : : $\left(\frac{8,"8}{3421"}\right)^3 : \left(\frac{27,^g321655}{365,^g256414}\right)^2 = \frac{1}{328725}$. E poicchè la forza che ritiene la terra nel suo orbe rotatorio è uguale alla massa del Sole e della Terra, converrà per maggiore precisione aumentare il denomitatore di un' unità, onde sarà $\frac{1}{328726}$. Il Sig. De La Place partendo dalla caduta dei gravi sulla superficie della Terra ha trovato $\frac{1}{329630}$. Se la parallasse del Sole si faccia 8,"79 risulterà la massa della terra = $\frac{1}{329848}$ di quella del Sole, un puoco maggiore di quella del Sig.

Digitized by Google

De La Place, ma noi non possiamo ancora sì fattamente contare sulle osservazioni, onde decidere delle centesime intorno a questa quantità. In fine del libro seguente daremo le rispettive masse di ciascun Pianeta.

§. 108. 7° Supposto il peso di un corpo all' equatore della Terra = 1, si potrà trovare quanto il medesimo peserebbe all' equatore di ogn' altro Pianeta. Poichè determinati i diametri della Terra e del Pianeta alla distanza media della Terra dal Sole; se si dica, come sta la massa della Terra divisa pel quadrato del suo diametro (= 17,7) alla massa del Pianeta divisa pel quadrato del suo diametro; così l' unità al quarto; sarà questo il peso del corpo all' equatore del Pianeta. E se nella proporzione precedente al peso si sostituisca lo spazio, che all' equatore terrestre descrive un corpo nel primo secondo di tempo della sua caduta, si avrà lo spazio, che percorrerebbe in egual tempo all' equatore del Pianeta. Ma nell' uno e nell' altro caso si dovrà detrarre dai risultati quella parte, di cui essi debbono diminuire in ragione della rotazione de' Pianeti. Nel Sole il peso è 27 volte maggiore che sulla Terra, e lo spazio 27 volte similmente maggiore.

Digitized by Google

LIBRO V.

SISTEMA SOLARE.

§. 1 Avendo esaminati nel libro precedente i movimenti de' Pianeti in generale, e spiegati i metodi, onde determinare i rispettivi elementi delle loro orbite; passeremo in questo a parlare di ciascuno di essi in particolare, e prima del Sole, centro comune di tutti. Quanto verremo esponendo sarà diviso in due parti, secondo la divisione de' Pianeti medesimi in *Primarii*, e *Secondarii*, che insieme formano l' intero sistema solare.

PARTE PRIMA

DEL SOLE E DE' PIANETI PRIMARII.

ARTICOLO I.

SOLE.

§. 2 Le ricerche sul Sole riguardano il suo movimento sopra sestesso, e nello spazio; l' atmosfera che lo circonda, e i fenomeni che da essa possono venirne; le ipotesi, che i Pianeti non siano che sue emanazioni, o parti staccate dal suo corpo; finalmente il suo volume, la sua massa, e la sua distanza da noi. Il volume e la distanza dipendono dai rispettivi diametri del Sole e della Terra, veduti a vicenda l' uno dall' altro: il primo si ha dalla misura diretta, il secondo con più esattezza dai passaggi di Venere, che si spiegheranno a suo luogo. Con questi dati e colle leggi dell' attrazione si determina la massa, che già data abbiamo §. 107 del libro

Digitized by Google

precedente. Volume, massa e distanza si riporteranno in fine nel quadro generale dei primi sette Pianeti: quì dunque solo tratteremo del doppio movimento, e delle congetture sull' origine dei Pianeti.

Rotazione.

§. 3 Ben di rado avviene che osservando il Sole, anche con mediocri telescopj, non si veggano delle macchie sul suo disco. Attentamente esaminate presentano i seguenti fenomeni. 1.° La loro figura è irregolare, incostante il luogo, varia la grandezza: questa è talvolta maggiore assai di quella sotto cui dal Sole si vedrebbe la Terra. 2.° Se sono alquanto lontane dagli orli del Sole appajono circondate da una specie di penombra, involta in una luce assai viva, e maggiore di quella del rimanente del disco; se sono su gli orli stessi, o ai medesimi molto vicine si presentano a guisa di picciole linee in mezzo a fiammeggianti nuvolette; vanno crescendo come si avanzano sul disco, indi decrescono, e finalmente spariscono. 3.° Quando cominciano a mostrarsi sugli orli, per lo più sogliono presentarsi sotto la forma di fiammeggianti nuvolette, o voglionsi dire fiammelle, le quali talvolta non lasciano distinguere alcun tratto nero nel loro mezzo, comunque si vadano avanzando sul disco, e solo perdono di luce per rendersi finalmente invisibili, ricomparire in seguito, riacquistare il primo splendore, avvicinarsi all' orlo opposto, e sparire dietro lo stesso. 4.° Non durano lungamente; ma dopo essersi mostrate per più tempo ora in un luogo ed ora in un' altro, intieramente spariscono, ed altre ne sorgono non prima vedute. 5.° Il loro movimento apparente è sempre da sinistra a dritta, ossia da Levante a Ponente; in linea retta verso la fine di Novembre, e principio di Dicembre, e similmente dalla metà alla fine di Giugno;

Digitized by Google

in una ovale colla convessità rivolta verso il Nord in Febbrajo e Marzo; e verso il Sud in Agosto e Settembre. Le *fig.* 71, 72, 73, 74, presentano queste apparenze diverse. 6.° Questi fenomeni si rinnuovano in ciascun anno secondo l' ordine medesimo, e nella stessa maniera. 7.° Impiegano tutte 27 giorni circa a ritornare al luogo in cui da principio si sono osservate, ossia a fare un intiero giro sul corpo del Sole.

§. 4 Varie ipotesi si sono immaginate onde spiegare la natura di queste macchie. Vuole il Sig. Herschel ch' esse altro non siano che alcune picciole parti del nucleo interno del Sole, che da lui si suppone solido e oscuro, le quali di tratto in tratto rendonsi a noi visibili per accidentali squarciamenti delle nuvole lucide, che sempre galleggiano nell' atmosfera solare. Il Sig. De La Place pel contrario più verisimile giudicando, che tutto il Sole sia in uno stato di combustione, opina che le sue macchie debbansi ai continui torrenti di fuoco, che vomita dai suoi gorghi e voragini immense, della qual cosa i vulcani nostri possono presentarcene una qualche comunque picciolissima immagine. Altri le riguardano a guisa di scorie o nuvole oscure, che di mano in mano si vanno formando, e dissipando nell' immensa atmosfera Solare. Qualunque però sia l' origine delle macchie, che in nissuna di queste ipotesi è abbastanza indicata, voglionsi esse considerare come aderenti al Sole istesso. In ogni altra supposizione non si potrà mai rendere ragione, come dopo 27 giorni ritornino nel luogo istesso, in cui prima furono vedute, e come ne' tempi medesimi presentino sempre le stesse apparenze, e la stessa direzione ne' loro movimenti. Questi fatti necessariamente dipendono da una sola causa uniforme e regolare, nè altra possiamo immaginarne, che una rotazione uniforme e regolare del Sole istesso, che seco trasporta le macchie.

§. 5 Egli è un principio di ottica » che, quando

Digitized by Google

» l' occhio è fuori del piano e dell' asse di un cerchio » veduto da lontano, il cerchio si vede dall' occhio sot- » to la forma di un' ellissi, più o meno ristretta, secon- » do che l' angolo che fa il raggio visuale coll' asse è » maggiore o minore; se sia di 90°, o sia se l' occhio » sia nel piano del cerchio, esso apparirà come una li- » nea retta uguale al diametro; se sia o°, o l' occhio » si trovi nell' asse istesso sarà esattamente un cerchio ». E poicchè la projezione di un globo è sempre un cerchio, si potrà essa considerare come la sezione di un piano che passa pel centro del globo, e perpendicolare al raggio visuale. Applichiamo questi principj al Sole. Esso giace in mezzo dell' orbe nostro, dal cui piano è diviso in due emisferi uguali. L' occhio dunque che trovasi in questo piano vedrà il cerchio che divide l' emisfero superiore dall' inferiore sotto la forma di una retta, uguale al diametro apparente del Sole, ed il Sole sotto la forma di un cerchio, perpendicolare al piano di divisione. Le sezioni parallele al piano si vedranno sotto la forma di linee rette, e le perpendicolari al medesimo come tanti cerchj. Se dunque l' asse intorno al quale gira il Sole, seco trasportando le macchie, fosse o nel piano dell' ecclitica, o perpendicolare alla medesima, nel primo caso la projezione del cammino delle macchie sarebbe circolare, nel secondo rettilinea e parallela all' ecclitica in ogni tempo. Ma essa nè mai si osserva circolare, nè mai parallela al piano dell' ecclitica: dunque l' asse di rotazione è inclinato al piano dell' ecclitica medesima.

§. 6 L' asse di rotazione essendo inclinato all' ecclitica ossia al suo piano 1.° Il solo equatore solare sarà diviso in parti uguali dal piano dell' ecclitica, gli altri cerchj a lui paralleli lo saranno tutti inegualmente. 2.° Quando l' occhio sarà nel piano che passa per l' asse perpendicolarmente all' Ecclitica, se si trovi dalla parte verso cui è inclinato l' asse, vedrà la sola parte

Digitized by Google

inferiore così dell' equatore, come de' suoi paralleli; e quello e questi sotto la forma di semiellissi colle convessità rivolte verso mezzodì, il contrario sarà nel punto opposto. 3.° Quando l' occhio si troverà nel piano dell' equatore, l' equatore ed i suoi paralleli si vedranno come se fossero altrettante linee rette così da una parte come dall' altra, ma in direzioni contrarie, a cagione del movimento nostro intorno al Sole. Or tale si è il fenomeno, che a noi presenta il movimento apparente delle macchie. In Dicembre, e in Giugno il cammino delle macchie è in altrettante rette oblique all' ecclitica, le quali in Dicembre vanno da mezzodì a settentrione; e da settentrione a mezzodì in Giugno. *fig.* 71, 72: In Marzo e Settembre questo cammino medesimo si fa in forma di semi-ellissi; in Marzo colla convessità rivolta a Settentrione, ed a mezzodì in Settembre. *Fig.* 73, 74.

§. 7 Quindi ne siegue 1.° Che in Dicembre e in Giugno noi siamo nel piano dell' Equatore Solare; e in Marzo e Settembre nel piano condotto per l' asse perpendicolarmente all' ecclitica.

2.° La convessità della semiellissi in Marzo essendo in alto, e in Settembre nella inferiore parte del disco, l' inclinazione dell' asse è verso Ariete.

3.° Movendosi l' occhio intorno al Sole, ed il Sole sul suo asse, la projezione del cammino delle macchie non sarà mai rigorosamente nè una semiellissi, nè una linea retta; fuori de' punti nei quali l' occhio trovasi o nel piano dell' equatore o nel suo asse, le projezioni saranno diversamente inclinate al piano dell' ecclitica.

4.° L' ingresso delle macchie sul disco essendo sempre dalla parte di Levante, e la sortita da quella di Ponente, egli è chiaro, che il movimento di rotazione del Sole è da Occidente in Oriente, nella direzione cioè secondo la quale si fanno tutti i movimenti dei Pianeti. Noi non vediamo che la parte inferiore del Sole, l' emi-

Digitized by Google

sfero, cioè rivolto a noi. Se dunque il suo movimento rispetto a noi è d'oriente in occidente, il movimento vero di rotazione sarà di occidente in oriente: giacchè in un corpo che gira sù di un'asse, la direzione vera del movimento è sempre contraria all'apparente.

5.° La semplice ispezione della projezione, e dell'andamento delle macchie, non può darci che a un dì di presso gli elementi della rotazione Solare. Poicchè il ritorno di una stessa macchia al luogo medesimo in cui prima fu veduta è sempre incerto, e composto del movimento del Sole sul suo asse, e del nostro intorno al Sole; e l'apertura dell'ellissi, per determinare l'inclinazione dell'asse, è difficile a misurarsi, nè può mai aversi con esattezza. Il solo mezzo, da cui possiamo riprometterci una sufficiente precisione, si è di osservare e determinare colla maggiore diligenza tre luoghi diversi di una medesima macchia, e quindi ritrovare sul globo del Sole il cerchio che passa per essi, dalla cui posizione rispetto al polo dell'ecclitica, e dal tempo trascorso tra le tre osservazioni, si avranno i tre elementi che si cercano. La piena soluzione di questo problema non è delle più facili, nè delle più spedite. Noi la divideremo in più parti, ossia problemi.

PROBLEMA I.

Osservare e determinare sul disco del Sole il luogo di una macchia per un tempo dato.

§. 8 Si ha il luogo di una macchia sul disco del Sole, quante volte si conosce la differenza così in AR. come in Declinazione tra la macchia ed il centro del Sole. Il problema si riduce quindi a ritrovare questa differenza. Perciò 1.° Le osservazioni si facciano in Giugno o in Dicembre, nei quali mesi, il movimento della macchia essen-

Digitized by Google

do prossimamente in linea retta è il più rapido, ed il meno difficile ad osservarsi. La macchia sia delle meglio terminate. 2.° Giunto il Sole nel meridiano si osservi la differenza tra il passaggio della macchia, e dell' orlo del Sole più vicino alla medesima. 3.° Si osservi similmente la distanza dal Zenit della macchia, e dell' orlo settentrionale o meridionale del Sole alla macchia più vicino. 4.° Si misuri il diametro del Sole, come apparisce nel telescopio, ossia si cerchi di quanto il telescopio aumenta o diminuisce il diametro che si ha dalle tavole. 5.° Dal semidiametro del Sole osservato si sottragga la differenza de' passaggi della macchia, e dell' orlo del Sole più vicino. La medesima si riduca in parti dell' equatore, ossia in minuti e secondi contati sull' equatore, indi si moltiplichi pel coseno della declinazione del Sole. Il prodotto sarà la differenza in AR. tra il centro del Sole e la macchia. Se la differenza de' passaggi si sia presa coll' orlo occidentale, l' AR. della macchia sarà minore di quella del Sole, il contrario nell' altro caso. 6.° Dalla distanza dal Zenit maggiore si sottragga la minore, e si avrà la distanza della macchia dall' orlo boreale o australe del Sole, secondo che la distanza dall' orlo osservato sarà minore o maggiore della distanza dal Zenit della macchia. La differenza tra la distanza della macchia da uno de' due orli del Sole, ed il suo semidiametro osservato, darà la distanza della macchia dal centro del Sole.

Digitized by Google

PROBLEMA II.

Data la differenza in AR.ta e in Declinazione tra la macchia ed il centro del Sole, trovare 1.° L' angolo che fa la retta condotta dal centro del Sole alla macchia col paralello all' equatore. 2.° La grandezza di questa retta. 3.° L' angolo che essa sottende al centro del Sole.

§. 9 Sia (*fig.* 75) S il centro del disco apparente K A E B del Sole; M il luogo della macchia; K E un parallelo all' equatore della sfera, in cui si osserva; S L la differenza data in AR.ta ed L M l' altra in declinazione. Ciò posto si dica

1.° .... S L : L M : : 1 : tan. L S M = $\frac{L M}{S L}$, fatto 1 = al raggio.

2.° .... Sen. ang. S : 1 : : L M : S M = $\frac{L M}{\text{sen. S}}$.

§. 10... 3.° S M preso sul disco apparente del Sole essendo la projezione o il seno di un' arco del globo Solare, il cui centro è il centro stesso del Sole, si avrà l' arco del globo solare che corrisponde ad S M, dicendo: il raggio solare delle tavole, diminuito di 4" per l' irradiazione, al seno totale = 1; come la lunghezza S M, al seno dell' arco che gli corrisponde: ossia chiamando α il raggio solare delle tavole, $\alpha - 4''$: sen. 90° (= 1) : : S M : al quarto = $\frac{S M}{\alpha - 4''}$ = al seno dell' angolo sotto cui un' osservatore collocato nel centro del Sole vedrebbe la macchia lontana dal paralello all' equatore.

§. 11 Il lato S M essendo determinato dai due raggi, che dalla terra vanno al centro del Sole e della macchia; l' arco trovato $\frac{S M}{\alpha - 4''}$ sarà un poco maggiore

Digitized by Google

del vero angolo, sotto cui dal centro del Sole si vede la macchia. L' eccesso è picciolissimo, e prossimamente uguale all' angolo, che i raggi medesimi formano alla terra. S M si potrà quindi considerare come tangente di quest' angolo, ed uguale al medesimo. Perciò dall' angolo $\frac{S M}{\alpha - 4''}$ si dovranno sottrarre tanti minuti e secondi quanti ne contiene S M, ed il residuo sarà l' angolo sotto cui dal Sole si vede la macchia rispetto al parallelo della sfera dell' osservatore.

PROBLEMA III.

Dato l' arco sotto cui dal Sole si vede la distanza della macchia dal parallelo, e l' angolo che esso fa col parallelo medesimo, trovare la latitudine e longitudine eliocentrica della macchia.

§. 12 Sia S (*fig.* 76) il centro del Sole, P Q G E il suo globo, su cui in P corrisponde il Polo dell' Ecclitica, e in D quello dell' equatore; sia ancora H I una porzione dell' Ecclitica, Q E una porzione del parallelo all' equatore nella sfera dell' osservatore, T il luogo della macchia, T S l' arco dato, ossia l' arco sotto cui dal centro del Sole appare la macchia rispetto alla terra; e Q S T l' angolo che T S fa col parallelo Q E, ossia l' angolo dato. Si conduca per P un cerchio di latitudine alla macchia, e si consideri il triangolo K S T, formato dall' arco T S, dal cerchio di latitudine, che incontra in K l' Ecclitica, e dall' arco S K.

§. 13. . . . 1.° Se dall' angolo T S G, complemento a 90° dell' angolo A S T, si sottragga l' angolo di posizione D S P, il residuo T S L sarà complemento a 90° dell' angolo K S T. Nel triangolo K S T si conosce dunque l' angolo in S, il lato T S, e l' angolo in K retto.

Digitized by Google

Sarà quindi sen. T K = sen. T S . sen. K S T; e tan. K S = tan. T S . cos. K S T.

§. 14. . . . 2.° Conosciuti K S e T K, se a 90° si aggiunga, o da 90° si sottragga K T, il residuo o la somma sarà la distanza eliocentrica della macchia dal polo P; e se alla longitudine del Sole accresciuta di 180.° si aggiunga, o da essa si sottragga K S, si avrà la longitudine eliocentrica cercata.

§. 15. . . . 3.° Si aggiunge K S alla longitudine della Terra quando la macchia è all' occidente, e si sottrae quando è a Levante del centro del Sole rispetto all' osservatore. La maggiore difficoltà consiste nel distinguere i casi, nei quali l' angolo di posizione si deve aggiugnere o sottrarre dall' angolo T S G: nella figura si deve sottrarre, ma in più altri casi deve aggiungersi. Più regole sogliono darsi a quest' oggetto, ma il più sicuro mezzo si è di formare una figura, che rappresenti il luogo in cui fu osservata la macchia, l' angolo di posizione, e le altre linee che si convengono.

PROBLEMA IV.

Date le longitudini e latitudini eliocentriche di tre luoghi di una medesima macchia; trovare il Polo dell' equatore Solare, la sua distanza dalla macchia, ed il luogo del nodo.

§. 16 Sia E (*fig. 77*) il punto del globo solare, a cui corrisponde il polo dell' ecclitica, P il polo di rotazione; M, A, C i tre luoghi osservati della macchia, pei quali s' intendono condotti gli archi M A, A C, M C di cerchio massimo. Per le condizioni del problema sono noti i lati M E, A E, C E; sono similmente noti gli angoli M E A, A E C; ed M P = A P = C P. Si cerca l' angolo C E P = alla longitudine del Polo; E P misura dell' inclina-

Digitized by Google

zione dell' Equatore solare all' Ecclitica; e P C distanza della macchia dal polo P.

§. 17 Passando il cerchio di latitudine M E dal luogo M della macchia successivamente negli altri due A, C, il triangolo P E M si converte 1.° in P E A, indi in P E C, e P E A in P E C; conservando sempre i nuovi triangoli due lati uguali a due lati del primo triangolo, o del triangolo precedente. Perciò dalle analogie finite del Cagnoli si potranno sempre trovare gli angoli M, A, C, e l' angolo P E C. Determinate queste quantità nel triangolo P E C saranno noti gli angoli E, C, ed il lato compreso E C: si potrà quindi ricavarne il valore de' due lati E P, C P; e poicchè l' angolo P E C si è già trovato, si ha quanto si domanda nel problema.

§. 18 Nella ricerca di queste quantità si procede nel seguente modo. 1.° Ritenute le lettere M, A, C per indicare i tre angoli che vi corrispondono, e facendo M E $= a$, E A $= b$, E C $= c$, l' angolo M E A $= p$, A E C $= q$, M E C $= r$, P E C $= s$; colle analogie del Sig. Cagnoli n. 1293 e 1288 si avrà

1.° Tan. $\frac{1}{2}$ (M + A) $= \frac{\text{sen. } \frac{1}{2}(a-b) \text{ cot. } \frac{1}{2} p}{\text{sen. } \frac{1}{2}(a+b)} =$ tan. g

2.° Tan. $\frac{1}{2}$ (M + C) $= \frac{\text{sen. } \frac{1}{2}(a-c) \text{ cot. } \frac{1}{2} r}{\text{sen. } \frac{1}{2}(a+c)} =$ tan. h

3.° Tan $\frac{1}{2}$ (A + C) $= \frac{\text{sen. } \frac{1}{2}(b-c) \text{ cot. } \frac{1}{2} q}{\text{sen. } \frac{1}{2}(b+c)} =$ tan. k

4.° Tan. $(s + \frac{1}{2} q) = \frac{\text{tan. } \frac{1}{2}(\text{A} + \text{C}) \text{ tan. } \frac{1}{2} q}{\text{tan. } \frac{1}{2}(\text{A} - \text{C})} =$ tan. α

Ora $\frac{\text{A} + \text{C}}{2} = k$, $\frac{\text{A} - \text{C}}{2} = g - h$, e perciò

Tan. $(s + \frac{1}{2} q) =$ tan. k . cot. $(g - h)$ tan. $\frac{1}{2} q =$ tan. α

Digitized by Google

onde $s + \frac{1}{2} q = \alpha$. E poicchè $\frac{1}{2} q =$ alla metà della differenza tra la terza e la seconda longitudine eliocentrica della macchia, facendo la terza $= z'''$, la seconda $= z''$, sarà $s = \alpha - \frac{z''' - z''}{2}$, a cui aggiungendo la terza longitudine ossia z''', si avrà la longitudine del Polo dell' equatore solare $= \alpha + \frac{z''' + z''}{2}$. La medesima aumentata di 90° darà la longitudine del nodo solare.

§. 19. 2° Nel triangolo P E C sono noti gli angoli P E C, P C E, ed è noto il lato compreso E C. P E C $= s$, P C E $= \frac{M + C}{2} + \frac{A + C}{2} - \frac{M + A}{2} = k + h - g = \nu$; quindi fatto $\frac{s + \nu}{2} = \mu$, $\frac{s - \nu}{2} = \rho$ ed il lato E C $=$ c, dalle anologie di Nepero si ha tan. $\frac{P C - P E}{2} = \frac{\text{tan.} \frac{c}{2} \cdot \text{sen.} \rho}{\text{sen.} \mu} =$ tan. x

tan. $\frac{P E + C P}{2} = \frac{\text{tan.} \frac{c}{2} \cdot \text{cos.} \rho}{\text{cos.} \mu} =$ tan. y, onde

sarà P E $= y - x$, e P C $= x + y$.

Questa soluzione è del Sig. Cagnoli §. 1671 della sua trigonometria. Essa è la più semplice e la più spedita di quante sin' ora ne sono state publicate, nè altro richiede nell' applicazione ai casi particolari che un poco di attenzione sulle regole dei segni +, e −.

PROBLEMA V

Data la longitudine e latitudine eliocentrica di una macchia colla sua distanza dall' equatore solare, e dato il luogo del nodo, trovare l' AR.ta di detta macchia.

§. 20 Sia E C (*fig.* 78) una porzione dell' ecclitica, A E un' altra porzione dell' equatore solare, E il luogo del nodo,

Digitized by Google

S quello della macchia, S B la sua latitudine eliocentrica, E B la longitudine contata dal nodo; ed S A la declinazione, ossia la distanza della macchia dall' equatore solare. Si cerca A E, che corrisponde alla longitudine e latitudine data. Nel triangolo S B E si ha cos. S E = cos. S B . cos. B E; e nel triangolo S A E, cos. S E = cos. S A . cos. A E; perciò cos. A E = $\frac{\text{cos. S B . cos. B E}}{\text{cos. S A}}$, ossia cos. AR.ta = $\frac{\text{cos. (Long. — Ω) cos. Latit.}}{\text{cos. Declin.}}$.

§. 21 Si può cercare l' AR.ta della macchia senza impiegare la sua declinazione, impiegando l' angolo d' inclinazione dell' equatore coll' ecclitica. In questo caso il calcolo è lo stesso di quello che si fa per trovare l' AR.ta di un astro, di cui sia nota la longitudine, e la latitudine.

§. 22 *Coroll.* Trovata l' AR.ta della macchia, che corrisponde a ciascuno de' suoi tre luoghi osservati, se ne ricava immediatamente la durata della rotazione Solare. Siano A, A', A'' le Ascensioni rette che corrispondono alle tre longitudini della macchia, t = al tempo trascorso tra la prima e la seconda osservazione, e T = all' altro tra la seconda e la terza. Si dica

A' — A : 360° : : t : al tempo cercato della rivoluzione solare: si può dire ancora A'' — A : 360° : : T + t : al quarto.

§. 23 Per determinare con precisione gli elementi della rotazione solare richiedonsi osservazioni della massima esattezza, e tali, che peravventura sorpassano la sagacità de' sensi, e l' attuale perfezione degli stromenti. Il solo errore di 0",25 di tempo sul passaggio della macchia pel filo verticale del telescopio, può cagionarne uno di mezzo grado sull' AR.ta Se a ciò si unisca la somma difficoltà, che nasce dalle macchie medesime, le quali di rado assai sono ben terminate, e spesso mutano di figura

Digitized by Google

durante il corso delle osservazioni, quanto crescerà mai l' incertezza dei risultati? E veramente osservazioni diverse comunque esattissime, e calcolate colla maggiore diligenza, danno generalmente elementi molto diversi. Il Sig. Cagnoli avendo sottoposto al più rigoroso esame cinquanta e più osservazioni, si è finalmente trattenuto a tre, le quali nondimeno presentano delle non picciole differenze. Il medio di esse da i seguenti elementi pel 1780. ☊ . . . 8.^{s} 13° ... Incl. . . 7.° 50' ... Rotaz. 25.$^{gior.}$ 12.^{h} 12'

§. 24 Nel centro del nostro sistema essendo collocato il Sole, al piano del suo equatore sarebbe convenevole che si rapportassero i piani delle orbite di tutt' i Pianeti. Ma quanto si è detto sull' incertezza dell' esatta posizione di questo piano abbastanza dimostra, che sì fatta comunque giustissima innovazione non è punto praticabile. Ma se però gli elementi della rotazione solare non sono per questa parte di uso alcuno, possono servire per più considerazioni e conseguenze spettanti alla formazione e disposizione del nostro sistema cosmologico.

Movimento di translazione del Sole.

§. 25 Se il Sole ruota su di un' asse, come sinora si è dimostrato, egli ne viene che deve insieme avere un moto di translazione nello spazio assoluto. Poicchè secondo i principj di meccanica un corpo in quiete non può acquistare un movimento di rotazione, se la direzione della forza che lo ha posto in moto non passi fuori del centro di gravità; e passando fuori si risolve in due, delle quali una perpendicolare ad un' asse, e l' altra diretta al centro. Dalla prima si ha il moto di rotazione, e dalla seconda di necessità deve venirne un' altro di traslazione. Può aversi il moto di translazione senza quello di rotazione, ma il secondo non può ottenersi se non accompagnato dal primo. Avendo dunque

Digitized by Google

il Sole un moto rotatorio deve insieme di continuo mutar di luogo assoluto; e poicchè i Pianeti fanno con lui un solo sistema, essi ancora e tutto il sistema passerà successivamente da luogo a luogo nello spazio assoluto. Noi sappiamo prossimamente lo spazio che percorre una macchia in 25 giorni, se egualmente ci fosse nota e la quantità e la direzione della forza secondo cui da principio si fece l'impulso, non sarebbe difficile conchiuderne il movimento di traslazione. Ma e l'uno e l'altro di questi dati è superiore a qualunque nostra investigazione. Niente si può quindi stabilire, e solo può formarsi qualche congettura.

§. 26 Riguardo ai Pianeti noi conosciamo e lo spazio che ciascun punto della loro superficie ruotando descrive, e quello che nel tempo medesimo percorre il Pianeta nel suo orbe proprio. Un corpo situato all'equatore terrestre in forza della rotazione percorre in 24 ore 9000 leghe, e nella sua orbita si avanza la terra nel tempo medesimo per 132222000. Il movimento di rotazione rispetto alla terra è dunque di $\frac{1}{14691}$ di quello di translazione. Se questo rapporto si trasporti al Sole, il di cui raggio è 112 volte maggiore di quello della terra, e si diminuisca il movimento di traslazione nella ragione di 1 : 25 sarà ancora di 600 milioni di leghe in 25 giorni, e di 21600 milioni in un'anno; spazio sei mila e più volte maggiore della distanza nostra dal Sole. Questa supposizione non è certamente ammissibile, e similmente non lo è altra qualunque: giacchè per quanto picciolo voglia farsi il movimento di traslazione, deve sempre avere un certo rapporto finito coll'altro di rotazione, il quale è di un milione di leghe in 25 giorni. Ora nel caso ancora che non si volesse dare che questo movimento stesso in traslazione nel corso di un'anno, il medesimo si dovrebbe render sensibile nella relativa posizione

Digitized by Google

delle Stelle . Quelle verso cui si avanza il Sole dovrebbero allontanarsi rispetto a noi , e rapprossimarsi le altre dalle quali si discosta . Si dovrebbe quindi osservare una non picciola differenza tra le posizioni nostre delle stelle , e quelle di Ticone , e di Flamstedio , ed assai più quando si volesse risalire ai tempi di Timocari e di Aristillo . Nè giova il dirsi , che realmente un fatto simile è abbastanza indicato dal così detto *movimento proprio delle Stelle* . Poichè , come già dimostrato abbiamo nel libro III §. 76 , un tale movimento non può in alcun modo conciliarsi con qualsisia traslazione da luogo a luogo , che voglia supporsi nel Sole . Con ogni ragione si può quindi conchiudere che o il movimento rotatorio del Sole non deve la sua origine all' azione di una forza esterna , o che questo movimento , qualunque esso sia , se seco ne porta un' altro di traslazione , questo secondo è comune a tutte le stelle , le quali insieme col Sole muovonsi intorno ad un centro comune , conservando sempre tra esse e col Sole le stesse rispettive distanze . Questa ipotesi è stata avanzata da più Filosofi , e particolarmente sostenuta dall' autore della Filosofia della Natura , e del Mondo Primitivo .

Congetture sull' origine del sistema Solare .

§. 27 Esaminando e attentamente discutendo i movimenti , le posizioni , le grandezze , ed ogn' altro fenomeno di tempo , spazio e moto , che ci offre e ciascuno in particolare , e l' intiero complesso in generale de' corpi che formano il nostro sistema , dopo lunga serie di secoli , dopo immense fatiche , siamo giunti finalmente a conoscere e stabilire il gran principio su cui poggia questa sorprendente prodigiosa machina . Si sono quindi conchiuse le leggi secondo le quali debbono agire e ciascuna parte da se , e tutte insieme ; stabiliti i metodi per definire

Digitized by Google

per un' istante qualunque, passato presente o futuro, i luoghi diversi che debbono occupare gli uni rispetto agli altri: le apparenze che debbono risultarne; e finalmente si è indicata la maniera di rilevarne le vere distanze, le masse, i volumi, e quanto si potrebbe desiderare in una machina che fosse sortita dalle stesse mani nostre. Sì oltre siamo andati, che meglio decide l' Astronomo de' movimenti celesti, che non possa rispondere il migliore meccanico di un' opera sua propria. Monumento più illustre, più grande non poteva inalzare a se stesso l' ingegno umano. Egli è giunto ove mai non avrebbe potuto lusingarsi di pervenire. Pretendere ora di passare più oltre, immaginarsi di poter risalire al momento in cui Natura ordinò e dispose opera sì stupenda, voler conoscere i mezzi de' quali si valse, e segnare la strada che tenne nella sua grand' opera, egli si è voler vagare per l' immensa sfera del possibile, nella piena sicurezza di mai non cogliere nel vero; un delirio si è di nostra mente. Niente di meno e gli antichi e i moderni hanno osato abbandonarsi in questo pelago senza confini.

Vano egli è richiamare dall' oblivione e dalla oscurità quanto su di ciò fu sognato dall' antichità: le sue opinioni non sono, che o paradossi o errori, che le cognizioni della moderna filosofia han pienamente distrutto, o pure e prette ipotesi prive affatto di fondamento e di qualsisia verosimiglianza. Lo stesso sarebbe delle congetture de' moderni, se dai gran nomi di Buffon e la Place non fossero esse sostenute, i quali coi loro talenti superiori hanno saputo conciliarle certa quale apparenza di probabilità.

§. 28 Buffon nelle sue Epoche della Natura considerando i movimenti de' pianeti, i quali sono tutti di occidente in oriente, in piani che passano pel Sole, e poco inclinati gli uni rispetto agli altri, ne ha conchiuso che per avventura non debbono questi corpi la loro ori-

Digitized by Google

gine che ad un torrente di materia ardente, staccata dal Sole, e fuori spinta dall' urto di qualche cometa. L' osservazione ci assicura che tra le comete, alcune talmente si avvicinano al Sole, che quasi lo radono, e che altre verosimilmente precipitano in esso. Non è dunque improbabile che realmente una Cometa abbia potuto staccare diverse parti del corpo Solare, e spingerle fuori del medesimo a distanze diverse. In questo caso combinandosi nelle parti separate la forza di projezione colla gravità, esse han dovuto concepire un movimento intorno al Sole nella direzione medesima della rotazione di quest' Astro. Succesivamente si è estinto il fuoco, diminuito il calore, e le diverse parti ruotando si sono serrate in globi, e convertite finalmente in corpi solidi ed opachi, quali sono i Pianeti primarj e secondarj, che noi conosciamo. Tale si è l' origine del nostro sistema secondo il Buffon.

§. 29 Osserva il Sig. de La Place che il nostro sistema ci presenta cinque fenomeni ben distinti ed assai rimarchevoli. 1.° I movimenti de' Pianeti primarj sono tutti in piani poco diversi, e nella medesima direzione. 2.° I movimenti de' secondarj sono simili a quei de' primarj. 3.° La rotazione di questi corpi diversi e del Sole è nello stesso senso degli altri movimenti. 4.° L' eccentricità delle orbite de' Pianeti e de' loro Satelliti è picciolissima. 5.° L' eccentricità dell' orbite delle comete è grandissima, e grandissima la differenza tra le inclinazioni de' loro piani col piano dell' equatore Solare. Ora che quaranta ed uno corpo, quanti attualmente ne contiamo nel nostro sistema, aventi masse e volumi diversi, posti a distanze diversissime gli uni dagli altri, tutti cospirino ne' loro movimenti di traslazione e di rotazione a dirigersi verso la stessa parte, tutti siano collocati in piani poco diversi, e tutti descrivano prossimamente de' cerchj intorno al Sole, egli non sembra certamente che possa riguardarsi come l' effetto del caso e dell' azzardo. Se

Digitized by Google

gettati si fossero a caso tutti questi corpi, la probabilità che uno almeno, o nell' inclinazione all' Equatore Solare, o nell' eccentricità, o nella direzione del movimento, avesse dovuto intieramente differire dagli altri si è $1 - \frac{1}{2^{41}}$, che è quanto a dire che vi sarebbe pressochè un intiera certezza, che, a cagion di esempio, l' inclinazione del piano di uno di essi fosse di 90.° Comunque pertanto siano arbitrarj gli elementi del nostro sistema, i rapporti che essi presentano sono così particolari e marcati, che non puossi in verun modo non riconoscerli come prodotti da una sola e medesima causa. Se dunque vuolsi risalire all' origine del nostro sistema, il principio che verrà adottato non potrà mai avere il più picciolo grado di probabilità, quando non spieghi tutti li surriferiti fenomeni.

§. 3o Se con questa regola si esamini ora l' ipotesi del Buffon ben chiaramente apparirà, che per essa non può rendersi ragione che della sola direzione dei movimenti verso una stessa parte, ed in piani poco diversi: gli altri quattro fenomeni rimangono pienamente abbandonati al caso. In fatti la rotazione de' Pianeti primarj può essere in tutt' i sensi, in tutt' i sensi li movimenti de' secondarj, e con qualunque inclinazione; giacchè su questi elementi punto non influisce la forza che dal Sole ne ha disgiunta una sua parte. Ma ciò che maggiormente rende inammissibile la presente ipotesi si è la picciolezza di eccentricità delle orbite. Si dimostra nella teoria delle forze centrali, che se un corpo, il quale si muove in una curva rientrante, passa una volta per un dato punto, vi ritornerà mai sempre in ogni sua rivoluzione. Se dunque i Pianeti sono corpi staccati dal Sole da una forza qualunque, in ogni loro rivoluzione dovranno passare in poca distanza dal medesimo: dico in poca distanza poicchè la forza di projezione, con cui da princi-

Digitized by Google

pio furono mossi, deve alquanto turbare la legge generale che gli obbligherebbe a raderlo. Saranno dunque le loro orbite sommamente eccentriche, contro a quanto si osserva.

§. 31 Mosso da queste riflessioni il Sig. De La Place all' ipotesi di Buffon ne ha sostituita una propria. Egli così ragiona. Qualunque sia la causa di questi fenomeni, se da essa dipendono i movimenti, le direzioni, le eccentricità delle orbite, e la posizione dei loro piani, la medesima ha dovuto abbracciare e stringere entro i confini della sua attività i Pianeti così primarj come secondarj. E poicchè sono a prodigiose distanze gli uni dagli altri non può concepirsi che un fluido di una grandissima sorprendente estensione, il quale avendo impresso a questi corpi diversi movimenti pressocchè circolari intorno al Sole, nel medesimo senso e quasi nel piano stesso dell' Equatore Solare, ha dovuto a un tempo circondare il Sole medesimo a guisa di un' immensa atmosfera. Si può quindi congetturare che il Sole per una cagione simile a quella, che produsse già la nuova Stella di Cassiopea, concepito avendo un sorprendente grado di calore; la sua atmosfera si sia da principio estesa al di là di tutt' i Pianeti, indi, diminuita l' intensità del fuoco, siasi ristretta, e per gradi condensata verso l' equatore Solare, abbandonando di mano in mano le zone più lontane. Da queste pertanto vuole il Sig. De La Place, che sortiti ne siano prima i Pianeti primarj, indi dalla loro atmosfera i secondarj. E poicchè non tutte le particelle della prima esplosione Solare si sono astrette in Pianeti, ma molte hanno dovuto rimanere disperse nella immensità degli spazj, queste debbono sempremai girare intorno al Sole, ed offrirci il fenomeno della luce zodiacale.

§. 32 Questa spiegazione, a cui dà un nuovo peso il doppio anello di Saturno, è certamente molto ingegno-

Digitized by Google

sa, e soddisfa ai cinque proposti fenomeni; ma basta egli ciò per rendere ragione dell' origine del nostro sistema? Secondo il Sig. De La Place, le Comete sono di molto anteriori ai Pianeti. Esse da gran tempo vagavano per l' immensità dello spazio a guisa di corpi, in questa e in quell' altra parte a caso sparsi. Avvampò il Sole, e quelle Comete che avviluppate furono ne' vortici delle sue fiamme, o per esse vennero a passare, impedite e trattenute nei loro movimenti, caddero nel Sole stesso, ed a lui si unirono; le altre, che ebbero la sorte di rimanerne lontane, durano ancora, nè periranno ove non accada che si fattamente si avvicinino agli avanzi di quell' incendio onde ne vengano prese e precipitate esse ancora nel Sole. Così certamente assai bene si spiega e la direzione de' movimenti delle Comete verso tutte le parti del cielo, e la somma eccentricità delle orbite, e finalmente le grandi differenze delle rispettive inclinazioni col piano dell' equatore Solare. Ma le Comete fanno esse forse un sistema distinto, e non sono più tosto una parte dell' intiero sistema Solare? Le leggi che reggono li Pianeti sono le medesime con quelle che reggono le Comete, e queste leggi sono il fondamento del Sistema; tutto il di più non è essenziale. Dallo stesso principio adunque da cui si ripete la somiglianza degli elementi dei Pianeti, deve ripetersi la dissomiglianza di quei delle Comete. Una seconda ipotesi potrebbe togliere questa difficoltà. Converrebbe supporre che la conflagrazione Solare, da cui sono venuti i Pianeti, da un' altra fosse stata preceduta, nella quale si fosse formato intorno al Sole un sistema di corpi simile al presente sistema, che nella seconda venne distrutto, e di cui rimasti non ne sono che alcuni frammenti disordinati, e dispersi. Non v' ha dubbio che se il Sole in un' epoca ha potuto cacciare dalle sue viscere un sistema di corpi, potrà in un' altra cacciarne un simile, ed altri successivamente. Ma

Digitized by Google

in Astronomia: ciò che non risulta dall' osservazione e dal calcolo appena merita di essere ricordato.

ARTICOLO II.

Dell' Orbe della Terra.

§. 33 Dei sette elementi, che costituiscono la teoria de' movimenti di ciascun Pianeta, quattro soli voglionsi investigare quando si tratta della Terra. Poicchè essendo il suo piano il termine a cui si rapportano gli altri, non vi è nè inclinazione, nè nodo, in' oltre il grande asse dell' orbe terrestre servendo di unità di misura dei grandi assi dell' orbite degli altri pianeti, si suppone esso noto ed uguale all' unità. Quì dunque non devesi cercare che 1.° La rivoluzione 2.° L' equazione del centro, 3.° La posizione della linea degli apsidi. 4.° La longitudine media per una data epoca. Con questi elementi si potrebbe sempre per un dato tempo qualunque determinare il luogo della terra nell' orbe suo, se dall' azione degli altri pianeti non venissero a soffrire delle picciole, lente, successive alterazioni; le quali, ove si miri alla massima precisione, non si possono trascurare. Perciò dalle sole osservazioni, dedotti prima i quattro elementi sopra enunciati, passaremo in seguito all' esame delle variazioni, che vi cagiona l' attrazione degli altri Pianeti.

PROBLEMA VI.

Determinare la rivoluzione periodica della Terra.

§. 34 Il movimento apparente del Sole essendo lo stesso che il reale della Terra, se si osservi il momento in cui il Sole si è trovato in una qualunque distanza così in AR. come in Declinazione da un Stella, ed il momen-

Digitized by Google

to in cui sarà ritornato nella posizione medesima, l' intervallo frapposto sarà la misura della rivoluzione periodica o siderea della Terra. Questo metodo, comunque pronto e facile, non è capace della maggiore esattezza, a cagione principalmente de' movimenti particolari delle Stelle. Più sicuro e generalmente usato si è l' altro degli equinozj, e di questo noi ci serviremo.

§. 35 Presi pertanto 1.° due o più equinozj ben osservati, e di un secolo almeno tra essi lontani 2.° di apparenti ridotti in medj, ossia spogliati di tutte le ineguaglianze prodotte e dall' equazione del centro, e dalle perturbazioni, come in seguito si spiegherà. 3.° Diviso l' intervallo pel numero delle rivoluzioni, il quoto ci darà la quantità dell' anno medio, o sia il tempo impiegato dal Sole, supposto il suo movimento sempre uniforme, a percorrere l' ecclitica, meno il picciolo arco di precessione = 50", 21; perciò convertito quest' arco in tempo, ed aggiunto all' anno medio, la loro somma sarà la durata dell' intiera rivoluzione periodica o siderea, apparente del Sole, reale della Terra.

§. 36 Si compari l' equinozio di Marzo osservato da me nel 1805 con l' altro osservato da Flamstedio nel 1691.

Palermo .. 1805.. li 20 Marzo a 13.^{h} 57.' 18"

Greenwich	1691..	19	23. 2. 57 ...	Quest' equinozio è ridotto a Palermo, e dal vecchio al nuovo stile
differenze	114...	0	14. 54. 21	
Bisestili +		27		

Intervallo osservato ... 114.^{an} 27.^{s} 14.^{or} 54.' 21" ... diviso questo tempo per 114 si ha per la quantità dell' anno apparente ... 365.^{s} 5.^{h} 48.' 54", 6.

Digitized by Google

Per convertire quest' anno di apparente in medio si rifletta, che nell' osservazione di Flamstedio il Sole (supposto il suo movimento uniforme) non era ancora giunto nell' equatore ma vi mancavano . 1.° 54.' 27",9

e alla mia osservazione soli . . . . . 1. 53. 55",7

differenza . . . + 32",2 ossia

in tempo medio 13'. 4"

Nella seconda osservazione il Sole ha dunque raggiunto l' equatore 13'. 4" prima che nella precedente. Questi dunque avrebbero dovuto sottrarsi dal momento in cui fu osservato l' equinozio nel 1805, a fine di avere lo stesso punto dell' ecclitica nelle due osservazioni. A riparare a ciò si dividano li 13'. 4" = 784" per 114, il quoto = 6", 88 si sottragga dall' anno apparente trovato, e sarà il medio = 365.^{g} 5'. 48'. 47",8.

§. 37 Ma sul risultato di due soli equinozj cade sempre l' intiera somma degli errori, che possono provenire e dall' altezza del Polo non ben determinata, e dalle imperfezioni dello stromento, senza parlare degli altri inevitabili errori di osservazione. E' pertanto necessario accoppiare al risultato degli equinozj di Marzo l' altro di quelli di Autunno, e prendere il medio dei due. Così vengono a compensarsi e gli errori che possono risguardare l' altezza del Polo, e quelli delle divisioni dello stromento.

§. 38 Si compari dunque l' altro equinozio di Autunno osservato a Greenwich nello stesso anno 1691, col mio corrispondente, osservato similmente nello stesso anno 1805.

Digitized by Google

Palermo	1805	23 Settem.	1.h 21'. 58".6
Greenwich ridotto a Palermo, e dal vecchio al nuovo stile	1691	22	10. 44'. 4"
differenza	114	0	14. 37'. 54"
Bisestili		27	

Intervallo osservato . . . . . 114.anni 27.g 14.h 37'. 54".

Dividendo questo intervallo pel numero delle rivoluzioni, ossia per 114, l'anno apparente risulta di 365.g 5.h 48'. 45",22 .

Nell'osservazione del 1691 doveansi togliere dal movimento medio del Sole per ridurlo in vero — 1.° 54'. 32",5 e dall'altro del 1805 . . . . . — 1. 54. 0, 0

differenza . . . . . — 32, 5

Questa differenza ridotta in tempo medio corrisponde a 13'. 12",0 .

Dunque nell'osservazione del 1805 il Sole giunse nell'equatore 13'. 12" prima che nell'altra del 1691 . Quindi con un raziocinio simile al precedente agevolmente si concepirà, che se dall'anno apparente dedotto dall'equinozio di Marzo convenne sottrarre, qui conviene aggiugnere il quoto di 13'. 12" per 114, che è 6",95. Sarà dunque la quantità dell'anno medio 365.g 5.h 48'.52",17

Ma dall'equinozio di Marzo . . . . . 47",80

Quindi medio . . . . . 365. 5. 48'.50", 0

Digitized by Google

Avendo nello stesso modo comparati gli equinozj degli anni 1692 — 3 — 4 coi miei del 1804 — 5, dal medio di tutti risulta la quantità dell'anno medio di

$365.^{g}\ 5.^{h}\ 48'.\ 50'',0$

§. 39 De Lambre colle osservazioni di Bradley e Maskelyne ha trovato 1'', 6 di più, Zach 1'' solamente. Vi è dunque ancora qualche piccola incertezza sulla vera quantità dell'anno medio. Essa sarebbe sempre uguale all'altra dell'anno apparente, se gli elementi, da cui dipende il secondo, si conservassero costantemente gli stessi. Ma le equazioni planetarie hanno un periodo, l'eccentricità dell'orbe va diminuendo, e proseguirà a diminuire per gran tempo, l'Apogeo finalmente di continuo avanza secondo l'ordine dei segni. Queste diverse cause insieme debbono cagionare una differenza sensibile, e sempre diversa tra l'anno medio e l'apparente. La diminuzione dell'eccentricità unita al movimento dell'Apogeo, per cui l'anomalia media non è la stessa al principio e fine di ogni rivoluzione, rende minore l'equazione del centro, e quindi maggiori le longitudini vere, perciò il Sole giunge un pò prima nell'Equatore che altronde non vi sarebbe giunto. La differenza è presentemente di 12'' circa, e così sarà per più secoli avvenire.

§. 40 L'anno medio trovato non esprime però l'intiero giro della terra nell'ecclitica: vi manca l'arco di precessione, per cui in ogn'anno la sezione di Ariete si muove contro l'ordine de' segni di 50'', 21. Il tempo necessario a percorrere quest'arco è di 20'. 22'', 34, i quali aggiunti alla quantità sopra stabilita dell'anno medio, daranno la durata della rivoluzione periodica o siderea della terra $= 365.^{g}\ 6.^{h}\ 9'.\ 12'',34 = 365,^{g}256393$. LaPlace come si è veduto (*lib.* IV. §. 55) da $365,^{g}256384$.

§. 41 Dal movimento annuo della Terra, ossia dal

Digitized by Google

tempo che trascorre tra due successivi passaggi suoi per la sezione di Ariete, o di Libra, considerato come uniforme, se ne deduce il movimento in un' anno comune, o in 365 giorni. Ciò si ottiene colla seguente proporzione .. 365.^{g} 5.^{h} 48'. 50'', o : 365^g : : 360° : al quarto = 11.^{g} 29.° 45'. 40'',433465 1, e dividendo questo numero per 365 si avrà il movimento diurno = 59'. 8'',33, il quale diviso ancora per 24.^{h} darà il movimento orario, e così via via de' movimenti in 1', in 1'' ec. Similmente da un' anno salendo a due, tre, ec. si avranno i movimenti in due, tre ec.; e finalmente in uno in due secoli ec. Si avverta però, che a compensare le ore 5. min. 48. sec. 50 ogni quattro anni si aggiunge un giorno, onde il quarto è sempre di 366 giorni, tolto il centenario, che è comune per tre secoli seguiti, e bisestile alla fine del quarto. Ma pure rimane ancora una piccola differenza, a togliere la quale sarebbe necessaria un altra intercalazione, e poi un altra, lo che però non avrà luogo che dopo lunga serie di secoli. La *Tav. I. del lib. VI. del Reale Osservatorio* dà i movimenti in anni completi, bisestili, e centenarj; la *Tav. III.* i movimenti medesimi pei diversi mesi, e giorni dell' anno; e la *Tav. IV.* per le ore, minuti, secondi ec.

PROBLEMA VII.

Determinare l' equazione del centro.

§. 42 Nelle distanze massima e minima del Sole, ossia nell' Afelio e nel Perielio, sono sempre insieme il Pianeta vero ed il fittizio, quello cioè che si suppone muoversi con un moto uniforme. Partendo dall' Afelio, il movimento medio diurno è maggiore del vero; la diffe-

Digitized by Google

renza però va di continuo scemando, sino a che l'uno diviene uguale all'altro. In questo punto dell'orbita, comparando la somma delli movimenti medj dall'Afelio in poi colla somma de' movimenti veri, la loro differenza sarà la massima, perciò uguale all'equazione del centro. Sia (*fig.* 79) A l'Afelio, di dove partono insieme il Sole medio ed il Sole vero, giunto il Sole vero in v, ed il medio in m, si ha la velocità dell'uno uguale a quella dell'altro, la differenza de' movimenti totali da A in v, e da A in m sarà la massima. Da v in P la velocità diurna vera anderà di continuo crescendo sulla velocità diurna media, il Sole vero sempre maggiormente si avvicinerà al Sole medio, ed in P si raggiugneranno. Da P in m' la velocità media diurna sarà sempre minore; giunto il Sole medio in m' ed il vero in v', le due velocità saranno uguali. Sarà dunque in m' ed in v' nuovamente massima la differenza de' movimenti, con questa sola diversità, che mentre in m ed v la somma de' movimenti medj era maggiore della somma dei movimenti veri, quì sarà il contrario, quella sarà minore di questa.

§. 43 Se dunque si compari il movimento totale medio da m in m' col movimento totale vero da v in v', la loro differenza sarà uguale al doppio dell'equazione massima. Perciò 1.° osservate le longitudini vere del Sole in v ed v', ossia nei punti prima e dopo il passaggio pel perielio, nei quali la velocità vera è uguale alla media: 2.° calcolate le longitudini medie, che corrispondono ai tempi, ne' quali il Sole vero fu nei punti v ed v'; 3.° Presa la differenza tra i movimenti veri e i movimenti medj, e divisa per due, si avrà l'equazione massima.

§. 44 Niente più si richiederebbe se la differenza tra il movimento medio ed il vero non fosse cagionata che dalla sola eccentricità dell'orbe solare. Ma sul movimento vero della terra v'influisce ancora l'azione della

Digitized by Google

Luna, e quella degli altri Pianeti. Le longitudini osservate, prima di compararle, vogliosi quindi correggere della nutazione, e degli effetti delle perturbazioni de' Pianeti, onde esse non siano affette che dalla sola ineguaglianza proveniente dall' eccentricità.

§. 45 E poicchè è ben difficile che le osservazioni siansi fatte nei due precisi istanti, ne' quali le due velocità si sono uguagliate; così converrà averne parecchie nelle vicinanze di v ed v', interpolarle, e trovare l' istante, in cui le due velocità vera e media siano state uguali. Si può ancora prescindere del metodo delle interpolazioni, e correggere l' ultimo risultato nella seguente maniera. Si cerchi nelle tavole dell' equazione del centro, le quali vogliosi esaminare o emendare, le equazioni, che corrispondono ai due tempi delle longitudini comparate, si sommino, e si comparino col doppio dell' equazione massima delle tavole medesime, la differenza sarà la correzione da applicarsi al risultato quante volte non sia dedotto da osservazioni fatte precisamente ne' punti v ed v'. La ragione di si fatta correzione è abbastanza chiara. Le differenze tabulari a piccioli intervalli sono le medesime, sebbene l' equazione supposta sia un poco maggiore o un poco minore della vera. Tutto ciò si renderà manifesto dal seguente esempio.

Digitized by Google

Longitudini del Sole a mezzodì vero pei 31 Marzo e 3 Ottobre 1805

	Long. osservate	*Pertubazioni*	*Long. calcolate*
Marzo	0. 10. 18. 12", 2	— 28", 18	0. 8. 22. 21", 50
Ottobre	6. 9. 46. 16", 2	— 8", 13	6. 11. 41. 32", 43
differenze	5. 29. 28. 4", 0	—20", 05	6. 3. 19. 10", 93
correzione	+ 20", 05		
diff. corr.	5. 29. 28. 24", 05		5. 29. 28. 24", 05

Differenza dei movimenti medj e veri . 3.° 50.' 46", 88

Equazione del centro dalle tavole,

pei 31 Marzo . . . . 1.° 55'. 26,7

pei 3 Ottobre . . . . 1. 45'. 24,8

Somma dell' equazioni secondo le tavole . . . . . 3. 50'. 51,5

Doppio dell' equazione massima delle tavole . . . . 3. 50'. 53",8

differenza . . 2,3 . . . + 2,"30

Doppio dell' equazione massima dall' osservazione . . . . . 3.° 50'. 49",18

Metà, ossia equazione massima . . . 1. 55. 24, 59

Digitized by Google

Per stabilire con sicurezza l' equazione del centro, siccome ogn' altro elemento, non bastano due sole osservazioni; conviene averne parecchie nelle vicinanze delle distanze medie, ed averle per anni diversi. Perciò si sono da me replicate negli anni 1803 - 4 - 5; e da tutte insieme mi è venuta l' equazione del centro pel 1805 = 1.° 55'. 25",18 .. Veggasi il *libro VI. della Specola* pag. 50.

§. 46 Dall' equazione del centro è facile passare all' eccentricità. Ci serviremo perciò della serie del Cagnoli, che si è data nel problema XI. *Lib. IV.* della quale, trattandosi dell' orbita terrestre, bastano i primi due termini; giacchè il terzo non influisce che su la duodecima figura. Fatta pertanto l' equazione del centro = q, e l' eccentricità = e, si avrà $e = \frac{1}{2} q - \frac{11}{768} q^3$, ec.

E poicchè q = 1.° 55'. 25",18; questo archetto espresso in parti del raggio = 1, sarà = 0,0335742200 8, e $\frac{11}{768} q^3$ = 0,0000005426 2, trascurando le figure oltre la undecima, che si possono avere dal calcolo, e le quali nel caso presente non sono di alcun vantaggio; perciò e = 0,0167871004 — 0,0000005426 2 = 0,0167865674 2.

Quindi eccentricità	0,0167865674 2
Distanza Afelia	1,0167865674 2
Distanza Perielia . . .	0,9832134325 8
Semiasse minore . . .	0,9994362274 6

Questi valori sono un poco diversi da quelli che ho dati nel *libro VI. del R. Osservatorio*, perchè dedotti da una formola più esatta dell' usata e comune, che allora impiegai: sono un poco diversi ancora da quelli di De-Lambre, che si daranno in fine, e che voglionsi prefe-

Digitized by Google

rire a questi. Ma quì non si tratta che di dare un idea del metodo.

§. 47 Ma l' eccentricità dell' orbe nostro non è costante; soffre una variazione abbastanza indicata dalle osservazioni, e confermata dal calcolo delle perturbazioni, come si dirà in seguito. Si compari dunque l' eccentricità sopra stabilita pel 1805 coll' altra che ne ha dato La Place pel 1750, la quale è 0,0168114. E' dunque stata l' eccentricità pel 1805 minore di 0,000027 dell' osservata nel 1750. Quindi la sua diminuzione secolare = 0,00004909 1. Col calcolo non trova il Sig. La Place che 0,00004557 2, quantità da preferirsi alla precedente, per essere troppo picciolo l' intervallo di 55 anni, onde determinare un' elemento si tenue e delicato.

PROBLEMA VIII.

Rinvenire la posizione dell' Asse maggiore.

§. 48. A determinare con precisione la posizione della linea degli apsidi richieggonsi i seguenti elementi. 1.° Il tempo che impiega la Terra a compiere il suo giro rispetto a questa linea. 2.° La velocità sua così nell' uno come nell' altro degli apsidi. 3.° Due longitudini bene osservate in poca distanza dai medesimi, e a 180.° l' una dall' altra. 4.° La somma delle perturbazioni, di cui sono affette le due longitudini osservate.

La linea degli Apsidi ha in ciascun' anno un picciolo movimento proprio diretto, cagionato dall' azione de' Pianeti, come si dirà in seguito. Presentemente il medio risulta dal calcolo di 11", 81 circa per anno; la precessione media degli equinozj si è da noi stabilita di 50", 21 per anno. Perciò ogn' anno avanza secondo l' ordine dei segni la linea degli apsidi di 62",02 rispetto al movimento tropico. Ora 62",02 si percorrono dalla Terra col

Digitized by Google

suo movimento medio in 25'. 10" di tempo medio. Questi pertanto aggiunti all'anno tropico di 365.^{g} 5.^{h} 48'.50", danno 365.^{g} 6.^{h} 14'. 0", che sarà il tempo della rivoluzione della Terra rispetto alla linea degli apsidi.

La velocità diurna della terra nel giorno che passa per l' apogeo è prossimamente di 57'. 11", 52; e nell' altro che passa per il perigeo di 61', 10", 08.

§. 49 Ciò premesso, e date due longitudini del Sole, le più prossime che sia possibile alla linea degli apsidi, coi tempi medj che vi corrispondono, 1.° si correggano le due longitudini date dell' effetto delle perturbazioni, e si tolga dalla seconda il movimento dell' Apogeo nell' intervallo che la divide dalla prima, onde si possano comparare insieme, come se la linea non avesse movimento alcuno.

2.° Si cerchi la differenza delle longitudini così corrette, dalla seconda sottraendo la prima. Se questa differenza sia maggiore di sei segni si prenda l' eccesso, se minore il supplemento, e si dica; velocità diurna apogea, o perigea (secondoche la prima osservazione è in vicinanza dell' uno o dell' altro di questi due punti), a 24 ore; così l' eccesso o il supplemento trovato, al quarto termine, il quale esprimerà il tempo che mancava alla Terra nella prima osservazione per essere a 180.° di distanza dal suo luogo nella seconda osservazione, o il tempo per cui aveva già oltrepassato il detto punto.

3.° Dal tempo della seconda osservazione si sottragga quello della prima; la differenza sarà l' intervallo osservato, al quale devesi aggiugnere il tempo ritrovato col n.° precedente, se la differenza delle longitudini sia maggiore di sei segni; vi si deve sottrarre se sia minore. La somma o la differenza si compari col tempo della semirivoluzione sopra stabilita di 182.^{g} 15.^{h} 7". 0", e

Digitized by Google

se ne noti la differenza: colla quale si dica, come sta la differenza delle velocità afelia e perielia a questa differenza de' tempi, così la velocità perielia al quarto, che sarà il tempo per cui le Terra è distante dall' apogeo, o per cui lo ha oltrapassato. Se la prima osservazione fosse verso il perielio nella proporzione precedente alla velocità perielia si sostituisca l' afelia. *Veggasi la dimostrazione di questa proporzione al* §. 67 *lib. IV.*

4.° Si dica 24 ore alla velocità afelia, se la prima osservazione è verso l' afelio; così il tempo trovato colla proporzione precedente al quarto, il quale aggiunto alla prima osservazione, o da essa sottratto, darà la longitudine o luogo dell' afelio.

ESEMPIO

§. 50. 1805 { 1° Luglio ... 0.h 3'. 16",2 / 31 Dicem. ... 0. 3'. 19",5 } tempo medio

Intervallo osservato 183.g 0.h 0'. 3",3

Longitudini osservate

1.° Luglio . 3.s 9.° 4'. 24",35 ... 31 Dic. 9.s 9.° 25'. 42",10

Perturbazioni . . . — 14",22 . . . . . — 31 ,44

Riduz. all' apogeo — 31 ,36

3. 9. 4. 10",13

Osservazioni ridotte . { 9. 9. 24. 39 ,30 / 3. 9. 4. 10 ,13

Differenza . . 6. 0. 20. 29 ,17

Digitized by Google

Il 1° Luglio doveva dunque il Sole percorrere altri 20', 29", 17 per essere a sei segni dal luogo in cui sarebbe giunto li 31 Dicembre, senza considerare il moto della linea degli Apsidi. Si cerchi dunque il tempo, in cui il primo Luglio la Longitudine del Sole fu di 3.ˢ 9.° 24'. 39",30

Mov. diurn. nell' apog... 57'. 11",52 ... suo co-lo. 6.4645135

Mov. da farsi dal Sole .. 20'. 29",17 ... . . . lo. 3.0896122

Log. di 24^{hr} in secondi . . . 4.9365137

Tempo in cui il Sole fa 20'. 29",17 . . ... 30948",4 = 8.^{h} 35'. 48", 4 . . } . . lo. 4.4906393

Intervallo osservato tra le due longitud. .. 183.^{g} 0.^{h} 0'. 3",3

Tempo impieg. dal Sole a percor. 20'.29",17 — 8.35.48",4

Tempo trascorso a percorrere sei segni. 182.15.24.14",9

Tempo della semirivol. rispet. all' apogeo 182.15. 7. 0",0

Differenza . . 17'.14",9

§. 51 Si cerchi ora il tempo necessario al Sole per giugnere nell' apogeo, supposto che fosse a sei segni dal luogo in cui giunse ai 31 Dicembre.

Velocità diurna perielia ... 61. 10,08

Velocità diurna afelia 57. 11,52

Differenza . . .... 3. 58,56... suo co-lo. 7.6224024

Velocità perielia . . . . . suo log. 3.5646756

Differenza dei tempi . ... 17'.14",9 ... suo log. 3.0148984

Log. di 4.^{h} 25.' 21",2 che manca al Sole per giugnere nell' apogeo . . . . . } 4.2019764

Digitized by Google

Co-log. di 24.h espresse in secondi	5.0634863
Log. del tempo necessario al Sole per giugnere nell' apogeo	4.2019764
Log. del movimento afelio del Sole in 24 ore ...	3.5354865
Log. di 10.' 32",34 arco che rimane a percorrere al Sole per giugnere nell' apogeo . . .	2.8009492
Long. del Sole il 1 Luglio a 8.h 39.'4",6 ...	3.s 9.° 24.'39",3
Distanza dall' apogeo . . . . . +	10. 32 ,3
Long. dell' apogeo pel 1.° Luglio 1805 . .	3.9.35.11 ,6

Se al tempo che il Sole fu a 3.s 9.° 24.' 39",3 , il quale corrisponde al 1.° Luglio a . . 8.h 39.' 4",6

si aggiunga il tempo impiegato a percorrere 10.' 32",34 . . . . cioè + 4. 25. 21 ,2

si avrà il momento dell' apogeo . . . 13. 4. 25 ,8

fu dunque il Sole nell' apogeo il 1.° Luglio a 13.h 4.' 25",8 tempo medio.

§. 52 Determinato il luogo dell' apogeo, comparandolo con una osservazione lontana, almeno di 100 anni, si potrà dedurre immediatamente la quantità dell' anno *anomalistico*, o sia il tempo che impiega la terra a ritornare all' apogeo.

Secondo le osservazioni di Flamstedio il Sole fu nell' apogeo nel 1690 li 18 Giugno (vecchio stile) a 15.h 8.' 17",3

Correzione Gregoriana + 10 giorni

riduzione a Palermo . . . . . + 53. 20 ,0

a Palermo	1690 ... 28 Giugno a	16. 1. 37 ,3
	1805 ... 1 Luglio a	13. 4. 25 ,8
	Differenza ... 115.an. 2.s 21.h 2.' 48",5	

Digitized by Google

Differenza	115.an. 2.s. 21.h. 2.' 48",5
Bisestili	+ 27
Intervallo delle due determinazioni	115.an. 29.s. 21.h. 2.' 48",5

Quindi dividendo 29.s 21.h 2.' 48",5 per 115.an. si avrà la quantità dell' anno *anomalistico* di 365.s 6.h 14.' 8",4, maggiore di 8" di quello, che si è da noi stabilito sopra. Se con questo avessi calcolate le mie osservazioni sopra riportate, la longitudine dell' apogeo sarebbe risultata minore, e più di accordo con quella, che si dà dal Sig. De Lambre nelle sue nuove tavole.

§. 53 Si noti che la rivoluzione anomalistica, che si è trovata, è la media, e non la vera: questa seconda, non altrimenti che l' anno tropico vero, soffre delle picciole variazioni, come si dirà trattando delle perturbazioni.

PROBLEMA IX.

Stabilire la longitudine media del Sole per un epoca data.

§. 54 La longitudine media del Sole per una data epoca si è il quarto elemento, che rimane a stabilire. Negli anni 1803, 1804, 1805 fatte avendo particolari osservazioni, onde avere per questo nostro Osservatorio gli elementi principali dell' orbita terrestre, senza farli dipendere dalle altrui determinazioni; per epoca generale di tutti ho preso il principio del 1805, ossia il mezzodì medio dei 31 Dicembre 1804. Per questa epoca dunque vuolsi dare ancora la longitudine media del Sole; a rinvenire la quale le osservazioni equinoziali sembrano le più adatte. Quando il Sole giunge negli equinozii la sua lon-

Digitized by Google

gitudine vera è sempre 0.s in Ariete, e 6.s segni in Libbra: quindi applicando a ciascuna la corrispondente equazione del centro e perturbazioni planetarie delle tavole, si avrà per ogni equinozio la longitudine media del Sole affetta solamente dall' aberrazione della luce. Di altro pertanto non sarà mestieri che di prendere, a maggiore sicurezza, più equinozii, combinarli in maniera che i rispettivi errori, cui possono andar soggetti, vengano a compensarsi, e ridurli all' epoca stabilita; e ciò si è quanto ho fatto, come in appresso, valendomi degli equinozii da me osservati negli anni 1804 e 1805.

Tempi degli equinozii osservati colle corrispondenti longitudini medie del Sole.

	Tempi 1804	Longitudini
Giorni dell' anno	80.s 8.h 6.' 54". . .	11.s 28.° 6.' 10",5
	266. 19. 35.' 54 . . .	6. 1. 53. 59",5
A. Medio .	173. 13. 51. 24 . . .	B. 3. 0. 0. 5",0

	Tempi 1805	Longitudini
Giorni dell' anno	79.s 13.h 57.' 18" . . .	11.s 28.° 6.' 43",3
	266. 1. 21. 58. . . .	6. 1. 54. 0,"0
A' Medio .	172. 19. 39. 38. . . .	B' 3.s 0. 0. 2,15

Complemento di A a 366 giorni 192.s 10.h 8.' 36"

Medio A'	172. 19. 39. 38
Semisomma	182. 14. 54. 7
Medio A	173. 13. 51. 24
Somma . . .	356. 4. 45. 31
Complemento a 366.s del 1804 . .	9. 19. 14. 29

Digitized by Google

Complemento di B a 12.s	8.s	29.°	59.'	55,"00
Medio B'	3.	0.	0.	2, 15
Semisomma	5.	29.	59.	58, 57
Medio B	3.	0.	0.	5, 00
Somma . . .	9.	0.	0.	3, 57
Mov. medio del Sole in 9.s 19.h 14.' 29"		9.	39.	39, 77
Longitudine media del Sole per mezzodì dei 31 Dicembre 1804 . . .	9.	9.	39.	43, 34

Da altre osservazioni in altri tempi dell' anno ritrovo 9.s 9.° 39.' 42",5; quindi medio pel principio del 1805 ... 9.s 9.° 39.' 43",0. Secondo il Cav. De Lambre non è che di 41",5, e secondo il Barone Zach 42",84. Medio di tutti 42",10.

Combinando nella stessa maniera gli equinozii osservati da Flamstedio negli anni 1691 e 1692, risulta la longitudine media del Sole pel principio del . . . . . 1692 . . . 9.s 10.° 1.' 48",47

Si è trovato pel principio del 1805 ... 9. 9. 39. 43 ,00

cir.

Differenza . . 112. 11. 29. 37. 54 ,53

E' dunque stato il movimento medio del Sole in 113 anni, de' quali 27 bisestili, di cento dodici rivoluzioni intere e 11.s 29.° 37.' 54",53: donde sarà facile conchiuderne e la grandezza dell' anno medio, come sopra in altro modo si è trovata, e il movimento medio che gli corrisponde. Partendo da questa ho formato la tavola, che trovasi nel libro VI., la quale risale all' anno della fondazione della Specola, e giunge sino al 1890. Se il

Digitized by Google

secolo fosse esattamente di 36525 giorni, come nel calendario giuliano, potrebbe agevolmente continuarsi oltre qualunque termine, e rimontare alle più lontane passate età; ma l' irregolarità delle intercalazioni del Calendario Gregoriano, e li 10 giorni soppressi nel 1582, domandano diverse correzioni ed avvertenze, le quali per altro, usando un poco di attenzione, facilmente si conoscono.

§. 55 Le longitudini medie essendo affette dall' aberrazione, e nelle osservazioni equinoziali, dalle quali siamo partiti nel determinarle, la Terra essendo prossimamente nelle sue distanze medie dal Sole, la quantità dell' aberrazione sarà la stessa che si avrebbe se la Terra si movesse in un cerchio, il di cui raggio fosse la sua distanza media dal Sole. Ma si è veduto (§. 43 *lib. III.*) che in questo caso l' aberrazione è di 20",25, per cui il Sole appare meno avanzato nell' eclittica, che non apparirebbe senza di essa: dunque le longitudini medie generalmente sono in difetto di 20",25. Quest' aberrazione dicesi *media*, e fuori dei punti equinoziali è sempre un pò maggiore o un pò minore della *vera*, maggiore se il Sole si avanza verso il Perigeo, minore se si avanza verso l' Apogeo: la differenza = o",34 cos. (☉ — Apogeo), e l' aberrazione vera = 20",25 — o",34 cos. (☉ — Ap.) quindi a correggere le longitudini medie dell' intero effetto dell' aberrazione converrà aggiugnervi sempre 20",25 — o",34 Cos. (☉ — Apog.). Se non si tratti che di comparare tra di loro diversi luoghi del Sole, basterà farvi la correzione di o",34 Cos. (☉ — Apog.): ma se i luoghi del Sole debbano servire pel calcolo de' luoghi de' Pianeti, allora le rispettive aberrazioni essendo diverse, converrà spogliarne del loro effetto e le longitudini medie del Sole, e le longitudini osservate de' Pianeti.

§. 56 Per tanto gli elementi dell' orbe nostro dalle mie osservazioni risultano.

Digitized by Google

Rivoluzione Siderea	365.^{g}	6.^{h}	9′.	12″,0
. . . . . Tropica	365.	5.	48.	50,0
. . . . . Anomalistica	365.	6.	14.	8,4
Asse maggiore	1,00000000			
Eccentricità	0,01678657			
Luogo dell' Apogeo	3.^{s}	9.^{o}	34′.	31″,0
Longitudine media	9.^{s}	9.^{o}	39′.	45″,0
Obbliquità media	23.^{o}	27′.	52″,0	
Precessione assoluta	50″,21			

§. 57 Senza le perturbazioni cagionate dall' azione degli altri Pianeti insieme, gli elementi ellittici si conserverebbero costantemente i medesimi. Da queste pertanto sono essi alquanto alterati, e le variazioni che soffrono, siccome si è detto al §. 99 *Lib. IV.*, si distinguono in secolari e periodiche. Tre sono le prime, e cinque le seconde, delle quali ne dirò quanto permette la natura delle presenti lezioni.

Variazioni secolari.

§. 58 La prima cade sull' eccentricità, la quale soffre una continua picciolissima diminuzione: in conseguenza deve in proporzione impicciolire l' equazione del centro. Chiamando z l' anomalia media, la diminuzione secolare dell' equazione risulta = ... — 17″,177. sen. z — 0″,3606. sen. $2z$ — 0″,0078. sen $3z$.

Nelle tavole Solari per ciascun grado e diecina di minuti di anomalia media vi si suole apporre in una co-

Digitized by Google

lonna distinta la diminuzione in cento anni, della quale si deve quindi prenderne la parte che corrisponde al numero di anni trascorso dall' epoca, per cui è stata stabilita l' equazione, sino al tempo per cui si calcola. Avendo noi stabilita sulle osservazioni l' equazione del centro pel principio del 1805, in quest' anno la correzione sarà o, al principio del 1806 — o",17177. sen z — o",0036. sen 2. z — 0,000078. sen 3 z. Il massimo per un' anno qualunque — o",17179 $(t - 1805)$ — 0,0000068192 $(t - 1805)^2$. t è l' anno gregoriano, per cui si cerca la correzione.

§. 59 La seconda variazione appartiene alla linea degli apsidi, la quale ha un movimento annuo secondo l' ordine dei segni, la di cui espressione si è + 11",8077193 $(t - 1805)$ + o",0008164 82 $(t - 1805)^2$. La lettera t indica come sopra l' anno gregoriano; e la posizione dell' asse, o luogo dell' apogeo si suppone stabilito pel 1805.

§. 60 La terza variazione si è del raggio vettore. In un secolo essa è. — 0,00000 06992 + 0,00004 16310. cos. z

+ 0,00000 06992. cos. 2 z

+ 0,00000 00132. cos. 3 z

Variazioni Periodiche

§. 61 Le variazioni periodiche sono cinque in longitudine, ed altrettante nel raggio vettore. La prima dipende dalla Luna, la seconda da Giove, la terza da Venere, la quarta da Marte, e la quinta da Saturno. Per più tempo non si sono impiegate dagli Astronomi che le prime tre, per essere le altre due assai piccole. Tutte generalmente hanno per argomento la differenza in longitudine tra la Terra ed il Pianeta perturbatore. Le diverse formole che le esprimono si possono vedere nella Meccanica Celeste, e nell' Introduzione del Sig. De-Lambre

Digitized by Google

alle sue nuove tavole Solari, nelle quali per maggiore semplicità, tutto è ridotto a semplici addizioni.

§. 62 Oltre alle riferite variazioni ve n' ha un' altra, la quale, comunque assai picciola, non deve trascurarsi, in alcuni casi principalmente. Sino al Sig. De-La-Place non si è considerata l' azione de' Pianeti sull' ecclitica che in Longitudine, l' effetto suo in latitudine si è supposto affatto insensibile, e sotto questo rapporto l' orbe terrestre si è riguardato come fisso. La quale cosa non è in realtà di alcuna conseguenza rispetto all' inclinazione delle orbite degli altri Pianeti, facendosi ricadere sù di queste il picciolo sbilanciamento dell' eclittica, ma non è così quando si tratta del Sole, il di cui centro non può quindi corrispondere sempre nel perimetro di un' orbe fisso. Per la qual cosa il Sole deve avere una specie di *movimento in latitudine*, di cui, nelle osservazioni nelle quali si cerca la massima precisione, siccome sono quelle dei Solstizj, e degli Equinozj, è necessario tenerne conto. ☾, T, V, 4 indicando le longitudini della Luna, della Terra, di Venere, e di Giove; e ☊, ☊', ☊'', i luoghi dei nodi della Luna, Venere, e Giove, si ha per l' espressione del movimento in latitudine del Sole .. o'',67. sen (☾ — ☊) — o'',106. sen (2 T — V — ☊') — o'',242. sen (4 T — 3 V — ☊') — o'',160. sen. (2 4 — T — ☊''). In alcuni casi può quindi giugnere la *latitudine solare* sino ad un secondo.

Nelle tavole generali del Sole, delle quali parleremo qui appresso, vi sono quelle ancora della sua latitudine, la quale è indicata col segno + quando è boreale, e col segno — quando è australe. Più di un Astronomo è caduto in errore nel farne l' applicazione all' obbliquità dell' eclittica, dedotta dalle distanze dal vertice, osservate ne' solstizj. Ora quando la latitudine è boreale, egli è chiaro che le distanze osservate (nell' emisfero boreale) sono minori delle vere, e maggiori quando è australe.

Digitized by Google

Ma ne' segni australi dalle distanze si sottrae l' altezza del Polo, e ne' segni boreali si fa il contrario, dunque ne' segni australi la correzione sarà sempre col segno delle tavole, e nei boreali col segno contrario.

§. 63 Le migliori tavole solari che presentemente si abbiano debbonsi ai Sig. De Lambre, Zach e Carlini. Noi ci dispenseremo di spiegarne la loro costruzione, essendo abbastanza indicata nelle tavole medesime non meno che il modo di servirsene. Le prime, che sono le più estese e più particolarizzate, sono state pubblicate in Parigi nel 1806: a giovarsene, nel calcolo delle nostre osservazioni conviene sottrarre dal tempo nostro $12.^{or}\,44'.\,6''$; cioè 12 ore a cagione delle epoche, che sono calcolate per mezza notte del primo di Gennajo, e non per mezzodì dei 31 Dicembre (dal quale punto secondo tutti gli Astronomi incomincia il primo giorno Astronomico dell' anno), e $44'.\,6''$ per essere Parigi di tanto all' occidente di Palermo. Il Barone Zach alle tavole, che già date aveva nel 1792 pel suo Osservatorio di Seebergh vicino Gota, ne ha aggiunte delle altre nel 1804 più corrette, e conformi nei principj a quelle di De Lambre: di queste stesse, a comodo degli Astronomi viaggiatori, ne ha stampato un compendio in Firenze nel 1809. Il Sig. Carlini nel suo pregevolissimo libro *Esposizione di un nuovo metodo di costruire le tavole Astronomiche*, stampato in Milano nel 1810, ha disposte le sue secondo questo metodo, che consiste principalmente nel prendere per unità di misura de' diversi argomenti il moto diurno di ciascuno. La quale cosa offre il comodo di riunire più elementi insieme, e così rendere il calcolo più semplice e più spedito, senza che sia meno esatto. Ove pertanto particolari considerazioni non esiggano che ciascun elemento si debba separatamente esaminare, tornerà sempre meglio giovarsi di queste a preferenza delle altre, e così

Digitized by Google

io soglio praticare. A ridurle al meridiano di Palermo dal tempo nostro si debbono sottrarre 16'. 42''; e 10'. 30'' a ridurvi quelle del Barone Zach calcolate per Gota.

APPENDICE

Sul modo di correggere tutt' insieme gli elementi dell' orbe della Terra, e di ogni altro Pianeta.

§. 64 In questo articolo, secondo i metodi esposti nel libro precedente, abbiamo considerati i diversi elementi dell' orbe nostro indipendentemente gli uni dagli altri, scegliendo per la determinazione di ciascuno di essi in particolare le osservazioni più adatte. Questo metodo però, il solo che da principio possa impiegarsi, a ben riflettere, non può darci risultati molto esatti. Ogni osservazione è l' effetto simultaneo di tutti gli elementi insieme, ciascuno concorrendovi secondo proporzioni diverse. Qualunque pertanto sia la diligenza che possa usarsi nella scelta delle osservazioni, e qualunque sia la bontà delle medesime, ogni elemento così conchiuso parteciperà sempre, più o meno, dell' influsso degli altri. A correggerli e portarli al maggior grado di esattezza, che per noi si possa, è quindi assolutamente necessario di esaminarli tutti insieme, e ciò, comparando le longitudini dedotte dalle tavole su di essi formate colle longitudini osservate. Se queste si suppongano geometricamente esatte, le differenze che ne risulteranno esprimeranno la somma degli errori parziali, prodotti dal reciproco influsso de' rispettivi errori gli uni su gli altri. Vuolsi dunque scomporre l' errore totale nelle sue diverse parti, e quindi dedurne le correzioni da applicarsi a ciascun elemento in particolare. Vediamo come ciò possa conseguirsi, se non pienamente, in modo almeno che l' errore residuo sia pressochè incalcolabile.

Digitized by Google

§. 65 La longitudine vera del Sole dedotta dalle tavole, calcolate secondo le leggi del movimento ellittico, dipende 1.° dal movimento medio supposto, 2.° dall' epoca, da cui incomincia, 3.° dall' Apogeo, che sottratto dalla longitudine media dà l' anomalia, 4.° dall' eccentricità, combinata coll' anomalia, da cui si ha l' equazione del centro. Segnino pertanto e, a, m, l le quantità esatte dell' eccentricità, dell' Afelio, del movimento medio, e della longitudine media; x, y, z, v, i loro rispettivi errori nelle tavole, tutt' in più, e piccolissimi, quali realmente sono nelle stesse tavole di La-Caille: sia ancora l' anomalia media $= A = l - a$. Si cerca l' effetto di ciascuno di questi errori sulla longitudine del Sole data dalle tavole.

x . . . *Errore dell' eccentricità* o sia eccentricità delle tavole $= e + x$. Poichè, chiamando E l' equazione del centro (§. 49), si ha E $=$

$-(2e - \frac{1}{4}e^3 + \text{ec.})$ sen. A $+$ cc., secondo le tavole sarà

$E' = \left(-(2e + 2x) - \frac{1}{4}(e+x)^3 + \text{ec.}\right)$ sen. A $+$ ec. $=$

$-(2e - \frac{1}{4}e^3 + \text{ec.})$ sen. A $- 2x$ sen. A. Gli altri termini della serie si possono trascurare, non influendo su di essi la quantità x, a cagione della sua picciolezza. E' dunque $2x$ sen. A l' errore sulla longitudine vera, prodotto dall' errore x sull' eccentricità.

y . . . *Errore dell' Afelio*. Se nelle tavole la longitudine dell' afelio è $a + y$, l' anomalia delle tavole sarà A $- y$, e l' equazione del centro $=$

$-(2e - \frac{1}{4}e^3 + \text{ec.})$ sen. $(A - y) =$

$-(2e - \frac{1}{4}e^3 + \text{ec.})$ (sen. A cos. y $-$ cos. A sen. y); ma y è quantità piccolissima: dunque sen. A cos. y $-$ cos. A sen. y $=$ sen. A $- y$ cos. A. Quindi $(-2ey)$ $(-y \cos. A) = y \cdot 2e \cdot \cos. A$ sarà l' errore delle tavole sul-

Digitized by Google

la longitudine vera a cagione dell' errore y sull' Apogeo.

z . . . *Errore sul movimento medio annuo*. Questo errore influisce in due maniere sulle longitudini vere, direttamente aumentando la longitudine media, e indirettamente aumentando l' Anomalia, che diviene $A + z$. L' errore dovuto all' aumento dell' Anomalia sarà in senso contrario al precedente, cioè $- z \cdot 2e \cdot \cos. A$, e z l' errore che cade direttamente sulla longitudine; onde errore totale per un anno $= z - z \cdot 2e \cdot \cos. A = z(1 - 2e \cos. A)$, e in un numero di anni n (quanti ne saranno scorsi dall' epoca delle tavole al tempo dell' osservazione) $= nz(1 - 2e \cos. A)$.

v . . . *Errore dell' Epoca*. L' errore sull' Epoca, influisce doppiamente come il precedente sulla longitudine vera, aumentando la longitudine media e l' Anomalia, ma a differenza di quello, che di continuo si accumula, questo rimane sempre lo stesso. Quindi la sua espressione sarà . . $v(1 - 2e \cos. A)$

E' dunque la somma degli errori delle tavole sulla longitudine vera, dedotta dalle medesime $=$

$$-x \cdot 2 \text{ sen. } A + y \cdot 2e \cos. A + nz(1 - 2e \cos. A) + v(1 - 2e \cos. A)$$

§. 66 Si raccolga un gran numero di longitudini osservate, trecento, quatrocento, mille, o più ancora, e ciascuna si compari colla corrispondente longitudine vera calcolata, avvertendo di tener conto in questa delle equazioni secolari e delle perturbazioni, come si hanno dalla teoria dell' attrazione. Sia L la longitudine osservata, e l la longitudine corrispondente data dalle tavole, se L sarà esatta, avremo $l - L = m = -x \cdot 2 \text{ sen. } A + z \cdot 2 \cdot e \cos. A + nz(1 - 2e \cos. A) + v(1 - 2e \cos. A)$ o sia $m + x \cdot 2 \text{ sen. } A - y \cdot 2e \cos. A - nz(1 - 2e \cos. A) - v(1 - 2e \cos. A) = 0$

Digitized by Google

ESEMPIO

I due Ottobre 1803 a 23.^{or} 49'. 36'' *t*.*m*. a Palermo

Longitudine vera del Sole dalle tavole di La Lande	6.^{s}	11.°	11'.	7'',0
Osservata	6.	11.	11.	3, 5
errore delle tavole =				3, 5

Epoca delle tavole 1800, $2e = 0{,}035582$, A = 3.^{s} 1.° 39'. 59''; $n = 3{,}714$, perciò fatte le opportune sostituzioni $3'',5 + (1'',999)\,x - (0'',001)\,y - (3'',758)\,z - (1{,}001)\,v = 0$. Sia $m = 3'',5$; $n = 1'',999$; $0'',001 = p$; $3'',758 = q$; $1'',001 = r$, avremo

$$m + nx - py - qz - rv = 0.$$

Una seconda longitudine osservata, comparata nello stesso modo colle tavole, ci darà un altra equazione, nella quale non cambiando che l' Anomalia, e la differenza tra le due longitudini, non differirà dalla prima che nella quantità m e ne' coeficienti n, p, q, v: lo stesso si dica di una terza osservazione, di una quarta ec. Onde in fine si avrà la serie seguente di equazioni

$$nx - py - qz - rv + m = 0 \;..\; Q$$
$$n'x - p'y - q'z - r'v + m' = 0 \;..\; Q'$$
$$n''x - p''y - q''z - r''v + m'' = 0 \;..\; Q''$$
$$n'''x - p'''y - q'''z - r'''v + m''' = 0 \;..\; Q'''$$
$$n''''x - p''''y - q''''z - r''''v + m'''' = 0 \;..\; Q'''' \text{ ec.}$$

Tante cioè quante saranno le longitudini osservate.

Digitized by Google

§. 67 Poichè abbiamo un numero di equazioni assai maggiore del numero delle incognite, se ogni longitudine osservata fosse geometricamente esatta, quattro equazioni, prese a sorte, ci darebbero gli stessi valori delle incognite, che altre quattro qualunque. Ma non vi ha osservazione, che non vada soggetta a qualche errore. Perciò i valori dedotti da sole quattro, e sostituiti nelle altre, non soddisfaranno alla condizione, che la somma di tutti i termini sia o. Vi si deve quindi supplire col gran numero delle osservazioni, cercando que' valori di x, y, z, v, che meglio soddisfino alle equazioni proposte. Quindi

§. 68 In ciascuna delle equazioni Q, Q', Q'' ec. si renda positivo, prima il termine x, indi si raccolgano tutte in unica somma; poi si renda positivo il termine y, e similmente si raccolgano in unica somma tutte le equazioni così preparate, e a mano a mano si passi a fare lo stesso rispetto alle altre incognite: si avranno le seguenti equazioni, tante cioè quante sono le incognite.

$$1.^a \begin{cases} (n + n' + n'' + \text{ec.})\,x - (p + p' + p'' + \text{ec.})\,y \\ - (q + q' + q'' + \text{ec.})\,z - (r + r' + r'' + \text{ec.})\,v \\ + (m + m' + m'' + \text{ec.}) \;\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases} = o$$

$$2.^a \begin{cases} (p + p' + p'' + \text{ec.})\,y - (n + n' + n'' + \text{ec.})\,x \\ + (q + q' + q'' + \text{ec.})\,z + (r + r' + r'' + \text{ec.})\,v \\ - (m + m' + m'' + \text{ec.}) \;\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases} = o$$

$$3.^a \begin{cases} (q + q' + q'' + \text{ec.})\,z - (n + n' + n'' + \text{ec.})\,x \\ + (p + p' + p'' + \text{ec.})\,y + (r + r' + r'' + \text{ec.})\,v \\ - (m + m' + m'' + \text{ec.}) \;\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases} = o$$

Digitized by Google

$$4.a\begin{cases}(r+r'+r''+\text{ec.})\,v-(n+n'+n''+\text{ec.})\,x\\ +(p+p'+p''+\text{ec.})\,y+(q+q'+q''+\text{ec.})\,z\\ -(m+m'+m''+\text{ec.})\ldots\ldots\ldots\ldots\end{cases}=0$$

Nella prima equazione il coefficiente totale di x è la somma de' suoi coefficienti parziali, tutti presi col segno $+$; i coefficienti totali di y, z, v, le rispettive somme de' loro coefficienti parziali co' respettivi segni $+$, $-$; e il termine $(m+m'+m''+\text{ec.})$, somma delle differenze delle longitudini osservate e calcolate, prese similmente co' proprii segni $+$, $-$. Sostituiti per tanto alle lettere n, n' ec.; p, p' ec.; q, q' ec.; r, r' ec.; m, m' ec. i loro valori numerici; de' coefficienti parziali di x non ne verrà distrutto alcuno; de' coefficienti di y, z, v, i quali saranno altri positivi e altri negativi, ne rimarrà soltanto la differenza; e ciò che resterà dell' ultimo termine, secondo ogni probabilità, sarà prossimamente uguale alla somma degli errori delle tavole, corrispondentemente al numero delle osservazioni. In questa equazione considerando dunque x solo come incognita, il suo valore ne verrà determinato nel modo il più vantaggioso, e tanto meglio quanto maggiore sarà il numero delle osservazioni. Lo stesso si dica di y nella seconda equazione, di z nella terza, e di v nella quarta. Quindi risolvendo queste equazioni co' metodi ordinarii dell' *eliminazione*, i valori di x, y, z, v verranno realmente determinati dal mutuo e simultaneo loro influsso sugli elementi proposti a corregersi, e perciò i più esatti, che ai medesimi si possano applicare per l' epoca intermedia tra quella delle tavole e quella delle osservazioni.

In questo modo di procedere all' investigazione de' valori delle incognite x, y, z, v consiste il *metodo delle equazioni di condizione*, impiegato per la prima volta da Tobia Mayer nella costruzione delle sue tavole lunari.

Digitized by Google

§. 69 In altra maniera è oggi in uso di preparare le equazioni di condizione Q , Q' , Q'' ec. prima di aggrupparle . Ciascuna si moltiplica , primo pel rispettivo coefficiente di x , preso col suo segno , e si fa la somma de' loro prodotti ; poi nello stesso modo si moltiplicano pel coefficiente di y , e si sommano i prodotti , e così si prosiegue co' coefficienti delle altre incoguite . Co' coefficienti di x le equazioni Q , Q' ec. verranno trasformate nelle seguenti .

$$n^2 x + n m - n p y - n r v = 0 \ldots \mathrm{R}$$
$$n'^2 x + n' m' - n' p' y - n' r' v = 0 \ldots \mathrm{R}'$$
$$n''^2 x + n'' m'' - \text{ec.} \ldots\ldots\ldots\ldots \mathrm{R}'' \text{ ec.}$$

$$\text{Somma} \left\{ \begin{array}{l} (n^2 + n'^2 + \text{ec.})\, x - (n p + n' p' + \text{cc.})\, y \\ - \text{ec.} + (n m + n' m') \ldots\ldots\ldots \end{array} \right\} = 0 \ldots \mathrm{H}$$

Co' coefficienti di y si avrà

$$p^2 y - p n x + \text{ec.} \ldots - p m = 0 \ldots \mathrm{S}$$
$$p'^2 y - p' n' x + \text{ec.} \ldots - p' m' = 0 \ldots \mathrm{S}'$$
$$p''^2 y - p'' n'' x + \text{ec.} \ldots - p'' m'' = 0 \ldots \mathrm{S}'' \text{ ec.}$$

$$\text{Somma} \left\{ \begin{array}{l} (p^2 + p'^2 + p''^2 + \text{ec.})\, y \\ - (p n + p' n' + p'' n'')\, x + \text{ec.} \\ - (p m + p' m' + p'' m'') + \text{ec.} \end{array} \right\} = 0 \ldots \mathrm{H}'$$

Digitized by Google

Trattando nello stesso modo le equazioni Q, Q' ec. co' coeficienti primo di q, e poi di v, si avranno due altre equazioni finali H'', H''' simili alle precedenti, che, risolute come sopra, ci daranno i valori delle incognite x, y ec.

Questa maniera è stata proposta dal Sig. Le Gendre e dallo stesso denominata *metodo de' minimi quadrati*. A concepirne lo spirito e sentirne i vantaggi, si osservi che il numero delle equazioni di condizione, essendo molto maggiore delle incognite, determinati i valori di queste, e sostituiti nelle equazioni Q, Q' ec.; la condizione, che tutti i termini uniti insieme debbano distruggersi, non si verificherà che in pochissime, e per avventura in nessuna: pressochè in tutte si troverà qualche piccola differenza, che in parte almeno potrà dipendere dal modo come si sono combinate le equazioni di condizione. Quella combinazione dovrà dunque preferirsi ad ogni altra, nella quale tali differenze siano sempre un *minimum*. Or tanto si ottiene col metodo de' minimi quadrati, lo che non è difficile a dimostrarsi.

§. 70. Determinati i valori di x, y, ec. e sostituiti nelle equazioni

$$n\,x - p\,y - \text{ec.} + m = 0 \;\ldots\; Q$$
$$n'\,x - p'\,y - \text{ec.} + m' = 0 \;\ldots\; Q'$$
$$n''\,x - p''\,y - \text{ec.} + m'' = 0 \;\ldots\; Q''$$

Siano E, E', E'', le rispettive differenze che ne ritano cioè:

$$E = n\,x - p\,y - \text{ec.} + m$$
$$'E = n'\,x - p'\,y - \text{ec.} + m'$$
$$''E = n''\,x - p''\,y - \text{ec.} + m'' \text{ ec.}$$

Digitized by Google

Loro quadrati

$$E^2 = (n\,x + m - p\,y + \text{ec.})^2$$
$$'E^2 = (n'\,x + m' - p'\,y + \text{ec.})^2$$
$$''E^2 = (n''\,x + m'' - p''\,y + \text{ec.})^2$$

Poichè E , 'E , ''E debbono essere un *minimum* , facendo variare prima x solo , poi y solo , avremo

Variando x solo	Variando y solo
$n^2\,x + n\,m - n\,p\,y = 0$	$p^2\,y - p\,n\,x - p\,m = 0$
$n'^2\,x + n'\,m' - n'\,p'\,y = 0$	$p'^2\,y - p'\,n'\,x - p'\,m' = 0$
$n''^2\,x + n''\,m'' - n''\,p''\,y = 0$	$p''^2\,y - p''\,n''\,x - p''\,m'' = 0$

Somma delle prime equazioni variando x solo

$$\left\{\begin{array}{l}(n^2 + n'^2 + n''^2)\,x + (n\,m + n'\,m' + n''\,m'') \\ - (n\,p + n'\,p' + n''\,p'')\,y \ldots\ldots\ldots\end{array}\right\} = 0$$

Somma delle seconde equazioni variando y solo

$$\left\{\begin{array}{l}(p^2 + p'^2 + p''^2)\,y - (p\,n + p'\,n' + p''\,n'')\,x \\ - (p\,m + p'\,m' + p''\,m'') \ldots\ldots\ldots\end{array}\right\} = 0$$

La condizione che E , 'E , ''E siano un *minimum* ci conduce dunque alle stesse equazioni finali H , H' , che sopra date abbiamo . Giacchè ciò che si è fatto con tre equazioni e due incognite può farsi con un altro numero qualunque di equazioni e d' incognite . Determinati pertanto i valori delle incognite x , y ec. , e sostituiti nelle equazioni Q , Q' , Q'' ec. le differenze , che po-

Digitized by Google

tranno incontrarsi, saranno sempre minori di quelle che si avrebbero con qualsisia altra combinazione o artificio. Se poi alcuna delle differenze troppo si allontanasse dalle altre, in tal caso converrebbe ommettere l' equazione da cui dipende, e ricominciare il calcolo colle altre. Veggasi Le Gendre nell' appendice alla sua memoria *Nouvelles methodes pour la determination des Cometes*. Parigi 1805.

§. 71 Se dopo di avere corretti gli elementi dell' orbe nostro col metodo fin quì esposto, si volessero per uguale maniera correggere quelli degli altri Pianeti; in rigore converrebbe introdurvi due altre incognite, l' inclinazione cioè e la longitudine del nodo. Poichè così l' una come l' altra di queste quantità influiscono sulla riduzione all' eclittica. Ma solo l' inclinazione di Venere e de' nuovi Pianeti essendo di qualche considerazione, e in questi stessi i piccoli errori, cui possono andar soggetti, inclinazione e nodo, non rendendosi pressochè sensibili sulla longitudine ridotta, si potrà ommettere di considerarli, e piuttosto cercarne la correzione con osservazioni, nelle quali sia massimo il loro effetto.

§. 72 Corretti gli elementi per un epoca data, se con altre osservazioni dalle prime per due o tre secoli lontane, si ripeta lo stesso calcolo, si avrà la loro variazione secolare. Ma ciò non potrà probabilmente tentarsi che dai nostri posteri, poichè le osservazioni anteriori al 1750 sono affatto insufficienti a sì delicata indagine. Per altro dalla teoria dell' attrazione si hanno tali variazioni con una precisione, che forse non può sperarsi maggiore dalle osservazioni.

§. 73 Il metodo delle equazioni di condizione non è solo utile nell' esatta determinazione degli elementi de' Pianeti; ma in ogni altra ricerca, in cui sono date più quantità assolute, che dipendono da più altre che agiscono insieme, e vogliosi partitamente conoscere. Si cer-

Digitized by Google

chi la parte che vi avrebbe ciascuna se fosse sola, la loro somma darà un equazione di condizione, e un gran numero di queste la piena soluzione del problema.

ARTICOLO III.

Mercurio.

§. 74 Mercurio, il pianeta più vicino al Sole, si è quello di cui più tardi e con maggiore difficoltà ne sono stati riconosciuti e stabiliti i movimenti. Ove non sia nelle sue massime digressioni dal Sole, che si stendono da 18.° a 28.° e l'aere ben sgombro da' vapori, ad occhio nudo difficilmente si riconosce. Copernico a Frawenberg sulla Vistola non giunse mai a vederlo. Coi telescopj però si può osservare sino a poca distanza dalla congiunzione. Giacendo egli tra la Terra ed il Sole, nel suo giro intorno a questo dovrebbe presentare agli occhi nostri le stesse fasi, che si osservano nella Luna. Pur nondimeno, se l'aere non sia purissimo e di grande bontà i cannocchiali, generalmente non suole apparire che a guisa di una tremola mal terminata nuvoletta. Nei suoi passaggi sul disco Solare si vede di figura rotonda non altrimenti che gli altri pianeti. Fuori di questi casi sino al presente il solo Sig. Schroeter è giunto a distinguerlo ben contornato, e riconoscervi delle macchie, dalle quali si è lusingato di poterne conchiudere la rivoluzione sul suo asse, che secondo lui si compie in 24^h 5'. 30". Egli dice ancora di avervi osservate delle ombre molto estese, che quindi indicherebbero altissimi monti, in proporzione almeno del suo diametro. Vuole ancora che abbia un atmosfera molto densa, e che l'equatore sia quasi perpendicolare al piano del suo orbe.

§. 75. I passaggi sul Sole e le congiunzioni sono le sole osservazioni, dalle quali si possono ricavare diret-

Digitized by Google

tamente i movimenti di questo pianeta. Ma i passaggi sono assai rari, e le congiunzioni per vedersi richiedono sì grande perfezione nei telescopj, e tanta purità nell' acre, che non so se alcuno ne abbia osservate ancora, comunque non manchi chi si è dato il vanto di aver veduti insieme nel telescopio il Sole e Mercurio. Per queste ragioni la teoria di questo Pianeta è stata assai imperfetta sino oltre alla metà del secolo passato. I passaggi osservati, a riserva di un solo, cadono tutti ad un di presso nella stessa parte del Cielo. Non si hanno ancora tre osservazioni eliocentriche, delle quali due a 180.°, ed una terza in mezzo; condizione senza di cui non si può con sicurezza descrivere l' orbita del Pianeta. Egli è quindi uopo chiamare le massime digressioni in sussidio; ma quì s' incontra un' altro ostacolo, e si è, che per ridurle al Sole conviene supporre ciò che si cerca. In ogni maniera, quanto si è fatto si è ottenuto combinando insieme passaggi e digressioni. Colle digressioni si sono cercati da principio prossimamente gli elementi, i quali si sono corretti co' passaggi, e nuovamente esaminati colle stesse digressioni, e così si è proseguito cercando sempre di meglio rappresentare le osservazioni passate e presenti. Se i metodi del Dottor Gauss, che in parte spiegati abbiamo nel libro precedente, si fossero conosciuti prima, ben più presto e con assai minore fatica si sarebbero ottenuti i resultati medesimi. Con non lieve profitto possono però servire a verificarli, se pure gli Astronomi non incontreranno difficoltà a dipartirsi dal cammino usato. In tanto di ciò che finora si è fatto noi ne daremo quì un succinto ragguaglio, e quale si conviene all' oggetto di queste lezioni.

Digitized by Google

Rivoluzione intorno al Sole.

§. 76 Osservando attentamente Mercurio nelle sue massime digressioni, così occidentali come orientali, è facile a riconoscere, che sebbene non impieghi sempre lo stesso tempo a ritornare alla stessa distanza dal Sole, sia di mattina o sia di sera; pur nondimeno un tale tempo non è mai minore di 104 o 106 giorni, nè mai maggiore di 128 o 130 giorni. Onde la sua rivoluzione sinodica media può stabilirsi di 118, più accuratamente di 116 giorni. Ma in 116 giorni la terra percorre un' arco nell' orbe suo di 120° circa: Mercurio dunque per ritornare nella stessa distanza dal Sole, in cui fu da principio osservato, ha dovuto fare l' intiero giro del Cielo più 120°, o sia in tutto 480°. Perciò il tempo della rivoluzione reale intorno al Sole non sarà che di tre mesi circa, ossia di 88 giorni; che si possono trovare dicendo; come sta la somma delle rivoluzioni, vera della Terra e sinodica di Mercurio, alla rivoluzione vera della Terra: così la rivoluzione sinodica alla vera di Mercurio :: 481^g : 365^g :: 116^g : 83^g.

§. 77 Questa determinazione, comunque poco esatta, è la migliore che possa ricavarsi dalle sole digressioni. Perciò sino alle tavole di Halleyo non si giunse più oltre. Quest' Astronomo, essendo stato in grado di valersi dei passaggi del 1631. 1651. 1661. 1667. 1690. 1697. 1723. determinò con assai maggiore precisione la rivoluzione, che stabilì di $87.^g\ 23.^h\ 14'.\ 34'',4$. Cassini comparando il passaggio del 1631 coll' altro del 1723, tra i quali scorsero $92.^{an}\ 24.^h\ 9'.\ 39''$, e nel qual tempo Mercurio fece 382 rivoluzioni intiere, più 2.° 5'. 45"; comparando, dico, questi due soli passaggi trovò 13",5 meno di Halley.

Digitized by Google

§. 78 E' però da osservarsi, che sebbene le longitudini che si deducono dai passaggi siano le stesse che se vedute fossero dal Sole; nientedimeno non si potrà dalle medesime ricavare esattamente il tempo della rivoluzione periodica, se da vere non si convertano in medie; siccome fatto abbiamo cercando il tempo dell' anno tropico solare. Ma ciò non può farsi se non si conosca almeno assai prossimamente l' equazione del centro, il luogo dell' afelio, ed il movimento suo, che è quanto a dire, se prima non si abbiano delle tavole, che con poca differenza rappresentino le osservazioni. Perciò La-Lande, volendo dai passaggi ricavare il tempo della rivoluzione, prima stabilì il luogo dell' afelio, indi il suo movimento annuo, e finalmente l' equazione del centro. Con questi dati, ridotti i passaggi osservati in medj, ne conchiuse la rivoluzione, che stabilì di $87.^{g}\ 23.^{h}\ 14'.\ 32'',67$, e quindi il movimento annuo, ossia in $365.^{g}$ di 4 rivoluzioni più $1.^{g}\ 23.^{o}\ 43'.\ 3'',0$ ed il diurno di $10'.\ 14''$.

§. 79 Questa si è la rivoluzione *tropica*, o sia rispetto al punto di Ariete: se vogliasi l' altra rispetto alle Stelle, detta *siderea*, alla prima converrà aggiugnere il movimento del punto di Ariete in $88.^{g}$ che è di $12'',25$, e che si percorrono da Mercurio in $1'.\ 11''$ di tempo; e sarà perciò la rivoluzione siderea di questo pianeta di $87.^{g}\ 23.^{h}\ 15'.\ 43'' = 87^{g},96925$.

Distanza media dal Sole, o sia semiasse dell' orbe di Mercurio.

§. 80 Determinata la rivoluzione media, niente più facile che di trovare la distanza media dal Sole, o sia il semiasse maggiore dell' orbita, impiegando la terza leg-

Digitized by Google

ge di Keplero, cioè che i quadrati dei tempi periodici sono come i cubi delle distanze medie. Supposta pertanto la distanza media della Terra dal Sole = 10, si dica (365.^{g} 6.^{h} 9'. 14'')^2 : sta a (87.^{g} 23.^{h} 15'. 43'')^2 o sia $(31558154)^2 : (7600544'')^2 :: (10)^3 : x^3 = (3,8710)^3$ è quindi il semiasse maggiore dell' orbe di Mercurio 3,8710 e facendo quello della Terra di 100000, sarà l' altro di 38710. Keplero l' aveva fatto un poco maggiore, perchè un poco maggiore aveva stabilito il tempo della rivoluzione.

Afelio ed eccentricità.

§. 81 Tra i diversi passaggi di Mercurio sul disco Solare non essendovene che due a 180.° l'uno dall' altro; per determinare prossimamente il luogo dell' Afelio e l' eccentricità, giova meglio valersi delle digressioni massime. Quando le digressioni aumentano, ed il loro massimo giugne a 27.° o 28.° egli è chiaro che Mercurio deve essere nell' Afelio o assai vicino al medesimo; e similmente deve trovarsi nel Perielio o vicino allo stesso, quando la massima non oltrepassa li 17° o 18.° Ora se la massima digressione che si osserva (afelia o perielia) sia insieme la massima di quante se ne possono osservare nella medesima distanza della Terra dal Sole; allora Mercurio deve essere in uno dei due Apsidi, ed il raggio condotto dalla Terra al Pianeta tangente dell' orbe; e quindi perpendicolare all' asse, nell' afelio se la disgressione sia tra 27° e 28.°, e nel perielio se tra 17° e 18°. Nel triangolo pertanto alla Terra al Sole ed al Pianeta, essendo noti i due angoli al Pianeta ed alla Terra, si conoscerà il terzo al Sole, e insieme, sapendosi altronde la distanza della terra dal Sole, si renderà nota la distanza di Mercurio dal Sole; che si è quanto è necessario a sa-

Digitized by Google

persi per determinare il luogo dell' afelio e l' eccentricità :

§. 82 Sia S (*fig.*80) il luogo del Sole, T P A l' orbe terrestre, M' G M quello di Mercurio, ed M M' il suo asse maggiore. Egli è chiaro che quando Mercurio è in M', osservato dalla Terra in T' apparirà in *m'*, ed osservato dal Sole apparirà in P luogo del perielio; similmente quando Mercurio è in M, e la Terra in T, osservato da questa, apparirà in *m*, ed osservato dal Sole si vedrà in A, luogo dell' Afelio. Se quindi il punto di Ariete sia in ♈, nel primo caso la longitudine di Mercurio osservata dalla Terra sarà ♈ *m'*, nel secondo ♈ *m*; perciò nel primo, che è quando Mercurio precede il Sole, sottraendo tre segni dalla longitudine osservata si avrà il luogo del Perielio; e nel secondo, che è quando Mercurio siegue il Sole, alla longitudine osservata aggiugnendo tre segni, si avrà la longitudine o luogo dell' Afelio. Queste digressioni succedono le une in Agosto e le altre in Aprile. Osservate pertanto le disgressioni di Agosto che sono di sera, e quelle di Aprile che sono di mattina, e scelta tra quelle di Agosto la maggiore che si troverà di 28.° circa, e tra quelle di Aprile similmente la maggiore, che non sarà oltra li 18.°, si avrà il luogo dell' Afelio, e quello del Perielio. E poicchè in ciascuno dei due triangoli S T M, S T' M' sono noti i tre angoli, ed un lato, si potranno calcolare le due distanze Afelia e Perielia, cioè S M' ed S M, la di cui somma darà l' asse maggiore, e la differenza il doppio dell' eccentricità. Ma è pressocchè impossibile che, quando Mercurio giunge nell' Afelio o nel Perielio, contemporaneamente la Terra giunga in quel punto del suo orbe, da cui il raggio condotto a Mercurio sia perpendicolare all' asse, o sia tangente dell' orbe del Pianeta. Accaderà quindi che l' osservazione si faccia sempre alquanto prima, o alquanto dopo del momento in cui Mercurio fu in uno degli apsidi, o il raggio tangente dell' orbe. Per la qual cosa la sola

Digitized by Google

strada che ci rimane si è di determinare da principio colla migliore osservazione che possa aversi il luogo dell' Afelio, e l' eccentricità; indi con altre osservazioni correggere questi primi elementi, sino a che si giunga a rappresentare prossimamente tutte le osservazioni.

§. 83. I 10 Agosto 1786 a 1.^{h} 50'. 28" di sera, tempo medio al meridiano di Parigi, fu osservata la longitudine geocentrica di Mercurio di 5.^{s} 15.° 19'. 24", quella del Sole dalle tavole 4.^{s} 17.° 57'. 56", onde l' elongazione 27.° 21'. 28". I 20 Settembre 1786 a 22.^{h} 58'. 19" di mattina, long. osservata di Mercurio 5.^{s} 11.° 2'. 37", del Sole 5.^{s} 27.° 36'. 49" onde l' elongazione 16.° 34'. 12". (V. La Lande 3. ediz. §. 1399).

Mercurio nella prima osservazione fu quindi assai vicino all' Afelio, e nella seconda in poca distanza dal Perielio. Si supponga che realmente nella prima Mercurio fosse nell' Afelio, mentre osservato dalla terra il raggio visuale era tangente dell' orbita: allora 1.^{mo} il luogo dell' Afelio corrisponderebbe a 8.^{s} 15.° 19'. 24". 2.^{do} Dicendo R : sen. 27.° 21'. 28" : : come distanza della Terra dal Sole al quarto, si avrebbe la distanza Afelia di Mercurio = 46551, da cui sottratta la distanza media sopra ritrovata = 38710, il residuo = 7841; sarebbe l' eccentricità.

Fatte le stesse supposizioni nella seconda osservazione, risulterebbe il perielio a 2.^{s} 11.° 2'. 37", la distanza 28607, che aggiunta all' Afelia darebbe l' asse maggiore = 75058, e la sua metà 37579, alquanto minore di quanto si è trovato al §. 80. Ma la prima digressione essendo più prossima alla massima afelia, che non sia la seconda alla massima perielia, ed il tempo da quel-

Digitized by Google

la a questa di soli 41' meno, cioè, di una semirivoluzione, l' osservazione di Agosto sembra da preferirsi all' altra di Settembre, nella quale Mercurio non poteva ancora essere giunto al Perielio.

§. 84 Ora per correggere questi due elementi, li quali, secondo ogni verisimiglianza, non possono essere molto esatti, vogliosi formare delle tavole, nelle quali, il movimento medio sia quello stesso che si è stabilito al §. 78.; l' epoca, l' osservazione dei 10 Agosto 1786.; l' Afelio a 8.^{s} 15.° 19'. e l' equazione del centro, quella che si ha dall' eccentricità = 17841. Con esse pertanto si calcoleranno più altre digressioni osservate in diversi punti dell' orbita, e trovando che l' osservazione non è di accordo col calcolo, si cercherà di quanto debba correggersi l' Afelio conservando la stessa eccentricità; indi con altre osservazioni si esaminerà l' eccentricità, ritenendo l' Afelio corretto. Coll' Afelio e l' eccentricità così stabiliti, converrà formare nuove tavole, e facendo nuove supposizioni, tentare nuove correzioni, e ciò sino a che le tavole rappresentino esattamente le osservazioni. Le prime tavole daranno probabilmente più gradi di errore, tra i luoghi osservati e calcolati, meno le seconde, e così via via. Tanto infatti è avvenuto alle tavole Danesi, che differivano dall' osservazione di più di 7.° mentre le altre fatte in seguito da Lansberge non presentavano che un grado ed un terzo di errore, e meno le posteriori di Keplero, che giunsero a rappresentare le osservazioni entro i limiti di 15' circa. Quest' errore fu in seguito di molto diminuito prima da Halley, indi da La-Lande, nelle tavole che egli inserì nella edizione del 1771 della sua Astronomia. Pur nondimeno vi rimaneva tuttavia l' arrore di $\frac{3}{4}$ di ora sulle congiunzioni, siccome si riconobbe nel passaggio del 1786; di cui per questa ragione appunto in Parigi i soli Messier

Digitized by Google

e De Lambre ne osservarono l' uscita, essendosi ostinati a restare coll' occhio al Telescopio, sebbene il Sole, che si era innalzato in mezzo alle nuvole, ne fosse ancora coperto, e nel momento secondo le tavole, della fine e qualche tempo dopo. La Lande riformò quindi le sue prime tavole, che in seguito tornò e correggere nel 1796, giovandosi dei calcoli del Conte Oriani sulle perturbazioni cagionate da Venere. Le tavole del 1786 trovansi nella terza edizione della sua Astronomia, e quella del 1796 nella Conoscenza de' tempi dell' anno VI della Repubblica Francese. A queste non so che altri abbia più posto mano, ed esse invero rappresentano assai bene le osservazioni, come può vedersi nel mio libro IV. della Specola Astronomica.

§. 85 Quì però è da notarsi che le stessè osservazioni non possono ugualmente servire a correggere l' Afelio e l' Eccentricità. Per l' Afelio vogliono fare verso le distanze medie, e verso gli apsidi per l' eccentricità. Della qual cosa non è difficile di sentirne la ragione. Quando Mercurio è verso le distanze medie, nel punto in cui l' equazione non soffre più cambiamento, e che insieme trovasi nella sua massima digressione su di un raggio visuale tangente dell' orbe, a poco monta che l' eccentricità supposta sia più o meno grande; la sua longitudine geocentrica ne sarà pochissimo alterata. Per l' opposto, qualunque più picciolo errore sul luogo dell' Afelio si renderà sensibile sull' elongazione calcolata, e quindi facilmente si conoscerà di quanto debba avanzarsi o ritirarsi il luogo dell' Afelio. Similmente quando Mercurio è nelle sue massime digressioni, che corrispondono agli apsidi, verso i quali il cambiamento dell' equazione è rapidissimo e insieme il massimo, un piccolo errore sull' eccentricità ne cagionerà uno pressochè uguale sul luogo calcolato. Tutto ciò si renderà assai sensibile per mezzo di una figura, che rappresenti i luoghi di Mercurio in

Digitized by Google

queste diverse posizioni del suo orbe. Se di questo Pianeta si avesse un gran numero di luoghi ben osservati, sarebbero inutili simili considerazioni: poichè col metodo delle equazioni di condizione si correggebbero tutt' insieme gli elementi dell' orbe suo; ma le osservazioni sono appunto ciò che manca. I passaggi sul disco che finora abbiamo sono ben pochi, e tutto il di più non credo che sarebbe per riuscire di molto vantaggio coll' indicato metodo.

Movimento dell' Afelio, e variazione dell' Eccentricità

§. 86 Secondo la teoria dell' attrazione la sola distanza media, e movimento medio di Mercurio, siccome di ogni altro Pianeta, si conserva sempre lo stesso. Tutti gli altri elementi soffrono di continuo piccole alterazioni, le quali accumulandosi col tempo fanno si, che non trovansi essi in un epoca, quali osservati e stabiliti furono in un' altra antecedente e lontana. La variazione dell' Afelio, e l' altra dell' eccentricità sono le prime e le più necessarie a conoscersi. Quando si avessero o osservazioni abbastanza lontane ed abbastanza esatte, o con precisione si conoscesse la massa di Venere, la legge di si fatte variazioni facilmente sarebbe rinvenuta. Mancando pertanto osservazioni antiche sulle quali si possa fare fondamento, e la massa di Venere non essendo conosciuta che per congettura, direttamente non si è potuto stabilire nè il movimento dell' Afelio, nè le variazioni dell' eccentricità.

§. 87 Pertanto 1.mo riguardo al movimento dell' Afelio, che è il più essenziale e più forte, è stato necessario valersi di passaggi osservati, comunque non molto atti all' uopo. Per trarne quindi il maggior vantaggio che fosse permesso, La Lande ha combinato il passaggio del 1660, il solo osservato nel nodo discendente, con cia-

Digitized by Google

scuno degli altri, che furono sino al 1786, tutti verso il nodo ascendente. Formati così quattro binarj, nell' intervallo di ciascuno dei quali il movimento medio, altronde ben conosciuto, non poteva differire dall' osservato che in ragione del luogo dell' Afelio, giunse finalmente, dopo varie supposizioni a trovare questo elemento per ciascun binario; d' onde ne dedusse il movimento, che trovò di 56", e che non differisce che di 1" in più dall' altro, che dall' attrazione ne ha ricavato La Grange, da cui si fa di 57". Come però la massa di Venere, da cui principalmente dipende, non si conosce che per approssimazione, se si diminuisce di $\frac{1}{6}$ da quanto fu supposta da La-Grange, l' attrazione darà similmente 56". Cassini su le osservazioni di Tolomeo aveva adottato pel movimento dell' Afelio 1'. 20".

2°. Perciò che spetta alla variazione dell' eccentricità, o dell' equazione del centro, essa è sì picciola, che vi vogliono almeno mille anni perchè si renda sensibile nelle osservazioni. I nostri più tardi posteri potranno per avventura dirne qualche cosa; ma quanto a noi dobbiamo contentarci di ciò che risulta dall' attrazione. Secondo questa il cambiamento in un secolo, da Venere è di + 3",04, dalla Terra + 0",58, da Marte — 0",22, da Giove — 1",26, da Saturno + 0,02, in tutto + 2",16. Quindi la variazione annua + 0",02; quantità di cui, nell' incertezza in cui si è ancora dell' equazione totale, è inutile di tenerne conto.

Nodo.

§. 88 Determinati gli elementi dell' orbita, vuolsi cercare la sua posizione rispetto all' orbe nostro, o sia l' inclinazione col piano dell' ecclitica, ed i punti di comune intersezione. Nella supposizione che affatto non si conoscano queste quantità, come sarebbe per un nuovo Pia-

Digitized by Google

neta, due Longitudini qualunque colle corrispondenti latitudini geocentriche, o sia osservate, sono sufficienti all' uopo. Poicchè convertite che siano le longitudini e latitudini in eliocentriche, lo che sarà facilissimo per mezzo degli elementi dell' orbita già conosciuti, di altro non si tratterà che della risoluzione di due triangoli sferici. Sia P (*fig.* 81) il polo dell' ecclitica, H E un' arco della medesima uguale alla differenza delle due longitudini eliocentriche, corrispondenti alle geocentriche osservate, E O la latitudine eliocentrica nella prima, ed H G la latitudine nella seconda. Condotto per G ed O un' arco di cerchio massimo, esso incontrerà l' ecclitica in N, facendo colla medesima l' angolo O N E. Sarà dunque N O una porzione dell' orbita di Mercurio, N il luogo del Nodo, ed O N E l' Inclinazione. Ora nel triangolo G P O, essendo noto l' angolo in P, misurato dall' arco H E, ed i due lati P O, G P complementi a 90° delle due latitudini osservate, si troverà l' angolo in G; e nel triangolo NGH, rettangolo in H si conoscerà il lato G H, e l' angolo N G H, perciò si potrà sempre trovare l' angolo G N H, o sia l' inclinazione, ed il lato N H, che aggiunto o sottratto dalla longitudine in H darà la longitudine del Nodo.

§. 89 Il luogo del nodo si può determinare ancora con una semplice osservazione, semprechè la latitudine osservata sia *o*. Poicchè, com' è chiaro, se la latitudine geocentrica è nulla, nulla sarà similmente l' eliocentrica, e perciò il Pianeta nel Nodo. In mancanza di una latitudine *o*, potranno supplire due latitudini uguali, delle quali una boreale, e l' altra australe: nel qual caso il punto di mezzo tra le due longitudini osservate di necessità deve corrispondere al luogo del nodo. Ma il più sicuro mezzo ed il più esatto sta nei passaggi di Mercurio sul disco del Sole, nei quali la posizione di Mercurio rispetto all' ecclitica si determina colla maggiore precisione, e la latitudine è sempre picciolissima. Stabilito il

Digitized by Google

luogo del Nodo, da qualunque latitudine con una semplice proporzione si potrà sempre ricavarne l' inclinazione; ad averla però colla maggiore possibile esattezza vogliosi scegliere le osservazioni a 90°. dal Nodo.

§. 90 Quando dall' osservazione si sia dedotto il luogo del Nodo e l' inclinazione per una data epoca, con altre osservazioni vogliosi cercare queste due quantità per un' epoca diversa dalla prima, e dalla medesima più che sia possibile lontana; onde conoscere le variazioni, cui possono soffrire così il nodo come l' inclinazione. Ora dal passaggio del 1723 risulta il luogo del nodo 1.^{s} 15°. 1'. 0", e da quello del 1753, 1.^{s} 15°. 23'. 30". In 30 anni il nodo si è quindi avanzato rispetto al punto di Ariete di 22'. 30", lo che da un movimento diretto di 45" per anno. La Lande avendo calcolato il luogo del nodo, che si ha da ciascuno dei passaggi osservati, e preso un medio tra i diversi risultati che si hanno pe'l movimento annuo del nodo, lo ha stabilito di 43",3; o sia di 1°. 12'. 10" per secolo. E poicchè la precessione secolare del punto di Ariete è 1°. 23'. 59",0; il nodo di Mercurio rispetto alle stelle retrocede in un secolo di 11'. 49" o sia 7",09 per anno, quanto a un di presso si ha dal principio dell' attrazione.

§. 91 Perciò che riguarda l' inclinazione, essa da altri si fa di 6°. 59', da altri di 7°. 1', e più generalmente di 7°., quantità colla quale si accordano pressocchè tutte le osservazioni, e su cui sono formate le tavole di La-Lande. In questo elemento dall' osservazione non si è ancora riconosciuta qualsisia variazione periodica, sebbene dal calcolo dell' attrazione da un secolo ad un' altro risulti una differenza di + 20",43

§. 92 Dalla inclinazione dipende la *riduzione all' ecclitica*, di cui è mestieri per comparare le longitudini calcolate colle osservate. Le prime si considerano nell' or-

Digitized by Google

bita rispettiva del Pianeta, le seconde non si hanno che sull' ecclitica. Quanto più grande è l' inclinazione tanto maggiore è la riduzione. Nel triangolo O N E, (*fig.* 81) N E è la differenza delle longitudini eliocentriche che risulta dalle osservazioni in N ed in O; e N O è la stessa differenza presa dalle tavole, e considerata sull' orbe del Pianeta. La differenza tra O N e N E è ciò che chiamasi *riduzione*, a trovare la quale più formole si sono date dagli Astronomi. Calcolando N E per mezzo dell' inclinazione o angolo N e dell' argomento N O o distanza del Pianeta dal Nodo si ha tan. N E = cos. N. tan. N O, che sottratto da N O darà la riduzione che si cerca. La massima è a 45°. dal Nodo, e per Mercurio supposta la sua inclinazione di 7.° risulta di 12'. 51",6

Diametro, volume, densità

§. 93 Il Diametro di Mercurio non è da sperarsi che si possa altrimenti misurare, che ne' suoi passaggi sul disco del Sole; in ogni altra circostanza non è mai terminato in modo da distinguerne nettamente i suoi bordi. Raccogliendo le diverse misure che ne sono state prese, la maggiore non oltrepassa i 12". Nel passaggio del 1753 La-Lande con un' Eliometro di 18 piedi l' osservò di 11",8. E poicchè allora la distanza di Mercurio dalla Terra era alla distanza media della Terra dal Sole nella ragione di 55674 a 101007, dicendo 1010 : 557 :: 11,8; al quarto = 6",6, sarà questo il diametro di Mercurio alla distanza media della Terra dal Sole. Ma nel 1723 Bradley l' avea trovato a questa stessa distanza di 7",3; perciò può esso stabilirsi di 6",9. Ora il diametro della Terra a questa stessa distanza si è da noi fissato di 17",2, dunque facendo lo stesso = 1 e dicendo 17,2 : 6,9 :: 1 : al quarto si avrà il diametro di Mercurio in parti di quello della Terra, e sarà 0,4012, cioè due quinti di quel-

Digitized by Google

lo . Siccome poi il diametro della Terra è di 2864 leghe (di 2283 tese) così il diametro di Mercurio in leghe sarà di 1149,04 leghe .

§. 94 Dal diametro di Mercurio ne risulta il suo volume rispetto al Terra di 0,064558, o sia di una quindicesima circa . Ma quale si è la quantità di materia contenuta sotto questo volume ? Egli è ciò che non può stabilirsi che conjetturalmente . Intorno a Mercurio non essendosi scoperto ancora alcun satellite , manchiamo di un mezzo diretto onde conchiuderne la sua massa . E' stato quindi necessario investigare se per avventura le masse di Saturno , Giove , e la Terra offrissero qualche analogia applicabile a tutt' i pianeti in generale . Si è pertanto osservato che i più vicini al Sole sono i più densi , la qual cosa era già stata congetturata da Keplero , ma non si sapeva se i loro aumenti fossero soggetti a qualche legge : si cercò e parve che avessero certa tal quale proporzionalità colle radici dei loro movimenti medii , e in seguito La-Grange riconobbe che meglio si accordavano colla ragione inversa delle rispettive distanze medie dal Sole , sebbene nè pure questa analogia sia molto esatta ; ma mancandone ogn' altra di essa è forza valerci . Partendo dunque da siffatta supposizione , sarà la densità di Mercurio a quella della Terra come 2,5834 a 1 : poichè 0,3871 (distanza media di Mercurio) : 1 (distanza media della Terra) : : 1 (densità della Terra) alla densità di Mercurio . Quindi moltiplicando il volume (0,064558) per la densità (2,5834) se ne avrà la massa = 0",1668 di quella della Terra , o sia un sesto circa della medesima . Essendo nota la massa ed il diametro di Mercurio si ha l' effetto della gravità o sia la forza acceleratrice alla sua superficie, dividendo la massa pel quadrato del raggio , siccome è noto dal principio generale dell' attrazione . Quindi chiamando 1 così la massa come il diametro della Terra sarà la forza acceleratrice alla su-

Digitized by Google

perficie di questa = 1, ed alla superficie di Mercurio = $\frac{0,1668}{(0,4012)^2}$ = 1,03628; ma sulla Terra, e propiamente sotto l'equatore, la forza acceleratrice fa percorrere ai gravi 15,1037 piedi francesi, dunque sulla superficie di Mercurio nel primo 1" descriveranno i gravi liberamente cadendo 15^p, 652. Ma così la densità come la massa e forza acceleratrice, che quindi ne dipendono, sono quantità che debbonsi risguardare come dubbie; giacchè non sono appoggiate che su di una analogia o legge che soffre molte eccezioni, siccome si farà noto parlando di Venere e di Marte.

§. 95 Quì in fine raccoglieremo le correzioni che debbonsi fare alle osservazioni, onde convertirle di apparenti in vere, senza di che, nè si possono impiegare all'investigazione degli elementi, nè compararle colle longitudini e latitudini vere, che si hanno dalle tavole. I precetti per rinvenirle sono comuni ai Pianeti e alle Comete.

1.ª Correzione. *Paralasse*. A rinvenire la quantità, di cui la paralasse può far variare sia la longitudine, sia la latitudine osservata, conviene da principio stabilire la paralasse orizzontale del Pianeta, e questa si ha dalla seguente analogia. La distanza del Pianeta della Terra pel momento dell'osservazione, alla distanza media della Terra dal Sole; così la parallasse media del Sole (=8",6) alla parallasse orizzontale del Pianeta. Essa può trovarsi ancora calcolando direttamente l'angolo che sottende al Pianeta il raggio della Terra. La paralasse orizzontale moltiplicata pel seno della distanza del Pianeta dal vertice, darà la paralasse di altezza. Ora poichè le osservazioni de' Pianeti si fanno sempre nel meridiano, e nel meridiano la paralasse è tutta in altezza, se questa si sottragga

Digitized by Google

dalla distanza osservata del Pianeta dal vertice, corretta prima della rifrazione, sarà tolto ogni effetto della paralasse.

2.ª Correzione. *Nutazione*. La Nutazione, che induce un movimento apparente nel Polo dell' equatore, influisce sulla posizione vera non solo delle stelle, ma de' Pianeti ancora, facendo variare la loro AR.ta, e la loro declinazione. Ma poichè in questa ipotesi l' eclittica rimane sempre immobile, la nutazione non potrà alterare che la sola longitudine. Se dunque nel calcolo della longitudine e della latitudine s' impieghi l' obbliquità apparente; alla latitudine non dovrà farsi correzione alcuna per cagione della nutazione, e solo dovrà aggiugnersi alla longitudine 17",581 sen. ☊, onde ridurla dall' equinozio apparente al vero. *Vedi* §. 38 *del Lib. III. e figura* 43 *tav. IV.*

3.ª Correzione. *Aberrazione*. Da quanto abbiamo detto nell' articolo 4. del *Lib. III.*, si rende abbastanza chiaro che l' aberrazione di un Pianeta (si dica lo stesso di una Cometa, sia in longitudine, sia in latitudine, in AR. o in declinazione) è sempre uguale al movimento geocentrico del Pianeta in lon. lat. AR. e declinazione durante il tempo che impiega la luce a venire dall' astro a noi. Ora la luce in 8'. 13",2 di tempo percorre la distanza media della Terra del Sole: dunque facendo = 1 questa distanza, il tempo necessario a descriverne un altra qualunque D sarà 8'. 13",2 x D. Quindi se sia *m* il movimento geocentrico del Pianeta in 24 ore medie, si avrà 24$^{or.}$: *m* : : 8'. 13",2. x D : al quarto, che sarà l' aberrazione del Pianeta; ma 24^{ar} : 8'. 13",2 : : 59'. 8"3 : 20",255 (rispettivi movimenti medii della Terra, in 24^{ore}. e in 8'. 13",2 di *t. m*). Quindi Aberrazione dell' astro

Digitized by Google

$$= \frac{(8'.\ 13'',2)\ D \times m}{24^{or}} = \frac{20'',255 \times D m}{59'.\ 8'',3} = 0{,}0057083\ D\ m'',$$

m'' espresso in secondi.

Se il movimento geocentrico del Pianeta sia diretto l'aberrazione sarà additiva, e se retrogrado negativa. Su questa regola si sono ingannati e Clairaut e La Caille; merita perciò di essere dimostrata. Quando il Pianeta e la Terra sono l'uno e l'altra ne' segni boreali o australi, il movimento apparente del Pianeta è retrogrado, e quando la Terra è ne' segni australi e il Pianeta ne' boreali, o reciprocamente, il movimento è diretto. Dunque l'aberrazione, che sempre fa comparire l'astro più avanzato nella direzione del movimento della Terra, nel primo caso allontanerà il Pianeta da Ariete secondo l'ordine de' segni, e ve lo avvicinerà nel secondo. Perciò l'aberrazione aumenterà il movimento retrogrado, e diminuirà il diretto. Dunque a convertire le longitudini e latitudini apparenti in vere, converrà sottrarvi l'aberrazione se il movimento è retrogrado, e aggiugnerla, se sia diretto. Si farà il contrario se le longitudini e latitudini vere vogliansi convertire in apparenti. Ciò si renderà sensibile se si descrivano due cerchii concentrici, che rappresentino le orbite rispettive della Terra e del Pianeta, e si rifletta che il movimento proprio de' Pianeti inferiori è maggiore di quello della Terra, e minore quello de' Pianeti superiori.

ESEMPIO

I 24 Agosto 1794 a 22.^{h} 57'. 15'',07 di tempo medio osservai nel meridiano la declinazione e l'AR. di Mercurio. AR. 138.° 10'. 55'',9 . . Declin. 14.° 22'. 42'',3 B. Si cerca la longitudine e latitudine vera.

Digitized by Google

1.ª *Correzione*

Com. del log. della distanza di Mercurio dalla Terra dalle Tavole di La-Lande	0,1067170
Parallasse media solare (= 8″,6)	0,9344984
Parallasse Orizzontale di Mercurio . . . . log.	0,0412154
Distanza di Mercurio dal vertice 23°.44′. lo. sen.	9,6047448
Parallasse di altezza . . 4″,4	9,6459602

Declinazione corretta dalla paralasse 14.° 22′. 46″,7 ;
AR. osservata . . . . . 138.° 10′. 55″,9 ;
Obbliquità apparente . . . . . 23.° 27′. 51″,9 .
Quindi longitudine apparente . . . 4.ˢ 16.° 14′. 20″,6 ,
e latitudine apparente . . . . . 1.° 40′. 57″,8 A.

2.ª *Correzione*

17″,531 . . . . . log.	1,2450436
☊ = 4.ˢ 16.° 44′. . . . . lòg. sen.	9,8359408
Numero . . 12″,05	1,0809844
Longitudine osservata . . . . . 4.ˢ 16.° 14′. 20″,60	
Riduzione all' equinozio vero . . . . . + 12,05	
Lon. os. corretta dalla nutazione . . 4. 16. 14. 32 ,65	

Digitized by Google

3.ª *Correzione*

Numero costante 0,0057083 . . . . . log. 7,7565082
Log. della distanza di Mercurio dalla Terra . 9,8932830

Log. comune alle due aberrazioni 7,6497912

Aberrazione in longitudine

Log. costante 7,6497912
Movim. in long. in 24.^{or} = 1490'' . diretto . . 3,1731863

Aberrazione in long. . . . . + 6'',65. 0,8229775
Longitudine preced. . 4.^{s} 16.° 14'. 32 ,65

Longitudine vera . . . 4.^{s} 16. 14. 39 ,30

Aberrazione in latitudine

Log. costante 7,6497912
Mov. in lat. in 24.^{or} = 1015'' ... Retrogrado . 3,0064660

Aberrazione in latitudine . . . . — 4'',53 . . 0,6562572
Latitudine precedente . . 1.° 40'. 57 ,80 A

Latitudine vera . . . . . 1.° 40. 53 ,27

Per la Luna nella sua distanza media dalla Terra, D = 0,00253, m = 47435'' = movimento medio della Luna in un giorno; quindi aberrazione = 0'',68, quanti-

Digitized by Google

tà di cui generalmente non si suole tenerne conto.

Alle tavole generali de' Pianeti ne vanno sempre unite delle particolari, dalle quali si hanno quasi a colpo d'occhio le correzioni quì indicate. E' però necessario di prenderle col segno contrario a quello delle tavole medesime, per essere ivi destinate a convertire i luoghi veri in apparenti. I precetti pertanto, che dati abbiamo, serviranno principalmente per le Comete, e per verificare le tavole stesse nel caso di qualche difficoltà. In questi ultimi tempi si sono migliorate pressochè tutte le tavole, come già si è detto, e verremo dicendo secondo l'occasione; ma non sono così facili ad aversi. In mancanza loro si potrà far uso di quelle dell'Osservatorio Ximeniano di Firenze, stampate in detta città nel 1811. Sono in vero un pò ristrette, ma nondimeno contengono quanto è di mestieri pei calcoli così del Sole, come de' Pianeti e della Luna.

ARTICOLO IV.

Venere.

§. 96 Venere, siccome Mercurio, giace tra la Terra ed il Sole, intorno al quale fa la sua rivoluzione periodica, ora, rispetto a noi, seguendolo all'occidente, ed ora precedendolo all'oriente. Quando comincia a vedersi di sera, essa viene dalla congiunzione superiore, da cui passa alla massima digressione orientale, e quando si mostra nell'aurora viene dalla congiunzione inferiore per indi passare alla massima digressione occidentale. Nel primo caso Venere è al di là del Sole, e quindi da principio appare piccola e pressocchè rotonda, ma come si va avanzando verso Oriente cresce apparentemente in grandezza, perchè si avvicina alla Terra, e insieme si va restringendo la parte del disco illuminato verso noi rivolta, di

Digitized by Google

cui nella massima digressione più non ne vediamo che la metà. Nel secondo caso, tosto che comincia a vedersi, non si ravvisa che a guisa di un crescente, che di giorno in giorno si va riempiendo, diviene nella massima digressione simile alla luna nel primo quarto, cresce ancora, si avvicina al Sole, ne' raggi del quale va finalmente a perdersi.

Le massime digressioni di Venere sono tra 45.° e 48.° le prime verso il perielio, verso l' afelio le seconde. Ad occhio nudo talora si vede in pieno giorno, e nelle sue maggiori latitudini non di rado coi telescopj si giunge ad osservarla nelle congiunzioni stesse. Se non fosse a noi tanto vicina spesso ancora si vedrebbe sul disco del Sole; ma questo fenomeno singolare ed interessante è assai raro, non potendo accadere, che quando le congiunzioni inferiori succedono nei nodi, o in una distanza dai medesimi che non sia maggiore di un grado e mezzo circa.

Rivoluzione Tropica e Siderea

§. 97 Osservando attentamente e per lungo tempo le massime digressioni si è riconosciuto, che esse non si rinovano che dopo 581 o 587 giorni, onde risulta la rivoluzione sinodica di Venere di 584 giorni circa. Ma in 584 giorni la Terra descrive 576.°, aggiunti dunque ai medesimi 360.°, si avrà l' intiero numero di gradi percorsi da Venere intorno al Sole in 584 giorni. Se dunque si dica $936.^{d} : 584^{g} :: 360.^{\circ}$ al quarto $= 224.^{g}$ sarà questo il tempo prossimamente della rivoluzione tropica di Venere. Ma sì fatta determinazione è troppo imperfetta, e vuolsi recarvi maggiore precisione. Impiegando più e più digressioni si potrà alquanto migliorare, senza però mai giugnere all' esattezza che può ottenersi dalle congiunzioni osservate. Queste sono le sole, su le quali sia

Digitized by Google

permesso di sicuramente contare. Esse però o debbono essere a grandissimi intervalli, o conviene che si abbiano antecedentemente delle tavole, che prossimamente rappresentino i movimenti osservati. Gli antichi pertanto non avendo osservata alcuna congiunzione, e la prima osservata dai moderni non essendo anteriore al 1639, volendo valerci di queste, ci è forza avere alle mani delle tavole già formate, o sia supporre prossimamente noto ciò che si cerca. A meglio sentire questa difficoltà o differenza noi cercheremo la rivoluzione, primo colle semplici congiunzioni osservate, indi colle stesse corrette, o ridotte di vere in medie per mezzo delle tavole. Si comparino le due congiunzioni osservate a Parigi negli anni 1761 e 1788.

1788 7 Agosto . . . a 12^h 34'. 4" .tempo medio . . . . .
1761 5 Giugno . . a 17 44. 34 . . . . . .

$27.^{an}$ $62.^s$ 18^h 49'. 30"
+ 7. bissestili

$27.^{an}$ $69.^s$ 18^h 49'. 30"

Longitudine osservata { ai 7 Agosto . . $4.^s$ 16.° 0'. 51"
ai 5 Giugno . 2. 15. 36. 31

differenza . . . 2. 0. 24. 20

Dividendo $27.^{an}$ $69.^s$, o sia $9924.^s$ per 224 risulta che in questo tempo Venere ha compite 44 rivoluzioni intorno al Sole + $2.^s$ 0.° 24'. 20". Sarà quindi 44 circonferenze intiere + 60.° 24'. 20" (= 5724146o") : 360.°

Digitized by Google

(= 1296000") : : 9924.^{s} 18.^{or} 49'. 30" . . . . . .
(= 1111321775520000) : al tempo della rivoluzione periodica, che quindi risulta di 224.^{g} 16.^{h} 57'. 10".

§. 98 Se le due longitudini comparate, quantunque a soli 28.^{an} circa di distanza, corrispondessero prossimamente allo stesso punto dell' ecclitica, la rivoluzione trovata non potrebbe essere molto inesatta; ma una essendo a due segni e l' altra a quattro, voglionsi di vere convertire in medie prima d' impiegarle. Aggiunti pertanto alla prima 3" per la riduzione sull' orbita, e sottratti 37'. 39" per l' eccentricità o equazione del centro, essa sarà 2.^{s} 14.° 58'. 55"; e aggiunti alla seconda 2'. 52" per la riduzione sull' orbita, e 6'. 18" per l' equazione, si ha 4.^{s} 16.° 9'. 41". La differenza è quindi 61.° 10'. 46", maggiore della precedente di 46'. 26". Se dunque nella precedente proporzione al termine 2.^{s} 0.° 24'. 20" si sostituisca 2.^{s} 1.° 10'. 46", o sia alla differenza vera della longitudine osservata si sostituisca la media, si avrà pel tempo della rivoluzione 224.^{g} 16.^{h} 41'. 25". La-Lande impiegando un gran numero di osservazioni, e prendendo il medio di tutt' i risultati, ha trovato 224.^{g} 16.^{or} 41'. 27",5, quindi il movimento diurno 1.° 36'. 7",807 e l' annuo 7.^{s} 14.° 47'. 30", più una rivoluzione intiera. Questo si è il movimento tropico, e la rivoluzione tropica, o sia rispetto al punto di Ariete. Ad avere la rivoluzione vera o siderea, che si è il tempo esattamente che impiega il Pianeta a ritornare al punto dell' orbe suo, da cui era partito; alla quantità trovata si deve aggiugnere il tempo che impiega Venere a percorrere quella parte della

Digitized by Google

precessione annua, che corrisponde a $224.^{s}\ 16.^{h}$ cioè $7'.\ 43'',1$. E' quindi la rivoluzione siderea di Venere $224.^{s}\ 16.^{h}\ 49'.\ 10'',6$.

Distanza media

§. 99 Determinata la rivoluzione media, dalla legge dei quadrati de' tempi proporzionali ai cubi delledistanze medie, o de' semiassi maggiori, si ha la distanza media di Venere. Si dica, il quadrato della rivoluzione siderea della Terra al quadrato della rivoluzione siderea di Venere, come l' unità al cubo del semiasse dell' orbe di Venere; o sia $(31558154)^2 : (19414151)^2 :: 1 : x^3$; onde $x = 0{,}72333$, supposto il semiasse dell' orbe nostro $= 1$.

§. 100 Questa stessa quantità si può trovare ancora impiegando i movimenti secolari, che sono sempre in ragione inversa de' tempi periodici. Il movimento secolare della Terra è di 100 circonferenze $+ 45'.\ 51'',6$, e quello di Venere di 162 circonferenze $+ 6.^{s}\ 19°.\ 12'.\ 25''$, da ciascun dei quali si deve togliere il movimento secolare del punto di Ariete di $1.°\ 23'.\ 45''$. Risulta quindi il movimento secolare totale della Terra di 129597738", suo log. 8. 1125974; ed il movimento di Venere di . . 21066412", suo log. 8. 3235925. Togliendo il secondo log. dal primo si ha per differenza 9. 7890049, che moltiplicato per 2 e diviso per 3 da 9. 8553366, a cui corrisponde il numero 0,72333, distanza media di Venere dal Sole. Le tavole comuni de' Logaritmi non essendo esatte che sino alla quinta figura, sarà cosa più sicura valersi in questo calcolo delle regole ordinarie dell' aritmetica; cioè formare i quadrati de' movimenti medj secolari, dividere il quadrato del movimento della Terra per quello del movimento di Venere, e dal quoto estrarne la radice cuba, che sarà il movimento cercato.

Digitized by Google

§. 101 Le massime digressioni di Venere che sono tra 44°. 57', e 47°. 48' abbastanza dimostrano, che l' orbe di questo pianeta è pressochè circolare, o sia pochissimo eccentrico. Non è quindi da sperarsi che col loro mezzo si possa con sufficiente sicurezza determinare nè l' eccentricità nè l' Afelio, siccome fatto abbiamo riguardo a Mercurio. Una digressione osservata potrà sembrarci la massima di tutte, niente di meno per più gradi ed anche per più segni essere lontana dall' Afelio. Ma se una sola digressione massima non è bastevole, con tre si possono ottenere de' risultati che di molto non si allontanino dai veri, e ciò con molta speditezza e facilità. Poichè essendo l' orbe di Venere assai prossimo al cerchio, tale realmente si può supporre, e si può supporre insieme che le rette condotte dal Sole sul raggio visuale, tangente dell' orbe nelle massime digressioni, sia sempre perpendicolare al medesimo. In questa ipotesi, che non può condurci a gravi errori, con tre osservazioni si hanno tre triangoli rettangoli, in ciascun de' quali è noto un lato, e gli altri due angoli; cioè la distanza della terra dal Sole, la digressione osservata, o sia l' angolo alla Terra, e l' angolo al Sole complemento di questo; il quale complemento aggiunto o sottratto dal luogo vero della Terra, secondo che Venere precede o siegue il Sole, darà e il luogo del Pianeta osservato dal Sole, e la sua distanza dallo stesso. Quindi conosciute tre distanze del Pianeta dal Sole, e noti gli angoli al Sole contenuti tra di esse, si troverà e la distanza del Sole dal centro dell' orbe di Venere, e l' afelio del suo orbe. Se questo metodo non è capace di molta esattezza è però bastevole ad abbozzare la teoria del Pianeta. La distanza media, l' eccentricità, ed il luogo dell' Afelio dell' orbe di Venere, per questa via ricavati dal Cassini dalle osservazioni di

Digitized by Google

Tolomeo, non differiscono di molto da quanto si è dai moderni stabilito. Veggasi l'*Astronomia del Cassini* p. 541.

§. 102. Dopo però che l'invenzione de' telescopj ha permesso agli Astronomi di osservare le congiunzioni stesse di Venere, sarebbe una positiva perdita di tempo il più volersi valere delle massime digressioni nella ricerca dell'Eccentricità e dell'Afelio. Date pertanto tre congiunzioni osservate, e distanti 80° in 90° la prima dalla seconda, ed altrettanto la terza dalla seconda, dal confronto dei movimenti veri osservati co' medj calcolati, si ha senza moltissimo travaglio l'andamento dell'orbe, o sia la sua grandezza, figura, e giacimento in cielo. La strada che suole tenersi si è la seguente.

1°. Supposta un'eccentricità qualunque, colla prima e seconda osservazione si cerca il luogo dell'Afelio. 2°. Supposta un'altra eccentricità colle stesse due osservazioni si cerca un'altro luogo dell'afelio. 3°. Con ciascuna delle due eccentricità si calcola la terza osservazione, e dalle differenze tra le longitudini calcolate ed osservate si ha la correzione da farsi all'eccentricità supposta, dalla quale si passa alla correzione dell'Afelio. Presentemente avendo noi parecchie tavole di Venere, non si tratta che di verificarle e migliorarle. Quindi a trarre dalle nuove osservazioni il maggiore possibile vantaggio, prima d'impiegarle debbonsi ridurre sull'orbita, e spogliare dall'effetto dell'aberrazione. Per tale maniera La-Lande avendo discusse le congiunzioni inferiori degli anni 1774 — 75 — 80 — 82 — 83, ha determinato l'eccentricità di 0,00498; l'equazione massima di 47'. 20", e finalmente l'Afelio per l'anno 1780 a 10.ˢ 8°. 37'. Questo ultimo elemento, a cagione della poca eccentricità, è più difficile a stabilirsi con precisione, e quello in conseguenza che sopra gli altri merita l'attenzione degli Astronomi. Non ha guari il Sig. Barone di Lindenau ha

Digitized by Google

pubblicato delle nuove tavole di Venere; ma non avendo potuto averle ancora, niente posso dire sulle correzioni da lui fatte alle ultime di La-Lande.

§. 103 L' Eccentricità e l' Afelio non sono costanti, nè possono esserlo in forza dell' attrazione universale. Dalla medesima, secondo i calcoli di La-Grange, risulta la variazione secolare dell' equazione del centro di — 24",98, o sia di — 0",25 per anno; quantità che deve trascorrere gran tempo prima che possa confermarsi coll' osservazione, e da essa direttamente dedursi. Il movimento dell' Afelio è assai più sensibile; nientedimeno sino al presente non si è ancora potuto ricavare con precisione nè dalle osservazioni moderne nè dalle antiche. La quale cosa dipende dall' incertezza de' luoghi dell' Afelio, che in diversi tempi stabiliti si sono. Da alcuni si è fatto di 2'. 41", da altri di 2'. 28", da altri di 1'. 27", e da Halley 56", 5. In questa discordanza, come riflette La-Lande, il più sicuro consiglio si è di valersi del movimento che dalla teoria dell' attrazione ne ha dedotto La-Grange, che è di 48",5 per anno rispetto all' equinozio. E poicchè l' avanzamento delle stelle è in ogn' anno di 50",21, il movimento dell' Afelio rispetto alle medesime sarà retrogrado o sia di — 1",7. E' questa una singolarità di Venere, cioè che il suo Afelio si muove realmente contro l' ordine de' segni, quelli degli altri pianeti avendo tutti un movimento diretto; ma ciò non da altro sembra provenire che dalla particolare posizione dell' Afelio medesimo.

Inclinazione, Nodi, e Riduzione all' Ecclitica

§. 104 Se in due congiunzioni, colle longitudini si siano insieme osservate le latitudini, convertendo queste di geocentriche in eliocentriche, non sarà mestieri che della risoluzione di due triangoli per conchiuderne l' in-

Digitized by Google

clinazione, ed il luogo del nodo, nel modo che indicato abbiamo per Mercurio (§.88 *e seg.*) A correggere poi questa prima determinazione gioveranno assai le congiunzioni inferiori a 90°. dal nodo, nelle quali la distanza di Venere dalla Terra essendo un terzo della sua distanza dal Sole, l'errore delle osservazioni non può influire che per una terza parte sull'inclinazione. Quando Venere è a 90°. dal Nodo la sua latitudine nelle congiunzioni inferiori è di 9°. circa: se pertanto l'errore dell'osservazione sia stato di 9", quello, che quindi ne risulterà sulla inclinazione, che ne verrà dedotta, non sarà che di 3". Halley e Cassini sulle proprie e sulle altrui osservazioni avevano stabilita l'inclinazione dell'orbe sull'ecclitica di 3°. 23'. 20", ma le congiunzioni degli anni 1766, 1768 e seguenti hanno fatto conoscere a La-Lande che deve farsi di 3°. 23'. 35", e di tanto si è da lui supposta nelle sue tavole.

L'Inclinazione non è soggetta ad alcuna variazione periodica, ma da un secolo all'altro essa aumenta di 4".5

§. 105 Piccola essendo l'inclinazione piccola similmente si è la riduzione all'ecclitica, la massima non oltrepassando i 3'.

§. 106 Il luogo del Nodo non presenta qualsisia difficoltà. Con qualunque osservazione si può riconoscere e determinare; ma i passaggi sul disco del Sole sono i più sicuri. Secondo i calcoli di Hornsby del passaggio del 1639 osservato da Oroccio, il Nodo era 2.^{s} 13°. 27'. 50", e secondo i calcoli di La-Lande del passaggio del 1769 corrispondeva a 2.^{s} 14°. 36'. 20": in 130 anni circa si è dunque avanzato di 1°. 8'. 30", o sia da queste osservazioni risulta che ha un movimento annuo diretto rispetto agli equinozj di 31"7, e retrogrado rispetto alle stelle di 18",5. Ma da più altre osservazioni il primo si è stabilito da La-Lande di 31",0.

Digitized by Google

§. 107. L' analogia e l' attrazione sembra che non lascino alcun dubbio della rotazione di Venere sopra se stessa. Ma come essa si faccia, e quale ne sia la sua durata è ciò che dall' osservazione non sappiamo bene ancora. Domenico Cassini, mentre era in Italia, avendo osservato una macchia su questo pianeta gli parve che facesse la sua rotazione in meno di un giorno, cioè di 23.^{h}; ma non essendosi potuto accertare se la macchia replicatamente da lui veduta fosse sempre la stessa, non osò decidere se il suo cambiamento di luogo dovesse considerarsi come una specie di librazione, o come una conseguenza di una reale rotazione: anzi più maturamente considerata la cosa lasciò notato in un suo manoscritto, che su simili macchie era pressocchè impossibile di potere stabilire cosa alcuna su la rotazione. Ben altrimenti ne pensò Monsignor Bianchini, il quale, per più anni avendo in Roma attentamente osservate simili macchie, ne concluse che la rivoluzione di Venere non era di 23.^{h} come congetturato avea il Cassini, ma bensì di 24 giorni e 8.^{h}, e tanto confidò nelle sue osservazioni che non dubitò di annunciare la posizione dell' asse di rotazione, che stabilisce pressocchè perpendicolare all' ecclitica, e di descrivere insieme il luogo del cielo a cui corrisponde, e tutte le altre circostanze che debbono accompagnare un simile fenomeno. Malgrado però tanta fiducia da parte del Bianchini, come nè in Francia nè altrove non vi è stato alcun' Astronomo che avesse potuto verificare simili apparenze, si era riposta la rotazione di Venere nel numero delle tante cose che s' ignorano. Ma Schroeter, in questi ultimi tempi, coi suoi perfettissimi telescopj, si è lusingato di essere giunto non solo a riconoscere la rotazione, ma ben an-

Digitized by Google

che l' altezze de' monti di questo Pianeta, e la densità della sua atmosfera. Egli stabilisce la rotazione di 23h. 21'. 19", e la densità dell' atmosfera poco diversa dalla nostra. Niente di meno non manca chi non poco dubiti di tali scoperte, e le consideri come non molto dissimili dall' altra del satellite, che Schort e qualche altro credeva di aver veduto intorno a questo Pianeta. Una illusione ottica, un fenomeno non bene osservato, accompagnati da un poco d' immaginazione, hanno talora fatto avanzare delle congetture, e sognare degli esseri, che ben presto son poi caduti in piena dimenticanza.

§. 108 Il Diametro di Venere, non altrimenti che quello di Mercurio, non può meglio osservarsi, che nei passaggi di questo Pianeta su 'l disco del Sole. Dal passaggio pertanto del 1761 fu esso trovato da La-Lande di 57",8, e nel passaggio del 1769 di 57",2, onde il medio 57",5; e questo alla distanza dalla Terra di 0,289 (supposta la media della Terra dal Sole = 1). Sarà quindi il diametro di Venere alla distanza media della Terra dal Sole = 16",7; essendo, com' è noto, i diametri apparenti degli astri osservati dalla Terra, in ragione inversa delle distanze dalla medesima. E poicchè il diametro della Terra a questa stessa distanza è 17",2, sarà quello di Venere 0,9693 di quello della Terra, e in leghe 2748. Il volume poi 0,89025 similmente di quello della Terra, o sia poco più di un decimo minore di quello.

§. 109 Riguardo alla densità siamo nella medesima incertezza che detto abbiamo parlando di Mercurio; non avendo questi due Pianeti alcun satellite da noi conosciuto che gli accompagni. E' quindi forza valersi della legge abbracciata da La-Grange, che le densità sono in ragione inversa delle rispettive distanze dal Sole. Secondo questa pertanto sarà la distanza media di Venere dal Sole (= 0,72333): alla distanza media della Terra dal

Digitized by Google

Sole (= 1) : : come la densità della Terra (= 1), a 1,38 che sarebbe la densità di Venere. Ma calcolando secondo questa densità la massa di Venere, che quindi risulterebbe 1,23 di quella della Terra, non si potrebbe rendere ragione nè della diminuzione secolare dell' obbliquità, nè dei movimenti dell' Apogeo del Sole, nè di quello dell' Afelio di Mercurio, nè dell' altro del Nodo. Tutti questi movimenti, sui quali influisce grandemente la massa di Venere, suppongono la sua massa assai minore. Egli è perciò che La-Lande suppone questa massa minore di quella della Terra, nè crede che possa farsi più di 0,95 della medesima; poicchè tanto si ha supposta la diminuzione dell' ecclitica di 50" per secolo. La Place la riduce a 1,16. Come io opino, deve farsi minore ancora di 0,95, giacchè la diminuzione dell' obbliquità secondo le mie osservazioni non giunge a 45". Se la massa non sia che di 0,95, la densità di Venere sarà a quella della Terra nella ragione di 1,038 a 1; e quindi alla superficie di questo Pianeta i corpi liberamente cadendo descriveranno nel 1mo. minuto secondo 15,421 piedi del Re.

§. 100 Quì infine non vuolsi tacere di un fenomeno tutto proprio di Venere e che sopra accennato abbiamo. In alcuni tempi questo Pianeta risplende con tanta luce e sì vivamente, che in pieno giorno ad occhio nudo si vede e chiaramente distingue: lo che, quando avviene, nel Popolo eccita mai sempre grandi meraviglie, non disgiunte dalle più stravaganti idee e congetture. Esaminando le circostanze che accompagnano un tale fenomeno, si è riconosciuto che esso non si osserva nè nelle massime digressioni, ove per avventura parrebbe che dovesse accadere, nè nelle congiunzioni superiori, ma solo in poca distanza delle congiunzioni inferiori, e non sempre. Quindi prima Hallejo, e poi altri sulle sue traccie si sono studiati d' investigare, quando sia precisamente

Digitized by Google

che la luce di Venere è massima rispetto a noi.

A dare un idea di questo problema sia (*fig.* 82) *a b' a' b* la circonferenza del disco di Venere, v il suo centro, T la Terra, e S il Sole: condotti i diametri *a a'*, *b b'* rispettivamente perpendicolari alle distanze S v, T v; l'arco *a a'* = 180°, sarà la misura della larghezza dell'emisfero illuminato, *b' a'* la misura della sua parte visibile, S v T = *a a'* — *b' a'* = v, e *b' a'* = 180° — v. Ora la projezione ortografica dell'arco *a a'* è il diametro *a a'*, e quella di *b' a'* il seno di 180° — v: quindi se si chiami 1 tutto l'emisfero illuminato, E la parte visibile, sarà 1 : E : : *a a'* (= 2) : sen. 90° + sen. (90° — v) = 1 + cos. v = 2 cos.^{2} $\frac{1}{2}$ v (*Cagnoli tav.* 1. n°. 23). Quindi E = cos.^{2} $\frac{1}{2}$ v = alla projezione ortografica della larghezza della parte visibile dell'emisfero illuminato. Ma l'intensità della luce è in ragion inversa del quadrato della distanza; dunque fatto T v = y, sarà E = $\frac{\text{cos.}^2 \frac{1}{2} v}{y^2}$

Ciò premesso, poichè E = $\frac{\text{cos.}^2 \frac{1}{2} v}{y^2}$ deve essere un massimo, differenziando $\frac{\text{cos.}^2 \frac{1}{2} v}{y^2}$, e facendo = o ciò che ne risulta, si avrà $\frac{dy}{dv}$ = — $\frac{1}{2}$ y tan. $\frac{1}{2}$ v. Ma vuolsi trovare un altro valore di $\frac{dy}{dv}$ espresso nell'elongazione di Venere; sia S T = R, S v = r, e S T v = T, sarà 1°. R sen. T = r sen. v ... 2°. y = R cos. T — r cos. v, e differenziando queste due equazioni, dalla loro combinazione ne verrà $\frac{dy}{dv}$ = — y tan. T. Quin-

Digitized by Google

di 2 tan. T = tan. $\frac{1}{2}$ v, equazione nella quale introducendo il valore di v espresso nei raggi r, R, e nell' elongazione T, si avranno direttamente i valori di T e y, e il problema sarà risoluto. Per questa via il Sig. De-Lambre al §. 107 del capo 27 della sua Astronomia trova le seguenti formole.

$$\text{Tan. } x = \left(\frac{R}{r}\right) \text{tan. } 60^\circ \ldots \text{cos. } T = \frac{\text{tan. } \frac{1}{2} x}{\text{sen. } 60^\circ},$$

$$y = r \text{ tan. } x \text{ tan. } \tfrac{1}{2} x - r \ldots \text{tan. } \tfrac{1}{2} v = \frac{\text{tan. } T}{\text{cos. } 60^\circ},$$

e facendo R = 1 ed r = 0,7233153, semiasse dell' orbe di Venere in parti della distanza media del Sole dalla Terra, si ha

$x = 67^\circ. 20'. 3''$ .. $T = 39^\circ. 43'. 26''$ .. $v = 117^\circ. 55'. 22''$

$S = 22^\circ. 21'. 12''$ .. $y = 0{,}4304$ .. $\frac{\cos.^2 \frac{1}{2} v}{y^2} = 1{,}435$

Quindi 1°. Secondo questi valori la luce di Venere sarà massima, quando y = 0,4304, e l'elongazione di 39°. 43'. Dunque il fenomeno succede nella parte inferiore di Venere alla distanza di 39°. 43' dalla congiunzione.

2°. cos. T potendo essere così negativo come positivo, nell' uno e nell' altro caso la luce sarà un massimo, cioè 79 giorni prima, e 79 giorni dopo la congiunzione inferiore.

3°. Venere e la Terra rivenendo nelle stesse rispettive posizioni ogni otto anni; se in un anno qualunque la luce di Venere sarà stata massima, otto anni dopo tornerà la stessa.

4°. Venere è stata veduta in pieno giorno negli anni 1716, 1750, 1794: dunque secondo le osservazioni degli anni 1716 e 1750 il periodo sarebbe di 8 anni e un quarto, e secondo le osservazioni degli anni 1750 e

Digitized by Google

1794 di 8 e mezzo. Non sembra quindi che la soluzione che data abbiamo sia molto sicura. Nè ciò deve recare maraviglia, poichè 1°. I raggi R e r si sono supposti costanti, o sia uguali ai medj, e tali non sono che prossimamente 2°. l'equazione fondamentale, e la sua differenziazione possono andar soggette a qualche difficoltà 3°. il periodo della rotazione di Venere sul suo asse, se fosse quale si voleva dal Bianchini, potrebbe benissimo aumentare o diminuire l'intensità della luce, a cagione delle sue scabrezze maggiori in una parte e minori in un altra, non così però se non sia che di 24 ore circa.

5°. Se le precedenti formole si applichino a Mercurio, i risultati ne saranno meno soddisfacenti ancora. Per essi allora appunto è massima la visibilità di questo Pianeta, quando più difficilmente si distingue co' cannocchiali stessi. Probabilmente ciò viene dalle ragioni stesse accennate, e in particolare dell'eccentricità dell'orbe di Mercurio che è assai grande rispetto a quella di Venere.

6°. La visibilità di Venere in pieno giorno dipende dalla elongazione e sua distanza dalla Terra e dipende insieme dallo stato dell'atmosfera: se questa non sia purissima e Venere non passi al meridiano dopo del Sole, difficilmente accaderà che la sua luce giunga a colpire gli occhi del Pubblico. In fatti quante volte è ciò avvenuto è sempre stato nella bella stagione, e tre in quattro ore dopo mezzodì. Ma di questo fenomeno, e del problema, a cui esso ha dato occasione, ne abbiamo detto abbastanza, e più forse che non si conveniva di cosa, che non è che di pura e semplice curiosità.

De' passaggi di Venere sul disco solare ne parleremo nel libro seguente, ove si tratterà de' fenomeni cagionati dall'interposizione de' Pianeti tra la Terra e un astro qualunque.

Digitized by Google

ARTICOLO V.

Marte.

§. 111 Dai pianeti rinchiusi entro l' orbe nostro, che sono stati l' argomento de' due precedenti articoli, si passi ora agli altri che rimangono fuori, e de' quali Marte, il più prossimo a noi, sarà il primo che ci faremo ad esaminare. Questo Pianeta non passando mai tra la Terra ed il Sole non può offrirci nelle sue apparenze quelle variazioni che vediamo in Venere, e che vedressimo in Mercurio se non fosse sì vicino al Sole. Altro pertanto non si osserva se non se, che dalla congiunzione alla prima quadratura ha una forma pressocchè ovale, simile a quella della Luna tre giorni prima del Plenilunio. Dipartendosi da questa fase di continuo si avvicina alla figura circolare, che acquista intieramente nell' opposizione; indi la va perdendo sino alla seconda quadratura per riacquistarla nella congiunzione; i quali fenomeni sono facili a concepirsi per poco che si rifletta, come in queste diverse posizioni l' emisfero verso noi rivolto venga dal Sole illuminato. Nell' opposizione appare grande e luminoso da potersi ad occhio nudo facilmente distinguere dalle stelle, colle quali in seguito si confonde, continuamente diminuendo di luce e grandezza sino alla congiunzione. Nelle opposizioni però non si vede sempre ugualmente grande e risplendente; lo che dimostra che queste succedono a diverse distanze dalla Terra. Finalmente ora è retrogrado, ora stazionario, ed ora diretto. La retrogradazione comincia trenta in quaranta giorni circa prima dell' opposizione, e dura per altri tanti dopo; indi si fa stazionario, apparenza che conserva per assai breve tempo, essendo sempre diretto nel rimanente della sua rivoluzione.

Digitized by Google

§. 112 Col soccorso di buon telescopio molte macchie distinguonsi in Marte , mentre passa dalla prima alla seconda quadratura , che poi da questa a quella sfuggono ai nostri sguardi a cagione della distanza del Pianeta dalla Terra , che sino alla congiunzione di continuo va crescendo . Sono esse , in proporzione del disco , della grandezza di quelle della Luna , per più tempo conservano la stessa figura , e si possono facilmente distinguere , senza timore di confonderle . I primi a riconoscerle furono Fontana nel 1636 , e Bartoli nel 1644 , ma sino al 1666 , quando Domenico Cassini in Bologna si pose di proposito ad osservarle, non presentarono che un' oggetto di curiosità . Questo grande osservatore avendole con un cannocchiale di 16 piedi e mezzo di Campani attentamente e replicatamente esaminate , rimarcò che non conservavano sempre lo stesso luogo , ma dopo certo tempo sembravano ritornare allo stesso punto in cui prima si erano vedute ; d' onde ne conchiuse che il Pianeta doveva girare su 'l proprio asse ; ma ciò non bastava , si doveva assegnarne il tempo . A quest' oggetto proseguì egli le sue osservazioni , e riconobbe finalmente 1° che le macchie che successivamente si vedevano , giacevano nei due emisferi opposti del pianeta : 2° Che avevano un movimento apparente , di oriente in occidente : 3° che qualche volta nella stessa notte si distinguevano le due faccie di Marte una la sera e l' altra la mattina , e finalmente si accertò che esse ritornavano l' indomani 40' più tardi nella stessa posizione , in cui si erano osservate nel giorno precedente ; di modo che dopo 36 in 37 giorni , quasi alla stessa ora , rivedevansi nello stesso luogo . Secondo queste osservazioni la rivoluzione è quindi di $24.^{h}\,40'$, e l' asse di rotazione per poco inclinato al piano dell' orbita .

Digitized by Google

§. 113 Si proseguirono queste osservazioni dal figlio, da Maraldi, e da più altri. Maraldi essendosene molto occupato riconobbe che le macchie non erano ben terminate, e che spesso cambiavano di figura, non solo da un' opposizione all' altra, ma ben anche nello spazio di non più di un mese; ma che nientedimeno alcune conservavansi le stesse per un tempo bastevole, onde conchiuderne le loro rivoluzioni, che egli stabilì di $24.^h$ 39'. Più altri si occuparono di questo argomento, e disegnarono le macchie, come da essi vedute si erano; nel che trovandosi molte varietà e differenze, il Sig. Herschel nel 1781 si propose di riosservare e riesaminare cotali fenomeni, e le conseguenze che dai medesimi potevansi ricavare. Egli pertanto avendo considerato che se non tutte le macchie, alcune almeno conservavano costantemente nelle stesse posizioni la stessa figura, e a un di presso le stesse tinte, ne inferì che fossero esse permanenti e aderenti al corpo del Pianeta, e perciò le sole atte a determinarne la rotazione. Scelse adunque le più vicine al centro, e che nel loro giro dovevano passare pe 'l medesimo, e queste attentamente osservando con un' ingrandimento di 300 volte, fu in grado di compararne i movimenti alle distanze, prima di pochi giorni, indi di mesi, e finalmente di anni, e ciò particolarmente nelle opposizioni. Determinò quindi la rivoluzione di $24.^h$ 39'. 21", sulla quale non crede che possa cadere una incertezza maggiore di 2". Nè quì si trattenne Herschel nelle sue indagini; volle ancora stabilire la posizione dell' asse, l' intersezione dell' equatore coll' ecclitica, e quanto risguarda cotali elementi. Per le quali cose però non giudicò opportune le macchie equatoriali, e prescelse le polari, che, comunque variabili, meglio potevano servire all' uopo. Con queste trovò 1°. Che l' equatore di Marte è inclinato al-

Digitized by Google

l' Ecclitica di 30°. 18', e all' orbita del Pianeta di 20°. 42'... 2°. Che il Nodo è a 2.ª 19°. 28'... 3°. Che lo schiacciamento, o sia che l' asse equatoriale è maggiore dell' asse polare di un sedicesimo. Quest' ultima conseguenza fu creduta da La-Lande troppo ardita; ma per verità tale non può riputarsi se si rifletta, che non fu dedotta dalle macchie, ma dai diametri equatoriale e polare, replicatamente osservati e misurati.

§. 114 Da tutto ciò ne conchiude Herschel che vi è molta analogia tra Marte e la nostra Terra. Il moto diurno è quasi lo stesso nei due Pianeti: poco diverse le obbliquità delle loro orbite ellittiche, dalle quali dipendono le stagioni: rispetto a Giove e Saturno l' anno di Marte non molto diverso dal nostro: come i nostri poli sono gelati e coperti di nevi, che poi si sciolgono in parte nella state, così quei di Marte; poicchè la luce delle sue macchie polari, e le variazioni alle quali vanno soggette, secondo Herschel, non si possono attribuire ad altra causa che alle nevi e diacci, che ivi si formano nell' inverno proprio di quel pianeta, e si sciolgono nella state corrispondente: finalmente un' atmosfera dalla nostra non molto dissimile, come la dimostra il cambiamento di diverse macchie, e l' apparenza di nuove, che prima non si erano vedute.

ELEMENTI DELL' ORBITA

Rivoluzione media

§. 115 Nella ricerca così della rivoluzione media, come delle altre quantità, non ci dipartiremo dal metodo sin' ora praticato; di non supporre cioè alcuna di quelle cose, che dalle osservazioni non si possono immediatamente ricavare. Per la rivoluzione si osservino quindi due suc-

Digitized by Google

cessive opposizioni, o sia si osservi il Pianeta quando egli passa al meridiano a mezza notte, notando il tempo dell' opposizione, ed il punto dell' ecclitica, a cui corrisponde, e così avremo 1°. il tempo trascorso tra le due osservazioni; 2°. il numero de' gradi o l' arco che si è in questo tempo descritto dal Pianeta rispetto al punto di Ariete. Dalle quali cose ne conchiuderemo prossimamente la rivoluzione media. Si prendano per esempio le due opposizioni osservate a Parigi negli anni 1715 e 1717.

1715 ... 21 Aprile... a 11.^{h}	0'.	0" } tempo medio di sera
1717 ... 11 Giugno.. a 9.	11.	0 }
differenza 2.^{an}	50.^{g}.	22.^{h} 11'. 0'
bisestile	1.	

Longitudini { ai 21 Aprile..	7.^{s}	1°.	29'.	30"
ai 11 Giugno.	8.	20.	57.	15
differenza ...	1.	19.	27.	45

Dalla prima alla seconda osservazione sono dunque trascorsi 781.^{g} 22.^{h} 11'. nel qual tempo il Pianeta ha percorsi rispetto al punto di Ariete 409°. 27'. 45". Si dica pertanto 409°. 27'. 45" : 360° : : 781.^{g} 22.^{h} 11' al quarto termine, che è 686.^{g} 20.^{h} 7'. 30", tempo prossimamente uguale alla rivoluzione media. Perchè non vi fosse bisogno di correzione, la seconda osservazione avrebbe dovuto farsi nello stesso punto dell' Ecclitica della prima, o sia alla stessa distanza dall' Afelio, poicchè allora il movimento vero sarebbe stato uguale al medio; la seconda longitudine osservata di tanto dovendo eccedere o

Digitized by Google

essere minore della media, di quanto la prima differiva in meno o in più dalla sua media corrispondente. Ma nel caso nostro vi sono 49°. di differenza, per cui la quantità trovata non può essere molto esatta.

§. 116 Un simile risultato non può darci una misura esatta, ma solo servirci a rinvenire il numero delle rivoluzioni, che in un dato tempo si saranno compite da Marte, e quindi porci in grado di comparare tra esse osservazioni assai lontane, colle quali unicamente possiamo sperare di conseguire con precisione la quantità che si cerca. Si scelgano due opposizioni per 40 o 50 anni e più ancora tra esse lontane, e le quali corrispondano prossimamente allo stesso punto dell' ecclitica. L' intervallo che le separa si divida per $687.^{g}$, e si avrà il numero delle rivoluzioni intiere del Pianeta in questo intervallo: questo numero si moltiplichi per 360°. ed al prodotto si aggiunga il numero de' gradi e minuti, per cui Marte era più avanzato nell' ecclitica nella seconda osservazione che nella prima; indi si dica, come sta questa somma a 360°. così il tempo trascorso tra le due opposizioni al quarto, che sarà una misura più esatta della precedente. Poicchè l' errore cagionato dalla diversa equazione del centro, che corrisponde alle due osservazioni non cade tutto intiero su di una sola rivoluzione, ma viene ripartito su più; e perciò il risultato sarà tanto più vicino al vero quanto sarà maggiore il tempo trascorso tra le due opposizioni comparate.

§. 117 Se questa seconda determinazione voglia correggersi, e recarsi alla maggiore possibile precisione, come pure è mestieri, converrà che le due osservazioni da compararsi siano separate dal maggiore possibile intervallo di tempo, e alla stessa distanza dall' Afelio. Giacchè in questo solo caso la totalità de' movimenti veri sarà uguale alla totalità de' movimenti medj. Ora non conoscen-

Digitized by Google

do noi ancora il luogo dell' Afelio, supporremo pe 'l momento che esso non abbia alcun movimento, lo che non è molto lontano dal vero, come vedremo più sotto. Partendo pertanto da questa supposizione il Cassini ha scelte due opposizioni tra loro distanti per 1578 anni, e nelle quali, supposto l' Afelio immobile, in ciascuna di esse Marte si trovò alla stessa distanza dal medesimo. La prima è dell' anno 130 dell' era nostra, osservata da Tolomeo, e che ridotta al meridiano di Parigi cade nel giorno 13 Dicembre a 11.^{h} 48' di sera. La seconda è dell' anno 1709 osservata a Parigi a 5.^{h} 48' di sera dei 4 Gennajo. In questa la longitudine di Marte era di . . . . . 3.^{s} 14°. 18'. 25" ed in quella di 2.^{s} 21°. 22'. 50". Ma dal 130 al 1709, per la precessione degli equinozj la longitudine delle stelle aveva aumentato di 22°. 33' circa; dunque sottratti questi dalla seconda osservazione, il luogo di Marte in cielo risulta pressochè lo stesso di quello in cui si trovava nella prima: perciò prossimamente alla stessa distanza dall' Afelio in cui fu nella seconda, qualunque essa si fosse cotale distanza. L' intiera quantità del movimento vero tra queste due osservazioni può quindi considerarsi come uguale all' intiera quantità del movimento medio. Ora il tempo, che separa queste due opposizioni è di 576375.^{g} 18.^{h} o', che divisi per 687 danno 839, numero delle rivoluzioni intiere di Marte in questo intervallo; e poicchè nella prima era meno avanzato lungo l' ecclitica di 22°. 55' 35" che nella seconda, al prodotto di 839 per 360° si dovranno aggiugnere i detti 22°. 55'. 35", e dire, come questa somma sta a 360°, così 576375.^{g} 18.^{h} al quarto = 686.^{g} 22.^{h} 16', che sarà il tempo della rivoluzione tropica di Marte, sulla qua-

Digitized by Google

le non avrassi a temere che un ben picciolo errore. E veramente avendo il Cassini fatti più altri confronti fra le osservazioni antiche e moderne, e preso il medio di tutt' i diversi risultati, stabilisce la rivoluzione tropica di 686^{g}. 22.^{h} 18'. 39'', quantità che non differisce che di 11'',6 in meno da quella dedotta da La-Lande dalle osservazioni di Ticone, discusse colla maggiore diligenza.

§. 118 Stabilita quindi la rivoluzione tropica di . . 686.^{g} 22.^{h} 18'. 27'',4, 1.^{mo} sarà il movimento tropico in 365.^{g} o sia in un' anno completo di 6.^{s} 11°. 17'. 9'',7, e in un giorno di 31'. 26'',7 . 2.^{do} Aggiunta la precessione del punto di Ariete in 687 giorni alla rivoluzione tropica, se ne avrà la rivoluzione siderea di . . . . . 686.^{g} 23.^{or} 30'. 35'', con cui, impiegando la terza legge di Keplero, come fatto abbiamo per Mercurio e Venere, troveremo la distanza media del Pianeta dal Sole, o sia il semiasse maggiore dell' orbe suo = 1,5236606, supposto quello della Terra = 1.

Afelio, epoca, equazione del centro.

§. 119 Per determinare il luogo dell' afelio e l' equazione del centro, nella supposizione che affatto non si conosca nè quello nè questa, è necessario che si abbiano tre opposizioni osservate, delle quali la seconda sia lontana dalla prima di tre segni circa, e di 9^{s} la terza.

Si supponga l' afelio nel luogo della prima osservazione, e si cerchi il movimento medio di Marte, che corrisponde all' intervallo o tempo trascorso, così sino alla seconda come sino alla terza. Questo movimento si compari colle differenze de' movimenti osservati. Se il luogo vero dell' afelio è più avanzato del supposto, la dif-

Digitized by Google

ferenza tra il primo movimento osservato e calcolato sarà minore della differenza tra il secondo movimento calcolato ed il suo corrispondente osservato, e l' uno in più e l' altro in meno, si sommino queste due differenze e se ne prenda la loro metà, che sarà prossimamente l' equazione del centro. Tutto ciò è facile ad intendersi per poco che si rifletta sulla natura del movimento vero del Pianeta dall' afelio sino a 3.^{s} e sino a 9^{s} di anomalia media.

ESEMPIO

Si prendano le opposizioni di Marte osservate negli anni 1760, 1764, e 1770, riportate da Triesneker nelle sue effemeridi del 1805, e ridotte al meridiano di Parigi.

1760 .. 7 Marzo .. 17.^{h} 37.' 59" .. Long. .. 5.^{s} 18.^{o} 9'. 23"

1764 .. 1 Giugno . 0. 46. 0 . . . . . 8. 11. 21. 59

Mov.vero.. 2.^{s} 23.^{o} 12.' 36"

4.^{an} 85.^{g} 7.^{h} 9.' 1" Mov.med.. 3. 0. 53. 39

bist. . + 1 + 7. 41. 3

intervallo . . 1546.^{g} 7.^{h} 9.' 1"

2.riv.di Mart. 1373. 20. 36. 55

differenza. . 172.^{g} 10.^{h} 32.' 6"

Digitized by Google

1760 . 7 Marzo .	17.^{h}	37.'	59"	.. Long.	5.^{s}	18°.	9'. 23"
1770 . 14 Dic. .	11.	22.	19	. . . . .	2.	23.	7. 7
10.^{an} 281.^{g}	17.^{h}	44.'	20"	Mo.ve.	9.	4.	57. 44
bisest. . . + 2				M. m.	8.	22.	4. 49
inter. . . . 3933.^{g}	17.^{h}	44.'	20"		— 12.	52.	55
5. ri. di Ma. 3434.	15.	32.	17				
differ. . 499.^{g}	2.^{h}	12.'	3"				

differ. tra i movimenti veri e medj . . { + 7°. 41.' 3" / — 12 52. 55

Somma . . . 20°. 33.' 58"

Quindi l' equazione del centro . . 10°. 17.'

§. 120 Se le due differenze fossero uguali, caso pressocchè impossibile, non vi sarebbe mestieri che di una picciolissima correzione a cagione del movimento dell' afelio, per quindi avere esattamente e l' afelio e l' equazione massima. Ma la prima differenza, la quale è positiva e minore della seconda, abbastanza dimostra che la prima opposizione cadde in un punto dell' orbe di Marte più avanzato dell' afelio, e perciò l' equazione dedotta non può essere molto esatta. Essa però è bastevole per trovare così la correzione da applicarvisi, come per determinare il vero luogo dell' Afelio.

Digitized by Google

§. 121 Col problema 14°. del libro IV. si cerchi l' eccentricità di Marte, supposta l' equazione massima di 10°. 17'; indi per mezzo degli altri problemi contenuti nello stesso libro si calcolino tutti gli altri elementi dell' orbita di Marte, e si replichi lo stesso calcolo supponendo l' equazione massima un poco maggiore, o un poco minore di 10°. 17'. Si avranno così le tavole o elementi dell' orbita in due supposizioni diverse, e quindi, coi metodi *dell' Articolo IV. dello stesso libro*, si otterranno con sufficiente esattezza l' equazione del centro, l' afelio; l' epoca delle longitudini, ec.

Propongo questo metodo a solo oggetto di mostrare come senza molta fatica si potrebbero stabilire gli elementi di un Pianeta superiore, nel caso che niente ancora fatto si fosse intorno allo stesso.

Inclinazione, Nodo, e Riduzione all' ecclitica.

§. 122 Per mezzo delle latitudini geocentriche osservate nelle opposizioni, e ridotte ad eliocentriche, si determina l' inclinazione ed il luogo del nodo, come fatto si è per Mercurio e Venere. La riduzione all' ecclitica non presenta alcuna difficoltà.

Movimento dell' Afelio, del Nodo, e Perturbazioni

§. 123 A determinare i movimenti dell' Afelio e del Nodo è necessario che si abbiano osservazioni tra esse assai lontane, dalle quali si siano separatamente dedotti i luoghi di questi due elementi. La loro differenza farà allora conoscere i movimenti che si cercano. Gli stessi si possono trovare ancora per mezzo del principio generale dell' attrazione, e di fatto si sono essi così trovati da La-Grange e da altri, nè vi è gran differenza tra i risultati dell' osservazione, e quelli della teoria.

Digitized by Google

§. 124 Le perturbazioni, che soffre Marte dall' azione de' vicini Pianeti non sono state calcolate che in quest' ultimi tempi. Si sono distinti in questo travaglio i Sig. Oriani, Burckard, Wurm, e Schubert. Come non sono tra di essi intieramente di accordo ne' risultati, l' Astronomo di Vienna Sig. Triesnecker ha preso da ciascuno ciò che gli è paruto più sicuro, e richiamando ad esame le sue tavole di questo Pianeta publicate nel 1789, ne ha date delle altre più corrette nelle effemeridi del 1805. Le migliori però che presentemente si abbiano, stampate in Eisenberg nel 1811, sono dovute al Barone di Lindenau. Questo Astronomo ha cercato da principio le correzioni, che converrebbe farsi agli elementi di Triesnecker, e non impiegando che osservazioni posteriori al 1750, le sole secondo lui che possono servire all' uopo, col metodo delle equazioni di condizione ha trovato + 14",69 per l' afelio, + 6",15 per l' epoca, + 0",12 per l' eccentricità, e — 0",197 pel movimento medio. Quindi corretti e ridotti al 1750 i detti elementi, giovandosi, perciò riguarda le perturbazioni e equazioni secolari, della Meccanica Celeste di La-Place, ha formate queste sue nuove tavole, che poste alle prove offrono il maggiore accordo colle osservazioni.

ARTICOLO VI.

CERERE, PALLADE, GIUNONE, E VESTA.

Storia della loro scoperta

§. 125 Keplero esaminando le diverse distanze, in cui sono i Pianeti dal Sole, osservò che supposta quella della Terra = 10, potevansi tutte prossimamente rappresentare coi seguenti numeri 4. 7. 10. 16. 52. 95, da ciascuno de' quali sottraendo il primo ne risultavano que-

Digitized by Google

sti altri 0. 3. 7. 12. 48. 91, che crescono in ragione pressocchè, doppia dal secondo al terzo, dal terzo al quarto, dal quinto al sesto, ma dal quarto al quinto in ragione quadrupla. Se quindi tutto è stato disposto con ordine ed armonia, ne conchiuse Keplero, alcuna cosa vi manca tra Marte e Giove, per cui si va per salto da quello a questo. Giacque nell' oblio sì bella osservazione sino a che essendo stata nuovamente rilevata dal Lambert, e riprodotta dal Titius nella sua traduzione della Contemplazione della Natura del Bonnet, venne sotto gli occhi del Sig. Bode; il quale nel 1772 facendovi la più seria riflessione, ne conchiuse che probabilmente doveva trovarsi tra Marte e Giove un' altro Pianeta, che per la sua picciolezza non si rendeva a noi visibile. La scoperta di Urano nel 1781, la cui distanza siegue sensibilmente la stessa legge, diede nuovo peso alla congettura di Bode, ed alla legge stessa, la quale chiamando a la distanza di Mercurio dal Sole, d la sua differenza con l' altra di Venere, ci dà la distanza del Pianeta $n^{esimo} = a + 2^{n-2} d$: così secondo questa formola sarà la distanza del quinto Pianeta $= 4 + 2^{5-2} \times 3 = 28$, o sia 2,8 supposta quella della Terra $= 1$.

126. Animato da si fatte cose il Barone De-Zach, e quasi sicuro dell' esistenza di un Pianeta tra Marte e Giove, ne conchiuse per analogia gli elementi probabili, e propose nel 1799 una società di Astronomi destinata a ricercarlo, della quale società egli ne sarebbe il segretario, ed il celebre Sig. Schroeter di Lilienthal il Presidente. Probabilmente però niente si sarebbe ottenuto, continuando gli Astronomi a non tener conto che delle stelle di 6.ª in 7.ª, e trascurando le altre minori, nè replicando le stesse osservazioni più volte di seguito. La qual

cosa sempre parutа essendomi poco conducente alla cognizione del cielo; allora che nel 1792 intrapresi di passare in rivista quante stelle si erano sino allora osservate, mi proposi insieme di osservare le più belle tra le picciole, che prima erano state generalmente trascurate. E veramente o si risguardino esse come parti delle costellazioni, che voglionsi descrivere, o come punti fissi, a cui riferire le posizioni de' Pianeti, non si vede come per si lungo tempo non se ne sia tenuto alcun conto. A questa mia determinazione pertanto egli devesi la scoperta di Cerere, per la prima volta da me veduta alle 8^h della sera del dì 1. Gennajo 1801. Le circostanze di questo fatto, le prime congetture e primi calcoli che l' accompagnarono, le questioni che si eccitarono, il tempo che trascorse prima che ne fosse confermata la sua esistenza, le difficoltà che s' incontrarono a nuovamente osservarla, e più altre cose che vi hanno rapporto, si possono vedere in tre mie distinte memorie pubblicate in Palermo negli anni 1801 e 1802, e nella storia di Cerere che in tedesco ne ha scritta il Sig. Bode.

§. 117 Persuasi gli Astronomi che un solo diligente continuato esame delle piccole stelle poteva condurli a nuove scoperte in cielo; molti si accinsero a si fatto travaglio, e sopra tutti i Sig. Olbers in Brema, ed Harding in Lilienthal. Le ricerche di questi due valorosi Astronomi coronate furono dal più felice successo, li 28 Marzo 1802 il Sig. Olbers rinvenuto avendo un' altro Pianeta, a cui diede il nome di Pallade, ed un' altro il Sig. Harding li 2 Settembre 1804 che venne denominato Giunone, entrambi tra Marte e Giove, e poco dissimili da Cerere. Nè dalle sue indagini desistito avendo il Sig. Olbers, un quarto giunse a riconoscerne li 29 Marzo 1807, che il Sig. Gauss ha distinto col nome di Vesta, Divinità dagli antichi risguardata quale protettrice de' buoni

Digitized by Google

costumi, della pura virtù, e della felicità domestica. Così in meno di sette anni l' esame delle piccole stelle ha arricchita l' Astronomia di altri quattro Pianeti, e probabilmente proseguendosi lo stesso metodo di osservare, nuovi ancora si renderanno a noi visibili, mentre dall' invenzione de' telescopj sino al principio del secolo presente, malgrado i catalogi de' più illustri Astronomi, un solo ne venne aggiunto al Sistema Solare, e questo stesso riconosciuto solo a cagione della sua grandezza, e della forza superiore de' specchi Herschelliani.

Congetture su la formazione di questi quattro Pianeti.

§. 128 La scoperta di Cerere, indi di Pallade, suggerì al Sig. Olbers una plausibile congettura su la formazione di questi due pianeti, e su l' esistenza di più altri a loro simili. Dice egli, se tra Marte e Giove a 2,8 di distanza del Sole, secondo le congetture di Keplero, fuvvi un tempo un gran Pianeta, e ora alla distanza istessa non ne vediamo che de' piccolissimi, vi ha ogni verosimiglianza, che questi non siano che frammenti di quello, per violenta esplosione in più parti rotto e diviso. Queste parti, soggiugne, hanno dovuto conservare prossimamente la loro primitiva distanza dal Sole, proseguendo a rotare intorno a lui in orbite, per avventura più o meno inclinate, più o meno vicine alla circolare, e aventi un nodo comune. Oltre di Cerere e Pallade, ve ne saranno dunque degli altri, i quali nelle rispettive loro rivoluzioni dovendo passare e ripassare sempre pel luogo stesso d' onde sono partiti, ivi cercandosi, più facilmente si rinverranno. Questa ipotesi venne ben tosto avvalorata dalla scoperta di Giunone, e tre anni dopo da quella di Vesta. Infatti le rispettive distanze di questi due Pianeti dal Sole sono pressochè le stesse de' precedenti, e i loro nodi sull' orbita di Cerere poco diversi

Digitized by Google

cosa sempre paruta essendomi poco conducente alla cognizione del cielo; allora che nel 1792 intrapresi di passare in rivista quante stelle si erano sino allora osservate, mi proposi insieme di osservare le più belle tra le picciole, che prima erano state generalmente trascurate. E veramente o si risguardino esse come parti delle costellazioni, che vogliansi descrivere, o come punti fissi, a cui riferire le posizioni de' Pianeti, non si vede come per si lungo tempo non se ne sia tenuto alcun conto. A questa mia determinazione pertanto egli devesi la scoperta di Cerere, per la prima volta da me veduta alle 8^h della sera del dì 1. Gennajo 1801. Le circostanze di questo fatto, le prime congetture e primi calcoli che l' accompagnarono, le questioni che si eccitarono, il tempo che trascorse prima che ne fosse confermata la sua esistenza, le difficoltà che s' incontrarono a nuovamente osservarla, e più altre cose che vi hanno rapporto, si possono vedere in tre mie distinte memorie pubblicate in Palermo negli anni 1801 e 1802, e nella storia di Cerere che in tedesco ne ha scritta il Sig. Bode.

§. 117 Persuasi gli Astronomi che un solo diligente continuato esame delle piccole stelle poteva condurli a nuove scoperte in cielo; molti si accinsero a si fatto travaglio, e sopra tutti i Sig. Olbers in Brema, ed Harding in Lilienthal. Le ricerche di questi due valorosi Astronomi coronate furono dal più felice successo, li 28 Marzo 1802 il Sig. Olbers rinvenuto avendo un' altro Pianeta, a cui diede il nome di Pallade, ed un' altro il Sig. Harding li 2 Settembre 1804 che venne denominato Giunone, entrambi tra Marte e Giove, e poco dissimili da Cerere. Nè dalle sue indagini desistito avendo il Sig. Olbers, un quarto giunse a riconoscerne li 29 Marzo 1807, che il Sig. Gauss ha distinto col nome di Vesta, Divinità dagli antichi risguardata quale protettrice de' buoni

Digitized by Google

costumi, della pura virtù, e della felicità domestica. Così in meno di sette anni l' esame delle piccole stelle ha arricchita l' Astronomia di altri quattro Pianeti, e probabilmente proseguendosi lo stesso metodo di osservare, nuovi ancora si renderanno a noi visibili, mentre dall' invenzione de' telescopj sino al principio del secolo presente, malgrado i catalogi de' più illustri Astronomi, un solo ne venne aggiunto al Sistema Solare, e questo stesso riconosciuto solo a cagione della sua grandezza, e della forza superiore de' specchi Herschelliani.

Congetture su la formazione di questi quattro Pianeti.

§. 128 La scoperta di Cerere, indi di Pallade, suggerì al Sig. Olbers una plausibile congettura su la formazione di questi due pianeti, e su l' esistenza di più altri a loro simili. Dice egli, se tra Marte e Giove a 2,8 di distanza del Sole, secondo le congetture di Keplero, fuvvi un tempo un gran Pianeta, e ora alla distanza istessa non ne vediamo che de' piccolissimi, vi ha ogni verosimiglianza, che questi non siano che frammenti di quello, per violenta esplosione in più parti rotto e diviso. Queste parti, soggiugne, hanno dovuto conservare prossimamente la loro primitiva distanza dal Sole, proseguendo a rotare intorno a lui in orbite, per avventura più o meno inclinate, più o meno vicine alla circolare, e aventi un nodo comune. Oltre di Cerere e Pallade, ve ne saranno dunque degli altri, i quali nelle rispettive loro rivoluzioni dovendo passare e ripassare sempre pel luogo stesso d' onde sono partiti, ivi cercandosi, più facilmente si rinverranno. Questa ipotesi venne ben tosto avvalorata dalla scoperta di Giunone, e tre anni dopo da quella di Vesta. Infatti le rispettive distanze di questi due Pianeti dal Sole sono pressochè le stesse de' precedenti, e i loro nodi sull' orbita di Cerere poco diversi

Digitized by Google

da quello di Pallade: Essi determinati col metodo, che indicato abbiamo al §. 73 *del libro III.* risultano come siegue: longitudine sull'eclittica del nodo di Pallade con Cerere 187° 36', latitudine boreale 10° 11'; di Giunone 209° 57', lat. 8° 18'; di Vesta 227° 9', lat. 9° 24': medio 208° 34' longitudine, e 9° 17 lat. B; tutti nella costellazione della Vergine, e i loro opposti in quella della Balena. Quindi verso il collo della Balena, e verso la gamba boreale della Vergine converrà diriggere le nuove ricerche che potranno tentarsi ancora. La congettura di Olbers è stata recata quasi a dimostrazione da La-Grange in una sua memoria inserita nella *Conoscenza de' tempi di Parigi del* 1814. Ivi si determina la forza di esplosione necessaria a rompere un Pianeta, e convertirne le sue parti in Comete o in altri Pianeti. Un frammento così staccato dalla nostra terra, se la velocità che avrà acquistata sia 121 volta quella della polvere a cannone, si convertirà in una Cometa diretta, e in una Cometa retrograda, se sia 156 volte; per gli altri Pianeti sarà $= \frac{121}{\sqrt{(\text{dist.med.})}}$, o $\frac{156}{\sqrt{(\text{dist.med.})}}$. A farne però de' Pianeti basterà una forza molto minore: nel caso nostro non deve eccedere di una ventina di volte quella della detta polvere a cannone. Non dee pertanto recar meraviglia, se questi Pianeti hanno tra essi tanta rassomiglianza, e una specie di dipendenza, che non si osserva in alcuno degli altri: vogliansi riguardare come un solo ed unico anello del sistema solare, cioè come se fossero riuniti ancora al Pianeta, di cui, per avventura, non ne facevano che la più piccola parte. In questa maniera soltanto può ristabilirsi l'armonia, che tra Marte e Giove interrotta sembrava a Keplero.

Digitized by Google

§. 129 Gli elementi di questi Pianeti sono stati calcolati in maniera assai diversa da quella, che si è praticata per gli Antichi. In quelli, i quali sono stati lungamente osservati ad intervalli grandissimi, e ne' varj punti dell' orbe loro, si sono potute scegliere le osservazioni più proprie a determinare ciascuno elemento in particolare. Così, altre hanno servito a trovare il luogo dell' afelio, altre a riconoscere la grandezza dell' asse maggiore, ed altre a stabilire l' eccentricità, l' inclinazione, il nodo ec. Nei Nuovi, da poche osservazioni, in poca distanza dall' opposizione col Sole è convenuto conchiuderne immediatamente tutte le quantità dalle quali potevano dipendere i loro movimenti, e la cognizione delle diverse parti del Cielo, per cui andavano successivamente trascorrendo. Il travaglio non era de' più facili, e in altri tempi sarebbe stato pressocchè impossibile. Ma la bontà delle osservazioni de' nostri dì, i nuovi metodi che si sono trovati, e sopratutto l' uso opportuno del calcolo infinitesimale in sì fatte materie hanno supplito ad ogn' altra cosa, di cui prima sarebbe stato mestieri.

Si tosto pertanto che ebbi raccolte poche osservazioni di Cerere, alla distanza le une dalle altre non più di una ventina di giorni, incerto se fosse una Cometa o un Pianeta, tentai se rappresentare si potessero in una parabola, ma le differenze tra i movimenti calcolati ed osservati essendo troppo grandi, vidi che in un cerchio vi sarebbe stato un migliore accordo. Fatte quindi diverse supposizioni, una ne trovai, che prossimamente corrispondeva al movimento del nuovo Astro dal 1.° Gennajo agli 11 Febbrajo. La qual cosa abbastanza dimostrava, che esso era realmente un Pianeta, ed il suo orbe pochissimo eccentrico. Volli allora spingere più oltre le mie ricerche, investigando l' ellisse più prossima alla vera che

fosse permesso rinvenire. Ma egli è pur forza confessarlo, niente ottenni di soddisfacente, come nulla ottenne il D.r Burchard in Parigi, che fece un simile tentativo. Al Sig. Gauss toccò sorte migliore; poicchè avendo egli sottoposte al calcolo più rigoroso le stesse mie osservazioni, seppe dedurne un' ellisse, si prossima alla vera, che con essa tosto si rinvenne Cerere, già da più tempo inutilmente cercata. Questi elementi medesimi più e più volte corretti e ricorretti su le nuove osservazioni, che in seguito si sono andate facendo, debbonsi riputare come i migliori, che sino al presente si siano potuti avere.

ARTICOLO VII.

GIOVE

Nome e carattere con cui si segna questo Pianeta.

§. 130 I Latini, sull' esempio de' Greci, distinsero i Pianeti co' nomi delle loro principali divinità. Quello pertanto di cui trattiamo, essendo il più grande, il più risplendente, e quasi sopra gli altri dominando, Giove fu da essi denominato, nome che fu da noi ritenuto, non altrimenti che ritenuti abbiamo quelli imposti agli altri. Prima però, dagli Egizj, dagli Ebrei, diversamente chiamavansi: queste ed altre Nazioni soleano derivarne la denominazione da qualche particolarità, che in essi ravvisavano. Così dagli Ebrei il Sole veniva indicato colle parole *Kammah* e *Schemas*, nomi proprj del calore e della luce.

Analogo al nome si è il carattere con cui i Greci segnavano questo Pianeta. Ζευς o Zeus è lo stesso che *Jupiter* presso i Latini. Presero quindi la prima lettera sulla sinistra o sia Z, e tagliatala sulla destra con un' asteggiatura, ne formarono il segno ♃, onde abbreviatamente esprimere Giove.

Digitized by Google

Schiacciamento del globo.

§. 131 Giove non è soggetto a qualsisia fase sensibile, e ciò a cagione della sua grande distanza dal Sole in confronto della nostra. Ma se per questa parte mai non offre alcuna variazione nelle apparenze del suo disco, e a prima vista, nei buoni telescopj ancora, appare sempre circolare; con diligenza esaminato non si trova però realmente tale. Domenico Cassini fu il primo che riconobbe il diametro da oriente a ponente alquanto maggiore dell' altro da settentrione a mezzodì. Maraldi in seguito, e tutti gli altri che vi portarono qualche attenzione, confermarono questo fatto. Ma non tutti convennero della differenza de' due diametri, o della quantità dello schiacciamento. Da alcuni fu fatto di $\frac{1}{10}$, di $\frac{1}{16}$ da altri, e l' Ab. Rochon con un' eccellente micrometro determinò il rapporto dei due diametri di 15 a 16. Questa determinazione si crede la migliore dal Senatore De-La Place, il quale per altro è di opinione, che meglio possa dedursi dalla teoria che dall' osservazione. Egli la stabilisce come 69 a 74.

Fascie e macchie

§. 132 Galileo, si tosto che diresse il telescopio verso Giove vi distinse varie fascie, prossimamente giacenti nella direzione del movimento proprio del Pianeta di occidente in oriente. Zucchi, Fontana, Cassini ed altri più avendole in varj tempi e con diligenza osservate vi notarono parecchie varietà e differenze. 1.mo Generalmente se ne vedono tre che sono oscure, e delle quali la più grande, collocata nella parte boreale del disco, vicino al centro, è sempre visibile, sebbene non sempre della medesima figura. 2.do In alcuni tempi se ne vede

Digitized by Google

un maggior numero, taluno ne ha osservato sei, talaltro sette e più ancora, ed il Sig. Herschel è giunto a contarne sino a 40. 3° Di queste, altre sono oscure, altre bianche, non tutte egualmente ben segnate lungo il disco, ma spezzate, interrotte. 4° Non di rado l'apparizione e disparizione è di corta durata; Domenico Cassini li 13 Dicembre 1690 nel breve spazio di una in due ore vide a sparirne alcune e formarsene delle nuove. Finalmente accade qualche volta che non possa distinguersi che la fascia più grande vicina al centro.

Oltre delle fascie si osservano similmente parecchie macchie, le quali e spariscono e ricompajono, e sono ora più grandi ora più piccole, ora di una figura ed ora di un' altra. E' singolare ciò che osservò Domenico Cassini nel 1675. In uno spazio assai chiaro, che divideva due fascie oscure, vide egli quasi d' improviso sorgere diversi punti a guisa d' isolette, le quali, essendosi riunite in una sola, le due fascie ben tosto sparirono.

Ma d' onde provengono mai tante e sì diverse apparenze? Sono esse forse conseguenza di un' atmosfera particolare e tutta propria di Giove, o debbonsi più tosto a repentini e spessi cambiamenti che succedono sulla superficie di questo Pianeta? Vi ha chi ha pensato, che Giove sia in uno stato di combustione violentissima, nè altro siano le fasce che torrenti e mari di materia ardente e fluida, de' quali alcuni siano perenni e costanti, ed altri e si formino e si disperdano, e così ci presentino il fenomeno delle macchie, che quindi per la maggior parte non sarebbero che parti diverse del globo, che a vicenda e si offrono e si sottraggono ai nostri sguardi. Tutto ciò che dire possiamo egli si è, che realmente il corpo di Giove sia sottoposto a grandi e continue rivoluzioni; senza però osare di assegnarne la cagione, qualunque essa sia.

Digitized by Google

§. 133 Se non tutte le macchie, alcune almeno sembrano certamente aderenti al corpo di Giove. Poicchè diverse, esaminate a grandi intervalli di tempo, si sono rivedute nello stesso luogo, ove la prima volta erano state osservate. Tale a cagion di esempio si è quella che nel 1665 scoprì Domenico Cassini nella parte settentrionale della fascia più meridionale, e per più anni continuò ad osservare. Questa, conservando sempre la stessa posizione rispetto al corpo di Giove, con movimento assai rapido avansavasi sul disco, seguendo la direzione di oriente in occidente. Appariva più grande verso il centro, che verso gli orli, in poca distanza de' quali perdevasi di vista; il movimento similmente scorgevasi più grande al centro, che verso la circonferenza. Le quali cose non si possono intendere senza supporre e stabilità nelle macchie, e rotazione dell' intiero corpo di Giove intorno ad un asse, rotazione che considerata dal centro si fa di occidente in oriente.

§. 134 Dalle osservazioni pertanto della descritta macchia continuate per molti anni ne conchiuse il Cassini la rotazione di Giove su 'l suo asse di 9.° 55.' 53,"5; ma dopo più tempo avendone tentate delle altre, essa si trovò di 9.or 55.' 51" soltanto, cioè 2,"5 minore della precedente. E poichè nelle prime era Giove assai più lontano dal Sole che nelle seconde, parve al Cassini di potere stabilire, che crescendo la distanza dal Sole diminuisse la velocità di rotazione, ed aumentasse diminuendo quella. Ma sì fatta spiegazione è intieramente gratuita; giacchè la velocità di rotazione non dipende dalla velocità di translazione, e su questa e non su quella possono influire le diverse distanze dal Sole. Per la qual cosa Schort ed Herschel, li quali replicando lo stesso genere di osservazioni si sono avvenuti prossimamente nel-

Digitized by Google

le stesse differenze, hanno amato piuttosto congetturare, che per avventura non siano le macchie parti del corpo di Giove, ma bensì materie dallo stesso staccate, e nuotanti nell' atmosfera del Pianeta, e quindi dalla medesima trasportate in questa o in quell' altra parte, ora con maggiore ed ora con minore velocità. Herschel si studia di avvalorare questa sua spiegazione coll' esempio de' nostri venti equatoriali, i quali in certi tempi dell' anno spirano con maggiore forza che in altri. Se così fosse ben maggiori differenze si dovrebbero quindi osservare, e forse niente potrebbe stabilirsi. Questa seconda ipotesi non sembra pertanto molto più plausibile della prima. Quanto a me non credo che altronde si possa ripetere la spiegazione di questo fenomeno, che dalla difficoltà di determinare con esattezza la posizione delle macchie. Esse talvolta mutano di figura da un giorno all' altro, e quindi assai più a grandi intervalli di tempo, quali sono necessarj per ricavarne dalla loro apparenza la durata della rotazione. Contentiamoci dunque di sapere che la rivoluzione di Giove su 'l suo asse è di $9.^{h}$ 54' circa.

§. 135 Il movimento delle macchie essendo nella direzione delle fascie, e queste pressocchè parallele al piano dell' Ecclitica, l' asse di rotazione sarà prossimamente perpendicolare al piano medesimo. Prova la cosa istessa la posizione dell' asse minore, che dallo schiacciamento del globo similmente risulta, che pochissimo devia dalla perpendicolarità al piano dell' orbita terrestre. Dalle osservazioni però non può ricavarsi con precisione quanta sia sì fatta deviazione. Esse semplicemente dimostrano, che non può essere maggiore di tre gradi circa. D' onde ne siegue, che l' equatore di Giove non tagliando l' ecclitica che sotto un angolo piccolissimo, vi sarà in questo Pianeta una specie di equinozio generale e perpetuo.

Digitized by Google

§. 136 Avendo noi gran numero di osservazioni così antiche come moderne, e non poche, nelle quali Giove si è trovato in opposizione col Sole; senza molta difficoltà potremo determinare il movimento medio di questo Pianeta. Di altro non sarà mestieri, che di seguire passo passo quanto si è fatto per Marte. Quindi la rivoluzione tropica prossimamente risulterà di . . . . . 4330.^{g} 14.^{or} 39.' 2",0. La siderale di 4332.^{g} 14.^{h} 27'. 10",8 ed il movimento tropico diurno di 4'. 59",2649692.

§. 137 Prima però di giugnere a questo risultato, che dà Lalande nel *tomo I. della sua Astronomia* §. 1162 *ed.* 3. se ne incontreranno più altri ora maggiori ed ora minori, secondo i tempi, ai quali apparterranno le osservazioni sottoposte al calcolo. Colle antiche alquanto maggiore, alquanto minore colle moderne, e proporzionatamente colle intermedie. La qual cosa indusse gli Astronomi a sospettare, che il movimento di Giove andasse realmente di secolo in secolo accelerando. Al movimento medio fu quindi applicata un' equazione secolare, che dal Baylli si fece di 13'' circa, da Lagrange di 3'. 18", ed altrimenti da Lalande, da Eulero, e da altri. Nientedimeno non si giunse mai a trovare un perfetto accordo tra l' osservazione ed il calcolo: giungevano talora le differenze a 7' e ad 8'. Tale si era l' imperfezione delle tavole de' movimenti di Giove nel 1786, quando Laplace dalla teoria dell' Attrazione venne in chiaro, che i movimenti medj de' Pianeti sono inalterabili, e che la supposta accelerazione di Giove da altro non dovevasi ripetere, che da una ineguaglianza di 20', cagionata dall' attrazione di Saturno, il di cui periodo è di 918 anni. A profittare di questa scoperta il Cav. Delambre raccolse quante opposizioni osservate di questi due

Digitized by Google

Pianeti potè rinvenire dal 1690 al 1787, le comparò colle formole del Sig. Laplace, e corretti gli elementi col metodo delle equazioni di condizione, fu in grado di pubblicare in Parigi nel 1789 nuove tavole di Giove e Saturno, mercè le quali svanirono le gran differenze, che recato avevano tanto imbarazzo. Lo stesso travaglio fu in seguito tentato del Sig. Bouvard, ed i suoi risultati vennero stampati nel 1808 per ordine dell' *Ufficio delle longitudini*. Ma essendosi scoperto, che vi erano caduti alcuni errori principalmente nei segni delle perturbazioni, l' Autore si è proposto di rifare le sue tavole, che per altro non si sono vedute ancora.

Distanza media o semiasse maggiore.

§. 138 Impiegando la terza Legge di Keplero, come si è fatto per gli altri Pianeti, e supposto il semiasse maggiore della Terra = 1, si ha per Giove 5,2016506, quantità alquanto minore di quella, che dal principio dell' attrazione ne ha dedotto il Sig. De-Laplace: a norma de' suoi calcoli si è 5,202778.

Eccentricità ed equazione massima.

§. 139 Comparando tra esse le opposizioni, nelle quali il movimento vero si è osservato prossimamente uguale al medio, lo che, com' è noto, avviene nelle distanze medie, risulta l' equazione di 5.° con un numero maggiore o minore di minuti, secondo che s' impiegano osservazioni moderne o antiche. La qual cosa manifestamente dimostra, che l' equazione non è costante, e perciò assai difficile a determinarsi per una data epoca. Bailly, Wargentin, ed ultimamente Delambre hanno discusso questo punto con molta diligenza, e dall' ultimo, introducendo nel calcolo l' ineguaglianza scoperta

Digitized by Google

da Laplace, si è stabilita pel 1750 di 5.° 30'. 38". Riguardo alla variazione però, come dalle osservazioni si hanno risultati assai diversi, così più sicuro si è creduto non attenersi che a quella che si ricava dalla teoria dell' attrazione. Secondo Lagrange in un secolo essa è di + 56" $\frac{1}{2}$, e secondo Laplace di 55",4. Questo aumento secolare devesi quasi intieramente all' azione di Saturno; giacchè Marte non v' influisce che per 0",02., e niente gli altri Pianeti.

§. 140 Dall' asse maggiore dell' ellissi planetaria, e dalla sua equazione massima ne viene l' eccentricità, che nel caso presente si trova di 0,048077 parti della distanza media di Giove dal Sole. Variando poi l' equazione massima deve similmente variare l' eccentricità, crescendo se quella cresce, e diminuendo se diminuisce. Essa è di 0,000134345 in un secolo.

Afelio.

§. 141 Nella determinazione dell' Afelio si sono incontrate le stesse difficoltà, che provate si erano per l' equazione massima, cagionate nell' uno e nell' altro caso dalle ineguaglianze di Giove, che tardi solo furono ben conosciute. Dalle opposizioni osservate dal 1773 al 1784 era l' Afelio a 6.° 10.° 22', ma comparandolo colle diverse tavole di Halley, Cassini, Lalande, vi si vedevano non picciole differenze, nè tra esse di accordo. Corrette però le antiche e le recenti osservazioni, si fu in grado di meglio stabilire questo punto, e conoscere insieme il suo avanzamento annuo, che così dall' osservazione come dall' attrazione risulta di 57" circa per anno; de' quali 6",58 debbonsi all' azione di Saturno, 0,01 alla Terra, altrettanto a Venere, e 50",21 alla precessione degli Equinozj.

Digitized by Google

Nodo.

§. 142 Il Nodo di Giove, come nelle orbite degli altri Pianeti, si rileva dalla latitudine. Il punto in cui essa è o dà questo luogo. L'Inclinazione però essendo assai piccola, la determinazione del Nodo riesce più tosto difficile. L'errore di 1" sulla Latitudine ne cagiona 44 sul Nodo. Egli è quindi, che trovansi differenze grandissime tra i risultati de' diversi Astronomi. Secondo gli ultimi calcoli ed osservazioni di Delambre nel 1750, esso era a 3.ˢ 7°. 55'. 32"; ed il suo movimento prossimamente di 35",7 per anno, cioè di — 14",5, che combinati con + 50,21 di precessione danno + 35",7

Inclinazione.

§. 143 Le massime latitudini danno l'Inclinazione. Da queste osservate in diversi tempi così da La-Lande come da altri Delambre ne ha conchiusa l'inclinazione pel 1750 di 1°. 19'. 2". Nè sù i diversi risultati le differenze sono state molto sensibili.

§. 144 L'Inclinazione non si conserva sempre la stessa, ma soffre picciole variazioni, le quali, sebbene non siano periodiche, da un secolo all'altro giungono a 27",2 di decremento; quantità denominata *variazione secolare*.

ARTICOLO VIII.

SATURNO

§. 145 Saturno, decimo Pianeta in ordine alla sua distanza dal Sole, è l'astro più singolare del nostro sistema: non solo è accompagnato da più Satelliti come la Terra

Digitized by Google

e Giove, ma cinto inoltre da più anelli, fenomeno che non si osserva in alcun altro Pianeta. Per ora non parleremo che del solo Pianeta, tutto il di più spettando propriamente alla seconda parte di questo libro ove si darà.

Macchie e rotazione di Saturno sopra sestesso.

§. 146 Da che si ebbero buoni cannochiali si giunse tosto e senza difficoltà a vedere che questo Pianeta era cinto da una specie di zona o fascia, giacente nella direzione dell' anello, simile a quelle di Giove, ma di luce più debole. Osservato più attentamente un tale fenomeno dal Cassini vi distinse due fascie, terminate pressochè da linee rette, e quindi secondo lui senza la curvatura necessaria, perchè risguardare si potessero come aderenti al corpo del Pianeta. Per la quale cosa così egli, come più altri, che in seguito replicarono tali osservazioni, giudicarono, che fosse ciò cagionato da vapori raccolti, e nuotanti nell' atmosfera del Pianeta: e per simile ragione sino al 1793, in cui Herchel riprese sì fatte osservazioni, non vi fu chi vi facesse attenzione e pensasse a trarne le conseguenze, che se ne potevano dedurre.

§. 147 In Novembre pertanto del detto anno 1793 avendo Herschel diretto a Saturno un suo eccellente Telescopio di 7 piedi, giunse a distinguervi non due solamente, ma ben cinque fascie, delle quali due lucide, e tre oscure. Colpito da questa nuova apparenza, col maggiore impegno continuò per più mesi le sue osservazioni, e si accertò che le fascie, corrispondevano sempre agli stessi luoghi del globo, conservando le stesse figure, e solo presentando diverse tinte nelle diverse loro parti. Quindi considerando, che le fascie di Giove, le quali sono nella direzione del suo equatore, debbonsi forse alla

Digitized by Google

sorprendente velocità con cui si muove su 'l suo asse ; e ciò tanto maggiormente che niente di simile si osserva nè in Marte , nè in Venere , le di cui rotazioni rispetto a quella di Giove si possono dire lentissime ; considerando dico cotali cose , congetturò che le fascie di Saturno fossero per avventura argomento di una rotazione poco diversa da quella di Giove . Si accinse perciò a cercarne e determinarne il periodo , tra esse comparando molte osservazioni delle stesse macchie , o parti diverse delle fascie , quando corrispondevano alla stessa parte del disco . Per tale maniera si è egli persuaso di avere trovato che Saturno gira su 'l suo asse in 10.or 16' . Dalla rotazione egli ne viene che l'asse polare deve essere minore dell'equatoriale . E realmente si osserva che quello che è perpendicolare al piano dell'anello è di un undecima parte minore dell'altro . Si veggano le *Transazioni filosofiche* dell'anno 1794 pag. 48 , ove trovasi riportata la memoria , che Herschel presentò alla Società Reale su questo argomento .

Movimento medio .

§. 148 Comparando l'opposizione di Saturno del 1714, osservata a Parigi a 18.or 16' del dì 26. Febbrajo , coll'osservazione del 1.° Marzo 228 anni avanti l'era nostra , la più antica che da noi si conosca , fatta dai Caldei , e a noi conservata da Tolomeo ; comparando , dico , tra esse queste due osservazioni , l'intervallo che le separa secondo il Cassini risulta di 1943 anni 105 giorni 7 ore e 16 minuti . Ora in questo tempo il Pianeta avendo compite 66 rivoluzioni meno 26.' 14'', sarà la sua rivoluzione tropica di 29 anni comuni e 162.s 4.or 27', ed il suo movimento tropico annuo di 12.° 13.' 35.'' 14''' .

§. 149 Hallejo partito essendo da osservazioni più vicine trovò un movimento alquanto minore , e minore

Digitized by Google

ancora fu trovato da Lalande che nel 1750 comparò altre osservazioni a noi più vicine. Si conchiuse quindi che il movimento di Saturno andasse diminuendo di secolo in secolo, e perciò s' imaginò una equazione secolare, proporzionale a' quadrati de' tempi; nella supposizione cioè che in tempi uguali gl' impicciolimenti fossero uguali, e in conseguenza i movimenti come i quadrati de' tempi. Per tale maniera si ravvicinarono in qualche modo le osservazioni antiche e moderne. Ma questa equazione che da Hallejo si fece di 9.° per secolo, e meno da altri, si vide ben presto che non soddisfaceva alle osservazioni che di giorno in giorno si andavano facendo. Quindi Lalande, Mallet, Mayer e altri per diverse vie si studiarono di combinare finalmente delle tavole, che fossero meglio di accordo coll' osservazione; ma ben presto si vide, che gli errori che si facevano svanire in un luogo rinascevano in un altro, senza che rimanesse speranza di durevole miglioramento. L' Accademia delle Scienze, riconoscendo che niente mai si sarebbe ottenuto, se le azioni reciproche di Giove e Saturno non si fossero trattate colla più profonda analisi, propose ai Geometri per ben due volte questo problema. Eulero e Lagrange ne tentarono la soluzione; sebbene però le loro memorie conseguissero il premio, a cagione de' nuovi eleganti metodi da essi proposti, l' argomento principale rimase pressochè intatto. In questo stato di cose Lambert pensò che Giove su Saturno e Saturno su Giove cagionassero delle ineguaglianze simili alle lunari, cioè che vi fosse una *evezione*, una *variazione*, un' *equazione annua* ec. e quindi cercò di determinare i loro coeficienti colle sole osservazioni. Con questo artificio puramente empirico giunse egli a rappresentare entro i limiti di due in tre minuti le osservazioni che tentate si erano fino al suo tempo. Ma ciò era ben poco, nè poteva ben dirsi se le sue formole avrebbero servito per ogni tempo a

Digitized by Google

venire. La Teoria di Saturno rimaneva pertanto nella sua prima oscurità, da cui per avventura non ne sarebbe mai sortita, se Laplace, abbandonando l'uso fino a lui tenuto di non considerare nella ricerca delle ineguaglianze, che le prime potenze dell' eccentricità, non avesse spinto il loro sviluppo fino alla quarta. Per questa via, difficilissima invero e laboriosissima, non solo riconobbe l' ineguaglianza di 20' 49" di Giove, da cui nasceva la sua apparente accelerazione, come si è detto nell' articolo precedente, ma un altra molto maggiore in Saturno, di 48' 44" e cagione del suo rallentamento; l' una e l' altra dello stesso periodo di 918 anni. Il Cav. Delambre sulle nuove formole di Laplace nel modo stesso che calcolato aveva le formole di Giove, calcolò similmente quelle di Saturno, le quali si accordano a 30" circa coll' osservazione, e vi è da sperare che si avrà un maggiore accordo ancora, tostochè il Sig. Bouvard abbia dato l' ultima mano al suo lavoro, di cui sopra si è parlato. Secondo Delambre è pertanto la rivoluzione tropica di Saturno di 29.^{an} 181.^{s} 19.^{h} 16.' 15,"5, e il movimento annuo tropico, o sia in 365.^{s} di 12.° 13.' 56,"81.

§. 150 Stabilita la rivoluzione tropica, niente più facile che di trovare la siderea. Si dica come il movimento secolare di Saturno ad un secolo, così 360.° al quarto, che sarà la rivoluzione siderea; e ciò torna lo stesso, che dividere il numero 40898649600000000 (prodotto di un secolo ridotto in secondi per 360.°, espressi similmente in secondi) per tre circonferenze più 4.^{s} 23.° 31.' 36" (movimento di Saturno in un secolo), e si avrà 10759.^{s} 1.^{h} 51.' 11,"2 pe 'l tempo che impiega Saturno a raggiugnere le Stelle da cui è partito. La rivoluzione siderea è quindi maggiore della rivoluzione tropica di 12.^{s} 6.^{or} 34.' 55,"7.

Digitized by Google

Distanza media.

§. 151 La distanza media, o sia il semiasse dell' orbe di Saturno, può trovarsi in diverse maniere, come si è veduto ne' capi precedenti, e come più diffusamente si spiega dal Cassini nella sua Astronomia. Dopo però la scoperta delle tre leggi di Keplero, sogliono generalmente gli Astronomi valersi della terza di dette leggi, cioè che i quadrati de' tempi sono proporzionali ai cubi delle distanze. E poichè i tempi sono in ragione inversa de' movimenti, dai quali si sono dedotti; meglio è e più sicuro alla ragione diretta de' tempi sostituire l' inversa de' movimenti, onde così partire immediatamente dall' osservazione, dalla quale si hanno i movimenti. Perciò se si dica il quadrato del movimento secolare sidereo di Saturno al quadrato del movimento secolare sidereo della terra; così l' unità, semiasse maggiore dell' orbe della terra; al quarto, si avrà il cubo del semiasse maggiore dell' orbe di Saturno. Perciò dal logaritmo del movimento secolare sidereo della terra sottraendo il logaritmo del movimento secolare di Saturno, e prendendo due terzi del residuo, il numero che vi corrisponderà sarà il semiasse cercato. Esso è 9,540724, o sia il semiasse di Saturno è nove volte e mezza circa maggiore di quello della terra. Secondo questa distanza il diametro del Sole veduto da Saturno non comparirà che di 3.' 30," e le massime digressioni de' Pianeti, Mercurio, Venere, la Terra, Marte e Giove saranno come siegue: 2.° 19': 4.° 21': 6.° 1': 9.° 11': 33.° 3. Quindi per gli abitanti di Saturno non esisteranno nè Mercurio, nè Venere, nè la Terra; essi non vedranno che Giove e Marte, e questo con qualche difficoltà; ma per avventura vedranno delle altre cose che noi non vediamo.

Digitized by Google

Eccentricità e Equazione del centro.

§. 152 L' equazione massima di Saturno non altrimenti che quella di Giove è difficile assai a stabilirsi con precisione. Poichè le osservazioni verso le distanze medie, come quelle che offrono il mezzo più adatto onde determinarla, non si possono tra esse comparare, se prima non vengano spogliate di tutte le inegualianze, cui vanno soggette. La quale cosa presenta non poche difficoltà, non essendo ancora pienamente conosciute tutte le piccole perturbazioni, che possono alterare i movimenti medii di questo Pianeta. In ogni modo l' equazione suddetta fu trovata dal Cassini di 6° 31' 40" nel 1740, e dopo le ricerche di Lalande, Laplace, e Delambre si ridusse pe'l principio del 1750 a 6° 26' 42".

§. 153 Dall' equazione si ha l' eccentricità, che suole esprimersi in due maniere diverse, cioè in parti della distanza media della Terra dal Sole, supposta = 100000, e in parti dell' asse maggiore dell' orbe stesso di Saturno fatto = 1. Nel primo modo si è stabilita da Lalande di 53640,42, e nel secondo ha per logaritmo 8,7498109.

Così l' equazione come l' eccentricità non sono costanti, ma diminuiscono di 1' 50,"6 per secolo, come si ha dall' attrazione.

Afelio.

§. 154 Le grandi irregolarità di Saturno, delle quali sopra abbiamo parlato, e la lentezza del suo movimento non hanno permesso di determinare il luogo del suo Afelio, che entro i limiti di un grado circa. Dai calcoli di Lalande sulle osservazioni degli anni 1701, 1708, 1716 risultava pei 12 Dicembre 1708 a 2.^{s} 28.° 25' e pe'l principio del 1769 a 2.^{s} 29° 38'. Cassini colle osservazioni di Tolomeo era risalito sino all' anno 132 avanti l'

Digitized by Google

era nostra, e ne aveva comparati i risultati, non meno colle osservazioni di Ticone che colle sue. Tutti questi calcoli, se per una parte dimostravano che l'Afelio aveva un movimento diretto, non altrimenti che si osserva negli altri Pianeti, indicavano per l'altra, che questo movimento ne' tempi passati era stato più lento, che non lo fosse ne' presenti. Ma questa differenza deve piuttosto ripetersi dall' imperfezione delle osservazioni antiche che da altro. Lagrange e Laplace hanno ridotto un tale movimento da 1.' 18" per anno, che si era stabilito dal Cassini, a 1.' 6,"0, de' quali 50,"25 dipendono dalla precessione, e 15,"99 debbonsi all' attrazione di Giove, niente influendovi l' azione degli altri Pianeti.

Nodi.

§. 155 Dalle osservazioni fatte nel 1784 dal Bugge a Copenaghen e dal Maskelyne a Greenwich l' orbe di Saturno tagliava l' eclittica al principio del detto anno a 3.^{s} 21.$^{\circ}$ 48'. Lalande avendo comparata questa posizione con più altre così antiche come moderne, ne ha conchiuso il movimento annuo rispetto agli equinozii di 31". Ma su questo punto non si trova molto accordo tra gli Astronomi; da altri facendosi di 28", da altri di 26, di 29, di 48, secondo le diverse osservazioni, che da ciascuno si sono discusse e comparate. In questa incertezza Delambre combinando l' osservazione colla teoria lo ha stabilito nelle sue tavole di 33,"35. E poichè la precessione è di 50,"25 per anno, il Nodo rispetto alle Stelle retrocede in ogni anno di 16,"9, de' quali, tre quinti circa sono dovuti all' azione di Giove, due a quella di Venere, ed una piccolissima quantità alla somma degli altri.

Digitized by Google

Inclinazione.

§. 156 Dopo varie determinazioni dell' angolo d' inclinazione, che hanno dato Cassini, Lacaille e Lalande, tutte poco tra esse di accordo; finalmente nel 1780 sulle osservazioni del Maskelyne è stato stabilito con molta precisione da Delambre di 2.° 29' 50". La sua riduzione all' eclittica risulta di 1' 39", e la diminuzione secolare di 27,"19. Questa, come altrove si è detto, è cagionata dal movimento del Nodo, e dal bilanciamento dell' eclittica.

ARTICOLO IX.

URANO

§. 157 Si deve la scoperta di questo ultimo Pianeta del nostro sistema alla diligenza e sagacità di Gulielmo Herschel, non menochè alla non ordinaria forza de' suoi Telescopj. La notte dei 13 Marzo 1781 vid' egli verso il piede boreale de' Gemelli tra *Propo* e la 134.ª del Toro una Stella, che distinguevasi dalle altre per luce e grandezza, e nella quale ben tosto riconobbe un piccolo movimento. Quale nuova Cometa annunziolla al Pubblico, e come tale fu generalmente risguardata. In questa persuasione si cercarono gli elementi dell' orbe, che supponevasi dovesse descrivere; ma in qualunque modo si combinassero le osservazioni non si giunse mai a poterle rappresentare nè in parabole, nè in iperbole. Per la quale cosa dopo sei mesi di replicati tentativi e calcoli, dal Presidente Saron si cominciò a dubitare, che il suo movimento dovesse piuttosto considerarsi in un cerchio, che in una parabola. In questa ipotesi con generale meraviglia si vide che tutte le osservazioni erano pressochè di accordo; onde si conchiuse, che non fosse una Come-

Digitized by Google

ta, ma un Pianeta, sottrattosi agli sguardi dell' antichità a cagione della sua prodigiosa distanza. Herschel pertanto, che n' era lo scopritore, in attestato di riconoscenza verso Giorgio III. Re d' Inghilterra, denominollo *Georgium Sidus*: nome però che non piacque in Germania; ove si convenne di chiamarlo *Urano*, attesa l' immensità della sua sfera. Assicurati gli Astronomi dell' esistenza del nuovo Pianeta, moltiplicando osservazioni e calcoli, verso la fine dello stesso anno 1781 furono in grado di darne gli elementi approssimati; su i quali, migliorati in seguito e rettificati, se ne formarono le tavole da Slop di Pisa, e da più altri. Questo Astro ad occhio nudo e ne' cannocchiali ordinarii non appare che come una stella di 6.ª in 7.ª grandezza: la sua luce è poco dissimile da quella di Giove, ma più debole.

Rivoluzione e distanza.

§. 158 I calcoli delle prime osservazioni in un cerchio fecero ben presto vedere che la distanza del Pianeta dal Sole era diciinovevolte circa maggiore della nostra, e quindi la rivoluzione di 83 anni poco più poco meno. Ma ciò era ben poco: si richiedeva maggior precisione. Fortunatamente il Sig. Bode di Berlino riconosciuto avendo, che l' osservazione del Mayer dei 25 Settembre 1756 a 10.or 41' del meridiano di Parigi, indicava precisamente il luogo del nuovo Pianeta per quel tempo, si ebbe un mezzo assai sicuro onde determinare la durata della rivoluzione. Infatti comparata quell' osservazione colle altre degli anni 1781, e 1782, si trovò che il Pianeta faceva il suo giro intorno al Sole in 83.an 52.s 4.or. Questo periodo pienamente soddisfacendo alle osservazioni passate e presenti, nè più veduta essendosi la supposta Stella del Mayer, ch' è la 964.ª del suo Catalogo, non sembra, che possa in alcun modo dubitarsi della genuinità dell' osservazione.

Digitized by Google

§. 159 Secondo gli Astronomi Zach, e Fixlmillner questo nuovo Pianeta è stato similmente osservato come Stella dal Flamstedio, ed è la 34.ª del Toro, che più non si vede. La rivoluzione tropica, che quindi ne viene è di 83.an 292.s, assai diversa dalla precedente; ma di essa non si può farne gran caso a cagione del movimento dell' Afelio, che non è ancora ben conosciuto, e di cui sarebbe uopo di correggerla. Vuolsi dal Sig. Delambre, che anche Lemonier abbia veduto questo Pianeta, e lo abbia preso per una Stella di 6.ª in 7ª.

Stabilita la rivoluzione tropica di 83.ª 52.s 4.or, sarà la siderea di 83.an 150.s 18.or, dalla quale colla legge di Keplero si trova la distanza media del Pianeta dal Sole di 19,0818, supposta 1 quella della terra.

Equazione massima.

§. 160 L' equazione del centro non è ancora stabilita con molta precisione. Laplace la fa di 5.° 27.' 16", di 5.° 16.' 58" Fixlmillner, e Oriani di 5.° 32.' 59". Il movimento di questo Pianeta è troppo lento, perchè nello spazio di pochi anni si possa sperare di togliere l' incertezza di pochi minuti su questo elemento.

Afelio.

§. 161 Il luogo dell' Afelio nè tampoco è ben stabilito. Secondo le tavole di Delambre al principio del 1810 corrispondeva a 11.s 17.° 29.' 37", ma da altri si vuole più avanzato di 10.° circa. Gran tempo dovrà trascorrere prima che possa decidersi questo punto.

Le azioni di Giove e Saturno debbono indurre un movimento annuo sull' Afelio. Dalle osservazioni non può esso dedursi ancora; ma dal calcolo, pare che non debba essere maggiore di 4". Lagrange lo stabilisce di 3,"17

Digitized by Google

per anno. Onde il suo totale movimento annuo sarà di 54", circa.

Inclinazione.

§. 162 L'inclinazione si ha assai bene dall'osservazione del Mayer, in cui il Pianeta era a 85.° dal nodo. Essa risulta di 46.' 20", e la differenza colle altre osservazioni non è che di 10" circa. Secondo i calcoli di Lagrange quest'elemento ha una diminuzione secolare di 5" circa, de' quali uno devesi all'azione di Giove, e quattro a quella di Saturno.

Nodo.

§. 163 Questo elemento è uno de' meglio conosciuti, le osservazioni degli anni 1781, e 1782, essendo state molto adatte all'uopo. Secondo Laplace nel 1788 corrispondeva a 2.^{s} 12.° 47'. Il suo movimento rispetto agli equinozii da altri si fa di 26" per anno, e da altri di 20". Ma ciò dipende dalle ipotesi diverse sulle masse de' Pianeti. Il Nodo di Urano retrocede quindi in ogn' anno di 24 in 30 secondi.

Perturbazioni.

§. 164 Le distanze dal Sole di Mercurio, Venere, la Terra e Marte, essendo assai piccole rispetto a quella di Urano; l'azione loro non può cagionare alcuna alterazione sensibile sull'orbita di quel Pianeta. Ma non è così di Giove e Saturno; l'azione dei quali non deve trascurarsi, comunque non molto grande. Secondo Oriani le attrazioni di queste due Pianeti possono indurre una differenza di due e più minuti su i movimenti medii di Urano. Per la quale cosa più Astronomi, e principalmen-

Digitized by Google

te Oriani e Delambre, servendosi delle formole di Laplace nella sua bella teoria di Giove e Saturno, si sono studiati di determinare le variazioni in questione. *Veggansi su di ciò le Effemeridi di Milano degli anni* 1789, e 1790.

Tavole.

§. 165. Dai Sig. Slop, Novet e da altri si sono calcolate le tavole di questo Pianeta; ma quelle di Delambre, che Lalande ha inserite nella sua Astronomia, sembrano le migliori. Sono state fatte nel 1789 su di un gran numero di osservazioni, discusse e comparate colla maggiore diligenza. Alle medesime trovansi unite e le perturbazioni, che già si erano trovate da Oriani, e due altre molto importanti; la prima di 8″ riguarda l'equazione del centro, in quanto dipende dalla distanza angolare di Saturno dal Pianeta; la seconda di 2.′ 15″ dipende da tre volte la longitudine di Urano, meno una volta quella di Saturno. La somma di tutte queste ineguaglianze è di 7.′ 20″, che si correggono per mezzo di diverse equazioni co' rispettivi argomenti, come meglio può vedersi nelle tavole stesse.

Digitized by Google

PARTE SECONDA

PIANETI SECONDARII.

ARTICOLO I.

Luna.

§. 162 Più cose sparsamente si sono sin quì accennate intorno alla Luna: movimento, fasi, ecclissi, rivoluzioni, diametri, parallasse, e ciò che da questi fenomeni immediatamente dipende; tutto si è esposto nella maniera, e secondo che l'ordine di queste Lezioni lo ha richiesto e permesso. Dalle fasi si è dedotto che in 29 $\frac{1}{2}$ giorni fa l'intiero giro del Cielo rispetto al Sole, e che non risplende che per la luce riflessa di questo. Dagli ecclissi, ch'è un corpo opaco, e che i nodi del suo orbe hanno un continuo movimento retrogrado. Dalla diversità de' suoi diametri, che la Terra non è esattamente nel centro di quest'orbe. Dalla Parallasse, che non è che $\frac{1}{49}$ del volume della Terra, ed a pochissima distanza dalla medesima in confronto di quella del Sole. Ma queste osservazioni e risultati non sono che le verità più elementari, e solo prossimamente stabilite. Voglionsi pertanto e meglio particolarizzare, e soggiugnere il di più che fa di mestieri all'intelligenza generale di questo stesso.

Digitized by Google

PROBLEMA I.

Spiegare i fenomeni che si osservano nelle Lunazioni.

§. 163 I principali fenomeni, che presenta la Luna in una sua intiera rivoluzione rispetto al Sole, si possono ridurre ai cinque seguenti: 1.° Fasi 2.° Luce cinericcia, per cui due giorni circa dopo il novilunio si distingue l' intiero disco, sebbene una sola picciolissima parte ne sia illuminata dal Sole. 3.° Punti lucenti, i quali col soccorso di un mediocre telescopio si vedono nella parte oscura. 4.° Gran numero di macchie nel mezzo pressochè invariabili. 5.° Altre macchie verso gli orli ora visibili ed ora invisibili.

Fasi.

§. 164 Le fasi della Luna, o sia le diverse apparenze che prende il suo disco nel corso di un' intiera lunazione, dipendono da tre cause: Luce solare, figura del corpo lunare, e sua rivoluzione intorno alla Terra.

Essendo la Luna un corpo sferico, il Sole non può illuminare sensibilmente che una sola metà, e similmente una sola metà può essere visibile dalla Terra. Quindi 1.° così la metà illuminata siccome la visibile, saranno terminate da cerchj massimi, le posizioni dei quali, cioè di uno rispetto al Sole, dell' altro rispetto alla Terra, saranno costanti, perchè determinate la prima dal raggio condotto dal Sole perpendicolarmente al piano, che passando pel centro della Luna termina l' emisfero illuminato; e la seconda determinata dal raggio condotto dall' occhio al piano, che similmente passando pel centro della Luna termina l' emisfero o metà visibile. 2.° Di tutti li cerchj massimi che si potranno descrivere sul globo lu-

Digitized by Google

nare, non potrà vedersi per intiero che il solo che termina l' emisfero visibile. 3.° L' emisfero illuminato, e l' emisfero visibile sempre confondendosi insieme nei plenilunj, il primo, nell' intervallo di due successivi plenilunj, deve fare rispetto al secondo una intiera rivoluzione su la comune intersezione de' loro piani, la quale è di necessità un diametro della Luna. 4.° Nel corso di un' intiera lunazione il piano del cerchio illuminato passando per tutte le possibili posizioni rispetto al raggio condotto dall' occhio al centro della Luna, secondo che sarà al medesimo perpendicolare, obliquo, o nella direzione istessa, il cerchio illuminato apparirà circolare, ellittico, o rettilineo. 5.° La parte illuminata veduta dalla Terra sarà sempre rinchiusa tra due semicerchj; dei quali uno apparterrà all' emisfero visibile, e sarà sempre di forma circolare, e l' altro all' emisfero illuminato, e si vedrà di figura ora circolare, ora ellittica, ed ora rettilinea.

§. 165 Ciò premesso egli è facile spiegare le diverse fasi lunari. Nelle congiunzioni, essendo la Luna tra la Terra ed il Sole, il cerchio terminatore dell' emisfero illuminato si confonde coll' altro dell' emisfero visibile; perciò l' emisfero illuminato essendo opposto alla Terra, noi non possiamo vederne alcuna sua parte: come però la Luna progredisce nella sua rivoluzione, e si allontana dal Sole, l' emisfero illuminato si avanza sul visibile; e li due cerchj, dei quali per brevità chiameremo il primo I, ed il secondo V, s' intersecheranno reciprocamente, formando nei punti delle rispettive intersezioni due angoli sferici acuti.

§. 166 Dunque 1.° Qualche tempo dopo la Luna Nuova si vedrà illuminata quella picciola parte del disco visibile, la quale trovasi rinchiusa tra il semicerchio occidentale V, ed il semicerchio orientale I. Questo mezzo cerchio comparirà sotto la forma di una semiellissi,

Digitized by Google

colla sua convessità rivolta verso la concavità del semicerchio V. Da ciò ne viene l' apparenza de' corni della Luna, le estremità de' quali sono a un tempo le estremità del diametro su cui gira il cerchio I.

§. 167. 2.° Il cerchio I avanzandosi sempre di più in più sull' emisfero visibile, e gli angoli sferici formati alle estremità de' corni, divenendo di continuo maggiori, il suo piano si va progressivamente avvicinando alla retta condotta dalla Terra alla Luna, e quindi secondo i principj della prospettiva, la semiellissi, sotto cui si vede il mezzo cerchio I, si andorà continuamente restringendo, sino a che giunta la Luna ad un quarto della sua rivoluzione, ove il piano del cerchio I si confonde col raggio visuale, la semiellissi si convertirà in linea retta, e la parte illuminata del disco visibile in un semicerchio terminato da un diametro. Questa fase si chiama *Primo Quarto* della Luna.

§. 168. 3.° Dopo il Primo Quarto continuando il il cerchio I ad avanzarsi sul disco visibile, gli angoli formati ne' punti d' intersezione de' due cerchj divengono sempre più ottusi, la linea di divisione di retta si converte in ellittica, rivolgendo la sua convessità verso la parte orientale del cerchio V, la parte illuminata va sempre crescendo, e sempre maggiormente avvicinandosi al cerchio. Finalmente acquista questa forma allorachè, giunta in opposizione col Sole, il raggio visuale diviene perpendicolare al piano del cerchio I, e questo si confonde coll' altro del cerchio V. Si ha in questo momento *Luna Piena*, ed essa ha fatto metà della sua rivoluzione.

§. 169. 4.° Finalmente percorrendo la Luna l' altra metà della sua rivoluzione presenta le medesime apparenze osservate nella prima. Il semicorchio I che colla metà orientale dell' altro V rinchiude la parte illuminata dell' emisfero visibile, da principio offre una semiellissi, poi passa in linea retta, nel qual punto la Luna ha com-

Digitized by Google

piti tre quarti della sua rivoluzione, indi ritorna ellissi, la parte illuminata si fa di continuo minore, e sparisce in fine poco prima che si rinnuovi la congiunzione, in cui ha luogo la *Luna Nuova*; ed ove i due cerchj I ed V insieme si confondono.

§. 170 Si cerchi l'espressione generale della parte visibile E dell'emisfero I, e sia perciò (*fig.* 84) S il Sole, L la Luna, T la Terra. Giacchè nè il difetto di parallelismo ne' raggi che dal Sole cadono sulla Luna, nè la piccola differenza tra l'emisfero V e quello che realmente vediamo, possono sensibilmente influire sulla quantità E; noi non considereremo che l'angolo L alla Luna, e il diametro D della medesima. A tenore pertanto di quanto si è dimostrato (§. 109) sarà $E = D \cdot \cos.^2 \frac{1}{2} L$. Ora nell'opposizione, cioè quando la Terra è in O, $L = 0$, $\cos.^2 \frac{1}{2} L = 1$, e $E = D$, o sia tutto illuminato l'emisfero V; nelle quadrature, quando la Terra è in Q, QL perpendicolare a SL, perciò $\cos.^2 \frac{1}{2} L = \cos.^2 45^\circ = \frac{1}{2}$, e $E = \frac{D}{2}$; nella congiunzione essendo la Terra in C, $L = 180^\circ$, $\cos. 90^\circ = 0$, ed $E = 0$, perciò I tutto invisibile. Dalla formola $E = D \cdot \cos.^2 \frac{1}{2} L$ abbiamo dunque i medesimi fenomeni che si osservano, e che abbiamo spiegati.

§. 171 Nelle Quadrature, essendo $L = 90^\circ$, se si osservi o misuri l'angolo Q alla Terra, nel triangolo SLQ sarà R : cos. Q :: SQ : LQ, e $SQ = \frac{LQ}{\cos. L}$. Si avrà quindi la distanza del Sole dalla Terra espressa in quella della Terra stessa dalla Luna. Lo stesso potrà ottenersi per mezzo della formola generale: si misuri in un tempo qualunque E e D, sarà $\cos. \frac{1}{2} L = \left(\frac{E}{D}\right)^{\frac{1}{2}}$, e questo angolo combinato coll'angolo T alla Terra, che si sarà contemporaneamente osservato, ci darà il rapporto

Digitized by Google

dei lati S T, L T, S L del triangolo rettilineo S L T. Si deve però confessare che la difficoltà di determinare con precisione nelle quadrature l' istante in cui si vede metà del disco I, e nelle posizioni intermedie il segmento E, rende poco sicuro così l' uno come l' altro di questi due metodi. In ogni maniera al primo, immaginato da Aristarco di Samos, deve l' Astronomia le sue prime cognizioni sulla gran distanza del Sole da noi, e quindi sul suo gran volume.

Luce cinericcia.

§. 172 Dopo la Luna Nuova, oltre alla parte illuminata, l' oscura si distingue ancora, e sembra, quasi tinta fosse di un debole color di cenere. Come la Luna si avvicina al Primo Quarto diminuisce questa apparenza, e senza il soccorso di eccellente telescopio cessa finalmente. Semplicissima si è la spiegazione di questo fenomeno. La Terra riflette la luce del Sole verso la Luna nella guisa medesima che dalla Luna è riflessa sulla Terra. Quando la Luna è in congiunzione, la Terra è in opposizione; la luce dunque che allora il disco oscuro della Luna riceve dalla Terra, riflettuta nuovamente sulla Terra istessa, rende quella a noi visibile. Che se ciò non si osserva che dopo la congiunzione, tramontato il Sole, e quasi intieramente terminato il crepuscolo, egli si è, perchè in queste circostanze la luce maggiore e diretta del Sole assorbisce questa infinitamente minore e riflessa.

§. 173 Da questa luce doppiamente riflessa, detta luce cinericcia, dipendono per avventura le apparenze vulcaniche da Herschel, da più altri Astronomi, e da me ancora osservate sul disco lunare poco dopo la congiunzione. Niente ripugna che tra le molte cavità che presenta la superficie della Luna ve ne siano alcune di forma poco diversa da quella degli specchi concavi; e si-

Digitized by Google

milmente niente meno lontano dal vero quanto che in questa e quell' altra parte del suo globo trovinsi sparse materie fosforiche, prossime alla pietra di Bologna, che assorbisce, e per più tempo ritiene e conserva la luce Solare. Con queste due supposizioni si possono, a creder mio, spiegare tutt' i punti lucidi che in diversi tempi osservati si sono sul disco oscuro, ed i quali troppo facilmente soglionsi risguardare come indizj certi di vulcani ardenti.

Punti lucenti.

§. 174 La parte illuminata del disco visibile, all' occhio inerme appare mai sempre regolarmente terminata; non così però nel campo di un cannocchiale anche de' più mediocri. La linea che divide questa parte dall' oscura non è allora nè retta, nè ellittica, ma spezzata in tutta la sua estensione da un prodigioso numero di punti, diversamente illuminati, e per tal maniera disposti, che dal loro insieme risulta, direi quasi, una specie di frangia o merletto, vaghissimo a vedersi. In oltre nella stessa parte oscura e in poca distanza dalla illuminata miransi spesso più punti lucidi, i quali come la luce avanza spariscono, offrendo i nuovi confini nuova forma, nuovi variati accidenti, e nuovi punti lucidi.

§. 175 Non è dunque la Luna un corpo perfettamente sferico siccome si è da noi supposto nella spiegazione delle sue fasi. Se così fosse, la linea della luce, termine della parte illuminata, si vedrebbe sempre e dall' occhio inerme e dall' occhio armato, sotto la forma o di una semiellissi, o di una retta. Ha pertanto la Luna i suoi monti, le sue valli, le sue pianure, e le altre tante varietà che si osservano su la nostra Terra. I monti sono indicati dai punti lucidi, le pianure dalla luce uniformemente ed ugualmente diffusa, e le valli o cavità dal-

Digitized by Google

la luce opaca. Evelio, Domenico Cassini, e Schroeter in questi ultimi tempi, hanno descritte con molta diligenza queste parti diverse; distinguendole coi nomi dei più celebri uomini, o con quelli di oggetti che hanno con esse qualche rassomiglianza o analogia.

§. 176 Galileo, che fu il primo a riconoscere le ineguaglianze del globo lunare, fu il primo ancora che tentò d' investigare le altezze dei suoi monti. Evelio trattò lo stesso argomento, e finalmente a questo rivolse le sue prime ricerche astronomiche il Sig. Herschel „ Data la distanza di un punto lucente dalla linea della luce, termine della parte illuminata, facilissimo si è rinvenire l' altezza del punto istesso sopra la superficie lunare » Poicchè non essendo altrimenti visibile un punto lontano dalla linea della luce, che in forza della continuazione del raggio, che rade la linea istessa; egli è chiaro che questa distanza sarà sempre uguale alla parte del raggio di luce, compresa tra la linea della luce ed il punto lucido, e quindi tangente dell' angolo formato al centro della Luna, dalla secante che va alla sommità del punto lucente, e dal raggio condotto all' estremità della parte illuminata, o suo confine coll' oscura. Se quindi si esprime in parti del semidiametro della Luna, e sia a cagion di esempio una $\frac{1}{13}$ dello stesso, la secante dell' angolo sarà 1,003032, e l' altezza del monte 0,003032, o sia $\frac{11}{333}$ del raggio. Ma il raggio terrestre essendo a quello della Luna nella ragione di 11 : 3, e la sua grandezza 3270000 tese, moltiplicando per questo numero il prodotto di $\frac{1}{333}$ per $\frac{3}{11}$ si avrà l' altezza medesima del monte in tese.

§. 177 Per poi determinare la distanza del punto lucido dalla linea della luce; nel passaggio della Luna al

Digitized by Google

meridiano si osservi la differenza in AR.ta tra il bordo illuminato ed il punto lucido, e la medesima si riduca in parti del raggio Lunare, dicendo, come sta il raggio espresso in AR.ta a 90.° così la differenza trovata al quarto, da cui sottratta l' elongazione, espressa similmente in parti del raggio, il residuo sarà la distanza, o tangente che si cerca. L' operazione sarà più spedita con un micrometro, ma non così sicura. Con questi principj si è trovato, che le altezze dei monti lunari non son minori di 11750 piedi.

Macchie variabili.

§. 178 Avendo la Luna e piani e valli e monti, e questi e quelli di figura di grandezza e di natura diversa, deve offrire ai nostri sguardi prodigioso numero di macchie, siccome realmente le offre, e da più Astronomi descritte si sono. Nè in ciò cosa vi è di particolare o rimarchevole. Singolare si è però che la maggior parte di queste macchie si veggano sempre negli stessi luoghi, e conservino sempre la stessa figura, e le medesime tinte, per cui si dice che la Luna rivolge sempre la stessa faccia verso di noi. La qual cosa ad evidenza dimostra che la Luna ha due movimenti insieme; uno intorno alla Terra, e l' altro sul propio asse, i quali sono nella stessa direzione, cioè di occidente in oriente, e si compiono nel tempo medesimo. In fatti si supponga la Luna trasparente ed un osservatore nel suo centro; egli vedrà la Terra ed il raggio condotto alla medesima girarli intorno, e questo e quella compiere insieme la loro rivoluzione. Ma se la Luna presenta sempre la stessa faccia alla Terra, il raggio visuale sensibilmente deve passar sempre per lo stesso punto della superficie lunare: dunque e questo punto e tutta la Luna roterà intorno all' osservatore nel tempo e nella direzione della Terra rispetto alla Luna.

Digitized by Google

Di questa verità medesima, senza alcuna supposizione, o sforzo d' immaginazione, si può ancora, quando si voglia, averne una dimostrazione assai sensibile. Si descriva sul terreno un cerchio, e si cammini lungo la sua circonferenza, rivolgendo sempre gli sguardi verso il centro; sarà agevole a vedersi, che ciò non può succedere senza che, a proporzione che si avanza sulla circonferenza non si girino insieme gli occhi; onde finalmente giunti al punto da cui si è partito, abbiano essi fatto un intiero giro sopra se stessi.

§. 179 Da tutto ciò egli ne siegue 1.° Che il piano che divide l' emisfero rivolto verso la Terra dall' altro invisibile conserva costantemente una medesima posizione. 2.° Che se vi sono abitatori nella Luna, quelli che trovansi nel primo emisfero avranno una maggiore quantità di luce degli altri collocati nel secondo. 3.° Che così rispetto agli uni siccome rispetto agli altri il loro giorno sarà di quattordici circa dei nostri, e lo stesso si dica della notte loro. 4.° Che l' atmosfera lunare deve essere pressochè insensibile, o almeno tale che non si possano in essa raccogliere e condensare vapori, in modo da formare nè nuvole, nè grandine, o pioggia: giacchè nelle macchie non si osserva mai alcun sensibile cambiamento o alterazione; e se qualche mutazione vi si è notata, essa deve ripetersi da tutt' altra cagione.

§. 180 Ma quale può essere mai la cagione di questa perfetta uguaglianza tra il movimento medio di rivoluzione, e l' altro di rotazione, e d' onde dipende sì singolare fenomeno? Secondo le regole di probabilità certamente non sembra che da principio siano stati uguali questi due movimenti, ma nè pure hanno potuto essere molto diversi. Lo che così essendo facilmente si concepisce come abbiano potuto ben presto uguagliarsi. La Luna girando su di un asse, avrà l' altro a questo perpendicolare alquanto maggiore. Il quale rivolto essendo verso la

Digitized by Google

Terra, se da principio per poco si allontanava dalla retta che unisce i centri della Terra e della Luna, dalla gravità terrestre vi doveva essere ben tosto ricondotto, nella guisa appunto che la gravità tende mai sempre a ricondurre un pendolo verso la verticale. Nè altrimenti ha potuto accadere, giacchè se in origine uno de' due movimenti fosse stato talmente rapido onde vincere la tendenza del raggio equatoriale verso il raggio vettore; allora i tempi della rotazione e della rivoluzione non si sarebbero mai uguagliati, e la loro differenza non solo ci avrebbe tolto di veder sempre la stessa faccia della Luna, ma insieme ci avrebbe scoperti tutt' i punti della medesima.

Macchie variabili.

§. 181 Descritte le macchie, e segnati i luoghi ai quali corrispondono, se per un' intiera lunazione diligentemente si osservino, non sarà difficile di riconoscere alcune picciole variazioni in quelle vicine ai bordi; e per le quali altre a vicenda si avvicinano e si allontanano dai bordi medesimi, mentre altre totalmente dispariscono per indi ritornare a comparire; come se tutto il globo fosse in uno stato continuo di oscillazione. Questo fenomeno notato per la prima volta dal Galileo, dal medesimo fu denominato *Librazione Lunare*.

Per formarsi un' idea delle principali cagioni di questo fenomeno, conviene riflettere, che in forza della sola rotazione presentando la Luna sempre la stessa faccia, le sue apparenze non si possono conservare costantemente le medesime, a meno che non sia 1.° l'asse di rotazione nel piano, su cui si fa la projezione dell' emisfero visibile, e questo piano perpendicolare al raggio vettore. 2.° Il movimento della Luna nell' orbe suo lo stesso in ogn' istante coll' altro di rotazione. 3.° L' osservatore nel

Digitized by Google

centro della Terra. Senza queste tre condizioni nel corso di un' intiera lunazione il disco visibile non può costantemente corrispondere allo stesso emisfero, ma deve più o meno cadere su i più prossimi, in proporzione della maggiore o minore osservanza delle accennate condizioni.

§. 182 E 1.° se l' asse della rotazione lunare non è perpendicolare al raggio vettore, ma per poco inclinato, vedremo a vicenda le parti a cui corrispondono i suoi due poli, uno cioè nella prima metà della sua rivoluzione, e l' altro nella seconda.

2.° Se in ogni istante il movimento nell' orbe non è lo stesso con quello di rotazione, questo non potrà esattamente ricondurre sul raggio vettore la parte che si è allontanata verso levante.

3.° Se l' osservatore non è nel centro della Terra, la parallasse abbasserà sempre più o meno la Luna sotto del vero punto del Cielo a cui corrisponderebbe veduta dal centro. Ora realmente nè l' asse è perpendicolare al raggio vettore, nè il movimento proprio della Luna uniforme ed uguale in ogni momento a quello di rotazione; nè finalmente le osservazioni si fanno dal centro ma dalla superficie della Terra. La differenza per ciascuno di questi elementi è assai piccola, bastevole però a cagionare la *Librazione* che si osserva, e che da queste cause principalmente dipende.

PROBLEMA II.

Determinare i tempi delle rivoluzioni medie della Luna rispetto al Sole, alle Stelle, e alla sezione di Ariete.

§. 183 La Luna in ogni mese compie una rivoluzione intorno alla Terra, siccome si raccoglie dalle sue diverse fasi, e dagli antichi medesimi fu pienamente conosciuto.

Digitized by Google

Ma girando essa intorno alla Terra, la durata della sua rivoluzione, oltre al Sole, si può rapportare a qualunque altro più piaccia dei punti celesti. Tre sogliono principalmente considerarne gli Astronomi, il Sole, le Stelle, e la Sezione di Ariete, dai quali si hanno tre rivoluzioni diverse, cioè la Sinodica o Mensuale, la Sidera, e la Tropica.

Rivoluzione Tropica.

§. 184 La rivoluzione tropica è il tempo che impiega la Luna a fare il giro del cielo rispetto agli equinozj, o sia rispetto alla sezione di Ariete, da cui si suppone che si cominci a contare il suo movimento. Ma questo non essendo uniforme, non si cerca che la rivoluzione *media*, il tempo cioè che impiegherebbe la Luna, quante volte si muovesse uniformemente. Ciò pertanto non può altrimenti ottenersi, che comparando osservazioni il più che sia possibile tra esse lontane, onde le ineguaglianze in più compensino le altre in meno, e qualche residuo che possa rimanervi, venendo diviso su un gran numero di rivoluzioni si renda pressochè insensibile. Partendo da questo principio si è comparato dal Cassini un ecclisse Lunare osservato in Babilonia 720 anni avanti l'Era nostra, con un altro simile osservato a Parigi nel 1717. Nel primo, ridotto al meridiano di Parigi cade l'opposizione nel giorno 19 Marzo a 6.^{ore} 48' tempo medio, e nel secondo li 20 Settembre a 6.^{h} 2'. Tra queste due osservazioni sono dunque trascorsi 2439.^{an} 52.^{s} 23.^{h} 14' (tenendo conto dei bisestili, e della differenza dei stili) nel qual tempo la Luna ha fatto 32585 rivoluzioni, più 6.^{s} 6.° 7', per cui la Luna era più avanzata nella seconda osservazione che nella prima. Quindi risulta la rivoluzione media della Luna rispetto agli equinozj di 27.^{s} 7.^{h} 43.' 5".

Digitized by Google

§. 185 Un solo confronto non può dare la maggiore esattezza. E' quindi necessario porre a profitto le migliori osservazioni così antiche che moderne, ed intermedie; avvertendo però di spogliarle prima di tutte le ineguaglianze, o sia di apparenti ridurle in medie, siccome si è da noi praticato per la grandezza dell' anno Solare. La quale cosa con molta diligenza essendosi tentata da Mayer, Lalande, Delambre, ed ultimamente dal Sig. Bürg nelle sue tavole lunari, coronate dall' Istituto Nazionale di Francia, si è fissato il periodo del movimento medio della Luna pel principio di questo secolo di 27.s 7.h 43.' 4",68.

Rivoluzione Siderea.

§. 186 La rivoluzione siderea si è il tempo che trascorrerebbe tra il passaggio della Luna per una stella (nella supposizione che si muova col moto medio) ed il suo ritorno alla medesima. Ora conosciuta la rivoluzione tropica facilissimo si è trovare la Siderea. Nella durata di una rivoluzione tropica il punto di Ariete retrocede di 3",756 di arco, di maniera che lo incontra prima che non l' avrebbe incontrata una Stella collocata nello stesso punto. 3",756 di arco si percorrono dalla Luna in 6",85 di tempo; aggiunti dunque questi 6",85 alla rivoluzione tropica si avrà la Siderea uguale a 27.s 7.or 43.' 11",53.

Rivoluzione Sinodica.

§. 187 Il tempo, che trascorre tra due successive congiunzioni medie della Luna col Sole, forma la rivoluzione Sinodica. Essa può trovarsi in diverse maniere, ma la più semplice e spedita si è di dedurla dalla rivoluzione tropica. Perchè la Luna dopo una congiunzione qualunque torni a raggiugnere il Sole deve fare l' intiero

Digitized by Google

giro del cielo, e quella parte dello stesso descritta dal Sole in questo intervallo; ma nel tempo che la Luna percorre quest' arco il Sole non si arresta, dunque la Luna dovrà percorrere ancora quest' altro arco, e così successivamente. Quindi chiamando T, t i rispettivi tempi delle rivoluzioni tropiche, del Sole e della Luna; la serie $t : \frac{t^2}{T} : \frac{t^3}{T^2}$ ec. all' infinito, esprimerà i tempi impiegati dalla Luna a percorrere gli archi contemporaneamente descritti dal Sole: ma $\frac{Tt}{T-t}$ = alla somma di questa serie; dunque se si dica (365.^{g} 5.^{h} 48.$'$ 50$''$) — (27.^{g} 7.^{h} 43.$'$ 5$''$) a 365.^{g} 5.^{h} 48.$'$ 50$''$ come 27.^{g} 7.^{h} 43.$'$ 5$''$ al quarto, si avrà il tempo della rivoluzione sinodica = 29.^{g} 12.^{h} 44.$'$ 3$''$.

§. 188 Queste tre rivoluzioni medesime si avranno con maggiore precisione impiegando il movimento secolare della Luna 1.° rispetto agli equinozj, 2.° rispetto alle stelle, 3.° rispetto al Sole. Ora, secondo le ultime ricerche di Bürg, il movimento secolare della Luna rispetto agli equinozj è di 1336 rivoluzioni intiere, e 10.^{s} 7.° 52.$'$ 43$''$,48, o sia il movimento totale di 1732564363$''$,48; da cui sottraendo 5021$''$,1 movimento secolare degli equinozj, si ha quello della Luna rispetto alle stelle = 1732559342$''$,38. Rispetto al Sole, si sottragga il suo movimento secolare di 45.$'$ 51$''$,6 da 10.^{s} 7.° 52.$'$ 43$''$48, e si aggiunga il residuo a 1236 circonferenze, numero delle rivoluzioni sinodiche intiere in un secolo; la somma di 1602961612$''$,88, sarà il movimento relativo della Luna che risulta. Ottenuti questi tre movimenti, con ciascuno di essi si divida il prodotto di un secolo, o sia di 36525 giorni ridotti in secondi, per 360.° similmente ridotti in secondi, e i tre diversi risultati esprimeranno le tre diverse rivoluzioni Lunari. Giacchè il movimento secolare è alla durata di un seco-

Digitized by Google

lo, come 36°o. alla durata di una rivoluzione. Quindi

					Movimento diurno
Rivol.tropica	27.ᵍ	7.ʰ	43.′	4″,718356	13.° 10.′ 35″,027
siderea	27.	7.	43.	11,559525	13. 10. 34,890
sinodica	29.	12.	44.	2,858729	12. 11. 26,697

§. 189 I tempi però di queste rivoluzioni non si conserveranno sempre quali presentemente si sono stabiliti; e ciò a cagione di una piccola equazione secolare, cui va soggetto il movimento medio. Hallejo fu il primo a sospettarla, indi essendosi meglio riconosciuta, è stata generalmente abbracciata sotto il nome di *Accelerazione*. Si osserva pertanto, che dai tempi più antichi scendendo ai nostri, il movimento medio di epoca in epoca è andato sempre crescendo. Ora è un pò maggiore che non fosse ai tempi di Flamstedio, più ancora rispetto a quelli di Ticone, e così progressivamente per gli altri fino ai Caldei, dagli eclissi de' quali, i più lontani che da noi si conoscano, risulta minore di tutti. Quest' aumento secondo il Sig. Delaplace dipende dalla variazione dell' eccentricità dell' orbe nostro, e per gran tempo verrà espresso dalla formola $10'',1816\ t^2 + 0'',0185\ t^3$, ove t indica il numero dei secoli scorsi dal 1750 in poi. Il suo periodo è grandissimo, noi non ne conosciamo che una ben piccola parte, e la sola posterità più rimota potrà vederne il termine, oltre il quale l' aumento si convertirà in decremento.

PROBLEMA III.

Determinare prossimamente gli elementi dell' orbe lunare.

§. 190 Se si osservino i diversi luoghi del Cielo, ai quali corrisponde la Luna nel corso di una rivoluzione side-

Digitized by Google

rea, e dal centro della Terra a questi luoghi medesimi s' intendano condotti dei raggi proporzionali ai diametri apparenti della Luna; si riconoscerà che l' orbe descritto è sensibilmente ellittico, e che le aree sono prossimamente proporzionali ai tempi. Spogliando poi le osservazioni delle molte ineguaglianze, che alterano il movimento ellittico, e delle quali si parlerà in seguito, la differenza sarà pressocchè insensibile, così nella figura, come nella proporzionalità delle aree. La Luna si muove dunque in una ellissi, in uno dei fochi della quale è collocata la Terra. L' investigazione esatta degli elementi di questa curva è una delle parti più complicate e difficili dell' Astronomia, dipendendo dalla combinazione d' infinite osservazioni e calcoli. Noi quindi ci contenteremo di dare un idea del modo com' essi si possano a un di presso determinare; indicando a un tempo gli ultimi risultati, ai quali si è giunto.

Eccentricità.

§. 189 Osservati li diametri massimo e minimo della Luna, se si dica come la semisomma all' unità, così la loro semidifferenza al quarto, si avrà l' eccentricità espressa in parti della distanza media, supposta uguale all' unità. La qual cosa si rende abbastanza chiara da quanto si è detto al §. 25 *e segu. del Lib. IV.* Così, essendo il diametro massimo 33',5 ed il minimo 29',5 prossimamente, si dirà 31',5 : 2' : : 1 : 0,06, quantità che non differirà molto dall' eccentricità media.

§. 190 Questa quantità medesima si può rinvenire ancora, comparando per un' intiera lunazione le longitudini osservate colle medie. Poichè la metà della differenza delle due, che maggiormente differiscono tra di esse, sarà l' equazione del centro (§. 42 *Lib. V.*), da cui col calcolo si ricaverà l' eccentricità che si cerca.

Digitized by Google

§. 191 Ma nè nell' una, nè nell' altra maniera si può sperare di ottenere l' esatta eccentricità dell' ellisse; giacchè le ineguaglianze del movimento lunare sono in sì gran numero, si confuse le une colle altre, si diversi i loro periodi e così complicate le forze dalle quali dipendono, che nè tutte si conoscono ancora, nè di quelle che si conoscono, toltene ben poche, si può assegnarne con precisione la quantità. Per la qual cosa il solo mezzo che rimane si è di supporre da principio un' eccentricità qualunque, compararla in seguito colle migliori e maggior numero di osservazioni così antiche come moderne, e per tal maniera stabilirne una che sodisfi il meglio a queste ed a quelle. Così, dopo infinite ricerche e calcoli, si è finalmente stabilita, secondo Laplace, di 0,0550368, e quindi l' equazione del centro di 6.° 18.' 32,"76. Essa è l' equazione media, e suole denominarsi ancora *prima ineguaglianza* perchè realmente è il primo elemento, per cui il movimento medio, supposto in un cerchio, differisce dall' ellittico o sia vero.

Apogeo.

§. 192 I diametri massimo e minimo, che hanno servito a trovare l' eccentricità, possono egualmente servire pel luogo dell' apogeo, ma colla stessa poca precisione di quella, e forse minore; per più giorni conservando essi sensibilmente la stessa grandezza. Ove pertanto non si tratti che di una determinazione approssimata, si osservi la longitudine della Luna, quando il suo diametro è massimo, e quando è minimo, la prima darà il luogo del Perigeo, e la seconda quello dell' Apogeo.

§. 193 Meno incerta, ma sempre poco sicura, sarà una simile determinazione, se ai diametri si sostituisca il confronto tra le longitudini medie e vere. Poicchè così nell' Apogeo, come nel Perigeo, la longitudine vera es-

Digitized by Google

sendo sempre uguale alla media, ritrovate nel corso di una lunazione due longitudini medie uguali alle vere, esse daranno i due luoghi che si cercano, o sia la posizione della linea degli apsidi. Può accadere che l' epoca delle longitudini medie sia in errore o per eccesso o per difetto, ma ciò niente influisce su i resultati; giacchè la differenza sarà la stessa così nell' Apogeo che nel Perigeo. Quindi le due longitudini medie, che egualmente differiranno dalle vere, daranno i due punti che si domandano.

§. 194 Determinato il luogo dell' Apogeo in molte lunazioni successive, si troverà che in ciascuna si è sempre avanzato un poco rispetto alla precedente, e che un tale avanzamento si fa secondo l' ordine dei segni, nè ritorna allo stesso grado di longitudine che dopo otto anni è giorni. Ha dunque la linea degli apsidi un movimento di Occidente in Oriente, il di cui periodo sidereo, secondo le osservazioni più esatte, è di $3232,^{g}579$; ed esso ancora, non altrimenti che il movimento medio della Luna, è soggetto ad una piccola variazione, per cui mentre quello aumenta questo diminuisce di secolo in secolo. Chiamando S l' equazione secolare del movimento medio si ha per l' espressione del movimento secolare dell' Apogeo $= 3,''00052\ S$. Quindi l' Anomalia media della Luna sarà essa ancora soggetta ad una variazione secolare $= S + 3,''00052\ S = (4,''00052)\ S$.

Inclinazione dell' Orbe Lunare rispetto all' Ecclitica.

§. 195 Osservando i diversi punti del Cielo, ai quali successivamente corrisponde la Luna in virtù del suo movimento proprio di Occidente in Oriente, e riportandoli alle Stelle situate dall' una e dall' altra parte dell'

Digitized by Google

ecclitica; sarà facile di riconoscere 1.° Che la Luna, passando tra queste Stelle, non conserva la medesima distanza rispetto all' ecclitica. 2.° Che nel corso di una lunazione taglia l' ecclitica in due punti pressochè diametralmente opposti, dai quali ove comincia ad allontanarsi si allontana insieme dal piano dell' ecclitica, e che questo allontanamento giugne a 5° circa. Da questi due fenomeni pertanto, i quali rinnuovansi ogni mese, egli ne siegue, che il movimento proprio della Luna d' Occidente in Oriente non è nel piano medesimo dell' ecclitica, ma in un altro diverso, che taglia il primo in due punti opposti; ed è al medesimo inclinato di 5° circa. I punti d' intersezione diconsi *Nodi*, e precisamente *nodo ascendente* quello per cui passa dalla latitudine australe alla boreale, e *discendente* l' altro opposto.

§. 196 L' inclinazione dell' orbe lunare rispetto all' ecclitica non si conserva sempre della stessa quantità. Non è però nè mai minore di 5°, nè mai maggiore di 5° 18'. Giugne a 5° 18' quando il Sole è nei nodi, e si riduce a 5° quando ne è lontano per 90°. Nelle posizioni intermedie cresce e scema secondo che il Sole si avvicina o si allontana dai nodi. Ticone è stato il primo che ha riconosciuta questa ineguaglianza di 18' circa: li quali moltiplicati pel coseno della doppia distanza angolare del Sole dal nodo ascendente, e sottratto il prodotto da 5° 18' il residuo non differisce generalmente dalla latitudine osservata che di due in tre minuti. Questa picciola differenza è cagionata da più altre ineguaglianze, le quali provengono dalle diverse maniere, secondo cui si combinano gli elementi, d' onde dipende l' azione del Sole sulla Luna. Nove erano le equazioni colle quali dal Mayer si correggevano queste picciole ineguaglianze; Bürg presentemente le ha ridotte secondo Laplace a dodeci.

Digitized by Google

Luogo dei nodi, e loro movimento.

§. 197 Stabilita l' inclinazione dell' orbe lunare rispetto all' ecclitica, su la medesima conviene determinare la posizione dei nodi. Per la qual cosa il metodo più sicuro si è quello degli ecclissi centrali lunari. Poicchè questi allora accadendo quando i centri del Sole, della Terra, e della Luna sono in una medesima linea, siccome la Terra ed il Sole sono sempre nell' ecclitica, così deve ritrovarvisi la Luna ancora. Osservato dunque il luogo della Luna nell' ecclitica pel momento dell' ecclissi centrale, esso sarà quello insieme del nodo. Si può determinare ancora per mezzo degli ecclissi solari, e similmente col soccorso delle distanze delle Stelle dalla Luna; ma l' uno e l' altro metodo esiggono che si tenga conto della parallasse e della rifrazione, le quali cose punto non influiscono su gli ecclissi lunari. Poicchè questi dipendendo dall' ombra della Terra, non possono essere alterati nè dalla posizione nostra sul globo, nè dall' altezza della Luna sull' orizzonte.

§. 198 Se in due ecclissi successivi si osservino le longitudini della Luna, non accaderà mai che esse siano le stesse nell' uno e nell' altro; ma nel primo risulterà sempre maggiore che nel secondo. Dunque dal primo al secondo la linea dei nodi ha retroceduto, movendosi d' Oriente in Occidente. Giacchè non possono accadere ecclissi, se la Luna non sia nel piano dell' ecclitica, o poco lontana dal medesimo. La linea dei nodi ha dunque un movimento retrogrado, o sia contro l' ordine dei segni. Questo movimento è così rapido, che se, a cagion di esempio, si osservi un ecclissi essendo il nodo in Ariete o sia a 12^s, e dopo 18 mesi se ne osservi un altro, in questo secondo il nodo si troverà in Pesci, o sia la sua longitudine non sarà che di 11^s. La linea dei nodi in 18 mesi ha dunque retroceduto di $30°$.

Digitized by Google

ecclitica; sarà facile di riconoscere 1.° Che [illegible] movi-
passando tra queste Stelle, non conserva la [illegible]ra dei no-
stanza rispetto all' ecclitica. 2.° Che [illegible]ie si saranno
lunazione taglia l' ecclitica in due pun[illegible], e in diversi se-
tralmente opposti, dai quali ove co[illegible]vrà il tempo ap-
si allontana insieme dal piano de[illegible], col quale si trove-
sto allontanamento giugne a 5°. [illegible]no compite nell' inter-
nomeni pertanto, i quali ri[illegible], o sia delle più lonta-
siegue, che il movimento [illegible] rivoluzione con un' esat-
te in Oriente non è ne[illegible] le osservazioni comparate sa-
ma in un altro diver[illegible]valli, e insieme più sicure. Così
ti opposti; ed è [illegible]ncipio comparati due ecclissi tra es-
punti d' intersezio[illegible]
ascendente que[illegible] anni e mesi, o sia di 4163.^{g} 18.^{h} 16', alla boreale [illegible] questo tempo la linea dei nodi aveva per-

§. 19[illegible] di 219.° 39' contro l' ordine dei segni, ecclitica [illegible] conchiuse che l' intiera rivoluzione era di 18 è per[illegible] *comuni*, e 254 giorni prossimamente. Partendo in Giu[illegible] da questa quantità esaminò tre ecclissi osservati a[illegible] in Babilonia 720 anni avanti l' Era nostra, e comparati *arcadoli* con quelli osservati in Francia nel 1718, ne con-
chiuse il tempo della rivoluzione media di 6798.^{g} 7.^{h} o', o sia di 18.^{an} di 365 giorni, più 228.^{g} 7.^{h}.

§. 200 Se si dica 6798.^{g} 7.^{h} a 365.^{g} come 360.° al quarto, si avrà il movimento annuo dei nodi, che sarà di 19.° 19.' 45", e dividendo questo movimento per 365 giorni ne risulterà il movimento diurno. E poichè questi movimenti si riferiscono ai tropici, volendo i medesimi rispetto alle fisse, converrà tener conto della precessione annua, la quale dovrà sottrarsi. Così la rivoluzione siderea dei nodi non sarà che di 6793,^{g}465, dovendosi togliere la precessione in 18.^{an} e 228.^{g} da 360°.

Digitized by Google

Il movimento del nodo ha esso ancora una equazio-
secolare, dipendente dall' equazione del movimento me-
ed è = 10,7354 S. E poichè il movimento del no-
etrogrado, la sua longitudine stabilita per una da-
, in forza di questa equazione anderà crescendo
n secolo, lo che è confermato dall' osservazione.

'i ineguaglianze del movimento lunare.

Le leggi del movimento ellitico non sono ba-
a rappresentare le osservazioni della Luna. In fat-
comparandole colle calcolate su gli elementi sopra e-
sposti e tenendo conto ancora delle equazioni secolari, le differenze che vi si trovano non sono di pochi secondi, ma spesso di più e più minuti, e giungono ed oltrepassano talora anche il grado. La quale cosa dimostra, che quest' astro, oltre all' eccentricità, è soggetto a più altre ineguaglianze, che evidentemente dipendono dalle diverse posizioni del Sole, così rispetto alla Luna medesima, siccome rispetto alla linea dei nodi, a quella degli apsidi, e della sezione di Ariete. Le principali, e che si hanno immediatamente dall' osservazione, sono tre:

Prima ineguaglianza.

§. 203 Osservate e stabilite nel corso di una lunazione le velocità massima e minima della Luna, le quali corrispondono alle estremità della linea degli apsidi; se si ritornino ad osservare nella lunazione che siegue, non si troveranno più le stesse di prima. E comparando tra di esse queste velocità medesime, determinate in diverse stagioni dell' anno, la loro differenza risulterà sempre tanto maggiore quanto più il Sole sarà lontano dalla linea degli apsidi. Ora secondo la teoria del movimento ellitico, le due velocità apogea e perigea conservano sempre

Digitized by Google

§. 199 Per determinare la quantità di questo movimento, o sia il tempo di una rivoluzione intiera dei nodi, è necessario esaminare le osservazioni che si saranno fatte in diverse stagioni, in diversi anni, e in diversi secoli. Dalle prime e dalle seconde si avrà il tempo approssimato di una rivoluzione intiera, col quale si troverà il numero di quelle che si saranno compite nell' intervallo delle prime e delle ultime, o sia delle più lontane, che daranno in seguito la rivoluzione con un' esattezza tanto maggiore quanto le osservazioni comparate saranno a più grandi intervalli, e insieme più sicure. Così Cassini avendo da principio comparati due ecclissi tra essi distanti di 11 anni e mesi, o sia di $4163.^{g}\ 18.^{h}\ 16'$, trovò che in questo tempo la linea dei nodi aveva percorso un arco di 219.° 39' contro l' ordine dei segni, d' onde ne conchiuse che l' intiera rivoluzione era di 18 anni comuni, e 254 giorni prossimamente. Partendo in seguito da questa quantità esaminò tre ecclissi osservati in Babilonia 720 anni avanti l' Era nostra, e comparati avendoli con quelli osservati in Francia nel 1718, ne conchiuse il tempo della rivoluzione media di $6798.^{g}\ 7.^{h}\ o'$, o sia di $18.^{an}$ di 365 giorni, più $228.^{g}\ 7.^{h}$.

§. 200 Se si dica $6798.^{g}\ 7.^{h}$ a $365.^{g}$ come 360.° al quarto, si avrà il movimento annuo dei nodi, che sarà di 19.° 19.' 45", e dividendo questo movimento per 365 giorni ne risulterà il movimento diurno. E poichè questi movimenti si riferiscono ai tropici, volendo i medesimi rispetto alle fisse, converrà tener conto della precessione annua, la quale dovrà sottrarsi. Così la rivoluzione siderea dei nodi non sarà che di $6793.^{g}\ 465$, dovendosi togliere la precessione in $18.^{an}$ e $228.^{g}$ da 360°.

Digitized by Google

Il movimento del nodo ha esso ancora una equazione secolare, dipendente dall' equazione del movimento medio, ed è = 10,7354 S. E poichè il movimento del nodo è retrogrado, la sua longitudine stabilita per una data epoca, in forza di questa equazione anderà crescendo di secolo in secolo, lo che è confermato dall' osservazione.

Principali ineguaglianze del movimento lunare.

§. 202 Le leggi del movimento ellitico non sono bastevoli a rappresentare le osservazioni della Luna. In fatti comparandole colle calcolate su gli elementi sopra esposti e tenendo conto ancora delle equazioni secolari, le differenze che vi si trovano non sono di pochi secondi, ma spesso di più e più minuti, e giungono ed oltrepassano talora anche il grado. La quale cosa dimostra, che quest' astro, oltre all' eccentricità, è soggetto a più altre ineguaglianze, che evidentemente dipendono dalle diverse posizioni del Sole, così rispetto alla Luna medesima, siccome rispetto alla linea dei nodi, a quella degli apsidi, e della sezione di Ariete. Le principali, e che si hanno immediatamente dall' osservazione, sono tre:

Prima ineguaglianza.

§. 203 Osservate e stabilite nel corso di una lunazione le velocità massima e minima della Luna, le quali corrispondono alle estremità della linea degli apsidi; se si ritornino ad osservare nella lunazione che siegue, non si troveranno più le stesse di prima. E comparando tra di esse queste velocità medesime, determinate in diverse stagioni dell' anno, la loro differenza risulterà sempre tanto maggiore quanto più il Sole sarà lontano dalla linea degli apsidi. Ora secondo la teoria del movimento ellitico, le due velocità apogea e perigea conservano sempre

Digitized by Google

la stessa differenza, e sono sempre uguali, la perigea alla perigea, e l' apogea all' apogea. Si ha quindi la prima ineguaglianza tra il movimento ellittico, ed il movimento vero della Luna; ineguaglianza volgarmente conosciuta dagli Astronomi sotto il nome di *Evezione*. Tolomeo fu il primo a riconoscerla, e venne da lui denominata *seconda ineguaglianza*, siccome realmente è rispetto al cerchio, ma non già rispetto all' ellissi.

§. 204 Questa ineguaglianza o equazione nel suo massimo giugne a 1.° 20.' 25'',3, ed è sempre proporzionale al seno della doppia distanza media della Luna dal Sole, meno la anomalia media della Luna o sia sua distanza dall' apogeo. Il periodo di questa equazione è di 32 giorni circa. Tolomeo, e quelli che lo seguirono, ignorandone la quantità e la legge, supposero che svanisse nelle congiunzioni e nelle opposizioni; nelle quali essa realmente non svanisce, ma si confonde coll' equazione del centro, che costantemente diminuisce: egli è perciò che essi stabilirono questa minore della vera dell' intiera quantità di quella. Nè ciò dee recarci maraviglia, gli elementi della Luna non essendo stati determinati dagli antichi, che su gli ecclissi; sole osservazioni, alle quali essi miravano, onde annunziare con sicurezza tali fenomeni.

Seconda ineguaglianza.

§. 205 Calcolate le longitudini della Luna secondo le leggi del movimento ellittico, e corrette della prima ineguaglianza, sono esse di accordo colle osservate nelle congiunzioni, nelle opposizioni, e nelle quadrature; ma nei punti intermedj presentano una differenza, che va crescendo o diminuendo, secondo che la Luna si va avvicinando, o allontanando degli ottanti, nei quali diviene massima, e giugne a 35.' 41''. Vi è dunque una seconda ineguaglianza, la quale essendo zero nelle congiun-

Digitized by Google

zioni, nelle opposizioni, e nelle quadrature, e massima a 45.° dal Sole, deve essere proporzionale, siccome è chiaro, al seno della doppia distanza della Luna dal Sole. Periodo giorni 14,765.

Questa seconda ineguaglianza fu osservata per la prima volta da Ticone, e detta dal medesimo *Variazione*: essa è prossimamente la metà della prima. Comunque assai sensibile, essendo però o negli ecclissi, doveva sfuggire agli antichi, che a questi soli fenomeni erano attenti.

Terza ineguaglianza.

§. 206 Finalmente l'osservazione ha dimostrato, che malgrado le correzioni dipendenti dalle due precedenti ineguaglianze, i luoghi calcolati non corrispondono agli osservati che in Gennajo ed in Giugno, e differiscono prima in Marzo indi in Settembre, ma in senso contrario. Lo che indica, che quando aumenta la velocità del Sole, diminuisce quella della Luna, e reciprocamente. Si è quindi riconosciuta una terza ineguaglianza, detta *annua*, la quale domanda una terza equazione, il cui massimo è di 11' 8,"6. La sua legge è la stessa di quella dell'equazione del centro, ma devesi applicare in senso contrario. Negli ecclissi, non altrimenti che l'evezione, si confonde coll'equazione del centro, che, a differenza di quella, aumenta. Il periodo è esattamente di un anno anomalistico.

§. 207 Oltre di queste tre ineguaglianze, le quali si hanno immediatamente dall'osservazione, come si sono migliorati gli stromenti, moltiplicate le osservazioni, e queste combinate colla teoria dell'attrazione, più altre di mano in mano ne sono state scoperte. Il Mayer su i calcoli dell'Eulero e propri, dieci ne ha stabilite, otto il Mason, e sei finalmente ne sono state aggiunte dal Bürg;

Digitized by Google

cosichè a ventotto si sono oggi ridotte, comprese in esse l' evezione, l' equazione del centro.

§. 207 Tra le equazioni aggiunte dal Bürg merita di essere particolarmente ricordata la così detta *a lungo periodo*, mercè cui le tavole hanno ricevuto non piccolo miglioramento. Essa si è traveduta comparando colle tavole le osservazioni del 1691 al 1801. Poichè dal 1691 al 1756 circa le longitudini calcolate risultano maggiori delle osservate, pressochè uguali dal 1750 al 1756, minori dal 1756 al 1801. Un movimento pertanto sempre minore per mezzo secolo circa, indi per altro mezzo secolo sempre maggiore, indica certamente una ineguaglianza periodica. Ma quale ne è la sua quantità assoluta, quale il periodo? Senza la teoria ben difficilmente si sarebbe ciò riconosciuto, e noi ne dobbiamo la scoperta all' analisi profonda dal Sig. Delaplace. Egli ha rinvenuto che l' ineguaglianza in questione è realmente sussiste, e dipende dal doppio della longitudine del nodo lunare più la longitudine del suo Apogeo, meno il triplo dall' Apogeo solare e che il massimo di tale inegualianza giunge a 14″; onde è generalmente =

14″ sen. (2 lon. ☊ + Ap. ☾ — 3 Ap. ☉). Il suo periodo sarà quindi di 185 anni, siccome si ha dicendo, la somma de' movimenti secolari dell' argomento a un secolo, così 360.° al quarto, che sarà la durata dal periodo che si cerca.

§. 208 Ma sebbene colle ventotto enunciate equazioni, oggi introdotte nelle tavole, si sia finalmente giunto a rappresentare nel modo più soddisfacente le osservazioni passate e presenti; non possiamo lusingarci che nulla più resti a fare. Le forze che agiscono sulla Luna in tante e sì diverse maniere si possono combinare, e tanti e sì diversi effetti vi possono cagionare, e di sì lunghi periodi, che secondo ogni probabilità col tempo si manifesteranno nuove sensibili differenze. Converrà pertanto di

Digitized by Google

continuo comparare le tavole colle osservazioni, e, dove si presenti qualche ineguaglianza che regolarmente ritorni, di altro non si tratterà che di rinvenirne l' argomento; il quale non potendo essere che una combinazione delle longitudini de' diversi punti, cui si riferiscono i movimenti del Sole e della Luna, s' investigherà quale per avventura sia quella che meglio vi soddisfa. Per tale maniera si avrà prossimamente e l' intera ineguaglianza, e l' argomento da cui dipende, che col soccorso della teoria si esaminerà verificherà e correggerà. Così determinata una o più nuove equazioni, si passerà a cercarne il loro influsso sulle altre già stabilite, e formata l' espressione generale degli errori contenuti nelle tavole, la somma di questi e della nuova equazione potrà supporsi uguale alla differenza tra la longitudine della Luna, calcolata sulle tavole medesime, e osservata. Quante sono le osservazioni si avranno quindi altrettante *equazioni di condizione*; che trattate nel modo che esposto abbiamo (§. 64 *e segu.*) ci daranno le correzioni da farsi: se però il numero delle osservazioni non giunga almeno a un migliajo, in qualunque miglior maniera piaccia di combinarle, non ne avremo risultati molto esatti. Quale travaglio pertanto e quale perspicacia non si richiederanno mai in un simile lavoro! Ma quì noi non abbiamo che sommariamente accennato l' ordine delle cose, affine di dare una qualche idea del metodo più sicuro a seguirsi, e di cui sì bene giovati si sono Bürg nelle tavole della Luna, e Delambre in quelle del Sole.

Diametro della Luna.

§. 109. Le tante ineguaglianze che alterano il movimento ellittico della Luna, alterando insieme le sue distanze dalla Terra, non permettono che coll' osservazione si possano esattamente determinare i suoi diametri massi-

Digitized by Google

simo e minimo. Poicchè quando la Luna è apogea non si verifica che sia insieme alla massima distanza, nè alla minima quando è perigea. Lo che è principalmente cagionato dall' evezione e dall' equazione annua le quali ora aumentano, ed ora diminuiscono la linea degli apsidi, o sia ora restringono ed ora allargano l'orbe lunare. Essendo la Luna apogea, e insieme in congiunzione, svanisce l' evezione, e in conseguenza la sua distanza è libera dalla maggiore ineguaglianza, e lo è similmente quando trovasi in opposizione e perigea. In questi due punti Lalande ha tentato di osservarne i diametri, ed ha stabilito il primo di 29.' 22." prossimamente, ed il secondo di 33'. 31",1 il di cui medio aritmetico è 31.' 26",5 Il massimo però può giugnere sino a 33.' 50", ed il minimo ridursi a 28'. 55",1 medio 31.' 22",5. Oltre di questa variazione, proveniente dalla distanza, ve n' ha un' altra, che dipende dalla diversa altezza della Luna sull' orizzonte.

Diametro dipendente dalla distanza.

§. 210 Le variazioni del diametro essendo analoghe a quelle del movimento, siccome questo, così quello potrà esprimersi nelle diverse combinazioni delle anomalie della Luna e del Sole, e delle loro rispettive distanze. Per un tempo qualunque si è quindi trovato il diametro uguale a 31.' 7",3 — (1.' 42",3) cos. Anom. + (5"14) cos. 2 Anom. + (13",7) cos. 2 Dist. (☾ — ☉) — (20",2) cos. { 2 Dist. (☾ — ☉) — cos. Anom. ☾ }.

Si tralasciano alcune altre equazioni, le quali per la loro piccolezza sono pressochè insensibili

§. 211 Come però qualunque volta si ha mestieri del diametro è insieme necessaria la parallasse, e le parallas-

Digitized by Google

si dello stesso astro, veduto a diverse distanze, sono sempre proporzionali ai diametri apparenti; così tornerà meglio calcolare la parallasse pel dato momento, e quindi conchiuderne il diametro. Nelle tavole lunari del Bürg sono destinate a questo oggetto la 39^{ma}, 40^{ma}, 41^{ma}, 42^{ma} e 43^{ma}. Colle prime quattro si ha la paralasse, e coll' ultima il diametro corrispondente. In questa si parte dalla supposizione, altronde stabilita, che quando la parallasse è di 60', il diametro è di 32'. 45",1. Così la parallasse essendo 56', il diametro sarà 30'. 34",1. E' però da avvertirsi che la detta tavola suppone l' osservatore all' equatore, o sia le parallassi sono equatoriali. Ma facilmente riduconsi a quella latitudine, di cui si ha mestieri, moltiplicandole pel raggio terrestre della latitudine medesima. La tavola 45 dello stesso Bürg dà i logaritmi dei raggi per tutte le latitudini, e li dà nelle due ipotesi di $\frac{1}{300}$, e di $\frac{1}{336}$ di schiacciamento. Sulla paralasse *vedi Lib. II.* §. 55.

§. 212 Il diametro così determinato è la misura dell' angolo che sottende la Luna al centro della Terra, detto comunemente *Diametro orizzontale*; perchè prossimamente uguale a quello che nel momento medesimo la Luna sottenderebbe all' occhio dell' osservatore, nell' orizzonte del quale essa si trovasse. La differenza di questi due diametri non giunge a 0",3 per cui il secondo eccede il primo.

Diametro in altezza.

§. 213 Come la Luna s' innalza sopra l' orizzonte, così diminuisce la sua distanza dall' occhio dell' osservatore: giunta che sia al zenit questa distanza è minore dell' orizzontale dell' intiero semidiametro terrestre. Dun-

Digitized by Google

que dall' orizzonte al zenit il diametro va di continuo aumentando, di dove, allontanandosi la Luna, comincia nuovamente a decrescere. Al zenit il diametro è dunque massimo, ed uguale al quoto che si ha dividendo il prodotto del diametro orizzontale nella distanza orizzontale per la distanza medesima, diminuita del semidiametro terrestre. Per una qualunque distanza intermedia si dimostra che esso è uguale al diametro orizzontale moltiplicato pel coseno dell' altezza apparente, e diviso per quello dell' altezza vera.

§. 214 Sia C il centro della Terra (*fig.* 84), O un punto della sua superficie, Z il zenit, O H l' orizzonte, e la Luna prima in H, poi in L. Il diametro in H sarà al diametro in L come O L ad O H = C L prossimamente: ma O L : C L : : sen. L C O : sen. L O C; dunque il diametro orizzontale al diametro di altezza come il coseno dell' altezza vera, al coseno dell' altezza apparente. A valersi di questa proporzione conviene cercare le paralassi orizzontale e di altezza; dalla prima si ha il diametro orizzontale tav. 43 del Bürg, e la seconda aggiunta all' altezza apparente della Luna sull' orizzonte darà l' altezza vera, con che si avrà il diametro in altezza. La sua differenza coll' orizzontale chiamasi *Aumento del diametro*. La tav. 44 del Bürg dà questo aumento senza bisogno di calcolo; basta conoscere il diametro orizzontale e l' altezza apparente della Luna.

§. 215 Essendo la Luna all' orizzonte più lontana da noi che al zenit, dovrebbe essa comparirci più picciola all' orizzonte, che a qualunque altezza sopra del medesimo. E veramente così succede, quando si osserva col soccorso di qualche stromento; ma la cosa è ben diversa se l' occhio sia inerme; allora la giudichiamo due e tre volte maggiore che non ci appaja a qualunque altezza. E' questo un fenomeno di cui ben difficilmente si potrà mai recarne una spiegazione, ove non si ammetta

Digitized by Google

con tutti gli ottici un involontario giudizio pratico, che in noi e senza di noi previene e modifica, secondo le circostanze locali, le senzazioni della vista. Noi giudichiamo assai grandi gli oggetti che crediamo assai lontani, quante volte tra essi e noi ve ne siano più altri frapposti, i quali in certo modo servono a ravvicinare quelli, e paragonarli coi più vicini. Più grande a noi sembra la Luna, se si osservi spuntare dietro una montagna, che quando in luogo aperto la vediamo sorgere dal mare. E più grande ancora, se essendo noi all' estremità di lunga strada si veda all' altra estremità. Pare allora che i suoi bordi tocchino l' uno e l' altro lato della strada.

Diametro in AR.ta

§. 216 Il diametro della Luna in AR.ta non è altro che il numero dei minuti e secondi che esso abbraccia sul parallelo, a cui corrisponde ridotto all' equatore. Per la qual cosa di altro non è mestieri che di dividere quello pel raggio del parallelo medesimo, o sia pel coseno della declinazione della Luna, ed il quoto sarà il diametro della Luna ridotto all' equatore. Ciò è chiaro per se stesso, ed in più luoghi si è dimostrato. Il diametro da dividersi si è l' orizzontale e non quello di altezza, come taluno ha creduto. Il passaggio al meridiano di una porzione qualunque dell' equatore non dipende punto dalla posizione dell' osservatore. Sia egli al centro della Terra o alla sua superficie, vedrà sempre passare la Luna pel meridiano nel tempo istesso.

§. 217 Ridotto il diametro all' equatore vuolsi ora sapere il tempo che impiegherà a passare pel meridiano. Perciò 1.° si cerchi in un secondo di tempo sidereo il movimento proprio della Luna in AR.ta. Lo che si può facilmente ottenere per mezzo dell' Effemeridi, nelle quali trovandosi inserita l' AR.ta della Luna per ciascun giorno

Digitized by Google

dell' anno a mezzodì vero, si avrà immediatamente il suo movimento in 24 ore di tempo solare vero, o $24.^h\ 4'$ di tempo sidereo, chiamato A questo movimento, si dica $24^h\ 4'$, ad A; come 1" al quarto; che sarà il movimento proprio in AR^{ta} in ciascun secondo di tempo sidereo.

2.° In ciascun secondo di tempo sidereo passando pel meridiano 15" dell' equatore, sottratto da 15" il movimento proprio della Luna in AR^{ta}, il residuo sarà il numero dei secondi del diametro ridotto, che passeranno pel meridiano in ciascun secondo di tempo sidereo

$$= 15'' - \frac{A}{24^h\ 4'} = 15'' - 0{,}000011542\ A.$$

3.° Dividendo finalmente il diametro orizzontale ridotto all' equatore pel numero dei secondi del diametro medesimo che passano al meridiano in ciascun secondo di tempo sidereo, il quoto sarà il tempo che si cerca

$$= \frac{\Delta}{(15'' - 0{,}000011542\ A)\cos.\ Decl.}$$

§. 218 Sia il semidiametro orizzontale della Luna di 16.' 40", la sua declinazione di 30.° ed il movimento in AR^{ta} in $24.^h$ di tempo solare vero di 17.° sarà il semidiametro ridotto all' equatore 19.' 14",7; Il movimento in AR^{ta} in un secondo di tempo sidereo o",70637; il numero dei secondi del diametro, che in ciascun secondo di tempo passano al meridiano 14",294, e finalmente il tempo che impiegherà tutto il semidiametro 80",783 = 1.' 20",8.

§. 219 Tutto ciò serve principalmente per trovare il momento del passaggio del centro della Luna al meridiano; ben di rado accadendo che si possa osservare l' uno e l' altro bordo per conchiuderne il centro. Se il bordo

Digitized by Google

osservato sia l' orientale dal tempo segnato dal pendolo si sottragga quello che impiegherà il semidiametro, e se sia l' occidentale vi si aggiunga, e si avrà il momento, in cui è passato il centro pel meridiano.

§. 220 Ma se oltre all' AR^ta della Luna si voglia osservare ancora la sua declinazione, in questo caso è necessaria una picciola correzione alla declinazione osservata; essendo sommamente difficile che nell' istante in cui passa il centro pel meridiano si possa osservare la distanza dal zenit.

§. 221 Sia φ l' arco del gran cerchio che si confonde col filo orizzontale del cannocchiale, e che è intercetto tra il punto, in cui fu osservata la distanza, ed il meridiano; z la distanza osservata dal zenit, L l' altezza del Polo. Sarà $90° - L + z$ la distanza del filo orizzontale dal Polo, e $90° - (L - z)$ con φ i due lati di un triangolo sferico rettangolo, la di cui ipotenusa darà il complemento a 90.° della declinazione del punto osservato. Quindi sen. $D = \cos. \varphi . \text{sen.} (L - z)$; E poichè $\cos. \varphi = 1 - 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} \varphi$, sarà sen. $D = \text{sen.} (L - z) - 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} \varphi \text{ sen.} (L - z)$, e sen. $D - \text{sen.} (L - z) = 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} \varphi \text{ sen.} (L - z)$. Ma la differenza de' due termini del primo membro è quantità piccolissima, e così φ, quindi sen. $D = (L - z) - \frac{1}{2} \varphi.^2 \text{ sen. } 1.'' \tan. (L - z)$. In questa formola deve eliminarsi l' incognita φ, lo che si farà per mezzo dell' angolo orario della Luna, quando fu osservata la distanza, sempre uguale alla differenza tra il momento del passaggio pel meridiano del centro, e quello dell' osservazione. Sia α quest' angolo, sarà $\varphi = \alpha . \cos. (L - z)$, e quindi chiamando d l' istante segnato dal pendolo al passaggio del bordo, b l' altro, quando fu osservata la distanza, e fatte le opportune sostituzioni e riduzio-

Digitized by Google

ni, e chiamando P la quantità (15" — 0,0000 1154 2 A) si avrà finalmente D =

$$(L-z) - \tfrac{1}{2}\left\{P.(b-d)\cos.(L-z) \mp \Delta\right\}^2 \text{sen. } 1'' \text{sen. } (L-z).$$

§. 222 Se nella formola precedente si faccia M = P. cos. D = (15" — 0,0000 1154 2 A) cos. D, e N = $\Delta \mp M(b-d)$, essa si convertirà nella seguente

$$D = (L - z) - \tfrac{1}{2} N^2 . \text{ sen. } 1'' . \text{ sen. } d .$$

la quale Delambre ha ridotto in due tavole. Contiene la prima il fattore M, che si cerca cogli argomenti A e d; e la seconda $-\frac{1}{2} N^2$. sen. 1" sen. d, che si ha con d ed N.

A queste due tavole ne ha aggiunte altre due, onde avere insieme quanto è necessario per facilitare i calcoli delle osservazioni della Luna nel meridiano. La terza dà il tempo sidereo, che secondo le diverse declinazioni impiega il semidiametro a passare al meridiano. Il supposto è di 16.' 4o", o sia di 1000", se il vero sia maggiore o minore converrà moltiplicarlo pel tempo che conviene alla data declinazione e movimento in AR^{ta}; e dividere il prodotto per 1000, ed il quoto sottratto o aggiunto al passaggio del bordo osservato darà il passaggio del centro. Finalmente la quarta presenta un mezzo facile per ridurre i fili laterali al filo di mezzo. Queste quattro tavole trovansi in fine delle lunari di Bürg. Si noti finalmente che l' aberrazione della luce non induce differenze sensibili sulle osservazioni lunari: il suo effetto nella distanza media della Luna dalla Terra non è che di 0",68 (come si è dimostrato in fine dell' Articolo III.) e nelle massime distanze non oltrapassa mai il secondo; perciò nei calcoli viene generalmente trascurata.

In quest' articolo altro non si è fatto, nè altro poteva farsi, che dare un idea generale de' movimenti luna-

Digitized by Google

ri e indicare quanto è necessario a sapersi pel calcolo delle osservazioni. Queste cose stesse chi amasse di vederle più estesamente spiegate potrà consultare l' introduzione del Cav. Delambre alle tavole lunari del Sig. Bürg, che più volte ho citato, e che converrà rendersi familiari. Se poi, non ostante l' esempio in contrario di Lacaille e di Lalande, niente ho detto sulle forze con cui la Terra e il Sole agiscono sulla Luna, e ne producono i movimenti e le anomalie, ciò è stato, perchè mi è paruto interamente inutile accennare cose solo vagamente, e dalle quali niente può conchiudersi di preciso, sia sulle moltiplici combinazioni di cotali forze, sia sulla loro misura. Questo argomento senza la più profonda analisi mai non potrà trattarsi in modo intelligibile e profittevole. Nella Meccanica Celeste del Sig. Laplace può vedersi quanto sia difficile e complicato, e che solo la forza superiore dell' analisi ha potuto svolgerlo e mostrarlo nelle sue diverse parti, e dipendenze; presentando a un tempo la più luminosa pruova dalla gran legge della gravitazione universale.

ARTICOLO II.

Satelliti di Giove.

§. 223 I Satelliti di Giove, come altrove si è detto, furono scoperti da Galileo nel 1610. Egli ne vide tre verso le ore sette della sera del giorno sette Gennaro, indi or due, or tre fino ai 13, nel qual giorno ne distinse quattro, che proseguì ad osservare fino ai 2 di Marzo. Descrisse immantinenti e queste e più altre osservazioni nel *Sydereus Nuncius* che intitolò, e da Padova inviò a Cosimo II, consecrando alla sua Illustre Prosapia le nuove Stelle, che quindi chiamò *Sydera Medicea*. Simone Mario, Astronomo dell' Elettore di Brandeburgo

Digitized by Google

in un suo libro, il di cui titolo *Mundus Jovialis Detectus anno* 1609, e pubblicato nel 1614, si avvisò di sostenere che alcuni giorni prima di Galileo aveva egli fatta la stessa scoperta. Che che ne sia della verità del fatto; giacchè Simone non ne aveva parlato per tre anni, meglio avrebbe consultato al suo decoro, se proseguito avesse a non parlarne, principalmente non avendo altro documento della sua asserzione, che il testimonio di un vecchio uom di Corte. La gloria di questa scoperta è quindi incontrastabilmente rimasta a Galileo, e per lui alla nostra Italia. Quattro Satelliti furono da principio annunziati, e quattro solamente se ne sono sempre osservati; sebbene Fontana e Schirleo, confondendo con essi le vicine Stelle, ne contassero l'uno sette, e l'altro fino a nove.

Fenomeni Generali.

§. 224 Le principali apparenze de' Satelliti si possono ridurre alle seguenti. 1.° Essi mutano continuamente di luogo, mostrandosi ora all'occidente, ora all'oriente di Giove, a cui si avvicinano, o da cui si allontanano. 2.° Le massime digressioni occidentali sono uguali alle massime orientali, costanti le une e le altre, ma diverse in ciascuno. 3.° La linea che ne unisce gli estremi passa pel centro di Giove, paralellamente all'eclittica. 4.° Quando dalla parte di occidente si avvicinano a Giove, a poca distanza dal medesimo si rendono invisibili, nè ricompajono, che quando trovansi all'oriente, prosieguono ad avanzarsi fino a un certo termine, indi ritornano all'occidente passando avanti il disco del Pianeta. 5.° I loro movimenti appajono ineguali, talvolta maggiori, talvolta minori, e verso i punti di ritorno pressochè insensibili. 6.° Non veggonsi sempre nella linea delle digressioni, ma ora un poco sopra ed ora un poco sotto.

Digitized by Google

§. 225 A spiegare questi fenomeni, e vedere come quindi si possa risalire agli elementi dell' orbita; sia B O A C (*fig.* 85) l' orbe della Terra, propriamente O B C l' arco orientale, O A C l' occidentale, S il Sole, G Giove, M N una porzione dell' orbe suo, *h* I E *r* l' orbe del primo Satellite, H I' E' R l' orbe del secondo, e L V K il cono dell' ombra di Giove nella sua direzione opposta al Sole.

1.° Se le orbite de' rispettivi Satelliti siano poco inclinate al piano dell' eclittica, vedute dalla Terra appariranno a guisa di altrettante ellissi, sommamente ristrette. Quindi noi vedremo i Satelliti ora allontanarsi ed ora avvicinarsi a Giove, facendo un cammino che poco differirà dalla linea retta, e tanto si osserva.

2.° Il massimo allontanamento da un lato del Pianeta sarà uguale al massimo allontanamento o digressione dall' altro. Verso questi punti estremi il movimento apparirà pressochè insensibile; e anderà crescendo allontanandosi dai medesimi.

3.° Quando la Terra si troverà in O in opposizione con Giove, il Sole e la Terra saranno nella direzione O G V dell' asse dell' ombra, lo stesso accaderà giunta la Terra in C in congiunzione.

4.° Ne' successivi passaggi de' Satelliti dall' occidente all' oriente di Giove, saranno essi alternativamente nell' ombra e sul disco, a meno che le inclinazioni, e le distanze non siano molto grandi.

5.° Nell' ombra saranno a noi invisibili, e quindi si avranno le occultazioni o eclissi; sul disco per l' opposto si potranno da noi distinguere, malgrado la maggior luce di Giove, e si vedranno insieme le loro ombre maggiori de' Satelliti.

6.° Dalla congiunzione in C all' opposizione in O succederanno le immersioni, e dall' opposizione in O alla congiunzione in C le emersioni. E poichè nelle immersioni l' arco *h* I è all' occidente di Giove, e nelle emer-

Digitized by Google

sioni E *r* all' oriente, le immersioni si osserveranno all' occidente del Pianeta, e le emersioni all' oriente. Ma in virtù del moto diurno, da C in O rimanendo Giove all' occidente del Sole, passerà prima al meridiano, e dopo, essendo la Terra nell' arco occidentale O A C. Perciò, quando Giove passa al meridiano tra mezza notte e mezzodì si potranno sempre vedere le immersioni, e le emersioni, quando passerà tra mezzodì e mezza notte.

7.° Da E, luogo dell' emersione del primo Satellite, condotta una tangente al disco di Giove, e comunque prolongata, mai non incontrerà l' orbe della Terra, lo stesso si è se venga condotta dal punto I dell' immersione. Dunque del primo Satellite, dalla congiunzione all' opposizione, non si potranno osservare che le sole immersioni, e le sole emersioni dall' opposizione alla congiunzione. Ma da E', ove emerge il secondo Satellite, condotta similmente una tangente a Giove, e indefinitamente prolungata, si troverà che taglia l' orbe orientale della Terra in *m* ed *n*; perciò finchè la Terra sarà sull' arco *m* B *n* potrà vedersi l' immersione e l' emersione: s' intenda lo stesso pel tempo, in cui la Terra descriverà l' arco orientale. Riguardo al terzo Satellite è facile a concepirsi che la tangente condotta come sopra taglierà un arco maggiore di *m n*, e riguardo al quarto sarà più grande ancora. Quindi per più tempo si potranno osservare le due fasi del terzo Satellite, e presso che sempre quelle del quarto. Queste diverse circostanze si possono determinare col calcolo, o graficamente; in questo secondo caso, altro non si richiede, che di formare la figura colle dovute proporzioni, che dipendono dalle quantità, che daremo in seguito.

8.° Nelle opposizioni essendo la Terra in O, la linea O V, secondo la quale vediamo il Pianeta co' suoi Satelliti, si confonde coll' asse dell' ombra: quindi le congiunzioni superiori de' Satelliti, vedute dalla Terra, sa-

Digitized by Google

ranno le stesse con quelle, che si vedrebbero da Giove, e le congiunzioni inferiori ne differiranno di sei segni.

9.° L' arco P Q non essendo che di mezzo grado circa, verrà descritto dalla Terra in poco più o poco meno di 12 ore: se pertanto essa si trovi in P al momento di una immersione, arriverà in Q molto prima dell' emersione dell' eclisse seguente. L' intervallo tra le due osservazioni sarà quindi uguale all' intera rivoluzione, più la durata dell' eclisse. Potrà accadere ancora che tra l' ultima immersione osservata prima dell' opposizione, e la prima emersione, che potrà osservarsi dopo, vi siano due o tre rivoluzioni intere. In questo caso il tempo che divide le due osservazioni sarà uguale a due o tre rivoluzioni più la durata dell' eclisse.

Luce de' Satelliti.

§. 226 La luce de' Satelliti non è bastevole a farli distinguere ad occhio nudo. Poichè nè meno dopo la loro scoperta vi è stato ancora chi, senza l' ajuto de' telescopj, abbia potuto vederli. La qual cosa però non dee tanto attribuirsi alla poca quantità di luce che giugne sino a noi, quanto alla assai maggiore di Giove, che quasi estingue ed assorbisce quella de' Satelliti. In fatti osservandoli con un telescopio di mediocre grandezza appajono come a un di presso le Stelle di sesta in settima, le quali quando la Luna è sull' orizzonte generalmente non si vedono.

A distinguere e conoscere i Satelliti basta qualunque più piccolo cannocchiale acromatico, ma non così ad osservarli con vantaggio. Se il cannocchiale sia de' semplici non si potrà osservarli bene a meno che non sia di 18 piedi circa; se sia di riflessione dovrà avere due piedi di lunghezza focale. Di tal sorta furono quelli di cui si valsero Cassini, e gli altri che lo seguirono sino all' inven-

Digitized by Google

zione degli acromatici: D' allora in poi si è, dirò così, tacitamente convenuto tra gli Astronomi di non valersi in simili osservazioni, che di cannocchiali di tre pollici di apertura; affinchè i rispettivi risultati si possano con maggiore sicurezza tra essi comparare.

Diametri.

§. 227 Qualunque sia l' ingrandimento e bontà del telescopio o cannocchiale, i Satelliti appajono sempre sì piccoli, che non vi è modo di poterli misurare direttamente. Si è quindi tentato di determinare i loro diametri per mezzo del tempo che impiegano ad occultarsi. Siccome però non possiamo osservare il primo istante dell' immersione, ed il Satellite si perde di vista prima che sia intieramente occultato, a cagione della sua poca luce; così i diametri per tale maniera determinati debbono risultare più piccoli che realmente non sono. A riparare a questo inconveniente si è pensato da alcuni di sostituire l' ingresso sul disco a quello nell' ombra, ma ne meno per questa via si possono ottenere risultati molto sodisfacenti.

§. 228 Finalmente dopo varj tentativi ha rinvenuto il Bailly un altro metodo, de' precedenti più sicuro, ma non intieramente perfetto. 1.° Cerca un diaframma che applicato al cannocchiale renda appena visibile il Satellite. 2.° Col cannocchiale così preparato osserva e nota l' istante, in cui il Satellite nell' avvicinarsi all' ombra si perde intieramente di vista. 3.° Toglie immantinenti il diaframma dal cannocchiale, e quindi rivede il Satellite, che ben tosto va ad intieramente immergersi nell' ombra, ne nota l' istante, e dall' intervallo tra la prima e la seconda disparizione ne deduce il diametro, che sarà minore del vero della saetta di quella piccola parte che si occultò col diaframma. Rimane ora a determinarsi la saet-

Digitized by Google

ta di questa picciola parte, onde aggiugnerla al diametro già rinvenuto, e così aversi la sua intiera quantità. A questo effetto ha date lo stesso Bailly diverse formole, che si possono vedere presso Lalande (§. 3048 *ter. ediz.*)

La maggiore o minore luce de' Satelliti dipendendo in parte così dalla minore o maggiore distanza di Giove da noi, come dallo stato dell' atmosfera; lo stesso diaframma non potrà servire in ogni tempo, ma converrà per ciascun caso particolare antecedentemente determinarne l' apertura.

Con questo metodo si sono trovati dal Bailly i seguenti valori pe' diametri de' Satelliti, osservati dal centro di Giove. 1.° . . . 60.' 20". . . . 2.° . . . 29.' 42". 3.° . . . 22.' 28". . . 4.° . . . 9.' 39".

Oggi giorno tutto ciò si è riconosciuto molto dubbioso, per cui si è interamente rinunciato a simili ricerche, non menochè all' uso cui erano destinate.

Masse.

§. 229 Le masse de' Satelliti, o sia la quantità di materia che contiene ciascuno di essi, è la parte più difficile della loro teoria. Non si possono esse dedurre che dalle rispettive attrazioni, che esercitano gli uni su gli altri, e questa è cosa sommamente difficile a svilupparsi e sbrogliarsi. Quanto su di ciò sin' ora si è fatto è ben picciola cosa, che appena merita di ricordarsi. Pertanto secondo Bailly la massa del primo è 0,0000[4]247 di quella di Giove; la massa del secondo 0,00005. Queste determinazioni dipendono da diverse ipotesi sull' azione di un Satellite sull' altro, di due su di uno, e così progredendo, come meglio può vedersi nella Meccanica Celeste di Laplace; i di cui risultati sono però alquanto diversi dai quì sopra riportati.

Digitized by Google

Rotazione sull' asse .

§. 230 Osservando attentamente i Satelliti, quando, avviene che passino su 'l disco di Giove, si distingue una specie di macchia oscura, che è l' ombra del Satellite stesso, e che precede il Satellite se il Sole sia all' occidente, e lo siegue se sia all' oriente. Ma oltre all' ombra si vede ancora il Satellite stesso sotto la forma di altra macchia più piccola. Questa pertanto apparendo ora più grande ed ora più piccola, ora più ora meno lucida, conviene dire che le parti diverse del corpo del Satellite non siano egualmente risplendenti, e che quindi da noi si veda or questa ora quell' altra parte del medesimo. Lo che non può spiegarsi senza supporre una rotazione del Satellite stesso su 'l suo asse. Perciò riguarda la durata di questa rotazione, secondo Herschel, che ha comparati per lungo tempo e colla più scrupolosa diligenza i diversi gradi di splendore di ciascun Satellite, essa è uguale al tempo della rivoluzione intorno a Giove, non altrimenti che quella della Luna, uguale alla sua rivoluzione intorno alla Terra.

Distanza media .

§. 231 Nelle massime digressioni col micrometro di Rochon, o con altro qualunque, si potranno sempre misurare le rispettive distanze de' Satelliti dal centro di Giove; le quali, come è chiaro, saranno le distanze medie o semiassi maggiori delle orbite, espressi in minuti e secondi, o in semidiametri del Pianeta istesso. Basterà ancora misurarne una sola, quella, per esempio del primo Satellite, e dalle rivoluzioni periodiche degli altri per mezzo della terza legge di Keplero, dedurne le loro distanze medie.

Digitized by Google

In minuti e secondi si sono determinate da Pound come siegue:

1.° 1'. 51",6 ... 2.° 2'. 56",47 ... 3.° 4.' 42",0 ... 4.° 8.' 16

In semidiametri di Giove secondo Laplace:

5,6985 ... 9,0665 ... 14,4619 ... 25,4359: cioè l' asse dell' orbe del primo Satellite è uguale a cinque volte il semidiametro di Giove e 6985 decime millesime, e così degli altri. Queste misure, rispetto alle precedenti, dipendono da un più gran numero di osservazioni, perciò non sono interamente di accordo con quelle; come può vedersi convertendo le une nelle altre.

Il semidiametro di Giove essendo a quello della Terra nella ragione di 10,86, a 1, se per 10,86 si moltiplichino i precedenti numeri si avranno le distanze istesse in semidiametri terrestri, che a piacere si potranno esprimere in leghe, miglia ec.

Si avverta che queste quantità possono variare di un quinto circa, così in più, come in meno, e ciò a cagione della diversa distanza di Giove dalla Terra.

Rivoluzioni e movimenti medii.

§. 232 Le digressioni, le immersioni nell' ombra, le emersioni, e le congiunzioni, sono altrettante vie per cui si possono stabilire i movimenti medii.

1.° *Digressioni*. Si osservi il momento, in cui ciascuno de' Satelliti giunge nella sua massima distanza, o digressione occidentale o orientale, e si siegua sino a che ritorna alla stessa. Il tempo trascorso ci darà a un di presso la durata delle rispettive rivoluzioni.

2.° *Immersioni o emersioni*. Da due emersioni, o da due immersioni, che immediatamente si succedono, meglio assai si potrà dedurne la durata delle rivoluzioni;

Digitized by Google

principalmente se si prenda il medio de' due risultati.

Se le due successive emersioni del primo Satellite che avvennero li 16 e 18 Gennaro 1811, e le due successive immersioni dei 10 e 12 Novembre dello stesso anno, si fossero osservate a Palermo, i tempi corrispondenti sarebbero stati come siegue prossimamente.

Gennaro *Emersioni*. { 16.^{g} 11.^{h} 56'. 46$''$ / 18. 6. 25. 40

Rivoluzione 1. 18. 28. 54 ... 1.^{g} 18.^{h} 28'. 54$''$

Novembre *Immersioni* { 10.^{g} 18.^{h} 4'. 13$''$ / 12. 12. 32. 35

Rivoluzione 1. 18. 28. 22 .... 1. 18. 28. 22

Rivoluzione ... 1. 18. 28. 38

Quantità che non differisce dall' esatta, che di due secondi, come si vedrà in appresso.

3.° *Congiunzioni superiori*. Quando un Satellite giunge nel mezzo dell' ombra, esso è nella sua congiunzione superiore; poichè allora deve giacere nella linea condotta dal centro del Sole a quello del Pianeta. Se dunque di due eclissi, che immediatamente si succedono, si possa osservare il principio e la fine, onde averne il mezzo, la differenza de' tempi corrispondenti ci darà la durata della rivoluzione vera, e un gran numero di osservazioni simili la rivoluzione media.

Digitized by Google

§. 233 Di questo metodo però non possiamo giovarci che pel quarto e terzo Satellite, qualche rarissima volta pel secondo, e non mai pel primo, pel quale allora soltanto si potrà far uso delle congiunzioni superiori, quando altronde si conosca la durata dell' eclisse, dalla di cui metà aggiunta all' immersione, o sottratta dall' emersione, si avrà con sufficiente esattezza il momento della congiunzione: dico con sufficiente esattezza, giacchè la congiunzione così stabilita non è in rigore nè la vera, nè la media, ma pochissimo ne differisce.

Abbiamo detto (§. 224 n. 9) come rispetto al primo Satellite possa trovarsi la durata degli eclissi, quando succedono poco prima e poco dopo l' opposizione. Eccone un esempio.

Ai 23 Dicembre 1811 Giove fu in opposizione: se dunque si compari l' immersione che si poteva osservare il giorno 22 poco prima dell' opposizione, coll' emersione, che similmente si poteva osservare il giorno 27, e dalla differenza si tolgano le tre rivoluzioni che vi si frapposero, il residuo sarà la durata dell' eclisse.

Dicembre 1811	*Immersioni* ...	22.^{g}	5.^{h}	26'.	53"
	Emersioni ...	27.	15.	3.	49
	Differenza ...	5.	9.	36.	56
	Tre Rivol. ..	5.	7.	25.	54
	Durata dell' eclisse	2.	11.	2	
	Metà	1.	5.	31	

§. 234 Le rivoluzioni così determinate non possono essere molto esatte, com' è chiaro, e quando pure lo fossero, non sarebbero le medie, ma le vere. A rinvenire

Digitized by Google

quelle pertanto conviene prendere due digressioni, o due congiunzioni le più lontane che possano ottenersi, e dividere l'intervallo che le separa pe'l numero delle rivoluzioni intiere, che vi corrisponde; così le ineguaglianze periodiche rimanendo divise su di un gran numero di rivoluzioni, i risultati saranno tanto più esatti, quanto le due osservazioni comparate saranno più lontane. Gioverà ancora alla maggiore esattezza, che alle digressioni si preferiscano le congiunzioni, e tra queste si scelgano quelle, che si hanno dagli ecclissi osservati in poca distanza dall' opposizione. Quando si parlerà degli ecclissi, si vedrà come da una delle due fasi si possa dedurre il momento della congiunzione, veduta da Giove.

§. 235 Col soccorso degli eclissi nel modo testè indicato, si sono dedotte le rivoluzioni medie de' quattro Satelliti, e sono

1.° . . .	1.^{g}	18.^{h}	28'.	36"
2.° . . .	3.	13.	17.	54
3.° . . .	7.	3.	59.	6
4.° . . .	16.	18.	5.	7

§. 236 Se queste quantità successivamente si aggiungano sino a che si abbiano somme pressochè uguali si troveranno i seguenti periodi.

247 rivoluzioni del 1.° si fanno in	437.^{g}	5.^{h}	44'	
123 . . . . . 2.°	437.	3.	41	
61 . . . . . 3.°	437.	3.	35	
26 . . . . . 4.°	435.	14.	13	

Li primi tre Satelliti in 437 giorni ritornano quindi nelle prime rispettive situazioni, colla differenza di 9' cir-

Digitized by Google

ca, rispetto a Giove. Questo periodo giova molto a riconoscere le ineguaglianze, cagionate dall' azione che a vicenda esercitano i Satelliti gli uni su gli altri.

237 Le rivoluzioni sinora spiegate, com' è chiaro, sono rispetto a Giove, o sia corrispondono ad un' intiera rivoluzione del Satellite più l' arco, che esso deve percorrere per raggiugnere il Pianeta, che durante la rivoluzione del Satellite si è avanzato nell' orbe suo. Se pertanto oltre le rivoluzioni sinodiche, le sole che si osservano, si vogliano le periodiche ancora, si dica 360° più l' arco percorso da Giove durante la rivoluzione del Satellite al tempo di una rivoluzione sinodica; così 360° al quarto, che sarà la durata della rivoluzione periodica.

Ineguaglianze comuni ai quattro Satelliti.

§. 238 *Paralasse*. La prima ineguaglianza e la più grande che s' incontra nelle rivoluzioni de' Satelliti rispetto al centro di Giove è cagionata dalla parallasse annua. Quando il Satellite è ritornato sulla linea de' centri (*fig.*36) S O G V, da cui si cominciano a contare le rivoluzioni, egli ha realmente compito l' intiero giro nell' orbe suo; e così apparirà o si osservi dal Sole o si osservi dalla Terra, se questa si trovi in congiunzione o in opposizione. Ma la cosa è ben diversa fuori di questi due punti: allora la linea de' centri non si confonde più colla visuale, condotta dalla Terra al centro di Giove, ma fa con essa un angolo uguale alla parallasse. Sia la Terra in A, e il Satellite in Z, veduto dal Sole sarà in congiunzione in Z, veduto dalla Terra ne sarà lontano di tutto l' arco X Z; giacchè allora solo comparirà in congiunzione, quando sarà giunto in X su la linea A G X. Quest' arco può giungere a 12°, li quali rispetto al primo Satellite si percorrono in 1.^{h} 25.' pe 'l secondo in 2.^{h}; per

Digitized by Google

il terzo in 5.^{h} 44'. e pe'l quarto in 13.^{h} 24'. Quindi le rivoluzioni comparate colle congiunzioni osservate dalla Terra potranno differire in più o in meno dalle medie di tutto l'arco Z X. Cessa però questa ineguaglianza, se le rivoluzioni si riferiscono alle congiunzioni dedotte dagli ecclissi, da' quali col calcolo si ha il momento delle congiunzioni vedute dal Sole.

§. 239 Se Giove si movesse in un cerchio, nel di cui centro fosse collocato il Sole, e quindi il suo movimento fosse uniforme; le congiunzioni spogliate dalle prime ineguaglianze, e supposto che non fossero affette da alcun' altra, le congiunzioni, dico, sarebbero costantemente della medesima durata: ogni rivoluzione sinodica sarebbe uguale alla periodica, più il tempo che corrisponde all' arco descritto da Giove durante la rivoluzione del Satellite. Ma Giove descrive un ellissi, per cui il suo movimento vero ora è maggiore ora minore del medio, o sia di quello che si avrebbe in un cerchio. Le congiunzioni e gli ecclissi succederanno quindi ora alquanto prima, ora alquanto dopo de' tempi, che si hanno dalle rivoluzioni medie. L'equazione del centro di Giove è di 5.° 34.' 1", che dicendo come 360° al tempo della rivoluzione di ciascun Satellite, così 5.° 34'. 1" al quarto, risultano rispettivamente le seguenti differenze, cioè 39'. 22" . . . 1.^{h} 19'. 13" . . . 2.^{h} 39'. 42" . . . 6^{h} 15' 19" su le congiunzioni e su gli ecclissi. A correggere pertanto sì fatte differenze, onde esattamente conoscere i rispettivi momenti delle congiunzioni vere, le tavole de' movimenti medj sogliono essere accompagnate da altre, dalle quali si hanno le opportune correzioni, che dipendono unicamente dall' anomalia di Giove, che ne è l' argomento.

§. 240 La luce Solare impiega 8'. 13",2 a percor-

Digitized by Google

rere lo spazio S O e quindi 16'. 26",4 a farne il doppio, a passare cioè da C in O. Dunque la luce riflessa che noi riceviamo da Giove, ci giugnerà 16'. 26" più tardi essendo la Terra in C di quello che ci giungerebbe se fosse in O. Dunque gli ecclissi, che succedono quando la Terra è in congiunzione in C si vedranno da noi 16'. 26" più tardi, che quando è in O; e a proporzione ne' luoghi intermedj tra l'opposizione e la congiunzione. Questa pertanto si è la terza ineguaglianza generale, comune a tutt' i quattro Satelliti, che osservata replicatamente da Roemero, lo condusse alla scoperta della propagazione successiva della luce, che sino a lui erasi creduta istantanea. Siccome poi Giove, a cagione dell' eccentricità dell' orbe suo, è talora più lontano e talora più vicino al Sole, e la differenza può giugnere a metà del raggio S O; così quando il Pianeta è in congiunzione o in opposizione, e insieme afelio, la sua luce per venire a noi impiegherà 4'. 4" di più che non impiegherebbe se fosse perielio. L' ineguaglianza di 16'. 26" può quindi aumentare o diminuire di 4'. 4" corrispondentemente alle posizioni della Terra e di Giove. Per la qual cosa si sono formate due tavole distinte, dalle quali si hanno le correzioni opportune da farsi ai movimenti medj per ridurli ai veri. La prima contiene il ritardo dall' opposizione alla congiunzione, ov' è massimo ed uguale a 16'. 26"; la seconda dà la correzione da farsi a questa quantità medesima, correzione che è regolata dall' anomalia di Giove.

Ineguaglianze particolari di ciascun Satellite.

§. 241 Oltre delle ineguaglianze comuni a tutt' i quattro Satelliti, altre ne furono scoperte, proprie di ciascuno in particolare. Queste da principio si conobbero comparando le posizioni calcolate, e corrette delle i-

Digitized by Google

neguaglianze generali, colle osservate; e le stesse in seguito furono confermate in parte, e in parte accresciute e migliorate per mezzo del principio generale dell' attrazione. Wargentin, Cassini, Bradley, Lagrange, e Laplace si occuparono della teoria; dalla quale si ha, che tutte le ineguaglianze particolari debbonsi rifondere nell' azione reciproca de' Satelliti, gli uni su gli altri, ma diversamente combinata.

§. 242. 1.° Il primo Satellite pertanto soffre un' ineguaglianza di 3'. 30" di tempo, così in più come in meno, la quale è principalmente cagionata dall' azione del secondo, e il di cui periodo è di 437 giorni. Essa cresce come il seno della distanza dal punto, in cui è zero: cosa comune a tutte le quantità periodiche che dipendono da rivoluzioni circolari. Ve ne sono alcune altre, ma di si poco momento, che non si sono ancora introdotte nelle tavole.

§. 243. 2.° Le maggiori ineguaglianze si osservano nel secondo: debbonsi esse principalmente all' azione del 1.° e 3.° Satellite. La loro somma è prossimamente di 16'. 30" in tempo, così in più come in meno, ed il periodo di 437 giorni. Impiegando questa sola, come sta nelle tavole ultime di Delambre, il calcolo non differisce sensibilmente dall' osservazione.

§. 244. 3.° Le ineguaglianze del terzo sono molte, e non abbastanza determinate nè dall' osservazione nè dal calcolo. Bailly ne ha rinvenute cinque: la prima di 25", dovuta all' azione del primo. La seconda di 4'. 10" prodotta dall' azione del secondo. La terza di 1'. 19", e le altre due di 17" e 59" tutte in tempo. Queste diverse ineguaglianze raccolte insieme possono giugnere ad 8' di tempo, così in più come in meno; lo stesso prossimamente che erasi antecedentemente stabilito su le sole osservazioni.

§. 245. 4.° Riguardo al quarto Satellite, Laplace ha

Digitized by Google

determinato due equazioni; la prima di 1.' 54", e la seconda di 28", entrambe di arco: quella dipende dall' azione del Sole, e dalla distanza di Giove dal suo Afelio, e questa dal Sole, che vi cagiona una inegualianza simile all' Evezione Lunare.

Nel 3.° e 4.° Satellite è da considerarsi ancora l' ellitticità delle rispettive orbite loro, la quale nel 1.° e 2.° non è affatto sensibile. L' ellitticità del 3.° è di 0.° 10', e quella del 4.° di 0.° 56', prossimamente; ma da Laplace si è riconosciuto ch' esse non sono costanti. Per la quale cosa i movimenti, che debbono quindi essernc alterati, non lo saranno in ogni tempo secondo la stessa legge; e perciò è assai difficile, che si possa tenerne conto nelle tavole.

§. 246 E quì si noti, che i primi tre Satelliti, su i quali cadono le principali ineguaglianze, offrono ne' loro movimenti medii due singolarissimi risultati, che debbonsi alle ricerche, e perspicacia del Sig. Delaplace. 1.° Il movimento medio del secondo più due volte quello del terzo è prossimamente uguale al triplo del movimento del secondo. 2.° Le longitudini medie de' tre primi, vedute dal centro di Giove, sono tali che la longitudine del primo meno tre volte quella del secondo, più due volte quella del terzo, è prossimamente uguale a 180.°

Inclinazione.

§. 247 La durata degli eclissi de' rispettivi Satelliti non essendo sempre la stessa, ma ora maggiore ed ora minore, è facile a concepirsi che le orbite loro debbono essere più o meno inclinate al piano dell' orbe di Giove. Negli ecclissi che succederanno nei nodi, o in poca distanza dai medesimi, immergendosi il Satellite nell' ombra, passerà prossimamente per la linea de' centri, perciò l' ecclisse sarà massimo; a 90° dai nodi si avrà il più

Digitized by Google

grande allontanamento da questa linea, quindi il minimo ecclisse, e proporzionale all' inclinazione; tra questi due punti sarà in ragion della latitudine del Satellite veduto dal centro di Giove. Comparando pertanto le durate massima e minima degli ecclissi di ciascun Satellite co' diametri dell' orbe rispettivo e della sezione dell' ombra, perpendicolare alla linea de' centri, se ne conchiuderà l' inclinazione. Per simile maniera si sono ottenuti i seguenti risultati.

L' inclinazione del primo è di 3.° 18'. 38'' e costante, almeno non vi si è osservata ancora alcuna variazione sensibile.

Quella del secondo presentemente si osserva di 3.° 46', ma essa è variabile, e si sono incontrate molte difficoltà prima di trovarne la spiegazione; la quale dipende da un moto retrogrado de' nodi sul piano dell' equatore di Giove, movimento il di cui periodo è di 3 anni.

L' inclinazione del terzo Satellite è similmente variabile, e la differenza dalla massima alla minima può giugnere a 24'. Presentemente si osserva di 3.° 26'. In questo Satellite vi è un' altra circostanza particolare; l' orbe suo essendo alquanto ellittico, l' estremità dell' asse più vicina a Giove, detta *Perigiovio*, ha un movimento diretto.

§. 248 Finalmente l' inclinazione del quarto, non altrimenti che quella del primo, sembra costante: giacchè così dalle prime, come dalle più recenti osservazioni essa risulta di 2.° 36'. Questa inclinazione combinata colla maggiore distanza sua da Giove, rispetto agli altri saselliti, fa sì che passando dietro a Giove ben di rado resti occultato. Il Perigiovio di questo Satellite ha un movimento diretto abbastanza sensibile.

Digitized by Google

§. 249 La durata di un ecclisse, la maggiore di tutte, dà prossimamente, come sopra si è detto, il luogo del Nodo. Se però si voglia con precisione, converrà osservare due ecclissi di uguale durata, uno prima, e l'altro dopo il passaggio per uno de' Nodi. Dividendo allora per metà la differenza tra le due longitudini eliocentriche di Giove, ed aggiungendo all'una e sottraendo dall'altra la metà della differenza trovata, si avrà il luogo dal Nodo.

§. 250 Con questo metodo si è riconosciuto che il Nodo ascendente del primo Satellite corrisponde a 10.ˢ 14.° 30'. Secondo la teoria dell'attrazione, e supponendo omogeneo il globo di Giove, dovrebbe avere un movimento retrogrado di 104.° 7'. 30" per anno, ma dalle osservazioni non ne risulta alcuno. Lo che proviene dall'essere il piano dell'orbe di questo Satellite nel piano prossimamente dell'equatore di Giove. Il movimento diretto dell'equatore di Giove, rende nullo il movimento retrogrado del Nodo del Satellite.

§. 251 Il Nodo del secondo Satellite nel 1760 fu osservato dal Wargentin a 10.ˢ 13.° 45'. L'attrazione del primo Satellite su questo secondo, cagiona una specie di librazione di 9.° sul suo nodo, che si spiega, supponendo che faccia una rivoluzione sull'orbe del primo nell'intervallo di 30 anni.

§. 252 Il nodo del terzo era a 10.ˢ 14.° 24' nel 1760. La sua posizione però non è costante, come non è costante l'inclinazione. Secondo Laplace, si rappresentano assai bene le due variazioni, supponendo l'orbe del Satellite inclinato all'equatore di Giove di 2.° 1', e i nodi spinti da un movimento retrogrado, che si compie in 137 anni.

§. 253 Nel 1760 secondo le tavole del Wargentin il

Digitized by Google

nodo del quarto era a 10.s 16.° 39. Esso ha un movimento ancora, meglio conosciuto de' precedenti, ma contrario a quelli, cioè diretto, il quale rispetto agli equinozii è di 4'. 15" per anno. Un tale movimento è sembrato per più tempo contrario ai principj dell' attrazione. Ma finalmente si è veduto (Lalande è per avventura stato il primo a dimostrarlo nel 1762) che ciò dipende dall' azione degli altri tre Satelliti, che convertono in diretto il movimento per se stesso retrogrado del quarto.

Tavole.

§. 254 Sebbene l' oggetto in generale delle tavole sia di trovare per un dato tempo qualunque il luogo de' Pianeti in cielo; non ostante, quando si tratta de' Satelliti, non è il luogo principalmente, che si cerca, ma il tempo, in cui s' immergono nell' ombra, o ne emergono. La ragione si è che gli ecclissi, o sia il principio e fine dei medesimi, sono i soli fenomeni che ne' Satelliti si possono osservare con precisione, i soli, per mezzo de' quali si può con sicurezza risalire agli elementi delle loro orbite, i soli finalmente, che possono darci qualche reale positivo vantaggio.

§. 255 Le prime tavole dei Satelliti debbonsi al nostro Arciprete Hodierna, e da lui pubblicate furono in Palermo nel 1656 col titolo *Medicaeorum Ephemerides ec. et Menologiae Jovis compendium*. Ma non avendo egli potuto stabilirle che su soli cinque anni di osservazioni, e queste stesse tentate con troppo mediocri stromenti, non dee far meraviglia se si trovarono oltremodo imperfette. Ciò però non deve togliere la gloria all' Hodierna di avere il primo segnata la strada che fu poi tenuta sempre in tale lavoro. Queste tavole pertanto furono ben tosto obbliate per quelle del Cassini, che per uguale maniera caddero in dimenticanza al comparir delle altre del

Digitized by Google

Wargentin; le quali durarono assai più tempo, e furono tenute in molto pregio sino al 1790; quando il Cav. Delambre profittando delle diverse memorie pubblicate da Laplace negli atti dell' Accademia delle Scienze degli anni 1784 e 1788, diede le sue. Queste dipendono interamente dalla teoria di Giove, e dalle rispettive attrazioni de' suoi Satelliti, combinata con un prodigioso numero di osservazioni. Esse sono inserite nel primo volume della terza edizione dell' Astronomia di Lalande, e trovansi dopo quelle de' Pianeti e delle Comete. L' ispezione particolare delle medesime, gioverà assai più che qualunque descrizione e spiegazione si potesse darne. Esse non giungono che sino al 1820, ma altre ne ha formate lo stesso Delambre, che in breve si attendono, e che serviranno per altri vent' anni avvenire, cioè sino al 1840. A cagione delle perturbazioni, che non sono interamente periodiche, non si possono indefinitamente prolungare; ma è necessario rifarle di tempo in tempo, o almeno darne le opportune correzioni.

Uso degli ecclissi.

§. 256. Generalmente succedono gli ecclissi in qualche distanza dal corpo di Giove, tolto il caso della vicinanza all' opposizione, nel quale essi succedono in poca distanza dal Pianeta. Avanti l' opposizione sono a Ponente di Giove, e dopo a Levante dello stesso, come detto abbiamo al §. 225. Da questi fenomeni osservati con diligenza, cioè da un occhio pratico ed esercitato, che abbia un buon cannocchiale, e insieme un orologio ben regolato, a cui riferire l' istante dell' immersione, o dell' emersione, da questi fenomeni, dico, si ha immediatamente la differenza de' meridiani tra i luoghi diversi dell' osservazione. Poichè la disparizione del Satellite, o apparizione sua nel sortire dall' ombra, succede nel momento

Digitized by Google

stesso per tutt' i luoghi della Terra . Così , se a cagion d' esempio a 11.^{h} 30' si sia osservata l' immersione di un Satellite a Palermo , e a 10.^{h} 37' a Greenwich , sarà la differenza de' meridiani tra Palermo e Greenwich di 53' . Quindi , se per un dato meridiano siano stati antecedentemente calcolati gli ecclissi , comparando questi cogli osservati in un luogo qualunque , tosto si conoscerà la longitudine del luogo stesso . Egli è perciò che in tutte le Effemeridi trovansi calcolati gli ecclissi pe'l meridiano del luogo delle Effemeridi medesime . Quì però si noti , che sempre che si può , ai calcoli debbonsi preferire le osservazioni ; non essendo ancora di tale e tanta esattezza le tavole , che non abbia a temersi dell' errore di più secondi . Le osservazioni ancora sono soggette a qualche incertezza , cagionata dalla differenza de' cannocchiali , dall' occhio dell' osservatore , dall' altezza di Giove sull' orizzonte , e dallo stato dell' atmosfera . Generalmente sulla differenza de' meridiani dedotta da due ecclissi osservati vi è minore incertezza ; ma non lascia di esservene su questi ancora , e talvolta si è trovata di 20 e più secondi .

Configurazione de' Satelliti .

§. 257 Non basta che si sappia , che tale o tale altro Satellite deve occultarsi ad una certa ora ; è inoltre necessario che il Satellite si possa distinguere dagli altri , per tenere su di esso gli occhi . Conviene quindi che si conosca il luogo di ciascuno rispetto a Giove , e si conosca insieme , se si allontana da Giove o a lui si avvicina ; se è nella parte superiore o nell' inferiore dell' orbe suo . La disposizione pertanto che hanno i Satelliti per una data ora rispetto a Giove , è ciò che si chiama *Configurazione* loro , e si trova o rigorosamente , calcolando le longitudini giovicentriche de' quattro Satelliti , o compendiosamente , facendo uso di alcuno dei diversi metodi mec-

Digitized by Google

canici, a ciò immaginati. Il più spedito sembra quello del Cassini, descritto da Lalande §. 3084 della sua Astronomia.

§. 258 Le configurazioni dei Satelliti trovansi generalmente in tutte le Effemeridi, e vi sono descritte per l'ora più convenevole di ciascun giorno dell'anno. Sono esse rappresentate in altretanti quadrilunghi, quanti sono i giorni di ciascun mese, in cui si possono osservare. Nel mezzo del quadrilungo è collocato Giove, indicato col segno ○, e ai lati i quattro Satelliti nelle rispettive distanze, e rappresentati con numeri e punti. Se il punto è tra il numero e Giove, ciò indica che il Satellite si allontana dal Pianeta, se al contrario il numero è tra Giove e il punto, si avvicina. Oltre di questi segni si suole far uso di altri due, cioè ○, ●, che si pongono sul margine del quadrilungo; ○ indica che il Satellite è su il disco di Giove, ●, che è nell'ombra o ecclissato dal corpo di Giove.

ARTICOLO III.

Anello di Saturno.

§. 259 Saturno col soccorso dei telescopj vedesi pressochè sempre in mezzo a due piccoli corpi, a guisa di due braccia, che in tempi diversi prendono forme diverse, apparendo ora maggiori ora minori, talvolta sparendone uno, ed entrambi talaltra, in modo che presentasi ancora perfettamente rotondo, come gli altri Pianeti. Galileo nel 1612 fu il primo che riconobbe questo fenomeno ignoto all'antichità e unico nel nostro sistema solare. La scoperta, che pocanzi fatto aveva da' quattro Satelliti di Giove, gli fe pensare che lo stesso pure fosse di Saturno, e Cassini seguendo le stesse idee, ma non potendo concepire, come vi potessero essere Satelliti di tanta grandezza, in luogo di due anzi meglio supporne

Digitized by Google

un gran numero, ma sì stretti e vicini, che agli occhi nostri non offrissero che una specie di corpo continuato. Non piacque a molti simile spiegazione. Quindi Evelio ingenuamente confessò, che niente comprendeva di tali fenomeni; Roberval tentò spiegarli per mezzo di vapori, che, per avventura, si sollevano sull' equatore di Saturno; Riccioli immaginò una sottilissima molla, che cingendo il Pianeta lo toccasse in due punti; altri finalmente che tutto dipendesse dalla figura e conformazione del Pianeta stesso. Tra questi ultimi si distinse il nostro Hodierna, il quale nel suo opuscolo *Prothei coelestis vertigines* partendo dalla supposizione che l' azzurro del cielo, che si osserva tra i due bracci e Saturno, fossero due macchie, ne conchiuse, che il Pianeta avesse una figura sferiodica, e quindi girando su 'l suo asse presentasse i fenomeni in questione.

§. 260 Tali furono le opinioni degli Astronomi sino al 1659, in cui Hugenio ne diede la vera spiegazione nel suo trattato *Systema Saturnium*. Avendo egli pertanto osservato colla maggiore attenzione le sopra descritte singolari apparenze di Saturno, e combinate le medesime colla sua posizione relativamente alla Terra e al Sole, si accertò ch' erano esse cagionate da un grande anello, che circondando il globo del Pianeta, ne rimane staccato in ogni sua parte. Questo Anello essendo inclinato all' ecclittica, non può da noi vedersi che obliquamente, sotto la forma di una ellissi, ora più ora meno ristretta. Sarà essa della massima apertura quando il raggio visuale condotto al centro di Saturno farà col piano dell' Anello un angolo uguale all' inclinazione, diminuirà come diminuisce questo angolo, o sia come il raggio condotto da Saturno alla Terra si va abbassando su 'l piano dell' Anello.

Digitized by Google

Dimensioni e inclinazione dell' Anello.

§. 261 Pound avendo misurato il diametro orizzontale dell' Anello nel tempo della sua massima apertura, trovò che stava a quello di Saturno come 7 a 3; che lo spazio vuoto tra il globo e l' Anello era prossimamente uguale alla sua larghezza, e che questa poteva stabilirsi un terzo del diametro di Saturno. Con poca differenza ebbero gli stessi risultati più altri Astronomi. Così se si supponga il semidiametro di Saturno nella sua distanza media di 9", l' interiore dell' Anello sarà di 15", l' esteriore di 21", il vuoto o distanza del globo 6", e di 6" la larghezza.

§. 262 Perciò riguarda l' inclinazione, essa similmente si deduce dalla massima apertura dell' ellisse: allora l' Anello eccede il globo non solo lateralmente, ma superiormente e inferiormente; l' eccesso però è piccolissimo, e può stabilirsi di mezzo secondo circa. Sarà dunque l' asse minore veduto dalla Terra di 11" prossimamente; ma una retta veduta obliquamente, dovendo diminuire nel rapporto del raggio al seno d' inclinazione, sarà l' inclinazione dell' Anello col piano dell' eclittica di 31° 35' circa. Sia (*fig.* 86) O l' occhio dell' osservatore, O E il piano dell' eclittica, A L l' arco dell' Anello, A C il suo semidiametro, e A S lo stesso veduto obliquamente: sarà A C S l' angolo d' inclinazione, e quindi A C : A S : : R : sen. A C S, inclinazione cercata; o sia 21 : 11 : : R : sen. 31.° 35'. Questo angolo misurato colla maggiore diligenza si è trovato di 31.° 23'. 17", e ridotto al piano dell' orbe di Saturno di 31.° prossimamente. *Si veda Delambre tom. III. p.* 510.

Digitized by Google

Fasi dell' Anello.

§. 263 Tre Fasi principali si possono distinguere nelle diverse apparenze dell' Anello. 1.° Quando l' occhio è nella sua massima elevazione sopra il piano dell' Anello, o sia che l' angolo A O S è massimo. 2.° Quando comincia a diminuire, abbassandosi l' occhio verso il piano. 3.° Quando diviene zero, giunto essendo l' occhio nel piano dell' Anello. Nel 1.° l' apertura dell' ellissi è massima, e Saturno vedesi per ogni parte involto nell' Anello. Nel 2.° l' arco posteriore dell' Anello si occulta dietro il Pianeta, e l' anteriore si confonde col suo disco, su del quale vi getta l' ombra sua, che co' canocchiali di gran forza si distingue a guisa di una fascia oscura. La quale cosa abbastanza dimostra, che così Saturno come il suo Anello sono corpi opachi. In questa seconda Fase, che dura quindici anni circa, da principio sebbene più non veggansi che le parti laterali dell' Anello, queste però appajono assai grandi, distinte e ben terminate, come però l' occhio s' abbassa verso il piano, impiccioliscono, prendono diverse forme, e finalmente spariscono. Nella terza Fase, essendo l' occhio nel piano dell' Anello, questo più non si distingue, e Saturno appare come se fosse solo. Da questa totale disparizione dell' Anello è quindi facile a conchiudersi, che la sua grossezza deve essere assai piccola, poichè la quantità di luce solare, che si ci riflette, non è bastevole a farcela distinguere. Se però la forza dei telescopj si aumenti oltre l' ordinario, in tale caso si potrà giugnere a distinguere un filo di luce; siccome è accaduto al Sig. Herschel, che continuò a vedere l' Anello, quando esso era invisibile agli altri Astronomi.

Digitized by Google

Cagioni della disparizione dell' Anello.

§. 264 Per due cagioni diverse si hanno le disparizioni dell' Anello. 1.° Quando il raggio visuale O A si confonde col piano dell' Anello, come si è detto. 2.° Quando Saturno in virtù del movimento nell' orbe sue giunge in uno dei due nodi del piano dell' Anello col piano dell' eclittica; i quali sono a $5.^{s}\ 17.^{o}$ e $11.^{s}\ 17.^{o}$. In questi due casi o il piano dell' Anello passa tra la Terra e il Sole, e non può alcun raggio venirne a noi; o sono entrambi Sole e Terra dalla stessa parte rispetto al piano dell' Anello, e i raggi riflessi non venendo che dalla grossezza o taglio dell' Anello, non sono in copia sufficiente a renderlo visibile.

A distinguere la disparizione, cagionata dal passaggio di Saturno pe 'l nodo dell' Anello, dall' altra del passaggio della Terra pe 'l piano dell' Anello; si osservi il luogo di Saturno, se sarà in uno dei due nodi, la disparizione si dovrà alla prima causa, in ogni altro caso alla seconda.

Durata e intervalli delle disparizioni.

§. 265 Il passaggio di Saturno pe 'l nodo è di breve durata, e di minore quello della Terra pe 'l piano. Le disparizioni non sono quindi nel primo caso che di due in tre giorni, e non più di uno nel secondo: è però necessario che si abbiano buoni cannocchiali, diversamente le disparizioni potranno continuare per sette e per otto giorni, come più volte è avvenuto. Tutto ciò è però da intendersi qualora il Sole e la Terra trovinsi dalla stessa parte del piano; che se il Sole illumini la parte australe dell' Anello, e la Terra corrisponda alla boreale, o sia

Digitized by Google

se il piano passi tra la Terra e il Sole, in questo caso, che non di rado avviene, le disparizioni potranno essere di più mesi.

§. 266 Il piano dell' Anello incontrando in due punti l' orbe Solare, a ciascuna semirivoluzione di Saturno si rinnoveranno le disparizioni, e successive riapparizioni. Esse saranno ogni quindici anni circa, ma con circostanze diverse che dipendono dalle posizioni del Sole e della Terra, così tra di loro come rispetto al piano dell' Anello. Nello stesso anno possono accadere due disparizioni, e due riapparizioni, e niente di più.

Divisione dell' Anello in due, e sua Rotazione.

§. 267 Al Cassini e a più altri era sembrato di vedere su ciascuno dei due bracci dell' Anello una specie di lunghi tratti o linee nere, quasi indicassero una divisione in più Anelli. Questo fenomeno essendo stato per lungo tempo e con telescopj di gran forza esaminato da Herschel, non giunse mai a riconoscere che un solo ed unico tratto o linea nera, che presentava una maggiore larghezza verso le estremità dei bracci, indi si andava restringendo, e si stendeva a guisa di una retta dall' uno all' altro braccio, inugualmente dividendo l' intero Anello. Dubitò quindi, che due, e non uno solo, fossero gli Anelli; ma in fine pienamente si accertò della sua prima congettura. Poichè replicando le osservazioni gli avenne di riconoscere nel tratto o linea nera dell' Anello i Satelliti, che passavano dietro lo stesso. Secondo le misure che in seguito prese di ciascuno, sono essi in piani pressoche paralelli, a grande distanza l' uno dall' altro, e di grandezza diversa, il diametro esteriore del più piccolo essendo minore del diametro interiore del più grande. Proseguendo poi queste sue indagini, ebbe in sorte ancora di ravvisare su gli orli dell' Anello esteriore alcuni

Digitized by Google

punti proturberanti o salienti; dai quali ne conchiuse la rotazione in 10.^{or} 32'. La rotazione dell' Anello interiore, sebbene non osservata, non può in alcun modo porsi in dubbio, ed essa secondo Laplace dee farsi in quattro o cinque ore circa. *Veggansi le Transazioni filosofiche degli anni* 1790, 1791 *e* 1792.

Meccanismo che ritiene gli Anelli intorno a Saturno.

§. 268 La rotazione ci presenta una spiegazione assai facile del meccanismo che conserva e ritiene gli Anelli intorno a Saturno. Molti hanno pensato, che a guisa di un ponte si conservassero e sostenessero nello stato di loro prima formazione per la sola coesione e aderenza delle parti. Ma ciò non può in alcun modo concepirsi; li diversi strati, onde sono composti gli Anelli, non essendo a uguali distanze dal Pianeta, i più vicini sarebbero maggiormente attratti, e dovrebbero col tempo staccarsi dagli altri, per l' azione sempre rinascente dal proprio peso, a questi succederebbero i più prossimi, e finalmente tutta la machina si scomporrebbe; come accade in tutte le opere della natura, che non hanno in se forze sufficienti per resistere alle cause esterne, che ne minacciano la rovina e la distruzione. Alla conservazione degli Anelli è quindi necessario che la forza, con cui di continuo spinti sono verso il Pianeta, da un altra sia bilanciata, che dallo stesso gli allontani; le quali due forze insieme combinate debbono farli girare intorno al Pianeta, nel modo che realmente osserviamo. Si sostengono adunque e si conservano i due Anelli senza alcun sforzo, e per le sole leggi dell' equilibrio tra le due forze centripeta e centrifuga.

§. 269 Il Sig. Delaplace è andato più oltre. Suppo-

Digitized by Google

sto un fluido che circondi Saturno in forma di Anello, egli cerca quale debba essere la sua figura, perchè l' attrazione reciproca delle molecole che lo compongono, la loro gravità verso Saturno, e la loro forza centrifuga a vicenda si bilancino, e l' Anello si conservi in equilibrio. Per mezzo dell' analisi egli pertanto ritrova, primo, che l' equilibrio è possibile, quando la curva generatrice è un ellisse il di cui grand' asse è diretto verso il centro del Pianeta; secondo, che questo equilibrio sussiste ancora, essendo l' ellisse variabile così nella sua grandezza, come nella sua posizione; terzo, che se questo Anello fosse perfettamente simile in tutte le sue parti, l' equilibrio verrebbe turbato da qualunque più piccola causa, quale a cagion d' esempio sarebbe l' attrazione di un Satellite; quarto, che l' Anello si deve supporre d' inuguale larghezza e grossezza nelle sue diverse parti. Dalle quali cose ne conchiude, primo, che gli Anelli sono solidi irregolari di diversa larghezza ne' diversi punti della loro circonferenza; secondo, che i centri di gravità non corrispondono col centro delle figure; terzo, che questi ancora si possono considerare a guisa di altretanti Satelliti, che si muovono intorno al centro di Saturno a distanze, che dipendono dall' ineguaglianza delle parti dei rispettivi Anelli, e con velocità angolari uguali alla velocità di rotazione degli Anelli stessi; quarto, che la densità dei diversi Anelli è maggiore della densità di Saturno. Le quali cose non sono punto smentite, ma anzi in gran parte confermate dalle osservazioni. Nelle disparizioni, e riapparizioni dell' Anello si sono spesse volte osservate delle inuguaglianze nei due suoi bracci; lo che indica una inuguaglianza nelle diverse parti dell' Anello istesso; ciò che risulta adevidenza dai punti protuberanti veduti da Herschel, e dai quali ne ha dedotta la sua rotazione. Lo stesso Herchel è giunto a vedere l' Anello, quando il raggio visuale sottendeva all' occhio un angolo non maggiore di 8'

Digitized by Google

cosa che non può concepirsi senza supporre che sia di una materia assai densa, e maggiore di quella di Saturno: similmente la luce riflessa dall' Anello è sempre più viva di quella di Saturno.

ARTICOLO IV.

Dei Satelliti di Saturno.

270 Sette Satelliti accompagnano Saturno, scoperti da diversi Astronomi, in tempi diversi, e assai dopo quelli di Giove. Uno devesi ad Hugenio nel 1655, quattro al Cassini nel corso degli anni 1671, 1672, 1684, e due ad Herschel nel 1789. I primi cinque essendosi denominati secondo l' ordine delle loro distanze dal Pianeta, quantunque il primo a vedersi tenga il quarto luogo; i due ultimi più prossimi degli altri a Saturno ragione vuole che si dicano, *primo*, *secondo*; e *terzo* quello che dicevasi *primo*, e così d' ogni altro.

§. 271 Le osservazioni di questi Satelliti non sono le più facili. Il primo e secondo non vi ha speranza di vederli senza telescopj di forza grandissima; il terzo, e quarto cogli ordinarii appena si ravvisano: non così però il quinto, più grande dei precedenti. Questo talvolta può osservarsi durante l' intero corso della sua rivoluzione. Il sesto, il primo cioè che si scoprì, essendo più grande di tutti, non offre alcuna difficoltà a riconoscersi. Il settimo finalmente, maggiore dei primi cinque, si vede assai bene quando è a ponente di Saturno, ma essendo all' oriente talmente perde di luce, che non può ravvisarsi senza molta difficoltà. La quale cosa non potendosi attribuire che a delle macchie, che ricoprono l' emisfero verso noi rivolto, egli ne siegue, che il Satellite deve girare sopra se stesso in un tempo uguale a quello della sua rivoluzione intorno a Saturno. Poichè altrimenti non

Digitized by Google

potrebbe accadere che nella stessa posizione ci presentasse sempre lo stesso fenomeno. E' in ciò simile alla nostra Luna, ed ai Satelliti di Giove, e quindi è per avventura legge generale de' Satelliti, che le loro rivoluzioni intorno al Pianeta principale siano uguali alle rotazioni su' rispettivi assi.

§. 272 La picciolezza di questi Satelliti, e la loro grande distanza da noi, non ci permette di osservare nè i loro ecclissi, nè le immersioni e emersioni: quindi imperfetta è ancora la loro teoria, nè si conoscono che per approssimazione e congetture le molte ineguaglianze, alle quali debbono andare soggetti. Per la stessa ragione senza un *Saturnilabio*, che ci dia le loro posizioni, non possiamo sperare di distinguerli dalle piccole stelle, e seguirli nel loro corso.

Distanze e Rivoluzioni rispetto a Saturno.

§. 273 Le orbite dei Satelliti sono prossimamente circolari, non altrimenti che quelle della Luna, e dei Satelliti di Giove; e solo a cagione delle inclinazioni loro coll' orbe nostro si offrono agli occhi nostri sotto forma di ellissi più o meno ristrette.

§. 274 Si hanno i grand' assi di queste ellissi, o sia i diametri dei cerchii, a cui corrispondono, misurando, col soccorso di un micrometro, la distanza del centro del Pianeta dal Satellite, quando questo trovasi nella sua massima digressione. In mancanza del micrometro può farsi uso della differenza dei passaggi al meridiano così del Satellite come del Pianeta; ma questo metodo, quando si tratta dei primi quattro Satelliti, è soggetto a molta incertezza.

§. 275 Perciò spetta ai tempi delle rivoluzioni, non potendo noi osservare gli ecclissi, nè tampoco le immersioni e emersioni, si determinano essi colle osservazio-

Digitized by Google

ni, nelle quali Saturno è prossimamente nello stesso luogo dell' orbe suo, e il Satellite alla stessa distanza dalla congiunzione col Pianeta. Ma in ciò è necessario di tener conto della paralasse annua, e giova ancora scegliere i tempi, nei quali le ellissi hanno la maggiore apertura.

§. 276 Conoscendo le distanze medie dei Satelliti e il tempo delle rivoluzioni di qualunque siasi di essi, o reciprocamente; per mezzo della legge di Keplero, che i cubi delle distanze sono proporzionali ai quadrati dei tempi, si otterranno le rivoluzioni, o le distanze degli altri.

Inclinazioni e Nodi.

§. 277 Osservando i Satelliti nelle diverse posizioni loro col Pianeta, si è riconosciuto 1.° , che nelle massime digressioni i primi sei giacciono sempre nella linea, che unisce le estremità dei due bracci dell' Anello; 2.° che la direzione del settimo fa un angolo di 15° circa con questa linea; 3.° , che gli assi minori delle diverse ellissi dei primi sei sono prossimamente la metà dei maggiori. I primi sei sono quindi nello stesso piano dell' Anello, e hanno con esso comune il nodo; il settimo non è inclinato all' ecclittica che di quindici gradi circa, ed il suo nodo diverso da quello degli altri. Secondo il Cassini corrisponde a 5.^{s} 5° circa.

Digitized by Google

ARTICOLO V.

SATELLITI DI URANO

Numero dei Satelliti.

§. 278 Giove e Saturno essendo accompagnati da più Satelliti, si persuase il Sig. Herschel, che lo stesso dovesse pur essere del suo Pianeta. In diversi tempi s' accinse quindi a farne la ricerca, ma senza frutto sino al 1787, in cui avendo soppresso il piccolo specchio del suo gran telescopio di 20 piedi, e così ottenuta una maggiore quantità di luce, giunse a riconoscerne due; e proseguendo le sue indagini altri due ne scoprì nel 1790, e finalmente due altri ancora nel 1794; in tutto sei.

§. 279 Durante il corso di queste osservazioni gli è parso più volte, che oltre ai Satelliti vi fosse intorno al Pianeta uno e forse due e più Anelli; che il globo fosse schiacciato, e quindi avesse un movimento di rotazione; che fosse circondato da un atmosfera assai densa, e finalmente che il numero dei Satelliti potesse essere maggiore; non essendo possibile di vedere quelli che per avventura si aggirassero intorno al Pianeta a una distanza minore del primo. Tutte queste congetture si possono vedere nelle *Transazioni filosofiche dell' 1788 par. prima pag. 47*. Egli stesso però ingenuamente confessa, che in tal genere di osservazioni le illusioni ottiche sono assai facili, e che oltre all' esistenza dei sei Satelliti, niente più può avanzarsi di certo.

Particolarità dei Satelliti e delle loro orbite.

§. 280. 1.° Movonsi essi in orbite prossimamente circolari. 2.°, i piani delle medesime sono pressochè perpendicolari a quello dell' eclittica, come lo dimostrano le

Digitized by Google

grandi aperture delle ellissi, che sembrano descrivere. 3.°, a certe distanze dal Pianeta spariscono, nè più si vedono, se non dopochè sono giunti ad uguale distanza dall' altra parte. La quale cosa non può ben dirsi se provenga da contrasto di luce, o dall' atmosfera del Pianeta: 4.°, la direzione, di due almeno, è di oriente in occidente, o sia retrograda: ma ciò non ben si vede su quale fondamento siasi stabilito da Herschel.

Se l' inclinazione fosse di 90° allora il movimento non sarebbe nè retrogrado nè diretto, ma solo dall' alto in basso rispetto al piano dell' eclittica: se è meno di 90, a stabilire se il movimento sia diretto o retrogrado, conviene prima riconoscere se la parte superiore dell' elisse sia inclinata verso settentrione, o verso mezzodì. Ma niente di ciò può rilevarsi dalle osservazioni sulle quali Herschel stabilisce questa ultima asserzione.

Rivoluzioni e distanze.

§. 281 Le rivoluzioni del secondo e quarto Satellite si sono direttamente dedotte dall' osservazione; quelle degli altri quattro dalle loro massime elongazioni, facendo uso della legge di Keplero, che i cubi delle distanze sono come i quadrati dei tempi: legge, che può riguardarsi come propria di qualunque sistema di corpi, che si muove intorno ad un centro o foco comune. Infatti comparando i cubi delle distanze del secondo, e quarto coi quadrati dei tempi, si hanno le stesse rivoluzioni, che dedotte si erano dalle sole osservazioni.

Le distanze si sono espresse nel semidiametro del Pianeta supposto = 1, e si troveranno nel quadro che siegue dell' intero Sistema Solare.

Digitized by Google

QUADRO DEL SISTEMA SOLARE

PIANETI PRIMARJ

Caratteri dei Pianeti	Rivoluzioni Sidere	Rivoluzioni Tropiche	Movimento Sidereo in 365,^{g}25	Movimento Tropico in 365,^{g}25
	gior.	gior.	° ' "	° ' "
☿	87,969258	87,968439	1494. 43. 36,40	1494. 44. 26,50
♀	224,700824	224,695480	585. 10. 41,54	585. 11. 31,64
♁	365,256383	365,251064	359. 59. 37,35	360. 0. 27,43
♂	686,979619	686,929674	191. 24. 11,20	191. 25. 1,20
⚳	1681,400908	1681,101745	78. 12. 9,53	78. 12. 59,63
♃	1682,545086	1682,245589	78. 12. 10,70	78. 13. 0,80
⚹	1593,841740	1593,573619	82. 29. 48,94	82. 30. 39,04
♅	1327,598293	1327,402218	99. 5. 33,76	99. 6. 25,86
♆	4332,596308	4330,610488	30. 20. 56,43	30. 21. 46,56
♄	10758,969840	10746,732380	12. 13. 17,12	12. 14. 7,22
⚵	30688,712687	30589,357287	4. 17. 4,70	4. 17. 54,80

Caratteri dei Pianeti	Epoca o Longitudine media pel 1810	Longitudine dell' Afelio	Longitudine del Nodo	Inclinazione
	s ° ' "	s ° ' "	s ° ' "	° ' "
☿	9. 23. 24. 48,0	8. 14. 30. 14	1. 16. 4. 1	7. 0. 0,0
♀	7. 26. 13. 19,0	10. 8. 44. 18	2. 14. 57. 18	3. 23. 28,5
♁	3. 9. 27. 13,5	3. 9. 39. 22	0. 0. 0. 0	0. 0. 0,0
♂	11. 16. 27. 37,1	5. 2. 33. 49	1. 18. 3. 48	1. 51. 5,0
⚳	2. 1. 12. 8,0	10. 26. 44. 12	2. 20. 56. 55	10. 37. 30,4
♃	1. 19. 9. 5,3	10. 1. 22. 17	5. 22. 33. 54	34. 37. 28,0
⚹	3. 5. 20. 47,1	7. 23. 16. 0	5. 21. 9. 50	13. 4. 27,0
♅	3. 15. 44. 23,3	2. 10. 19. 0	3. 13. 10. 12	7. 7. 51,8
♆	0. 25. 23. 52,7	6. 11. 17. 48	3. 8. 30. 4	1. 18. 51,5
♄	8. 5. 25. 15,6	8. 29. 15. 11	3. 22. 1. 55	2. 29. 38,1
⚵	7. 6. 27. 57,4	11. 17. 29. 37	2. 12. 53. 35	0. 46. 26,0

Digitized by Google

Caratteri dei Pianeti	Semiasse Maggiore	Eccentricità in parti del semiasse maggiore dell' orbe del Pianeta	dell' orbe della Terra	Equazione Massima
				° ′ ″
☿	0,387099	0,2056212	0,0795957	23. 40. 45,0
♀	0,723332	0,0068618	0,0049634	0. 47. 10,7
♁	1,000000	0,0167947	0,0167947	1. 55. 28,5
♂	1,523692	0,0932173	0,1420344	10. 41. 33,4
⚳	2,767245	0,0783028	0,2172370	9. 0. 7,6
♃	2,768251	0,2447424	0,6772530	28. 13. 58,4
⚴	2,670369	0,2543634	0,6815502	29. 29. 59,0
♄	2,363198	0,1838258	0,2097072	10. 10. 57,8
♅	5,201161	0,0481784	0,2506622	5. 31. 16,0
♆	9,537813	0,0561683	0,5357765	6. 26. 12,1
✱	19,183177	0,0466703	0,8952906	5. 21. 9,7

Caratteri dei Pianeti	Distan. minima dal ☉ in leghe di 2000 tese	Distanza mass. dal ☉ in leghe di 2000 tese	Distanza minima dalla ♁ in leghe di 2000 tese	Distanza mass. dalla ♁ in leghe di 2000 tese
☿	12 054 624	18 306 306	20 264 433	58 193 567
♀	28 181 142	28 570 058	10 000 671	68 457 327
♁	38 570 739	39 887 261	. . . . .	. . . . .
♂	59 206 064	65 339 856	14 318 803	105 227 117
⚳	100 042 730	117 028 200	60 155 499	195 536 200
♃	82 028 130	135 164 050	42 140 869	213 622 050
⚴	78 019 340	131 492 424	38 132 079	209 950 420
♄	84 479 290	100 932 460	44 592 029	179 390 460
♅	194 267 055	213 933 505	154 379 794	253 820 766
♆	353 178 363	395 214 317	313 291 102	435 101 578
✱	717 418 832	787 661 512	678 204 515	826 875 829

Digitized by Google

Caratteri dei Pianeti	Diametri alla distanza media del Pianeta dal ☉	Diametri alla distanza media della Terra dal ☉	Diametri in leghe di 2000 tese	Tempo delle rivoluzioni su gli assi
				h ′ ″
☿	15″,53	6″,01	1255	24. 5. 30
♀	22,95	16,60	3138	23. 21. 19
♁	17,40	17,40	3171	23. 56. 4
♂	5,99	9,13	1693	24. 39. 21
⚳	. . .	4,48 : :	. . .	. . . . .
♃	. . .	4,30 : :	. . .	. . . . .
⚴	. . .	3,06 : :	. . .	. . . . .
♄	. . .	. . .	. . .	. . . . .
♅	35,38	184,09	35527	9. 55. 33
♆	15,61	148,91	32655	10. 16. . .
☾	3,91	74,93	14169	. . . . .
☉	. . .	1922,00	365302	25.$\mathfrak{g}_{12}$.h 0′

Caratteri dei Pianeti	Masse rispetto a quella del ☉ = 1	Masse rispetto a quella della ♁ = 1	Densità posta quella della ♁ = 1	Volume posto quello della ♁ = 1
☿	0,000000472	0,162277	3,9252	0,041343
♀	0,000002804	0,964067	1,1066	0,871170
♁	0,000002909	1,000000	1,0000	1,000000
♂	0,000000393	0,135025	0,9937	0,135881
⚳	. . . . .	. . . . .	. . . .	. . . . .
♃	. . . . .	. . . . .	. . . .	. . . . .
⚴	. . . . .	. . . . .	. . . .	. . . . .
♄	. . . . .	. . . . .	. . . .	. . . . .
♅	0,000937128	322,201000	0,2920	1103,277000
♆	0,000284447	97,798000	0,1696	576,450000
☾	0,000051274	17,628000	0,2200	80,121000
☉	1,000000000	329630,000000	. . .	1395324,400000

Digitized by Google

LUNA

Rivoluzione	Siderea	27.^{g} 7.^{h} 43.$'$ 11,$''$559525
	Tropica	27. 7. 43. 4,718356
	Sinodica	29. 12. 44. 2,858729
Epoca, o Longitudine media pel 1810		7.^{s} 5.^{o} 26.$'$ 22,$''$1
Anomalia media pel 1810		4. 3. 7. 37,0
Longitudine del ☊ pel 1810		6. 19. 52. 32,0
Movimento annuo tropico	in Longitudine	cir. s o $'$ $''$ 13. 4. 9. 23. 4,9
	dell' Apogeo	1. 10. 40. 45,8
	retrogrado del ☊	19. 19. 43,4
Rivoluzione	degli Apsidi	gior. 3232,579
	de' Nodi	gior. 6798,292
Distanza media	in parti della distanza media della Terra dal Sole = 1	0,0025147
	in raggi equatoriali della Terra = 1	60,31795
	in leghe di 2000 tese	98650
Distanze in leghe	massima dal Sole	39994367
	massima dalla Terra	107106
	minima dal Sole	38479306
	minima dalla Terra	91433
Eccentricità	in parti del semiasse dell' orbe lunare	0,00550368
	in raggi equatoriali della Terra	4,79150
	in leghe di 2000 tese	7836,5
Equazione del centro		6.^{o} 18.$'$ 32,$''$076
Diametro	orizzontale equatoriale	31.$'$ 7,$''$7
	veduto alla distanza media della ♂ dal ☉	4,7
	fatto quello della Terra = 1	0,2730
	in leghe di 2000 tese	893 leghe
Volume fatto quello della Terra = 1		0,20351
Massa fatta quella della Terra = 1		0,01460
Parallasse media orizzontale equatoriale		57. 4,165

Digitized by Google

	Rivoluzioni Sideree	Semiasse Maggiore nel raggio del Pianeta principale	Semiasse Maggiore in parti della distanza media della Terra dal dal Sole = 1	Semiasse Maggiore in leghe di 2000 tese
		SATELLITI DI GIOVE		
	gior.			
1mo	1,7691378	5,31296	0,0026322	103 259
2	3,5511810	9,24858	0,0041879	164 289
3	7,1545528	14,75240	0,0066801	262 054
4	16,6887697	25,94686	0,0117492	460 907
		SATELLITI DI SATURNO		
1mo	0,94271	3,080	0,0013216	50 289
2	1,37024	3,952	0,0016449	64 526
3	1,88780	4,893	0,0020365	79 890
4	2,73948	6,268	0,0026088	102 341
5	4,51749	8,754	0,0036435	142 931
6	15,94530	20,295	0,0084470	331 366
7	79,32960	59,154	0,0246215	965 837
		SATELLITI DI URANO		
1mo	5,8926	13,120	0,002369	92 949
2	8,7068	17,022	0,0030741	120 592
3	10,9611	19,845	0,0035833	140 592
4	13,4559	22,752	0,0041089	161 187
5	38,0750	45,507	0,0082183	322 395
6	107,6944	91,008	0,0164360	644 746

Digitized by Google

LIBRO VI.

ECCLISSI.

§. 1 Quante volte nell' incontro di due astri l' uno ci toglie in tutto o in parte la vista dell' altro, questo si dice *ecclissato* da quello. Così quando nei novilunj la Luna c' impedisce di vedere il Sole, si dice che abbiamo un ecclissi di Sole; e quando nel Plenilunio avviene che la Luna cessi o in tutto o in parte di risplendere, si dice ecclissi di Luna. Quattro specie di ecclissi soglionsi distinguere, di Sole, di Luna, di Pianeti, e di Stelle. I passaggi di Mercurio e di Venere sul disco del Sole appartengono similmente a questa specie di fenomeni, che verremo ordinatamente esponendo nel presente libro,

ARTICOLO I.

Ecclissi di Luna.

PROBLEMA I.

Trovare le congiunzioni medie, e le epatte,

§. 2 L' uguaglianza delle longitudini medie del Sole e della Luna costituisce ciò che chiamasi *Congiunzione media*; la loro differenza li 31 Dicembre, a mezzogiorno negli anni comuni, ed il primo Gennajo similmente a mezzogiorno negli anni bisestili, dà l' *Epatta*, o *Età* della Luna pel principio dell' anno; e questa differenza medesima per ciascun mese dell' anno, supposto che al principio avesse luogo la congiunzione media, dà l' epatta del mese.

Digitized by Google

Al principio dell' anno corrente 1809, o sia li 31 Dicembre del 1808, secondo le tavole di Lalande ridotte al meridiano del nostro Osservatorio si ha per la longitudine della Luna . . . . . 2.^{s} 26.^{o} 3.' 20'',6

Longitudine del Sole dalle nostre Tavole 9. 9. 41. 33 ,1

Differenza pel 1809 . . . 5. 16. 21. 47 ,5

Questa differenza convertita in tempo a ragione di 12.^{o} 11.' 26'',7, movimento relativo della Luna in 24^{or} medie, dà l' età della Luna o l' Epatta del 1809, che sarà di 13.^{g} 15.^{h} 30.' 49'',0.

§. 3 Se dal numero dei giorni del mese di Gennajo si sottraggano 29.^{g} 12.^{h} 44.' 3'' tempo di una rivoluzione sinodica, il residuo sarà l' epatta di Febbrajo; alla quale aggiugnendo 28., quanti sono i giorni di detto mese, la somma darà l' epatta di Marzo; la quale accresciuta del numero 31, e dalla somma sottratte due rivoluzioni sinodiche, o sia 59.^{g} 1.^{h} 28.' 6'' si avrà quella di Aprile, e così successivamente quelle degli altri mesi. L' epatta di ciascun mese risulta quindi dalla somma dell' epatta del mese precedente, e giorni dello stesso, diminuita di una o due rivoluzioni sinodiche.

§. 4 La Tavola 96 di Lalande *Tomo I. 3 edizione* contiene le epatte di ciascun' anno, e di ciascun mese, calcolate dal Cavalier Delambre secondo il movimento medio lunare stabilito da Mayer pel principio del 1750. Da queste pertanto si ha colla maggiore prontezza l' epatta di ciascun mese per qualunque anno.

Si cerchi, a cagion di esempio, l' epatta di Agosto del 1809:

Digitized by Google

Epatta	del 1809	13.^{g}	16.^{h}	15'.	35''
	di Agosto	5.	6.	51'.	41''
Epatta di Agosto, o Età della Luna		18.	23.	7'.	16''

§. 5 Colla medesima facilità dalle epatte degli anni e dei mesi si avrà sempre il momento delle congiunzioni medie, o le *Nuove Lune*. Perciò sommate insieme l' epatte dell' anno e del mese, o sia ritrovata l' epatta del mese, la stessa si sottragga da una o più rivoluzioni sinodiche, la differenza darà il giorno del mese in cui succede la Luna nuova.

Si domandà la *Luna Nuova* di Agosto del 1809.

Epatta	del 1809	13.^{g}	16.^{h}	15'.	35''
	di Agosto	5.	6.	51'.	41''
	Somma . . . —	18.	23.	7'.	16''
Tempo di una rivoluzione sinodica . . . +		29.	12.	44'.	3''
Giorno della Luna Nuova di Agosto 1809		10.	13.	36'.	47''

La ragione è facile ad intendersi: sommando l' epatte dell' anno e del mese si ha l' età della Luna pel principio del mese, o sia il numero dei giorni trascorsi dalla congiunzione precedente sino alla fine del mese: dunque se da una rivoluzione della Luna si sottragga la parte che ne ha già compita, il residuo sarà ciò che gli manca per ritornare in congiunzione, e questo indicherà il tempo della Luna nuova nel mese per cui si cerca.

§. 6 Se avvenisse che la differenza fosse *o*, in questo caso si deve prendere l' ultimo giorno del mese precedente, com' è chiaro. Poichè il *o* indica che la congiun-

Digitized by Google

zione non succede in un giorno del mese per cui si cerca, ma nell' ultimo del mese precedente.

§. 7 L' epatta, di cui sin quì si è parlato, e che chiamasi *astronomica*, è alquanto diversa dalla vera: ossia non è pressochè mai uguale alla differenza, ridotta in tempo, delle longitudini vere del Sole e della Luna. Perciò nè tampoco le congiunzioni medie corrispondono colle vere. La differenza però non suole essere maggiore di 12 ore circa. Ma se si compari coll' epatte e Lunazioni ecclesiastiche, vi si troverà una differenza assai maggiore; essendo queste talora rispetto alle vere nell' errore di due e di tre giorni.

PROBLEMA II.

Spiegare come succeda un Ecclisse di Luna.

§. 8 Sia (*fig.* 87) S il Sole, T la Terra, S T E la retta che unisce i loro centri, A E, ed M E due raggi, che radono la Terra in B e in G, e sia H I un arco preso nella regione della Luna, e nel piano dell' ecclitica. Sarà B E G il cono dell' ombra formato dalla Terra, L il centro, e K C il suo diametro nella regione lunare. Ora quando la Luna è in opposizione deve descrivere l' arco H L, che si suppone nel piano dell' ecclitica, o un altro un poco al di sopra, o un poco al di sotto, secondo che la sua latitudine è australe o boreale, minore o maggiore. Dunque potrà accadere che la Luna o tutta, o solo in parte, s' immerga nell' ombra. Se solo in parte, noi in parte solo cesseremo di vederla, e l' ecclisse si dirà *parziale*; se tutta, tutta similmente si sottrarrà ai nostri sguardi, e l' ecclisse sarà *totale*, il quale si dirà *centrale*, se la Luna passi precisamente col suo centro pel punto L.

Digitized by Google

§. 9 Poichè allora comincia l'ecclissi quando la Luna tocca l' ombra, o più precisamente, quando la Terra comincia ad impedire che i raggi Solari cadano sopra di lei; e ciò non dipende che dal luogo vero della Luna; così la paralasse, che solo muta il luogo apparente, e non mai il vero, non v' influirà in modo alcuno: essa non potrà che farci comparire la parte ecclissata in un punto piuttosto che in un altro del cielo secondo la diversa posizione nostra; senza che il suo luogo vero ne venga punto alterato. Quindi tutti coloro sull' orizzonte dei quali trovasi la Luna vedranno ad un tempo medesimo il principio e tutte le altre fasi dell' ecclissi. Con questa differenza però, che gli orologgi posti sotto lo stesso meridiano segneranno la stessa ora minuto e secondo; più gli altri che rispetto a questo sono sotto un meridiano più orientale, e meno quelli che trovansi sotto un altro più occidentale. Dal che ne viene un mezzo facilissimo per determinare le longitudini dei diversi luoghi della Terra.

La predizione degli ecclissi è stata per lungo tempo risguardata come la parte più essenziale dell' Astronomia. E gli antichi facevano uso del periodo caldaico, che riconduce gli stessi ecclissi dopo 18 anni; in modo che essendo stati osservati per 18 anni consecutivi tutti gli ecclissi che sono avvenuti, si possono per lungo tempo predire gli altri che saranno per accadere. Questo metodo è stato impiegato da Halleyo, il quale ha quindi formate diverse tavole per renderne l' uso facile e spedito. Siccome però non è capace di molta precisione, così di esso non sogliono valersene che i facitori di almanacchi.

Digitized by Google

PROBLEMA III.

Trovare il diametro dell' ombra nella regione della Luna.

§. 10 Nella *fig.* precedente, condotte le rette C T, T A si tratta di trovare C L. Nel triangolo C T A, si ha C + A = C T D, e C T D = C T L + L T D: Dunque C + A = C T L + L T D. Ma C = alla parallasse orizzontale della Luna, ed A a quella del Sole, e L T D al semidiametro Solare: dunque C T L = Par. ☾ + Par. ☉ — semidi. ☉. Dunque se dalla somma delle parallassi orizzontali del Sole e della Luna si sottragga il semidiametro del Sole, il residuo sarà il semidiametro dell' ombra nella regione della Luna. Rigorosamente il semidiametro dell' ombra risulta = Par. ☾ — l' arco del seno (sen. sem. ☉ — sen. par. ☉); ma la differenza è si piccola che è inutile non meno di tenerne conto, che di darne la dimostrazione.

§. 11 La massima parallasse della Luna non essendo maggiore di 62', di 9" quella del Sole, e non mai minore di 15'. 46" il suo semidiametro, il massimo semidiametro dell' ombra non potrà eccedere 46'. 24". Poichè 62'. 9" — 15'. 46" = 46'. 23". Quindi il semidiametro della Luna non essendo mai maggiore di 17', se la latitudine passi li 64' non vi potrà essere ecclisse, se è di 30' o minore l' ecclisse sarà totale, e parziale tra 30' e 64'.

E poichè la latitudine della Luna dipende dalla sua distanza dal Nodo, la quale quando passa li 14°, la latitudine è sempre maggiore di 64', sempre minore di 64' quando giunge a 7°; egli è chiaro, che se per il momento della congiunzione media la distanza dal Nodo sia maggiore di 14° non vi sarà ecclisse, e se sia minore si conoscerà previamente se debba essere totale o parziale.

Digitized by Google

Questi termini di 7° e di 14° chiamansi *limiti* degli ecclissi.

§. 12 Se vogliasi però sapere con certezza se vi sarà o non sarà ecclissi, quante volte la distanza dal nodo è tra li 7° e li 14°, sarà necessario calcolare il momento della congiunzione media, e la sua latitudine pel momento istesso; la quale comparata col diametro dell'ombra non lascierà alcun dubbio su quanto si dimanda.

Rispetto però al diametro dell'ombra egli è da avvertire, ch'esso trovasi sempre maggiore nelle osservazioni di quello che siasi dedotto dal calcolo. Lo che probabilmente proviene dall'atmosfera della Terra, la quale trattiene o disperde porzione dei raggi Solari più contigui alla Terra istessa, e quindi fa che il diametro dell'ombra si osservi un poco maggiore di quanto esser dovrebbe. A correggere questo errore si suole aumentare di qualche cosa il diametro calcolato; non convengono però gli Astronomi di quanto precisamente esser debba un tale aumento. Noi seguiremo la regola del Mayer, come la più conforme alle osservazioni. Egli aumenta di tanti secondi il diametro calcolato quanti sono i suoi minuti.

§. 13 Vuolsi osservare ancora, che sebbene il punto C sia quello, in cui la Luna comincia ad entrare nell'ombra, non ostante prima di giungervi essa ha già perduto parte della sua luce. Poichè come si avanza dal punto H verso C riceve di continuo minor luce dal Sole, a cagione della penombra che si estende da H in C.

PROBLEMA IV.

Enumerare e trovare gli elementi necessarj al calcolo di un Ecclissi.

§. 14 Gli elementi necessarj pel calcolo di un Ecclisse di Luna sono 1.° L'opposizione media, ossia il tempo

Digitized by Google

a cui corrisponde. Perciò si calcoli (§. 2) la congiunzione media, al tempo della quale aggiungendo una semirivoluzione sinodica, si avrà il tempo dell' opposizione media.

2.° Le longitudini vere del Sole e della Luna pel tempo dell' opposizione media, col movimento orario vero in longitudine così del Sole come della Luna. Non è necessario di calcolarle su le tavole, ma basta prenderle dall' Almanacco nautico, o dalle Efemeridi di qualche altro Osservatorio.

3.° L' opposizione vera, o sia il momento in cui le due longitudini vere del Sole e della Luna differiscono esattamente di 180°. Si troverà questo momento prendendo la differenza delle longitudini del Sole e della Luna pel tempo della congiunzione media, e col movimento orario relativo in longitudine convertendo le differenze medesime in tempo, il quale aggiunto o sottratto da quello della congiunzione media darà il momento della congiunzione vera.

4.° Pe 'l momento della congiunzione vera, il movimento orario della Luna in latitudine, la sua parallasse orizzontale, la parallasse del Sole e diametro dello stesso. Tutte queste diverse quantità si potranno prendere, come sopra, o dall' Almanacco nautico, o da altre Efemeridi.

5.° L' orbita relativa che descrive la Luna e la sua inclinazione. Si chiama *orbita relativa* della Luna la strada che essa terrebbe quante volte il suo movimento orario in longitudine fosse uguale alla differenza de' movimenti orarj veri della Luna istessa e del Sole. Sia (*fig.* 88) C A = al moto assoluto della Luna, C G a quello del Sole; G A, differenza di questi due movimenti, è la sola quantità in forza della quale la Luna raggiugne il Sole, e questa sola si deve considerare negli Ecclissi. Ma la Luna ha nel tempo medesimo un movimento in latitudine, per

Digitized by Google

cui si avvicina o si allontana da C A ; sia questo movimento = C E . Spinta la Luna da questi due movimenti insieme , cioè C E e C A , essa non descrive nè C E nè C A , ma una diagonale . Se pertanto si considerassero i movimenti per C A e C E , la diagonale descritta sarebbe A E , che propriamente è l' *orbita assoluta* , o sia senza alcun rapporto al Sole ; ma in questo caso il movimento che si considera nella Luna non è C A ma G A ; trasportato dunque C E in G H l' orbita descritta dalla Luna sarà A H , che si è quella propriamente che chiamasi *relativa* , e da cui solo dipendono gli Ecclissi . Ora l' angolo che H A fa con C A è diverso dell' altro che colla stessa C A fa A E , e quello e non questo dee introdursi nel calcolo . Si deve quindi trovare 1.° l' inclinazione dell' orbita relativa , ossia l' angolo H A G . 2.° Il movimento orario della Luna su A H . Pertanto si dica 1.° G A : G H : : il raggio alla tangente dell' angolo H A G , e si avrà l' inclinazione , che si domanda . Si dica in secondo luogo cos. H A G : raggio : : come il movimento relativo orario in longitudine al movimento orario sull' orbita relativa , ossia : : G A : H A .

Per evitare queste due proporzioni il Cassini ha calcolate delle tavole particolari , che per altro non sono che di pochissimo o niun uso .

PROBLEMA IV.

Trovare il tempo del mezzo di un Ecclisse , quello del principio , e l' altro della fine .

§. 15 Sia O (*fig.* 89) il punto dell' ecclittica opposto al Sole , o il centro dell' ombra nella ragione della Luna , O G il semidiametro dell' ombra , E L S l' orbita relativa , L il luogo della Luna in opposizione , O L la sua latitudine , O M una perpendicolare abbassata dal cen-

Digitized by Google

tro O sull' orbita relativa. Nel momento in cui comincia l' ecclissi il centro della Luna sarà in E, ed il suo bordo toccherà quello dell' ombra in P; e nel momento in cui finisce il centro della Luna sarà in S ed il bordo toccherà l' ombra in R. I punti dunque E ed S sono ugualmente distanti dal centro O dell' ombra, e questa distanza è uguale alla somma dei semidiametri dell' ombra e della Luna. I due triangoli O M E, O M S rettangoli in M sono dunque uguali. Dunque M E = M S. Perciò rappresentando E il principio ed S la fine dell' ecclisse, sarà M il punto del mezzo.

§. 16 Ora nel triangolo M O L formato dalla latitudine della Luna, e dalla perpendicolare O M, oltre l' angolo retto in M, si conosce l' altro M O L uguale all' inclinazione dell' orbita relativa coll' ecclittica; come è facile a vedersi abbassando da M su L una perpendicolare. Si dica quindi Raggio : sen. Incl. : : sen. lat. : M L : e moto relativo orario della Luna sull' orbita relativa ad un ora, come M L al quarto, che sarà il tempo che impiega la Luna a percorrere M L. Questo tempo pertanto aggiunto o sottratto dall' altro dell' opposizione darà il momento del mezzo dell' Ecclissi. Si aggiunga se la latitudine è decrescente, e si sottragga se sia crescente.

§. 17 Se ora nel triangolo M O L si dica il raggio al coseno dell' inclinazione così la latitudine al quarto, si renderà noto il lato M O, o sia la minima distanza del centro della Luna dal centro dell' ombra. E conosciuto questo lato, nel triangolo rettangolo M O E = M O S si troverà $ME = \sqrt{\{(OE + OM)(OE - OM)\}} = MS$, il quale convertito in tempo nel modo che si è fatto per M L, e sottratto dal mezzo dell' ecclissi darà il principio dello stesso, ed aggiunto darà il fine.

§. Se l' ecclisse sia totale si dovrà inoltre calcolare l' immersione del bordo occidentale al principio, e l' e-

Digitized by Google

mersione dell' orientale alla fine. Sia (*fig.* 90) D il luogo della Luna pel momento in cui è tutta nell' ombra, o sia che l' estremo bordo della Luna tocca interiormente l' estremità dell' ombra. Per trovare M D si risolva il triangolo O M D, in cui O M è la minima distanza dei centri; e O D la differenza dei semidiametri dell' ombra e della Luna. Si cerchi inseguito il tempo che impiegherà la Luna a percorrere M D, il qual tempo, sottratto da quello del mezzo dell' ecclisse, darà il momento dell' immersione del bordo occidentale, e aggiunto l' emersione dell' orientale.

§. 19 Essendo nota la minima distanza dei centri, il semidiametro dell' ombra, ed il semidiametro della Luna, si renderà nota M A = A O — M O, a cui aggiugnendo M C si avrà la quantità dell' Ecclisse = A O + M C — M O. Dunque la parte ecclissata della Luna è sempre uguale alla somma dei semidiametri dell' ombra e della Luna meno la distanza minima. Questa parte si suole esprimere in diti, dodeci dei quali si suppongono uguali al diametro della Luna. Perciò se si dica, il diametro della Luna a 12 come la parte ecclissata al quarto, il medesimo darà la quantità dell' Ecclisse in diti.

§. 20 In tutti questi calcoli abbiamo supposto che i movimenti della Luna così in latitudine come in longitudine siano uniformi durante il tempo dell' Ecclisse; e similmente che la parallasse ed il diametro della Luna si conservino gli stessi dal principio alla fine. Le quali cose non sono rigorosamente vere, cambiando di continuo ciascuna di queste quantità; trattandosi però di Ecclissi di Luna, nei quali non può aversi dall' osservazione un' esattezza maggiore di un minuto circa, è opera perduta volere tener conto delle picciole variazioni, alle quali i detti movimenti e quantità sono soggetti.

Digitized by Google

ESEMPIO

Si domanda se nel mese di Aprile 1809 *vi sarà Ecclisse, ed essendovene quali saranno le sue fasi.*

PRIMO

§. 21 Si calcoli l'opposizione della Luna, o la Luna Piena di Aprile:

Epatta del 1809 secondo le tavole di				
Delambre	13.^{g}	16.^{h}	15'.	35"
Del mese di Aprile	1.	9.	47.	52
Somma	15.	2.	3.	27
Compl. ad una rivoluzione	14.	10.	40.	36
Semirivoluzione sinodica	14.	18.	22.	1
Differenza del meridiano di Parigi da quello di Palermo		+	44.	6
Opposizione media di Aprile 1809 . .	29.	5.	46.	43

SECONDO

Si domanda la longitudine della Luna e del suo Nodo pei 29 *Aprile.*

Long. della Luna pei 29 a 12.^{h} 53'. 21" ..	7.^{s}	8.$^{\circ}$	47.'	57",0
Nodo	7.	3.		
Differenza	0.	5.	47.	57,0

Digitized by Google

Poichè la distanza della Luna dal Nodo è minore di 7° vi sarà certamente ecclisse di Luna parziale o totale, e perciò si calcoli 1.° L' opposizione vera. 2.° Le altre quantità indicate nei Problemi 3° e 4°.

TERZO.

Opposizione vera pei 29 Aprile.

Longitud. vera della Luna li 29 Aprile a 12^h 53' 21 dall' Alma. Nautico 7. 8.° 47'. 57",0 ... Mov. Orario 37.' 33",04

Long. del Sole 1. 9. 11'. 59",5 ..... 2'. 25",40

Dist. ☾ − ☉ . 5. 29. 35'. 57",5 ... Mov. relativo 35.' 7"64

Complem. a 6.s .0. 0. 24'. 2",5

Mancano dunque alla Luna 24.' 2",5 per essere in opposizione col Sole.

Si cerchi dunque il tempo che impiegherà a percorrere quest' arco. Perciò si dica come il movimento relativo orario della Luna ad un ora, così 24'. 2",5 al quarto, che sarà il tempo che si domanda.

35.' 7",6 ... compl. aritm. del suo log. ... 6. 6762118

60.' di tempo, o sia un ora ... log. ... 3. 5564230

24.' 2",5 arco da percorrersi ... log. ... 3. 1591156

41.' 4",6 tempo che si cerca ... log. ... 3. 3917504

Aggiunti 41'. 4"6 a $12.^h$ 53'. 21" risulta la congiunzione a $13.^h$ 34'. 25",6 tempo vero dei 29 Aprile.

Digitized by Google

QUARTO

Si cerchi per questo tempo la parallasse orizzontale della Luna, quella del Sole coi semidiametri dell' una e dell' altro, e la latitudine della Luna col movimento orario.

Dall' Almanacco Nautico ... Parallasse ☾ ... 61'. 10"
. . . . . ☉ ... 9"
Semidiametro ☾ ... 16'. 40"
. . . . . ☉ ... 15'. 53"
Latitud. della Luna *Boreale crescente* ... 35'. 36",1.
Mov. orario in latit. . ... 3'. 7",1

QUINTO

Diametro dell' ombra, inclinazione dell' orbita relativa, e movimento su la medesima.

Parallasse . ☾	... 61'. 10"		*Inclinazione*
. . . . . ☉	... + 9"	Mov.rel. .. co-log. ..	6.6762118
Semidiamet. ☉	— 15'. 53"	Mov.or.in lat.log. ...	2.2720738
. . . . .	... 45'. 26"	Inc.5.°4'.23" log.tan.	8.9482856
Aumento	... + 45"	Co-log. cos. incl. ...	0.0017046
Semid. ombra ..	... 46'. 11"	35'. 7",64 mov. orario relat. in long..	3.3237882
		Mov.sull'orbita relativa 35'. 15",9 ...	3.3254928

Digitized by Google

SESTO

Tempo del mezzo dell' Ecclisse . . .

log. sen. incl. . . .	8.9465794	Mov. orario sull'orbita ... co-log...	6.6745072
Lat. 33'.36'',1 log.	3.3045125	60' in tempo log...	3.5564230
Arco M L ... log.	2.2510919	Arco M L ... log...	2.2510919

Tempo impiegato a descrivere M L = ... 5'. 5'',4 log. 2.4820221

Tempo dell' opposizione vera . . . . . 29.^{g} 13.^{h} 34'. 25'',6

Mezzo dell' Ecclisse ... 29. 13. 29'. 21'',2

SETTIMO

Principio, fine e quantità dell' Ecclisse.

Log. cos. Inclin. ..	9.9982954	Semid. ombra	46'. 11''
Log. lat.	3.3045125	Semid. ☾ . . ... +	16'. 40''
Log. 2009''	3.3028079	Somma	62'. 51''
Minima distanza del centro dell' ombra dal centro della Luna 33'. 29''		Minima distanza =	33'. 29''
		Somma . . 1.°	36'. 20''
		Differenza	29'. 22''

Digitized by Google

Som. 1.° 35'.20" log.	3.7573960	Movim. sull' orbita . . . co-log.	6.6745072
Diff. 29'.22".. lo.	3.2460060	Tempo 60' .... log.	3.5564230
	7.0034020	Log. M E	3.5017010
Log. M E ossia metà	3.5017010	Tempo per M E = 1.^{h} 30'.3" log.	3.7326312

Tempo del mezzo dell' ecclisse 29.^{g} 13.^{h} 29'. 21"
Tempo a percorrere M E . . . + 1. 30'. 3"
Principio dell' ecclisse ... Aprile 29. 11.^{h}59'. 18"
Fine . . . . . 29. 14^{h}59'. 24"
Durata . . . . . 3. 0'. 6"

Semid. dell'ombra...	46'. 11"	Diam. ☾ ... co-log.	6.698970
Semid. ☾	16'. 40"	12 diti .. log.	1.079181
Distanza minima —	33'. 29"	29'. 22" log.	3.246006
Quantità dell'ecclis.	29'. 22"	Diti 10,57" log.	1.024157

dalla parte australe della Luna

Digitized by Google

PROBLEMA V.

Essendo dato il tempo dell' opposizione vera, la latitudine della Luna, il suo movimento orario relativo, la sua parallasse, il suo diametro e quello del Sole, determinare colla regola e col compasso le circostanze dell' eclisse.

§. 21. 1.° Col semidiametro del Sole e colla parallasse della Luna si trovi il diametro dell' ombra, che faccio = G H (*fig.* 89).

2.° Colla metà di H G o col semidiametro dell' ombra dal punto O si descriva il semicerchio H A G, e si divida O G in tante parti quanti sono i minuti del semidiametro dell' ombra. Nell' esempio precedente si divida in 46 $\frac{1}{8}$ parti, le quali si potranno prendere su qualunque scala.

3.° Sulla retta H G (che rappresenta una porzione dell' ecclittica presa nella regione della Luna) al punto O si alzi una perpendicolare O L uguale alla latitudine data, che nell' esempio è 33,6 della scala.

4.° Dal punto O si tiri una retta O M che faccia con O L un angolo di 5.° 40'. Bastando in questo calcolo di sapere l' inclinazione dell' orbita relativa a 5' circa; la medesima si può supporre sempre di 5.° 40'. La retta O M si tiri alla sinistra di O L se la latitudine della Luna è *decrescente*, alla destra se è *crescente*.

5.° Dal punto M su la retta O M s' inalzi una perpendicolare, che prolungata indefinitamente dall' una e dall' altra parte esprimerà l' orbita relativa.

6.° Posto in L il tempo della congiunsione vera (nell' esempio 13.^{h} 34.' 25'') e col compasso presi su la scala tanti minuti e tanti secondi quanti ne corrispondono al movimento orario relativo della Luna, si trasportino da L in E, segnando un ora meno verso E, indi

Digitized by Google

due ec., si faccia lo stesso verso S, avvertendo di segnare le ore che sieguono dopo la congiunzione. Finalmente si divida in 60' lo spazio che sull' orbita corrisponde a ciascun ora di movimento relativo.

7.° Con un' apertura di compasso uguale alla somma dei semidiametri dell' ombra e della Luna si vada da O in E, e da O in S, e si avrà il principio e la fine dell' ecclisse, d' onde si dedurrà il tempo del mezzo. Similmente aprendo il compasso nella dovuta maniera si troveranno le altre circostanze per un ecclisse così parziale, come totale.

§. 22 Qualora non si tratti che di annunziare gli ecclissi, che debbono succedere, questo metodo è più che bastevole. Poichè se la figura abbia almeno un piede di diametro, l' incertezza dei risultati non sarà che di un minuto circa sul principio e sulla fine, e lo stesso proporzionalmente su le altre quantità. Questa specie di fenomeno non soffre molta precisione dalla parte stessa dell' osservatore, ben di rado avvenendo che il principio e la fine di un ecclisse si renda sensibile all' occhio mezzo minuto prima, o mezzo minuto dopo del vero istante, in cui comincia o finisce. Dal che ne siegue, che di tutt' i metodi, coi quali soglionsi determinare le differenze dei Meridiani dei diversi luoghi della Terra, quello degli ecclissi lunari è il meno preciso e meno sicuro.

§. 23 A compimento di quanto si è detto rimane a notarsi, che quando la Luna è apogea, essendo essa nella massima sua distanza dalla Terra, e nella minima quando è perigea; i raggi di luce rifratti dall' atmosfera nel primo caso potranno giugnere sino al centro della Luna, lo che non è da sperarsi nel secondo. Quindi secondo la diversa distanza in cui sarà la Luna dalla Terra nel suo passaggio per l' ombra riceverà una maggiore o minor copia di luce, e per avventura potrà accadere ancora che nissun raggio venga su di lei a cadere. Non dee

Digitized by Google

dunque recar maraviglia che negli ecclissi si continui a distinguere la Luna, e si vegga or più or meno distintamente, ora di un colore ed ora di un altro, e talvolta non si possa affatto riconoscere, come riferisce Evelio essere a lui avvenuto nell' ecclisse dei 25 Aprile 1642; e come ho osservato io stesso nell' ecclisse dei 10 Giugno 1816.

ARTICOLO II.

Ecclissi di Sole.

§. 24 Si distinguono quattro specie differenti di ecclissi Solari; centrali, totali, annulari; e parziali. Se il raggio visuale che dall' occhio dell' osservatore va al centro del Sole passi pel centro della Luna l' ecclisse sarà *centrale*; e in questo caso o il disco Lunare copre intieramente quello del Sole, e l' ecclisse è *totale*, o lascia intorno una corona di luce, ed è *annulare*: se il raggio visuale non passi pel centro della Luna, l' ecclisse non sarà che *parziale*, o sia una parte sola del disco Solare verrà ecclissata, la quale sarà tanto maggiore o minore quanto minore o maggiore sarà la distanza del raggio visuale dal centro.

§. 25 Sia (*fig.* 91) T il centro della Terra, L quello della Luna, supposta in congiunzione col Sole, ed L M una porzione dell' orbita descritta dalla Luna di occidente in oriente prima di giugnere alla congiunzione in L. 1.° Se da E si tiri E L al centro della Luna, ed E A paralella a T S, sarà L E A = T L E, e T E = L A, o sia L A uguale alla paralasse orizzontale della Luna, che indicheremo colla letterà *P*. 2.° Se da E si tiri E R, che faccia con E A un angolo uguale alla paralasse del Sole, che non giunge a 9″, E R indefinitamente prolongata anderà ad incontrare il centro del Sole in S, e si

Digitized by Google

confonderà col raggio condotto da S in E; ma ciò non può rendersi sensibile a menochè non si faccia una figura in cui T S sia quatrocento volte circa maggiore di T L. Dunque un osservatore in E vedrà il centro del Sole sulla retta E r, e R A sarà uguale alla paralasse del Sole, che chiamo p, trasportata sull' orbita della Luna. Similmente, condotta dai punti F, D ec. della superficie della Terra delle rette F H, D C ec. che faccino colle corrispondenti pararelle a T S angoli di 9" circa, in F si vedrà il centro del Sole sulla retta F H, in D sulla retta D C ec. e la distanza dei punti H, C ec. delle rispettive paralelle a T S uguale alla paralasse del Sole = R A = p. Ciò premesso è facile a concepire quando debbano incominciare gli ecclissi, quando finire, e come tutti gli abitatori della Terra non possano vederli a uno stesso tempo, ma mentre per uno hanno principio, per un altro vadano a finire, per un altro siano centrali, alla metà per un altro ec. In fatti egli è chiaro che il primo a vedere in contatto i bordi del Sole e della Luna, o sia l' incominciamento dell' ecclisse, sarà l' osservatore in E; ma questi vede il centro del Sole in R: dunque, quando la Luna, che col suo movimento di occidente in oriente, vi si va di continuo avvicinando, non ne sarà lontano che per la somma del suo semidiametro = B M = d, e di quella del Sole = R B = D,; dal punto E si vedranno in contatto i bordi del Sole e della Luna. Ora la distanza di R da L = L A − R A = P − p, e l' intera distanza del centro della Luna dal punto L, = L A − R A + R B + B M = P − p + D + d. Dunque per la Terra avrà incominciamento l' ecclisse del Sole, quando passando la Luna dall' occidente all' oriente del Sole, la distanza del suo centro dal punto della congiunzione in L sarà = P − p + D + d. Come la Luna si avanzerà verso L verrà a coprirsi una parte del Sole, e giunta la Luna col suo centro in A, vi sarà ecclisse totale

Digitized by Google

per l' osservatore posto in E. Avanzandosi maggiormente la Luna finirà l' ecclisse per l' osservatore in E e comincierà per un altro, sino a che giunta in L la Luna sarà in congiunzione col Sole, e l' ecclisse sarà totale per l' osservatore in K. Nel cammino che farà la Luna da L sino ad una distanza da L uguale ad L M, l' ecclisse centrale si verificherà per tutti gli abitatori situati tra T e G. L' osservatore in G sarà l' ultimo a vedere la fine dell' ecclisse, e ciò nel momento che la distanza del centro della Luna da L verso oriente sarà $P - p + D + d$.

§. 26 Sin quì si è supposta la Luna nell' ecclittica, ossia senza latitudine: esaminiamo questo secondo caso. Poichè quanto si è detto del punto M si verifica ugualmente per qualunque altro punto, il quale sia alla medesima distanza dai punti T ed L; si descriva col raggio $L B = P - p + D + d$ un cerchio B C D (*fig.* 105) perpendicolare in L alla retta S T, che chiameremo cerchio di *projezione*. Egli è chiaro che i diversi punti di questo cerchio, che si suppone nella regione della Luna, corrispondono ai diversi punti della superficie della Terra nella guisa medesima, che il punto A (*fig.* 91) corrisponde al punto E; cosichè ogni punto della superficie della Terra ha la sua projezione all' estremità della retta, che va a cadere perpendicolarmente sul piano Lunare. A intendere quindi come succedano gli ecclissi, quando la Luna ha una latitudine qualunque, si descriva un secondo cerchio A E R, il di cui raggio $= P - p$, e sia K' G' una porzione dell' orbita Lunare che taglia la projezione della Terra nei punti K e G. Quando la Luna movendosi per K' G' verrà a toccare qualsisia punto del cerchio B C D, come il punto K, comincierà l' ecclisse per quel punto della Terra che gli corrisponde: e quando avanzata maggiormente verrà a toccare il punto V del cerchio A E R, l' ecclisse sarà centrale per quel luogo della Terra la di cui projezione sarà in V. Se la la-

Digitized by Google

titudine sia uguale ad L M, che si suppone abbassata perpendicolarmente da L sull' orbita apparente della Luna, egli è chiaro che quei soli punti della Terra avranno ecclissi centrale, le di cui projezioni sono nella retta V X: gli altri non avranno che un ecclisse parziale, ed alcuni potranno non averne affatto.

PROBLEMA VI.

Trovare le fasi di un ecclissi rispetto alla Terra in generale.

§. 27. 1.° Si cerchi il tempo della congiunzione vera per quel meridiano, che più piacerà, la latitudine in congiunzione, il moto orario in latitudine, il moto orario in longitudine così del Sole come della Luna, la parallasse della Luna, i diametri del Sole e della Luna, e l' inclinazione dell' orbita relativa.

2.° Sia come nella spiegazione precedente B P D un cerchio nella regione della Luna, perpendicolare alla retta che unisce i centri del Sole e della Terra. In esso D B è una porzione dell' ecclittica, L A uguale alla differenza delle parallassi della Luna e del Sole; A B = alla somma dei semidiametri del Sole e della Luna; L H = alla latitudine della Luna, L il luogo del Sole, G' K' l' orbita relativa della Luna, ed L M perpendicolare a G' K'. Sarà in K il principio dell' ecclisse, in G la fine, in M il mezzo; in V il principio dell' ecclisse centrale, in X la fine, in M ugualmente il mezzo; G K l' intiera durata dell' ecclisse, V X la durata dell' ecclisse centrale, ed L M la minima distanza della Luna dal Sole.

3.° Per trovare queste diverse quantità si risolva il triangolo L M H, rettangolo in M, nel quale è noto il lato L H uguale alla latitudine della Luna, e l' angolo H L M = all' inclinazione dell' orbita relativa; si renderà

Digitized by Google

noto il lato H-M, che convertito in tempo, darà ciò che si deve aggiugnere o sottrarre dal tempo della congiunzione, per avere il tempo del mezzo dell' ecclisse. L' istesso triangolo darà ancora il lato L M, o la minima distanza dei centri, colla quale nel triangolo rettangolo L M K, in cui è noto il lato L K = alla somma dei semidiametri del Sole e della Luna, e della differenza delle loro parallassi, si troverà M K, il quale convertito in tempo, e sottratto dal tempo del mezzo dell' ecclisse ne darà il principio, ed aggiunto se ne avrà la fine. Similmente si troverà M V, e quindi il principio e la fine dell' ecclisse totale. Il doppio del tempo impiegato a descrivere M K darà l' intiera durata dell' ecclisse generale, ed il doppio di M V la durata dell' ecclisse centrale.

§. 28 I calcoli sin' ora indicati si possono eseguire, come si è detto per gli ecclissi di Luna, colla sola regola e compasso. 1.° Si faccia una figura il di cui raggio A L sia di un piede circa. 2.° Si divida il medesimo in tante parti quanti sono i minuti e li secondi contenuti nella differenza delle parallassi lunare e solare. 3.° Si prenda su questa scala L H = alla latitudine della Luna; e si tiri L M in modo che faccia con L H un angolo uguale all' inclinazione relativa dell' orbe lunare. 4.° Si prenda su la scala una quantità = al moto orario relativo della Luna, e si trasporti da H in N. 5.° In H si scriva l' ora della congiunzione, ed in N un' ora prima, e lo stesso si faccia dall' altra parte scrivendo un' ora dopo, e dividendo le une e le altre in minuti a ragione di 60' per ora. Per tal maniera rimarrà divisa in ore e minuti l' orbita relativa della Luna, e quindi si vedranno le ore diverse che corrispondono ai punti K, V, X, G.

§. 29 Ma ciò non basta: in fatti sarebbe cosa di ben poco momento sapere che vi sarà un ecclissi, che durerà tante ore, che rispetto al meridiano, per cui è stata

Digitized by Google

calcolata la congiunzione, incomincierà a tale ora, e finirà a tale altra; se poi s' ignorasse in quali parti della Terra sarà visibile, e quali in ciascuna parte ne saranno le sue fasi. Questo è quanto giova a vuolsi conoscere, quando l' ecclisse si considera in generale, o sia per tutte le contrade, per cui passa l' orbita relativa della Luna. A risolvere un tale problema varii metodi sono stati immaginati, così grafici, come trigonometrici, che si possono vedere presso Lacaille, Lalande, e nel cap. XXVI. dell' Astronomia di Delambre, che estesamente e con nuove vedute ha trattato questo argomento. Noi ci limiteremo alla spiegazione di un metodo pratico, semplice e piano, e bastantissimo a dare prossimamente tutte le circostanze degli ecclissi generali. Lo stesso più particolarizzato si ha nell' Astronomia di Lalande sulle di cui traccie, come le più adatte all' intelligenza della gioventù, siamo in questo libro finora andati.

PROBLEMA VII.

Su di un globo terrestre trovare colla regola e col compasso le fasi di un ecclisse pei diversi punti della Terra, per cui passa l' orbita relativa della Luna.

§. 36. 1° Rinvenuti come nel problema precedente, il principio, il fine, ed il mezzo dell' ecclissi generale, è necessario determinare la posizione dell' orbita relativa della Luna rispetto all' equatore. Perciò 1° si cerchi l' angolo di posizione, o sia l' angolo che fa il cerchio di declinazione L P (*Vedi in fine Tav. IX. fig.* 105) coll' altro di latitudine L H, e si tiri L P alla sinistra di L H se il Sole è nei segni ascendenti, alla destra se si trovi nei discendenti; L P sarà il meridiano universale. 2° Per L si conduca Q L O perpendicolare ad L P: sarà O Q un diametro dell' equatore, e le distanza dei suoi punti e-

Digitized by Google

stremi Q da X e O da V, contati sul cerchio A E R, daranno la posizione che si cerca, o sia i gradi e minuti per cui ciascuno è distante dai rispettivi punti di Oriente e di Occidente.

2.° Si prenda un globo terrestre ben montato, e che abbia per lo meno un piede di diametro: si prenda similmente una regola della lunghezza del diametro del globo, sostenuta in modo da due aste uguali, che si possa collocare sull' orizzonte in una posizione parallela al medesimo, e che sovrasti un poco al globo. Il meridiano del globo rappresenterà il meridiano universale L P, il suo raggio la differenza delle parallassi della Luna e del Sole, e la regola convenevolmente disposta l' orbita relativa della Luna.

3.° Partendo dai veri punti di Oriente e di Occidente si segnino sull' orizzonte del globo tanti gradi e minuti, quanti ne contiene l' arco O V da Occidente, e quanti ne contiene Q X da Oriente. Se la latitudine della Luna sia boreale si dovranno prendere verso il Nord, e verso il Sud se la latitudine sia australe.

4.° Si alzi il polo del globo all' altezza della declinazione del Sole, e sarà il polo boreale se la declinazione del Sole sia boreale, l' australe se sia australe; indi si situi la regola sull' orizzonte in modo che sovrasti alla retta condotta per i punti X e V. Per tale maniera la regola rappresenterà l' orbita relativa della Luna, ed il globo, che ha il Sole al zenit, l' emisfero illuminato della Terra durante l' ecclisse.

5.° Si cerchino i due punti della regola, o orbita lunare, da ciascuno dei quali lasciando cadere un filo a piombo sul globo sia il filo tangente del globo: indicheranno questi due punti il principio e la fine degli ecclissi centrali, com' è chiaro: sul punto occidentale si scriva dunque il principio degli ecclissi centrali, e sull' orientale la fine, e sul punto di mezzo, il mezzo dell' ec-

Digitized by Google

clisse. Indi divisa una retta uguale al raggio del globo in tanti minuti e secondi quanti ne contiene la differenza delle parallassi, sulla medesima, come scala, si prenda il movimento orario relativo della Luna, e si trasporti a dritta e a sinistra del punto di mezzo della regola, marcando sulla destra un' ora, due ore ec. prima, e sulla sinistra un' ora, due ore ec. dopo della metà dell' ecclisse. Finalmente si divida ciascun' ora in 60 parti o minuti.

6.° Si faccia ora muovere il globo in modo che marchi l' ora del principio dell' ecclisse, pel meridiano per cui è stato calcolato, che per noi sarebbe quello di Palermo; sia, a cagion di esempio, il principio a quattro ore prima di mezzodì; collocato Palermo sotto il meridiano, l' indice delle ore a 12; indi rimosso il globo verso Ponente per quattro ore, è facile a vedersi, che la posizione che quindi prenderà, sarà precisamente quelle che ha la Terra nel momento del principio dell' ecclisse. In questa posizione potrà dunque servire per tutti i meridiani della Terra: giacchè qui si suppone che la medesima non abbia altro movimento che quello sul proprio asse, e che il meridiano di Palermo sia l' universale, sotto di cui vadino a passare successivamente tutti i luoghi della Terra.

7.° Per trovare ora il principio, fine, e tutte le altre circostanze pei diversi luoghi della Terra, nei quali l' ecclisse sarà totale o parziale. 1.° Dal punto della regola, su cui è segnato il principio degli ecclissi centrali, si faccia cadere un filo a piombo sul globo, ed il punto della Terra a cui esso corrisponderà sarà il luogo, in cui in quel momento l' ecclisse sarà centrale. 2.° Fatto centro nel punto istesso, con un' apertura di compasso uguale alla somma dei semidiametri del Sole e della Luna, si giri intorno, e si notino tutt' i luoghi, a cui corrisponde l' altra punta; questi vedranno il principio dell' ecclisse se sono a levante, e la fine se sono a ponente

Digitized by Google

nel tempo medesimo, che pel luogo che corrisponde al centro l' ecclisse è centrale. Se l' apertura del compasso si faccia di due, di tre ec. dita, si conosceranno gli altri luoghi della Terra, che contemporaneamente avranno l' ecclisse di due, di tre ec. dita. 3.° Si muova il globo verso levante per uno due o più minuti, e si cerchi in questo tempo il punto della regola, a cui deve corrispondere il centro della Luna, dal quale lasciando cadere il filo a piombo, e replicando le altre operazioni del n.° 2° si troverà il luogo della Terra pel quale nel tempo segnato dall' indice del globo l' ecclisse sarà centrale, e le altre circostanze come sopra. 4.° Progredendo nello stesso modo a muovere il globo, e cercare i successivi punti, ai quali nella regola deve corrispondere il centro della Luna sino a che l' indice segni l' ora della fine dell' ecclisse, e la Luna sia giunta al punto della regola, in cui è segnato il fine, si potrà formare una mappa, o carta geografica, nella quale si trovino descritti tutt' i luoghi della Terra, pei quali l' ecclisse sarà centrale, totale, o parziale, e il tempo di ciascuna fase.

§. 31 Questo metodo non è capace di molta esattezza, bastevole però a dare tutte le diverse fasi di un ecclisse entro i limiti di cinque in sei minuti. Giuseppe De-l' Isle, Fouchy, Segner, Ferguson ed altri hanno inventate diverse machine a quest' oggetto. Quella di Segner trovasi nelle *Transazioni Filosofiche del* 1741, l' altra di Ferguson nell' opera di questo Autore, che porta il titolo *Astronomy explained*. Con questa, che egli denomina *Eclipsareon*, si trova il tempo, la quantità, i progressi, le circostanze, e la durata di un ecclisse di Sole per tutt' i luoghi della Terra. Le machine dei primi due non sono pubblicate.

§. 32 Ma se non solo vogliansi predire gli ecclissi a pubblica istruzione, ma osservarli ancora e giovarsene con successo; in questo caso il metodo finora esposto è af-

Digitized by Google

fatto insufficiente. Poichè, se prima non si sappia, entro i limiti di un minuto circa, il tempo dei contatti primo ed ultimo, e insieme in quali parti del disco solare siano essi per succedere, sarà ben difficile che l'osservazione possa farsi con bastevole esattezza. E' pertanto necessario di meglio prepararsi per ben osservare, e di essere in grado di trattare le osservazioni col massimo rigore. Molti metodi sono stati a ciò proposti, la maggior parte dei quali può vedersi ne' trattati di Astronomia di Lalande e del Cav. Delambre; noi però non ci dipartiremo dall' antico del *Nonagesimo*, col quale, tutto ben considerato, non sembra che alcun altro possa venire in concorrenza.

§. 33 Se dal Polo dell' eclittica si guidi un cerchio massimo al zenit dell' osservatore, e si prolunghi sino all' eclittica, il punto d' incontro chiamasi *Nonagesimo*, la sua altezza sull' orizzonte *altezza del Nonagesimo*, e la sua longitudine *longitudine del Nonagesimo*. E' facile a vedersi che questo punto divide in due parti uguali la metà dell' eclittica, che nel dato istante è sopra l' orizzonte, e che la sua altezza è uguale alla distanza del zenit dal polo dell' eclittica. Ciò premesso sia.

PROBLEMA VIII.

Data l' obbliquità apparente dell' eclitica, la co-latitudine del luogo, e l' AR^ta del punto culminante, trovare l' altezza e la longitudine del Nonagesimo.

§. 34 Rappresenti R Z M (*fig.* 92) il meridiano del luogo, R O M l' orizzonte, P il polo dell' equatore, E quello dell' eclittica, Z il zenit, O G un arco dell' eclittica, il quale continuato anderà ad incontrare l' orizzonte dalla parte opposta. La continuazione di quest' arco si è quì tratteggiata, e trattegiate pure si sono le altre linee, che vanno a cadere sullo stesso, e non sono visibili nella fi-

Digitized by Google

gura. Ora se da E s' intendano condotti per P e Z due archi di cerchio massimo, che vadino ad incontrare l' eclittica, quello per Z in N, e l' altro per P in Q, egli è chiaro 1.° che N sarà il punto del *nonagesimo*, per essere così Z O come O E di 90°, equindi similmente di 90° O N. 2.° Che nel triangolo Z P E, Z P sarà la colatitudine, P E l' obbliquità, Z P E la differenza tra l' AR.ta del polo dell' eclittica, e del *punto culminante*, l' angolo P E Z la differenza in longitudine del nonagesimo e del polo dell' equatore, e finalmente Z E uguale all' altezza del nonagesimo sull' orizzonte, poichè N Z complemento a 90° dell' altezza del nonagesimo sull' orizzonte è similmente complemento a 90° dell' arco Z E.

§. 35 Nel triangolo Z P E essendo pertanto noti i lati Z P, P E, e l' angolo Z P E, colle formole di Nepero si potrà sempre trovare il terzo lato, e l' angolo P E Z. Sia perciò Z P + P E = E, Z P − P E = D, e l' angolo Z P E = B, la semisomma degli angoli Z ed E = x, la semidifferenza = y, e Z E = h, sarà

Tan. y = cot. $\frac{1}{2}$ B $\frac{\text{sen. } \frac{1}{2} \text{ D}}{\text{sen. } \frac{1}{2} \text{ E}}$, tan. x = cot. $\frac{1}{2}$ B $\frac{\text{cos. } \frac{1}{2} \text{ D}}{\text{cos. } \frac{1}{2} \text{ E}}$,

tan. $\frac{1}{2}$ h = tan. $\frac{1}{2}$ D $\frac{\text{sen. } x}{\text{sen. } y}$, e Z E P = x + y.

§. 36 Quindi 1.° essendo l' AR.ta del *punto culminante* sempre uguale all' AR.ta del Sole, più il tempo vero convertito in parti dell' equatore, e l' AR.ta del polo dell' eclittica uguale a 270°, se si chiami A l' AR.ta del punto culminante, sarà B = A ∽ 270°.

2.° Essendo la longitudine del polo dell' equatore di 90° chiamando M la longitudine del nonagesimo, sarà M = 90° ∓ (y + x). Si deve fare uso del segno + quando A è maggiore di 90° e minore di 270°, e del segno − negli altri casi; avvertendo però che quando y + x fosse maggiore di 90° si dovrebbe prendere il supplemento di (y + x) − 90° a 360°.

Digitized by Google

3.° Essendo la differenza tra la longitudine dell' astro, e quella del nonagesimo uguale alla distanza dell' astro dal nonagesimo, se questa si chiami N, e si faccia L = alla longitudine dell' astro, sarà N = L — M.

4.° La longitudine del polo australe dell' equatore essendo uguale a 270°, e l' AR.ta del polo australe dell' eclittica = 90°, se l' osservazione sia stata fatta nell' emisfero australe, converrà tener conto di questa differenza nelle formole precedenti.

Queste conseguenze si renderanno chiarissime per poco che si getti l' occhio su di un globo.

5.° Quando il nonagesimo deve servire per gli ecclissi converrà tener conto dell' ellitticità della Terra, che, a cagione della piccola distanza in cui è la Luna da noi, può sensibilmente influire su i calcoli. Sia (*fig.* 94) G N P asse terrestre, B G D un meridiano ellittico qualunque, B P D il suo corrispondente circolare; se il luogo dell' osservatore sul meridiano ellittico si supponga in O, sul meridiano circolare esso corrisponderà in A; e mentre la verticale di questo punto è C Z quella di O sarà E V, determinata dalla tangente T O, ch' è l' orizzonte sensibile dell' osservatore in O. L' ellitticità della Terra allontana dunque il zenit dal polo del piccolo archetto A *a*, uguale *all' angolo della verticale* E V col raggio C O. Se dunque alla distanza del zenit dal polo dedotta dalle stelle si aggiunga l' archetto A *a*, la Luna conserverà la stessa distanza dal polo, e le osservazioni sul meridiano ellittico si calcoleranno nello stesso modo come se fatte si fossero sul meridiano circolare.

Gli angoli della verticale col raggio sono stati calcolati da più Astronomi, e in diverse ipotesi dell' ellitticità terrestre: io soglio servirmi della Tavola 44.ma di Delambre, poco diversa da quella che trovasi in fine della seconda edizione della Trigonometria del Cagnoli.

Digitized by Google

§. 37 Per questo esempio, e per gli altri che secondo i diversi problemi si daranno in seguito, prenderemo l' ecclisse di Sole dei 5 Settembre 1793. Si cerchi pertanto la longitudine e l' altezza del *nonagesimo* pei 5 Settembre 1793 a o.^{h} 5o'. 14" di tempo vero, momento secondo le tavole della congiunzione vera a Palermo

AR.^{ta} ☉ a o.^{h} 5o'. 14" a Palermo..	164.° 36.' 13"
o.^{h} 5o'. 14" in parti dell' equatore..	12. 33. 30
AR.^{ta} *del punto culminante* o *del mezzo del cielo*	177. 9.' 43" = A
AR.^{ta} del polo dell' eclittica	270.
Angolo Z P E	92. 50. 17 = B
Collatitudine dell' Osservatorio ...	51.° 53.' 16"
Angolo della verticale dalla Tav. 46 di Delambre	+ 10. 37
Collatitudine ridotta	52. 3. 53 = PZ
Obbliquità apparente dell' eclittica ...	23. 27. 46 = PE
Differenza ...	28. 56. 7 = D
Somma	75. 31. 39 = S

$\frac{1}{2}$ B = 46.°25'. 8",5 ... $\frac{1}{2}$ D = 14.°18'. 3",5 ... $\frac{1}{2}$ S = 37.°45'. 49",5

$\frac{1}{2}$ B ... log. cot. ...	9. 9784728	....	9. 9784728
$\frac{1}{2}$ D ... log. sen. ...	9. 3927241	.... log. cos. ...	9. 9863289
$\frac{1}{2}$ S ... co-lo. sen. ..	o. 2129599	... co-log. cos. ...	o. 1020747
log. tan. F ...	9. 5841568	... log. tan. G ...	o. 0668764

Digitized by Google

Angolo F = 20.° 59'. 56",7
Angolo G = 49. 23'. 38",9
+ 90.

Perchè A è maggiore di 90° e minore di 270°.

160. 23'. 35",6 = N = long. del Nonagesimo

½ D ... log. tan. ... 9. 4063952
G . . , log. sen. ... 9. 8803589
F ... co-log.sen. .. 0. 4456889

log. tan. ½ *h* .. . 9. 7324430 ... ½ *h* = 28.° 22'. 18",4

Altezza del nonagesimo = *h* = 56. 44'. 36",8

PROBLEMA IX.

Data l' altezza e la longitudine del Nonagesimo colla longitudine, latitudine e paralasse orizzontale dell' astro; trovare le paralassi in longitudine e in latitudine.

§. 38 Sia (*fig.* 93) Z il zenit, E il polo dell' eclittica, L l' astro, *p* la sua paralasse orizzontale: osservato dal centro della Terra esso apparirebbe in L, ma dalla superficie, supposta sferica, si vedrà più basso in S sul verticale, che passa per L. Perciò sarà

1.° L S la paralasse di altezza = *p* sen. Z S (*tom. I. lib. II.* §. 55).

2.° E Z = all' altezza del nonagesimo = *h*.

3.° L E Z = D = alla differenza vera delle longitudini dell' astro e del nonagesimo.

4.° L E S = Π = alla paralasse in longitudine.

5.° S E Z = D + Π = D' = alla differenza apparenti o distanza apparente dell' astro da nonagesimo.

Digitized by Google

6.° E S — E L = differenza della distanza vera e apparente dell' astro dal polo = paralasse in latitudine = π.

7.° Essendo E L la distanza vera dell' astro dal polo, se si faccia la sua latitudine = l, sen. E L = cos. l, e sen. E S = cos. $(l - \pi)$. Ciò premesso si cerchino le due paralassi.

§. 39 *Paralasse in longitudine*. Nel triangolo E Z S si ha sen. S L : sen. S E L : : sen. E L : sen. S, o sia sen. p sen. Z S : sen. Π : : cos. l : sen. S;

quindi sen. $\Pi = \frac{\text{sen. } p \text{ sen. S sen. Z S}}{\text{cos. } l}$. Ma si ha ancora,

sen. Z S : sen. $(D + \Pi)$: : sen. h : sen. S;

perciò sen. Z S . sen. S = sen. h . sen. $(D + \Pi)$, e

sostituendo, sen. $\Pi = \frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . sen. } (D + \Pi)}{\text{cos. } l}$ . . . . . (a)

formola generalmente ricevuta presso gli Astronomi. Ma per servirsene ognun vede, che prima conviene calcolare un valore approssimato di Π, impiegando la sola distanza D; indi con questo valore rifare il calcolo una o due volte, onde averne il vero. E' però facile trasformarla in altre, nelle quali non entrino che quantità note, e così non sia neeessaria una doppia operazione.

$$\text{Sen. } \Pi = \frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } + h \text{ . sen. } (D + \Pi)}{\text{cos. } l} =$$

$$\frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ .}}{\text{cos. } l} (\text{sen. D cos. } \Pi + \text{sen. } \Pi \text{ cos. D});$$

quindi cos. l = sen. p . sen. h (sen. D cot. Π + cos. D),

$$\text{e cot. } \Pi = \frac{\text{cos. } l - \text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . cos. D}}{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . sen. D}} =$$

$$\frac{\text{cos. } l}{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . sen. D}} - \text{cot. D} \ldots, (a')$$

espressione composta di sole quantità note.

§. 40 Ma poichè nel calcolo conviene passare dai lo-

Digitized by Google

garitmi ai numeri naturali, tornerà meglio convertirla in altra, che non dipenda che da soli logaritmi; cosa facile a farsi per mezzo del principio altronde noto, che date due quantità A e B, delle quali A maggiore di B, se si faccia $\frac{B}{A} = \text{sen. } y$, si avrà $A + B =$

$B \cot. y \cot. (45^\circ - \frac{y}{2})$ e $A - B = B \cot. y \cot. (45^\circ + \frac{y}{2})$

Sia dunque $A = \frac{\cos. l}{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . sen. D}}$, e $B = \cot. D$,

$$\frac{B}{A} = \text{sen. } y = \frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . cos. D}}{\cos. l}$$

e $\cot. \Pi = \cot. D \text{ . } \cot. y \text{ . } \cot. (45^\circ + \frac{y}{2}) \ldots (a'')$

§. 41 Essendo $\cot. \Pi = \frac{\cos. l - \text{sen. } p \text{ . sen. h . cos. D}}{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . sen. D}}$,

sarà $\text{tan. } \Pi = \frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . sen. D}}{\cos. l - \text{sen. } p \text{ . sen. } h \cos. D} \ldots$ o sia

$$\text{tan. } \Pi = \frac{\frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . sen. D}}{\cos. l}}{1 - \frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } h}{\cos. l} \cos. D},$$

espressione da cui colla formola del Cav. Delambre *cap. X. §. 211 della sua Astronomia Teorica e Pratica* risulta

$$\Pi = \frac{\text{sen. } p \text{ sen. } h}{\cos. l} \frac{\text{sen. D}}{1''} + \left(\frac{\text{sen. } p \text{ sen. } h}{\cos. l}\right)^2 \left(\frac{\text{sen. } 2\text{ D}}{2''}\right) +$$

$$\left(\frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } h}{\cos. l}\right)^3 \left(\frac{\text{sen. } 3\text{ D}}{3''}\right) \ldots (a''')$$

Questa ultima formola sembra preferibile a tutte le altre per la facilità del calcolo non meno che per l'esat-

Digitized by Google

tezza. Generalmente basterà calcolare i primi tre termini.

Se l'astro sia all'oriente del nonagesimo la paralasse si dovrà aggiugnere alla longitudine vera, onde averne l'apparente, e sottrarla, se sia a ponente. Poichè nel primo caso la paralasse allontana l'astro dal punto di Ariete, e ve lo avvicina nel secondo: il punto di Ariete sempre precede.

§. 42 *Paralasse di latitudine*. Nei due triangoli S E Z, L E Z si ha

$$\text{cos. } Z = \frac{\text{cos. E L} - \text{cos. E Z cos. Z L}}{\text{sen. E Z sen. Z S}} = \frac{\text{cos. E S} - \text{cos. E Z cos. Z S}}{\text{sen. E Z sen. S Z}},$$

onde cos. E L . sen. Z S — cos. E S . sen. Z L = cos. E Z . cos. Z L . sen. Z S — cos. E Z . cos. Z S . sen. Z L = cos. E Z . sen. (Z S — Z L) = cos. E Z sen. S L = cos. E Z . sen. p . sen. Z S . Quindi cos. E Z . sen. p = cos. E L — $\frac{\text{cos. E S sen. Z L}}{\text{sen. Z S}}$. Ma sen. Z L = $\frac{\text{sen. E L sen. Z E L}}{\text{sen. Z}}$ sen. Z S = $\frac{\text{sen. E S . sen. Z E S}}{\text{sen. Z}}$, $\frac{\text{sen. Z L}}{\text{sen. Z S}} = \frac{\text{sen. E L . sen. Z E L}}{\text{sen. E S . sen. Z E S}}$, e

sen. p . cos. E Z = cos. E L — $\frac{\text{cos. E S . sen. E L sen. Z E L}}{\text{sen. E S . sen. Z E S}}$,

o sia sen. p cos. h = sen. l — $\frac{\text{cot. E S cos. } l \text{ sen. D}}{\text{sen. (D + } \Pi \text{)}}$, e fatto il complemento di E S a 90°, o sia la latitudine apparente = λ . . . sarà

$$\text{tan. } \lambda = \frac{(\text{sen. } l - \text{sen. } p \text{ . cos. } h) \text{ sen. (D + } \Pi \text{)}}{\text{sen. D . cos. } l.} \quad \ldots\ldots (\beta)$$

Digitized by Google

Sia come sopra sen. $l = A$, e sen. p . cos. $h = B$,

$$\text{sarà } \frac{B}{A} = \frac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h}{\text{sen. } l} = \text{sen. } y,$$

$$\text{quindi tan. } \lambda = \frac{\text{sen. D' . sen. } p \text{ cos. } h}{\text{cos. } l \text{ sen. D}} \text{ . cot. } y \text{ . cot.}(45^\circ \mp \tfrac{y}{2}) \ldots (\beta')$$

— quando la latitudine è australe, + quando è boreale.

§. 43 Si cerchi ora π in funzioni di l . . .

$$\text{tan. } \lambda = \frac{\text{sen. D'}}{\text{sen. D}} \left(\text{tan. } l - \frac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h}{\text{cos. } l} \right)$$

$$\text{tan. } l - \frac{\text{sen. D}}{\text{sen. D'}} \text{ tan. } \lambda = \frac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h}{\text{cos. } l}$$

$$\text{tan. } l - \text{tan. } \lambda + \text{tan. } \lambda - \frac{\text{sen. D}}{\text{sen. D'}} \text{ tan. } \lambda = \frac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h}{\text{cos. } l}$$

$$\text{tan. } l - \text{tan. } \lambda = \frac{\text{sen. } \pi}{\text{cos. } l \text{ cos } \lambda} =$$

$$\frac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h}{\text{cos. } l} - \frac{(\text{sen. D'} - \text{sen. D})}{\text{sen. D'}} \text{ tan. } \lambda$$

Ma sen. D' — sen. D = sen. (D + Π) — sen. D =

$$2 \text{ . sen. } \tfrac{1}{2}\Pi \text{ cos. } (D + \tfrac{1}{2}\Pi);$$

$$\text{e } 2 \text{ sen. } \tfrac{1}{2}\Pi = \frac{\text{sen. } \Pi}{\text{cos. } \frac{1}{2}\Pi} = \frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . sen. D'}}{\text{cos. } l \text{ cos. } \frac{1}{2}\Pi}.$$

Quindi sen. π = sen. p . cos. h . cos. λ —

— sen. p . sen. h sen. λ cos. (D + $\frac{1}{2}\Pi$) sec. $\frac{1}{2}\Pi$ . . . (β'')

Quando si voglia impiegare questa formola, è mestieri come nella paralasse di longitudine di supporre da principio un valore di λ, e replicare in seguito una o due volte il calcolo. Ma è facile trovare una serie, che non dipenda che da quantità note.

Digitized by Google

sen. h . sen. λ . cos. $(D + \frac{1}{2}\Pi)$ sec. $\frac{2}{2}\Pi =$

cos. h . tan. h sen. λ cos. $(D + \frac{1}{2}\Pi)$ sec. $\frac{1}{2}\Pi$.

Sia tan. h . cos. $(D + \frac{1}{2}\Pi)$ sec. $\frac{2}{2}\Pi =$ cot. x .

Introdotto l' angolo ausiliario x nella formola (ℓ') si avrà

sen. x . sen. $\pi =$ sen. p cos. h (cos. λ sen. x — sen. λ cos. x) =

sen. p . cos. h sen. $(x-\lambda) =$ sen. p . cos. h . sen. $[(x-l) + \pi] =$

sen. p . cos. h sen. $(x - l)$ cos. $\pi +$

sen. p . cos. h . cos. $(x - l)$ sen. $\pi =$ sen. x sen. π .

$$\frac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h \text{ . sen. } (x-l)}{\text{sen. } x} = \text{tan. } \pi \left(1 - \frac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h \text{ . cos. } (x-l)}{\text{sen. } x}\right)$$

$$\text{tan. } \pi = \frac{\dfrac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h \text{ . sen. } (x-l)}{\text{sen. } x}}{1 - \dfrac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h \text{ . cos. } (x-l)}{\text{sen. } x}}$$

Quindi col teorema sopra riportato del Cav. Delambre si avrà

$$\pi = \frac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h}{\text{sen. } x}\left(\frac{\text{sen. } (x-l)}{\text{sen. } 1''}\right) + \left(\frac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h}{1'' \text{ sen. } x}\right)^2$$

$$\left(\frac{\text{sen. } 2\,(x-l)}{\text{sen. } 2''}\right) + \left(\frac{\text{sen. } p \text{ . cos. } h}{\text{sen. } x}\right)^3 \left(\frac{\text{sen. } 3\,(x-l)}{\text{sen. } 3''}\right) \text{ec...} (\ell''')$$

Se la latitudine è australe l e x si sommano , se sia boreale se ne prende la differenza , avvertendo che il seno di un arco negativo è sempre negativo . Il valore poi di π si aggiunge alle latitudini australi , e si sottrae dalle boreali , e così la latitudine vera si converte in apparente . Nel calcolo degli eclissi del Sole p deve farsi uguale alla differenza delle paralassi rispettive , e se la pa-

Digitized by Google

ralasse della Luna si prenda dalle Tavole, nelle quali non suole darsi che l' equatoriale, in tal caso prima d' impiegarla converrà ridurla alla latitudine del luogo dell' osservatore, moltiplicandola pel raggio terrestre corrispondente.

A facilitare i calcoli della paralasse si è in questo anno 1816 pubblicato in Roma dal Sig. Calandrelli e Compagni un volume in quarto col titolo *Tavole delle paralassi di altezza, di longitudine, e di latitudine*; con esse il calcolo della paralasse in longitudine è speditissimo, ma non ugualmente l' altro in latitudine, per cui colle formole che date abbiamo non si richiede per avventura un tempo maggiore. Sono nientedimeno pregevolissime, ed accoppiando alle medesime le Tavole generali del Nonagesimo di l' Eveque, e meglio ancora le proprie del luogo dell' osservatore, i calcoli si renderanno molto più facili che coi metodi ordinarii.

ESEMPIO

§. 44 Si cerchino le paralassi in longitudine e in latitudine della Luna pel tempo, per cui nell' esempio precedente si è calcolato la longitudine e l' altezza del Nonagesimo.

Congiunzione *vera* a Palermo de' 5 Settembre 1793 . . . . . 0.^{h} 50.' 14".. tempo vero

Longitudine *vera* ☾ *dal Nautical Almanac* a 0.^{h} 50'. 14" . . 5.^{s} 13.^{o} 17.' 24",3

Long. *del Nonagesimo*, o sia N . . 5. 10. 23. 35 ,6

Distanza *vera* della ☾ dal Nonagesimo . . . . . 2. 53. 48 ,3 = D

Latitudine *vera* della ☾ *dal Nautical Almanac* . . . . . 40'. 10",4 B = *l*

Parallasse orizzontale equatoriale della Luna meno la paralasse del Sole = 54'. 12" − 8" = 54'. 4"

Differenza delle paralassi = 54'. 4" . . . log. 3. 5110810

Log. del raggio terrestre a Palermo . . . 9. 9994759

Log. differenza delle parallassi a Palermo 3. 5105569

p = 3240,09 = 54'. 0",1

Digitized by Google

Parallasse in longitudine; colla formola (α'').

Log. sen. p = 8. 1961154
Log. sen. h = 9. 9223232
Log. cos. D = 9. 9994447
Co-log. cos. l = 0. 0000296
Log. sen. y = 8. 1179129

log. tan. D = 8. 7041586
log. tan. y = 8. 1179503
log. tan. ξ = 0. 0056980
log. tan. Π = 6. 8298069

Π = 2'. 18",75

y = ... 45'. 6",44
$\frac{1}{2}y$ = . . . 22'. 33",07
45°
$45° + \frac{1}{2}y$ = 45. 22'. 33",07 = ξ

Colla formola (α''').

Log. sen. p = 8. 1961154
Log. sen. h = 9. 9223232
Co-log. cos. l = 0. 0000296
Log. C ... = 8. 1184682
Log. C^2 ... = 6. 2369364
Log. C^3 ... = 4. 3554046

D = 2.° 53'. 48",3
2 D = 5. 47'. 36",6
3 D = 8. 41'. 24",9

Log. C ... = 8. 1184682
Log. sen. D = 8. 7036034
Co-log. sen. 1" = 5. 3144251
Log. 1.° n.° = 2. 1364967 ... 1.° n.° = + 136",93

Log. C^2 ... = 6. 2369364
Log. sen. 2 D = 9. 0040781
Co-log. sen. 2" = 5. 0133931
Log. 2.° n.° = 0. 2544096 ... 2.° n.° = + 1",80

Log. C^3 ... = 4. 3554046
Log. sen. 3 D = 9. 1792432
Co-log. sen. 3" = 4. 8373039
Log. 3.° n.° = 8. 3719517 ... 3.° n.° = + 0,"02

Somma = Π = + 138",75 = 2'. 18",75
Dalle Tavole di Calandrelli . . . . 2'. 18",75

Digitized by Google

Parallasse in latitudine.

$D + \Pi = 2.^{\circ}\ 56'.\ 7'',05 \ldots\ D + \frac{1}{2}\Pi = 2.^{\circ}\ 54'.\ 57'',67 \ldots\ \frac{1}{2}\Pi = 1'.\ 9'',37$

Colla formola (β').

Log. sen. p	= 8. 1961154		8. 1961154
Log. cos. h	= 9. 7390867		9. 7390867
Co-log. sen. l	= 1. 9323459	co-log. cos. l	= 0. 0000296
Log. sen. y	= 9. 8675480	log. sen. D'	= 8. 7093386
y	= 47.°29'.17'',0	co-log. sen. D	= 1. 2963966
$\frac{1}{2}\ y$	= 23. 44'.38'',5	log. cot. γ	= 9. 9622340
	45.	log. cot. ξ	= 9. 8899470
$45^{\circ} + \frac{1}{2}\ y$	= 68. 44.38'',5 = ξ	log. tan. λ	= 7. 4931490
		λ	= 10'. 42'',05
		l	= 40'. 10'',40
		π	= 29'. 28'',35

Colla formola (β''').

Log. tan. h	= 0. 1832364	log. cos. h	= 9. 7390867
Log. cos. $(D + \frac{1}{2}\Pi)$	= 9. 9994373	log. sen. p	= 8. 1961154
Co-log. cos. D	= 0. 0000000	co-log. sen. x	= 0. 2605199
Log. cot. x	= 0. 1826737	log. C	= 8. 1957220
x	= 33.°17'. 25'',6	log. C^2	= 6. 3914440
l	= 0. 40'. 10'',4	log. C^3	= 4. 5871660
$x - l$	= 32. 37'. 15'',2	log. C^4	= 2. 7828880
$2(x - l)$	= 65. 14'. 30'',4		
$3(x - l)$	= 97. 51'. 45'',6		
$4(x - l)$	= 130. 29'. 0'',8		

Digitized by Google

Log. C . . . . . = 8. 1957220
Log. sen. $(x-l)$ = 9. 7316515
Co-log. sen. 1" . . . = 5. 3144251
Log. 1° n.° . . . = 3. 2417986 ... 1° n.° = 1743",01

Log. C^2 . . . . . = 6. 3914440
Log. sen. 2 $(x-l)$ = 9. 9581256
Co-log. sen. 2" . . . = 5. 0133951
log. 2° n.° . . . = 1. 3629647 ... 2° n.° = 23",07

Log. C^3 . . . . . = 4. 5871660
Log. sen. 3 $(x-l)$ = 9. 9958978
Co-log. sen. 3" . . . = 4. 8373039
Log. 3° n.° . . . = 9. 4203677 ... 3° n.° = 0",26

Log. C^4 . . . . . = 2. 7828880
Log. sen. 4 $(x-l)$ = 9. 8811520
Co-log. sen. 4" . . . = 4. 3123651
Log. 4° n.° . . . = 6. 9764051 ... 4° n.° = 0",00

Somma = π = 1768",34 = 29'. 28",34
Dalle Tavole di Calandrelli si ha . . . . . 29'. 28",60

PROBLEMA X.

Trovare la distanza apparente dei centri del Sole, e della Luna.

§. 45 Sia (*fig.* 95) L il luogo apparente della Luna, S il luogo vero del Sole, ed E il polo dell' eclittica, sarà L E = al complemento della latitudine della Luna, E S = 90°, l' angolo in E = alla differenza delle longitudini apparente della Luna e vera del Sole, ed L S la distanza che si cerca. Ora nel triangolo L E S, essendo noti L E ed E S, e l' angolo contenuto, colle note formole di trigonometria sferica si può sempre trovare L S, cercando prima i due segmenti del lato E S, indi con questi L S.

Digitized by Google

Ma quando si tratta di un' ecclisse l' angolo E è sempre piccolissimo, e piccolo similmente il lato L M; perciò nell' indicata maniera non potrà ottenersi il lato L S con molta precisione. In questo caso pertanto gioverà meglio considerare il triangoletto L S M, rettangolo in M, come se fosse rettilineo. Sarà dunque tan. M L S $= \frac{MS}{LM}$, e L S $= \frac{LM}{\text{cos. M L S}}$, giacchè cos. M L S (= sen. M S L): R :: M L : L S.

ESEMPIO

Si domanda la distanza apparente dei centri del Sole e della Luna pel tempo per cui nell' esempio precedente si sono calcolate le parallassi.

Long. ☉ a $0.^h$ $50'.$ $14''$ . . . . . $5.^s$ $13.^\circ$ $17'.$ 24,5

Long. *apparente* della Luna, dall' esempio precedente. 5. 13. 19. 43,05

Differenza = M S = $2'.$ $18''$,55

Latitudine apparente = L M = $10'.$ $42''$,05

Co-log. L M . = 7. 1924311 ..... log. L M = 2. 8075689

Log. M S . . . = 2. 1416065 co-lo.cos.LSM = 0. 0098834

Log. tan. L S M = 9. 3340376 log.distanza 2. 8174523

Angolo LSM = $12.^\circ$ $10'.$ $38''$,3 dist. dei centri = $10'.$ $56''$,85

§. 46 A concepire il gioco delle parallassi, pel dato istante per cui si domanda la distanza apparente dei centri, si cerchi la latitudine vera della Luna, e la differenza delle longitudini vere del Sole e della Luna. In questo esempio a $0.^h$ $50'.$ $14''$ la differenza delle longitudini vere

Digitized by Google

è 0, e la latitudine vera della Luna 4°. 10",4 B. Sia dunque Q E un arco dell' eclittica; se il Sole si supponga in S, la Luna sarà in L. (*fig.* 96). Ma la parallasse in longitudine di 2'. 18",75 è additiva; e la parallasse in latitudine di 29'. 28",35 è sottrattiva; dunque il luogo *apparente* della Luna sull' eclittica sarà in K verso levante; la sua latitudine *apparente* $l\,K$ = 10'. 42",05: quindi la *distanza apparente dei centri* $S\,l = \sqrt{(S\,\overline{K}^2 + K\overline{l}^2)}$ = nel caso nostro $\sqrt{[(2.'\ 18'',75)^2 + (10'.\ 42'',05)^2]}$ = $\sqrt{(45142'',3)}$ = 10'. 56",83, come sopra.

PROBLEMA XI.

Si domandano prossimamente i momenti del principio e della fine di un eclissi di Sole.

§. 47. 1.° Si cerchi il momento della congiunzione vera della Luna col Sole, e per questo istante si calcoli la distanza dei centri dei due astri.

2.° Si paragoni questa distanza colla semisomma dei semidiametri del Sole e della Luna, avendo prima accresciuto il secondo in ragione della sua altezza sull' orizzonte. Se le due quantità saranno uguali, l' istante per cui si è calcolata la distanza sarà insieme il principio o la fine dell' eclisse; il principio se la Luna si avvicina al Sole, la fine se se ne allontana. Ma ciò è ben difficile che avvenga, e generalmente la distanza calcolata è sempre maggiore o minore della semisomma dei semidiametri. In questo caso pertanto si calcoli la distanza per un altro istante, e dalla differenza colla prima si conoscerà quanto in un dato tempo la Luna si sia allontanata o avvicinata al Sole.

3.° Si dica, la differenza delle due distanze calcolate alla differenza dei tempi, a cui corrispondono le distanze medesime; così l' eccesso o il difetto della distan-

Digitized by Google

za minore su la somma dei semidiametri del Sole e della Luna al quarto, che sarà il tempo, che aggiunto o sottratto dall' istante, a cui corrisponde la distanza comparata, darà il principio o la fine dell' eclisse.

Quì però è da avvertirsi, che se la distanza dei centri nella congiunzione risulti troppo piccola, allora converrà calcolare una terza distanza, che venga a cadere verso il principio o verso la fine dell' eclisse. Poichè solo verso il principio e verso la fine le variazioni delle distanze dei centri si possono considerare prossimamente proporzionali ai tempi. Trovata poi una fase sarà facile il calcolo dell' altra.

§. 48 Riguardo alla quantità di cui deve aumentarsi il semidiametro della Luna, se la parallasse in latitudine si sia calcolata coll' angolo sussidiario $(x - l)$, chiamando δ il semidiametro della Luna, A il suo *aumento in ragion dell' altezza*, si avrà sempre

$A = \delta . \text{sen.} \pi . \text{cot.} (x - l) - \frac{1}{2} \delta . \text{sen.}^2 \pi .$ (*Delambre Cap. XV.* §. 39)

ESEMPIO

Fasi dell' eclisse Solare dei 5 *Settembre* 1793

Semidiametro della Luna a $0.^h$ 50'. 14" ...	14'. 46"
Aumento per l' altezza	+ 11",8
Semidiametro corretto	14'. 57",8
Semidiametro del Sole	15'. 56",3
Somma dei semidiametri	30'. 54",1 ,

o sia distanza dei centri, che sebbene non sia esattamente nè quella del principio nè quella della fine, può niente di meno impiegarsi senza scrupolo in questo calcolo, in

Digitized by Google

cui non si domanda che una approssimazione.

§. 49 Poichè nel problema precedente a o.h 5o'. 14" la distanza dei centri si è trovata di soli 11'. o",3 ; l' eclisse era dunque cominciato da più tempo. Essendo quindi incerto se fosse giunto alla metà, o l' avesse oltrepassata, cioè se la distanza dovesse continuare a diminuire, o già aumentasse, è necessario calcolare la distanza medesima per due tempi alquanto lontani da o.h 5o'. 14".

1.° Si calcoli pertanto per 11.h 5o.' 14" e si troverà di 21.' 24", indi per 11.h 20'. 14", per cui si avrà 27'. 54". In 3o' di tempo si è dunque diminuita la distanza di 6'. 3o", ed a 11.h 20'. 14" la Luna si era avanzata sul disco del Sole di 2', 55",3. Si dica dunque 6'. 3o",o : 3o' : : 2'. 55",3 al quarto, che trovasi 13'. 3o", i quali sottratti da 11.h 20'. 14", danno il principio dell' ecclisse a 23.h 6'. 44" del giorno 4 Settembre. Il medesimo fu da me osservato a 23.h 6'. 46",5.

2.° Per avere il momento del fine si calcoli la distanza per un ora dopo la congiunzione, o sia per 1.h 5o'. 14", e si troverà di 24'. La Luna deve avanzarsi di altri 6'. 49" per giugnere a 3o'. 49" dal Sole, termine dell' ecclisse. Ma 6'. 49" si percorrono in 31'. 10" di tempo. Fu dunque il fine dell' ecclisse a 2.h 21'. 20" secondo il calcolo, e si osservò a 2.h 21'. 27",o del giorno 5.

§. 5o Ciò che in questo esempio si è ottenuto col calcolo, può farsi ancora graficamente. Rappresenti O E (*fig.* 97) un arco dell' eclittica, O l' Occidente, E l' Oriente, ed S il centro del Sole, che si suppone immobile. A dritta o a sinistra di S, secondochè la Luna è all' Occidente, o all' Oriente del Sole si segnino le differenze apparenti in longitudine tra il Sole e la Luna, e ne' punti corrispondenti si alzino delle perpendicolari uguali alle latitudini apparenti della Luna; indi condotta una retta per gli estremi punti delle perpendicolari, si faccia centro in

Digitized by Google

S e con un apertura di compasso uguale alla somma dei semidiametri del Sole e della Luna, si marchino i punti P e F, che daranno il principio e la fine dell' eclisse.

Nell' esempio a 11.h 20'. 14" differenza apparente in longitudine = 26'. 32", latitudine apparente 13'. 20" B. Sole a levante della Luna. Quindi se su di una scala divisa in minuti e secondi si prenda N S = 26'. 32", e N M = 13'. 20", sarà in M la posizione apparente della Luna rispetto al Sole a 11.h 20'. 14". A 12.h 5o'. 14" latitudine apparente = 10'. 46" B.: diff. ap. in longitudine = 2'. 17". Luna a levante del Sole. Perciò fatto S Q = 2'. 17" e Q R = 10'. 46", R sarà il luogo apparente della Luna a 12.h 5o'. 14". Condotta ora M R, e indefinitamente prolungata dall' una e dall' altra parte, col raggio S P = 3o'. 54" si cerchino e marchino i punti P e F; poi divisa M R in novanta parti, quanti sono i minuti scorsi dalla prima alla seconda supposizione, si veda quante di queste parti ne contenga P M, e quante R F; sottratte le prime da 11.h 20'. 14", e aggiunte le seconde a 12.h 5o'. 14", si avranno, come è chiaro, a un minuto circa, i momenti del principio e della fine dell' eclisse.

PROBLEMA XII.

Trovare le distanze dei contatti primo ed ultimo dai rispettivi verticali che passano pel centro del Sole.

§. 51.° 1.° Da S (*fig.*97) si guidino le perpendicolari S L a N E, e S *t* a P F, sarà S L la latitudine apparente della Luna nel momento della congiunzione apparente, e S *t* la sua distanza minima dal Sole. Ora essendo noti S P = S F, P F, P *t* = F *t*, e M L quarto proporzionale a N Q, M R, N S nel triangolo P S *t* si potrà sempre tro-

Digitized by Google

vare l'angolo P S *t* col lato S *t*, indi nel triangolo L S *t* l'angolo L S *t*, che sottratto da P S *t* darà l'angolo P S L. Si dovrebbe aggiugnere se la perpendicolare S *t* cadesse dall'altra parte.

2.° Colla formola *sen. angolo di posizione* = *cos. AR.* ⊙ *sen. obl.* si cerchi l'angolo che fa il cerchio di declinazione condotto al Sole col cerchio di latitudine S L: quest'angolo sarà a levante del Sole, o sia verso E se l'AR. ⊙ sia minore di 90.° o maggiore di 270.°, e tra 90.° e 270.° a ponente, o verso O: poichè il coseno è positivo nei due primi casi, negativo negli altri. Dal Polo ☉ dell'equatore si guidi pertanto ☉ S che faccia con S L l'angolo, che si sarà trovato, e si avrà la posizione del cerchio di declinazione rispetto alla S L.

3.° Si cerchi l'angolo al Sole Z S ☉ formato dal verticale Z S e dal cerchio di declinazione ☉ S. E' noto Z ☉ distanza del Zenit dal Polo, è noto similmente ☉ S complemento della declinazione del Sole, ed è noto l'angolo Z ☉ S distanza del Sole dal meridiano, o angolo orario pel momento del principio dell'ecclisse: Si ha dunque quanto è necessario pel calcolo dell'angolo Z S ☉.

4.° Dall'angolo P S L si sottragga la somma de' due angoli Z S ☉ e ☉ S L, la differenza sarà l'angolo P S Z che misura la distanza al verticale del punto C del disco solare ove succede il primo contatto. Da S con un raggio uguale al semidiametro del Sole si descriva l'arco C *r*, e da P, centro della Luna, con un raggio uguale al suo semidiametro, si descriva l'altro archetto che toccherà il primo in C, punto del disco del Sole, ove si farà il primo contatto, e la di cui distanza dal verticale Z S è misurata dall'arco C *r*.

Nell'esempio, che finora ci ha guidati, e a cui corrisponde la figura, Z ☉ S angolo orario = 13.° 18'. 30", ☉ S L = 22.° 34' e a ponente del Sole per essere l'AR.ta del Sole tra 90.° e 270.°, Z S ☉ = 14° 25', P S L =

Digitized by Google

63.° 55', quindi P S L — L S Z = 63.° 55' — 36.° 59' = P S Z = 26.° 56'.

Il primo contatto doveva succedere nella parte superiore del disco solare a ponente del verticale Z S, e a 27.° circa della stessa. I gradi, come è chiaro, debbonsi prendere sul circolo il di cui centro è il Sole, cioè sulla circonferenza del Sole. Nello stesso modo si troverà il luogo dell' ultimo contatto.

Questo problema si può risolvere o col calcolo o graficamente, ma col calcolo ancora conviene sempre farsi una figura, che dimostri come debbano giacere i diversi cerchii gli uni rispetto agli altri.

§. 52 Il metodo finora spiegato per gli ecclissi di Sole con poche modificazioni può ugualmente servire per le occultazioni delle stelle, e per gli ecclissi dei Pianeti.

Pertanto nelle occultazioni delle stelle 1.° alla longitudine del Sole si sostituisca la longitudine della stella colla sua latitudine. 2.° La differenza tra la longitudine della stella, e quella della Luna si riduca alla regione della stella moltiplicandola pel coseno della sua latitudine. 3.° La stella non avendo parallasse, nel calcolo delle paralassi non s' impieghi che la sola paralasse orizzontale lunare. 4.° Nel calcolo della distanza apparente del centro della Luna dalla stella, L M (*fig.* 95) dovrà farsi uguale alla semidifferenza della latitudine vera della stella e apparente della Luna, e S L compararlo col solo semidiametro orizzontale della Luna accresciuto in ragione della sua altezza sull' orizzonte. 5.° Nel formare la figura per conoscere prossimamente i momenti dell' immersione e dell' emersione della stella, N M, Q R (*fig.* 97) esprimeranno le differenze delle latitudini apparenti della Luna colla vera della stella, e N S, S Q le differenze apparenti in longitudine, moltiplicate pel coseno della latitudine della stella, e P F l' orbita ap-

Digitized by Google

parente della Luna, e S il luogo della Stella. 6.° A determinare i punti del disco lunare, in cui si faranno l' immersione e l' emersione della stella, converrà riportare questi punti, non già al verticale che passa per la stella, ma a quello che passa per P, centro della Luna. Se dunque si cerchino, come si è fatto pel Sole, gli angoli $\pi S L$, $\pi S Z$, e le altre quantità, indi supposto $P S =$ al semidiametro lunare, con questo si descriva un arco che passi per la stella S, e da P si tiri una parallela P V a Z S, P V sarà il verticale che passa pel centro della Luna, e il numero dei gradi contenuti nell' arco $V S = P S Z$, la distanza del punto d' immersione da P V.

Pei Pianeti; nel calcolo delle paralassi si prenda la differenza delle paralassi orizzontali della Luna e del Pianeta, e nel calcolo della distanza dei centri la semisomma dei diametri della Luna e del Pianeta; impiegando pel principio e per la fine le rispettive differenze apparenti in latitudine e in longitudine, e pel movimento orario relativo la differenza dei movimenti veri. In tutto il di più si proceda come se fosse una stella.

PROBLEMA XIII.

Osservati il principio e la fine di un ecclisse di Sole, dedurne il momento della congiunzione vera.

§. 53. 1.° Pel tempo di ciascuna delle due osservazioni col problema VIII. si cerchi l' altezza e la longitudine del nonagesimo, col problema IX. le corrispondenti paralassi della Luna così in longitudine come in latitudine, e col problema X. le distanze dei centri D, D'.

2.° Si prendano dalle tavole i semidiametri orizzontali del Sole ☉ e della Luna ☾ così pel principio come per la fine, e si aumentino quelli della Luna in ragione

Digitized by Google

della sua altezza su l' orizzonte. Ciò potrà farsi o colla formola del §. 48 o con la tavola (46) di Delambre. La somma ☉ + ☾ + a si compari con D, e la somma ☉ + ☾' + a' con D'. Se la prima sia uguale alla prima, e la seconda alla seconda, la congiunzione dedotta dalle tavole sarà la stessa con quella che si ha dall' osservazione. Ma ciò è ben difficile che avvenga.

3.° Si supponga pertanto una piccola differenza, cioè $D - (☉ + ☾ + a) = \mp m$, e $D' - (☉ + ☾' + a') = \mp n$. Se l' osservazione è esatta, ed esatte le tavole del Sole, queste differenze non saranno cagionate che da' piccoli errori, che trovansi sulle longitudini e latitudini della Luna; or questi errori, i quali non cambiano nel piccolo intervallo che separa il principio dalla fine di un ecclisse, si possono considerare come le variazioni delle longitudini e delle latitudini della Luna, dalle quali si sono dedotte le distanze apparenti tra la Luna e il Sole. Così nel triangoletto (*fig.* 98) P O S, in cui da P O = λ = latitudine apparente della Luna al principio, e da O S = γ = differenza apparente in longitudine col Sole si deduce la distanza apparente dei centri, l' errore m potrà riguardarsi come l' effetto dei differenziali $d.\lambda$ e $d.\gamma$. Ma noi abbiamo $D^2 = \lambda^2 + \gamma^2$ (§. 46). Dunque $D . d. D = \lambda\, d.\lambda + \gamma\, d.\gamma = m\, D$. Similmente nel triangoletto S E F, da cui si deduce la distanza dei centri per la fine, si avrà $D' d. D' = \lambda' d.\lambda' + \gamma' d.\gamma' = n D'$. Quindi, per essere $d.\lambda = d.\lambda'$, $d.\gamma = d.\gamma'$ si avrà $m D = \lambda\, d.\lambda + \gamma\, d.\gamma$ e $n D' = \lambda'\, d.\lambda + \gamma'\, d.\gamma$.

d' onde 1.° . . . $d.\gamma = \dfrac{\lambda' d\lambda - n D'}{\gamma'} = \dfrac{m D - \lambda d\lambda}{\gamma}$

2.° . . . $d.\lambda = \dfrac{m\gamma' D - n\gamma D'}{\lambda\gamma' - \lambda'\gamma}$

Digitized by Google

Queste due formole ci daranno dunque gli errori delle tavole così in longitudine, come in latitudine; nè per ricavarli ad altro dovrà farsi attenzione che ai segni di m ed n, di γ e di γ': Se $D > (\odot + \mathfrak{C} + a)$, m sarà positivo, e negativo nell' altro caso; lo stesso s' intende di n. Se la congiunzione apparente è tra il principio e la fine, come per lo più suole accadere, γ sarà negativo e γ' positivo. Generalmente quando il luogo apparente della Luna è all' occidente del Sole la sua distanza si prenda col $-$, e quando è all' oriente col $+$. Del che è facile vederne la ragione: il movimento della Luna rispetto al Sole prima della congiunzione apparente è in direzione opposta al movimento medesimo dopo la congiunzione.

4.° Determinati gli errori $d.\ \gamma$ e $d.\ \lambda$, coll' errore in longitudine si correggano le differenze vere in longitudine col Sole dedotte dalle tavole; indi col movimento orario relativo, che è la differenza tra i due movimenti orarii della Luna e del Sole, si cerchi il momento della congiunzione vera, così colla differenza corretta avanti la congiunzione apparente, siccome coll' altra dopo. Se il calcolo è fatto senza errore, si avrà lo stesso istante così dal principio come dalla fine. A rischiarare questo metodo daremo quì per intero il calcolo della congiunzione vera dedotta dalle osservazioni del principio e della fine dell' ecclisse dei 5 Settembre 1793.

Digitized by Google

§. 54 Principio a 11.^{h} 6'. 46",5 matt. — Fine a 2.^{h} 21'. 27",0 di sera

Long. *vera* ☾ . .	5.^{s}12.°26'. 23",5	5.^{s}14.° 2'. 23",3
Parallasse	+ 19. 31 ,2	. . − 11'. 17",3
Long. *appar.* ☾ . . .	5. 12. 45. 54 ,7	5. 13. 51'. 6",0
Long. ☉	5. 13. 13. 13 ,0	5. 13. 21'. 6",0
	O S = − 27. 18 ,3 = γ	ES = + 30'. 0",0 = + γ'

Lat. *vera* . .	o.°35'. 28",8 B	o.°44'. 18",5 B
. . .	− 22. 5",8	− 36'. 10",2
Lat. *appar.*	o. 13. 23",0 = O P = λ	o. 8'. 8",3 = E F = λ'

2 log.OS..6.	4287868..n.°2684026	2 log.ES..6. 5105450..n.°3240000
2 log.OP..5.	8094310..n.° 644809	2 log.EF..5. 3773734..n.° 238436
	somma 3328835 = Z	somma = 3478436 = Z'
log.Z...6.	5222923	log.Z'...6. 5413839
metà ...3.	2611462 n.° 30'. 24",51 = D	metà ... 3. 2706920..n.° 31'.5",06 = D'

Semid. della Luna = ☾ =	14'. 46", 0	14'. 46", 5
Aumen. per l'altez. = a =	+ 11",62	+ 10",13
☾ + a =	14'. 57",62	14'. 56',63
Semidiam. del Sole = ☉ =	15'. 56", 0	15'. 56", 0
(☉ + ☾ + a) =	30'. 53",62	30'. 52",63
D =	30'. 24",51	D' = 31'. 5",06
d. D =	− 29",11 = − m	d.D' = +12",43 = + n

Nota Long. ☉, long. e lat. ☽. diametri, parallasse orizzontale dal Nautical Almanach.

Digitized by Google

§. 55

Si cerchino ora gli errori delle Tavole in longitudine e in latitudine,

cioè $d.\gamma$, e $d.\lambda$

$$d.\lambda = \frac{m\gamma' D - n\gamma D'}{\lambda\gamma' - \lambda'\gamma}$$

$-m$ . . . log. . . . 1. 4640422
$+\gamma'$ . . . log. . . . 3. 2552725
$+D$ . . . log. . . . 3. 2611463
-7.9804610 ... n.° $= 0,00956007$

$+n$ . . . log. . . . 1. 0944721
$-\gamma$ . . . log. . . . 3. 2143934
$+D'$ . . . log. . . . 3. 2706802
-7.5795447 ... n.° $-0,00379791$
differenza . . . . $-0,00576216$ ... log. -7.7605849

$+\gamma'$ . . . log. . . . 3. 2552725
$+\lambda$ . . . log. . . . 2. 9047155
$+6.1599880$ ... n. $+0,00014454$

$-\gamma$ . . . log. . . . 3. 2143934
$+\lambda'$ . . . log. . . . 2. 6886867
-5.9030801 ... n.° $-0,00008000$
differenza . . . . $+0,00022454$... co-log. $+3.6487063$

log. $d.\lambda = -1.4092912$
onde $d.\lambda = -25'',66$

Digitized by Google

$$d.\gamma = \frac{m\,D - \lambda\, d.\lambda}{\gamma} = \frac{\lambda'\, d.\lambda - n\,D'}{\gamma'}$$

− m . . . log. . . . 1. 4640422
+ D . . . log. . . . 3. 2611463
− 4. 7251885 ... n.° = 0,0000531115

+ λ . . . log. . . . 2. 9047155
− d. λ ... log. . . . 1. 4092912
4. 3140067 ... n.° + 0,0000206066
differenza ... − 0,0000325049 ... log. − 4. 5119489
co-log. γ . . . − 6. 7836066
log. d. γ = + 1. 2975555
onde d. γ = + 19",84

Calcolo della congiunzione vera.

	Principio	Fine
Long. *vera* ☾	5.^{s} 12.^{o} 26'. 23",5	5.^{s} 14.^{o} 2'. 23",3
error delle Tavole	− 19",8	− 19",8
Long. corretta	5. 12. 26'. 3",7	5. 14. 2'. 3",5
Long. ☉	5. 13. 13'. 13",0	5. 13. 21'. 6",5
distan. *vera* dalla cong.	− 47'. 9",3	+ 40'. 57",5

Movimento *relativo* della Luna in 3.^{h} 14'. 40",5, o sia dal principio alla fine = 1.^{o} 28'. 6",8. Quindi in 1.^{h} sarà 27'. 9",424

Co-log. 27'. 9",424 . .	6. 7879660	6. 7879660
Log. 1.^{h} (= 3600")	3. 5563025	3. 5563025
Log. 47'. 9",3	3. 4516790	log. 40'. 57",5 ... 3. 3904935
Log. 6251",0	3. 7959475	log. 5429",5 ... 3. 7347620

Dist. della cong. in tempo . . . 1.^{h} 44'. 11",0 . . . 1.^{h} 30'. 29",5
Tempi dell' osservazione . . . . 11. 6'. 46",5 . . . 2. 21'. 27",0
Tempo della congiun. *vera* . . . 12. 50'. 57"5 . . . 12. 50'. 57",5

Digitized by Google

§. 56 Sebbene il metodo che veniamo di spiegare, sia per avventura il più spedito e più semplice di quanti ne sono stati dati per gli ecclissi di Sole; pure non crediamo di dover ommettere di parlare di quello, che pel passato generalmente praticavasi, e che da Lalande era riputato pel migliore, e più sicuro. E' sempre bene di conoscere più di una via, onde giugnere allo stesso termine. Nel metodo precedente, dalla posizione apparente della Luna così in longitudine come in latitudine pe' tempi delle due osservazioni se ne ricavano le distanze apparenti dei centri pei tempi medesimi; in questo dalle distanze, in cui secondo le tavole dovrebbero trovarsi i centri, si risale alle latitudini apparenti e differenze apparenti in longitudine col Sole.

Sia O E (*fig.* 98) una porzione dell' eclittica, in cui S il Sole, O S differenza apparente in longitudine col Sole pel principio, S E per la fine, P O latitudine apparente al principio, E F latitudine apparente alla fine. Per F si guidi F Q paralella a O E, sarà F Q = O S ± S E; quindi nel triangolo Q F P, si cerchi prima l' angolo P F Q, indi il valore di P F, espresso in Q F. Nel triangolo pertanto P S F, in cui S P = ☉ ± ☾ ± a, S F = ☉ ± ☾' ± a', saranno noti tutt' i lati; onde se ne conchiuderanno i segmenti P B, F B, coi quali si troveranno gli angoli P e F. Ora se da P F S si sottragga l' angolo Q F P, già trovato, si avrà l' angolo Q F S = F S E, e se dell' angolo Q P F, complemento a 90.° dell' angolo Q F P, si sottragga l' angolo S P F, il residuo sarà l' angolo O P S. Nei due triangoli rettangoli P O S, F E S, oltre l' angolo retto si conoscono dunque un lato e un angolo; quindi si potrà dedurne i lati cioè O S, E S; O P, F E. Si comparino O S, E S colle differenze apparenti calcolate in longitudine, e P O, F E colle corrispondenti latitudini, le differenze rispettive daranno gli errori delle tavole in longitudine e in latitudine, dai qua-

li si risalirà alle distanze vere, e in fine se ne conchiuderà la congiunzione vera nel modo medesimo che sopra fatto abbiamo.

Nell' esempio precedente $QF = 57'.\ 18'',3$;

$PQ = 5'.\ 14'',7$; $PFQ = 5.^{\circ}\ 13'.\ 46'',5$;

$PF = 57'.\ 32'',67$; $PS = 30'.\ 55'',62$;

$SF = 30'.\ 52'',63$; $FPS = 21.^{\circ}\ 18'.\ 44'',4$;

$SFP = 21.^{\circ}\ 19'.\ 27'',4$; $OPS = 63.^{\circ}\ 27'.\ 29'',1$;

$SFE = 73.^{\circ}\ 54'.\ 19'',1$. Quindi

	OS = 27'. 36",3; SE = 29'. 40",0		PO = 13'. 47",8; FE = 8'. 33",6	
dalle tavole . . .	27'. 18",3	30'. 00",0	13'. 23",0	8'. 8",3
err. del tav. in long. . .	+ 20",0	+ 20",0	in lat. — 24",8	— 25",3

lo stesso che si è trovato col metodo precedente; giacchè la differenza di qualche decima non merita considerazione.

§. 57 *Dusejour*, seguito da Lalande e da più altri, opina che il diametro del Sole, che si ha dalle tavole sia maggiore del vero, a cagione dell' *irradiazione*, che fa comparire i corpi luminosi più grandi che realmente non siano. Ora il principio di un ecclisse non dipendendo dal diametro apparente, ma dal vero, se quello delle tavole è affetto dall' irradiazione, converrà farvi la corrispondente correzione, che secondo lo stesso *Dusejour* è di 3'',5. Vuole egli ancora, che debbasi diminuire di altri 2'' per l' *inflessione*, che debbono soffrire i raggi solari passando per l' atmosfera della Luna. Ma queste correzioni non sono nè ben provate nè generalmente ricevute. Io le introdussi ne' calcoli delle ecclisse dei 3 Giugno 1788, che trovansi inseriti nel vol. LXXIX. delle *Transazioni filosofiche*; ma vidi in seguito che le osservazioni per avventura meglio si accordavano senza tali correzioni, che con

Digitized by Google

esse. Tutto al più parrebbe che pel principio dalla somma de' semidiametri si potesse togliere uno in due secondi; non osservando noi rigorosamente il contatto de' due bordi, ma bensì la prima intaccatura del disco solare.

§. 58 I due precedenti metodi possono ugualmente servire a trovare per mezzo delle occultazioni delle Stelle, ed ecclissi de' Pianeti, il momento della congiunzione vera della Luna sia colla Stella, sia col Pianeta: basterà perciò che si tengono presenti le avvertenze che sopra date abbiamo §. 52. Se poi si volesse procedere col massimo rigore, in questo caso, nelle occultazioni (*fig.* 95) essendo L M = alla differenza della latitudine (λ) apparente della Luna e vera (δ) della Stella; l' equazione da differenziarsi sarà cos. D = cos. γ cos. ($\lambda - \delta$). Ma le nuove formule, che quindi si avranno per *d.* λ e *d.* γ, ci obbligheranno a lunghi calcoli, senza che quindi sia per venirne su gli ultimi risultati, che qualche decima di differenza. Peraltro tutto ciò diviene pressochè inutile dopo il metodo proposto dal sagacissimo Sig. *Carlini* pag. 89 delle *Effemeridi di Milano* 1809: poicchè in esso non si ha mestieri di conoscere l' errore delle tavole, e insieme vi è tanta facilità e brevità, che sembra debba d' ora innanzi preferirsi a qualunque degli altri sono stati finora impiegati. Noi l' esporremo a un di presso nel modo che si è dato dall' Autore nel luogo citato. Pertanto

1.° La Stella conserva la stessa longitudine e la stessa latitudine, e quando si occulta, e quando ricomparisce: dunque la longitudine vera e latitudine vera della Stella, saranno le longitudini e latitudini apparenti de' due punti del disco lunare, ove succede l' immersione, e la emersione. Invece pertanto di cercare le paralassi pel centro della Luna, noi potremo cercarle pei due rispettivi punti d' immersione e emersione, risalendovi per mezzo delle longitudini e latitudini apparenti dei detti

Digitized by Google

punti; e a ben riflettere questa è la strada più diritta, che possa tenersi.

Ora la formola (*a*) (§. 39) ci dà per la parallasse in longitudine di un astro o punto qualunque in Cielo

$$\Pi = \frac{\text{sen. } p \text{ . sen. } h \text{ . sen. } (D + \Pi)}{\text{cos. } l}$$

e la formola (ρ'') (§. 43) per la parallasse in latitudine

$$\pi = p \text{ . } \{\text{cos. } h \text{ . cos. } \lambda - \text{sen. } h \text{ . sen. } \lambda \text{ cos. } (D + \tfrac{1}{2}\Pi)\}$$

nelle quali l latitudine vera dell' astro, λ latitudine apparente, e D distanza vera dal nonagesimo. Se dunque sia λ = latitudine vera della Stella, e δ distanza vera dal nonagesimo; sarà $\lambda - \pi$ = latitudine vera del punto del disco lunare ove succede l' immersione, e δ distanza apparente dello stesso punto dal nonagesimo: dunque pel punto del disco ove si fa l' immersione.

$$\Pi = \frac{p \text{ sen. } h \text{ . sen. } \delta}{\text{cos. } (\lambda - \pi)}$$

$$\pi = p \text{ . } \{\text{cos. } h \text{ . cos. } \lambda - \text{sen. } h \text{ . sen. } \lambda \text{ cos. } (\delta - \tfrac{1}{2}\Pi)\}$$

Le stesse due formole serviranno per le parallassi del punto dell' emersione, introducendo in esse la corrispondente altezza del nonagesimo, e sua distanza dalla Stella. Nel calcolo però sarà necessario una doppia operazione per ciascuna delle quattro formole.

2.° Sia K K' (*fig.* 99) una porzione dell' ecclittica; S la Stella; B, B' i due punti del disco lunare, ne' quali succedono l' immersione e la emersione; L, L' i luoghi veri del centro della Luna nelle due osservazioni; condotte per S, B, L parellamente all' ecclittica le rette S M; L G" B N; e perpendicolarmente alla medesima le altre rette S R, C A, C' A', L K, L' K': sarà B C parallasse in latitudine, e C S in longitudine del punto B, simil-

Digitized by Google

mente B' C' paralasse in latitudine, e C' S paralasse in longitudine del punto B' : poichè così nell' immersione come nell' emersione i punti B, B' si vedono in S : sarà ancora L G' = al movimento vero della Luna in longitudine dall' immersione all' emersione, e G' L' = al movimento corrispondente in latitudine ; finalmente B L = raggio orizzontale della Luna nell' immersione, e B' L' = raggio orizzontale nell' emersione, i quali due raggi, senza timore di errore sensibile, nel calcolo si potranno prendere come uguali, la massima differenza loro non eccedendo mai il mezzo secondo.

3.° Premesse queste cose si cerchi S M differenza in longitudine tra la Stella e la Luna, e M L sua differenza in latitudine. Perciò 1.° si faccia K K'' = K K' + A A' = al movimento vero della Luna dall' immersione all' emersione più la differenza delle paralassi ; onde chiamando m il movimento vero, che si prenderà dalle tavole, K K'' = $m + \Pi' - \Pi$; si faccia ancora G'' L'' = G' L' + B' E', = al movimento in latitudine più la differenza delle paralassi in latitudine, onde posto G' L' = n da prendersi dalle tavole, G'' L'' = $n + \pi' - \pi$. 2.° Condotta L'' L, e L'' B, che dalla costruzione risulta uguale a L' B', prima di risolvere il triangolo G'' L L'', conviene ridurre G'' L (supposta uguale a K'' K) al paralello medio tra L'' e L : ma L K = alla latitudine vera della Luna nell' immersione = g, e L'' K'' = $g + n + \pi' - \pi$, perciò medio = $g + \frac{n + \pi' - \pi}{2} = \gamma$, pel di cui coseno converrà moltiplicare K K'', e sarà $(m + \Pi' - \Pi) \cos. \gamma$ = G'' L.

3.° Risolvendo il triangolo G'' L L'', il di cui angolo in L = α, si avrà tan. $\alpha = \frac{n + \pi' - \pi}{(m + \Pi' - \Pi) \cos. \gamma}$, e L'' L $= \frac{(m + \Pi' - \Pi) \cos. \gamma}{\cos. \alpha}$; indi nel triangolo L'' B L, in cui

Digitized by Google

L'' B = L B = r, cercando l' angolo B L L'' = B L'' L = β, si avrà cos. $\beta = \frac{(m + \Pi' - \Pi)\cos. \nu}{n r . \cos. \alpha}$.

4.° G'' L B = $\beta - \alpha$ = L B N; perciò nel triangolo L B N, B N = r cos. $(\beta - \alpha)$ e ridotto all' eclittica B N = $\frac{r . \cos. (\beta - \alpha)}{\cos. (\lambda - \pi')}$; L N = r. sen. $(\beta - \alpha)$. Se dunque si chiami l la longitudine vera della Stella, sarà la longitudine vera della Luna in L = ... $l - \Pi - \frac{r . \cos. (\beta - \alpha)}{\cos. (\lambda - \pi')}$: e la latitudine vera = ... $\lambda + r$ sen. $(\beta - \alpha) - \pi$, che è quanto fa mestieri di conoscere.

§. 59 In questo metodo, il calcolo delle parallassi non dipende che dal nonagesimo, e dalla posizione della Stella ecclissata; gli errori delle tavole non influiscono sulla quantità m e n, onde si possono prendere da qualunque effemeride; La latitudine della Luna non si impiega che per ridurre K'' K' al parallelo, e perciò un errore sulla medesima di uno in due ed anche più minuti non potrà cagionare differenze sensibili; finalmente la considerazione dell' aumento del diametro lunare in ragion della sua altezza ne viene affatto esclusa. Per le quali cose è forza convenire che desso sia e il più facile, e il più breve e il più sicuro di quanti se ne conoscono. A togliere però qualche difficoltà che potrebbe incontrarsi nella risoluzione dei triangoli, converrà per ogni caso fare la figura particolare, che lo esprima. Essa sarà bastevole sempre a mostrarci la strada da tenersi per portare a fine il calcolo.

Digitized by Google

PROBLEMA XIV.

Osservato lo stesso ecclisse in due meridiani diversi, dei quali uno noto, e l' altro ignoto; trovare la distanza di questo da quello.

§. 60. Questo è il problema, a cui in ultimo collima quanto finora si è detto su gli ecclissi. Il principale oggetto per cui si osservano con tanta sollecitudine e tanta diligenza, essendo appunto per giovarsi di essi a riconoscere i diversi meridiani della Terra. E veramente tutti gli altri metodi a ciò impiegati non possono mai giugnere alla precisione, che può darci un ecclisse di Sole o di Stelle, ben osservato e ben calcolato.

1.° Se l' ecclisse sia di Sole e ne sia stato osservato così il principio come il fine in ciascuno dei due meridiani, a determinarne la loro differenza converrà partire dall' uno o dall' altro dei due metodi, che spiegati abbiamo §. 34 e seg., §. 56 e segu.

Partendo dal primo §. 34 e seg. §. 55 coll' ecclisse osservato nel meridiano noto si cerchi l'errore delle tavole, e si correggano; indi si supponga il meridiano ignoto a quella distanza, che ci parrà più probabile, e in questa supposizione si calcolino le distanze dei centri pe' momenti delle due osservazioni fatte nel meridiano ignoto: queste si comparino colle corrispondenti somme dei semidiametri, vero dal Sole e apparente dalla Luna, e colle differenze, nel modo, che si è trovato l' error delle tavole, si cerchi l' errore sulla longitudine della Luna, cagionato dal supposto meridiano inesatto; ottenuto il quale si dirà, come sta il movimento orario della Luna in longitudine ad un ora, così l' errore trovato al quarto, che sarà il tempo da aggiugnersi o da sottrarsi dalla supposta differenza dei meridiani. Per maggiore sicurezza sarà bene rifare l' intero calcolo nel meridiano corretto.

Digitized by Google

Col secondo metodo §. 56. Corrette le tavole coll' osservazione nel meridiano noto; si calcoli l' osservazione nel meridiano ignoto in due supposizioni diverse del suo vero valore. Poichè dalle due ipotesi debbono risultare due longitudini diverse della Luna pel momento della congiunzione vera; si dica come sta la loro differenza alla differenza dei meridiani supposti, così l' eccesso o difetto di una di esse sulla longitudine delle tavole, al quarto, che sarà la correzione da farsi al meridiano, corrispondente a quella delle due longitudini, che sarà stata considerata. Tutto ciò è assai facile a concepirsi nè merita maggiore rischiarimento.

2.° Se l' ecclisse sia di Stella, e così l' immersione, come l' emersione siano state osservate nell' uno e nell' altro dei due meridiani; coi metodi ordinarii converrà calcolare ciascuna delle due osservazioni nei modi sopra indicati, non così però col metodo dal Sig. Carlini. In questo, ove si conosca entro uno o due gradi il meridiano che si vuole determinare con esattezza, non vi sarà bisogno di altro: poichè la differenza delle congiunzioni vere, dedotte, la prima dall' osservazione nel meridiano noto, e la seconda dall' osservazione nel meridiano ignoto solo entro i limiti di 15 in 30 minuti di tempo, (a 30' minuti di tempo non giunge per avventura la massima incertezza che rimane su i meridiani della terra non ancora esattamente determinati) ci darà la differenza esatta, che si cerca; la quale in caso di dubbio potrà mettersi alle pruove con un secondo calcolo. Tutto ciò aggiunge un nuovo pregio al metodo dal Signor Carlini.

Generalmente però non basta un solo ecclisse a ben definire la differenza di due meridiani. Sempre sulle osservazioni cade qualche piccolo errore, il di cui effetto interamente ricade sull' errore delle tavole, che quindi diviene maggiore o minor del vero. Perciò con più e più

Digitized by Google

osservazioni vuolsi correggere e ricorreggere la differenza da principio stabilita: così sogliono usarne gli Astronomi nel determinare la longitudine dei loro osservatorii, delle città e dei luoghi più rimarchevoli della terra. A compimento di quanto si è detto, parrebbe che si dovesse accennare qualche cosa intorno ai casi, nei quali le osservazioni nei due meridiani non sono complete, o complete in uno solamente ec. Ma simili osservazioni non soglionsi impiegare che ben di rado, e in caso in cui ne manchino delle complete; e allora, avendo ben compreso il metodo onde dalle osservazioni si sale ai risultati, ciascuno da se saprà trarne quel maggior profitto che sarà possibile, senza che perciò sia necessario dare nuovi precetti.

ARTICOLO III.

Dei Passaggi di Mercurio e Venere sul disco dal Sole.

§. 61 Mercurio e Venere nelle loro congiunzioni inferiori passando sempre tra il Sole e la Terra, deve talvolta accadere che si possano vedere sul Sole, sul di cui disco entrando per la parte di Levante, dopo breve tempo ne sortono per l' altra di Ponente. I passaggi di Mercurio e Venere non differiscono dunque dagli ecclissi solari che nella quantità e nella direzione del movimento, che in questi si fa in parti contrarie a quelli, per essere sempre diretto il movimento della Luna, e retrogrado nelle congiunzioni inferiori quello di Mercurio e Venere. Questi fenomeni, innanzi la scoperta dei telescopii, non era possibile che si osservassero, nè mai infatti vi si pensò sino a Keplero, che fu il primo che ne parlasse, e ne annunziasse alcuni vicini a succedere. Attentissimi gli Astronomi a questo nuovo non più veduto spettacolo, Gas-

Digitized by Google

sendi e Cisati nel 1631 giunsero a scoprire Mercurio sul Sole, e Horrokes e Crabtree nel 1639 vi distinsero Venere. Ma essi non si occuparono che della novità della cosa, e niente de' vantaggi che potevano venirne. Era ciò riserbato al sommo uomo Edmondo Halley; il quale ne sentì tutta l' importanza, manifestolla a' suoi coetanei, e lasciò alla posterità i necessarj lumi onde profittarne. D' allora in poi divennero i passaggi uno degli oggetti, cui con particolar studio si applicarono gli Astronomi, e la scienza ne raccolse i maggiori incrementi. I limiti entro i quali succedono questi passaggi, i periodi che li riconducono, l' effetto su di essi delle parallassi, la scelta de' luoghi più adatti per osservarli, i calcoli da farsi prima e dopo, e i vantaggi infine di queste osservazioni, sono le cose di cui noi verremo qui brevemente ragionando.

§. 62 Affinchè questi Pianeti si possano vedere sul Sole, non basta che siano nelle loro congiunzioni inferiori, e vicini ai rispettivi nodi; è inoltre necessario che la più corta distanza sia minore della somma de' semidiametri del Sole e del Pianeta. Ora questa distanza dipendendo dalla latitudine e dall' inclinazione dell' orbe del Pianeta; se si chiami λ la latitudine geocentrica ed I l' inclinazione apparente, il passaggio non avrà luogo, se non sia, per Mercurio $\lambda \cos. I < \frac{\odot + \varsigma}{2}$; e per Venere $\lambda \cos. I < \frac{\odot + \varphi}{2}$.

Nè il calcolo è di alcuna difficoltà: dalle tavole si ha direttamente la latitudine eliocentrica, l' inclinazione vera, e i raggi r, R del Pianeta e della Terra: Prontamente si potrà quindi ottenere il valore di $\lambda \cos. I$, come meglio si vedrà in seguito. Quì non si considera l' effetto delle parallassi, che solo potrebbe cagionare qualche dubbio, quando $\lambda \cos. I = \frac{\odot + \text{Pianeta}}{2}$, o prossimamente u-

Digitized by Google

guale; caso ben difficile ad avvenire, e che avvenendo, non credo che colle tavole, che presentemente si hanno, si potesse decidere. Il passaggio resterebbe quindi sempre incerto.

§. 62 Stabiliti i *limiti* entro i quali i passaggi saranno sicuri, se innoltre vogliansi conoscere e predire per lunga serie di anni, gioverà valersi de' diversi periodi che rispetto alla Terra ci forniscono i movimenti periodici di Mercurio e Venere intorno al Sole. Mercurio in sei anni, otto giorni e 39 minuti ritorna a raggiungere la Terra nello stesso punto del cielo, in cui si era da lei dipartito; e Venere v'impiega otto anni, come già veduto abbiamo (Lib. V). Se quindi i nodi non avessero movimento alcuno, partendo da un passaggio osservato di Mercurio, dopo sei anni se ne avrebbe un altro, e partendo da un passaggio di Venere, similmente se ne osserverebbe un altro otto anni dopo. Ma il movimento de' nodi rende spesso fallaci questi due periodi, per cui ad essi più altri ne sono stati aggiunti, i quali, se ne essi tampoco riconducono sempre i passaggi, sono però di un grande vantaggio. I periodi di Mercurio sono di 6 anni, di 7, di 13, di 46, di 217, e di 263; e quei di Venere di 8 anni, di 135, di 251, di 121, e di 243. Gli ultimi così degli uni come degli altri sono i migliori, cioè quello di 263 per Mercurio e quello di 243 per Venere. Rinvenuto pertanto un passaggio, colla successiva addizione de' precedenti periodi, e de' corrispondenti movimenti relativi del Pianeta rispetto alla Terra, e degli assoluti del nodo, mano a mano, colla regola dei limiti, si anderanno riconoscendo i futuri passaggi. Per simile maniera Lalande e il Cav. Delambre, sulle traccie di Halley, ci hanno dato i passaggi di Mercurio dal 1605 al 1894, e di Venere dal 902 al 2984. I passaggi di Mercurio succedono sempre nei mesi di Novembre e di Maggio, e quei di Venere in Dicembre e Giugno. Il più vicino di Mercurio

Digitized by Google

accaderà ai 4 di Novembre del 1822, e il più vicino di Venere agli 8 Dicembre del 1874.

§. 63 Quando si è riconosciuto che vi deve essere un passaggio dell' uno o dell' altro de' due Pianeti, e vuolsi per un dato luogo saperne le circostanze, onde prepararsi a ben osservarlo, e calcolarne l' osservazione che fatta ne sarà; il metodo da tenersi non è punto diverso da quello che esposto abbiamo per gli ecclissi di Sole. Venere e Mercurio fanno quì le veci della Luna: i loro diametri invero sono minori assai di quello della Luna, più piccole le parallassi, più lenti i movimenti, e questi retrogradi; ma tutto ciò non induce alcuna differenza nello spirito del metodo; anzi rende il calcolo generale più pronto e più spedito. Poicchè, se la paralasse del Sole non è che di 9", quella di Mercurio non sarà maggiore di 11" circa, ne maggiore di 30" quella di Venere, e quindi la più corta distanza vera pochissimo diversa dalla più corta distanza apparente. Per la quale cosa un passaggio visibile in un luogo, lo sarà insieme per tutti coloro che avranno nel tempo stesso il Sole sull' orizzonte, fuori del caso rarissimo in cui la latitudine del Pianeta fosse pressochè uguale alla quantità del limite, o sia a λ cos. I; nel quale caso potrebbe avvenire che fosse visibile in un luogo, e non lo fosse in un altro.

§. 64 Ma se le parallassi difficilmente possono cagionare che i passaggi non siano per ogni dove visibili, ove è visibile il Sole, non è lo stesso però riguardo alla loro durata. La parallasse può allontanare o ravvicinare i centri del Sole e del Pianeta, rendere la corda apparente che descrive più lunga o più corta, e così aumentare o diminuire la durata del passaggio. Riguardo a Mercurio, la di cui parallasse relativa non è che di 2", appena certamente potrà produrvi la differenza di mezzo minuto; e perciò pressochè insensibile. Ma non così rispetto a Venere: la sua parallasse relativa essendo di 21"

Digitized by Google

circa, e a cagione della lentezza del movimento di questo Pianeta, per ogni secondo di parallasse crescendo di 20" in tempo la durata del passaggio; lo stesso potrà aumentare di 7', e di altrettanto diminuire, per cui l' intera differenza tra i passaggi osservati dal centro e dalla superficie potrà giugnere a 14' circa in tempo.

§. 65 Questa considerazione fece conoscere ad Halley di quale e quanta importanza potessero divenire i passaggi di Venere a differenza di quei di Mercurio, che non possono servire che a rettificare la di lui teoria. La paralasse del Sole, punto cardinale del sistema solare, poichè da lei dipendono le parallassi di tutt' i Pianeti, e data quella si hanno queste; la parallasse del Sole, dico, non era ben conosciuta, rimanendovi ancora, mal grado tutti gli sforzi che fatti si erano, l' incertezza sulla sua vera quantità di 3" in 4" secondi. Ora vide Halley, che se giunto si fosse a osservare un passaggio di Venere ne' due punti della Terra, ne' quali l' effetto delle parallassi fosse il massimo in senso contrario, dalla differenza delle rispettive durate, prodotta dalla differenza delle parallassi del Sole e di Venere; il calcolo ci avrebbe tosto data questa differenza stessa, e quindi le parallassi assolute del Sole e di Venere; di altro non trattandosi, che di trovare due quantità, delle quali si avrebbe la differenza e il rapporto. Ma perciò era necessario di conoscere i luoghi più adatti alle osservazioni, donde ne venne il problema del modo d' investigare e determinare questi luoghi stessi, e ne vennero poi e i tanti viaggi intrapresi all' occasione de' due passaggi degli anni 1761 e 1769, e la sì grande celebrità de' passaggi medesimi. Noi non parleremo del problema di determinare i luoghi ne' quali l' effetto delle paralassi sia il massimo in più e in meno: questo problema si può risolvere graficamente nello stesso modo a un di presso che indicato abbiamo per gli ecclissi generali del Sole. Quì pertanto ci limiteremo

Digitized by Google

a indicare sommariamente l'andamento del calcolo, per cui dalle osservazioni se ne conchiudono le paralassi del Sole e di Venere.

PROBLEMA XV.

Da un passaggio di Venere sul Sole, osservato in due luoghi diversi, e convenevolmente situati, dedurne le paralassi di Venere e del Sole.

§. 66 Da principio si supponga l'osservatore nel centro della Terra, e trovato il tempo della congiunzione vera, 1.° per questo si calcoli la longitudine e latitudine eliocentrica di Venere, il suo raggio vettore r, il movimento orario in longitudine, l'altro in latitudine, la longitudine della Terra, e il corrispondente raggio R.

2.° Si prenda la differenza de' movimenti orarii eliocentrici di Venere e della Terra $= m$, col movimento orario in latitudine $= n$, e si dica $n : m :: R : \text{tang. } I$, che sarà l'inclinazione dell'orbita relativa di Venere.

3.° Poichè i movimenti apparenti sono in ragione inversa delle distanze, sarà $R - r : r :: m$ al movimento orario geocentrico di Venere in longitudine, e con questo moltiplicando la tangente di I, il prodotto sarà il movimento orario geocentrico in latitudine. Similmente moltiplicando per $\frac{r}{R-r}$ la latitudine eliocentrica di Venere in congiunzione, il prodotto sarà la latitudine geocentrica corrispondente $= \lambda$.

4.° Sia ora P F M il disco del Sole (*fig.* 100) S il centro; p il centro di Venere in contatto col bordo interiore del Sole all'ingresso, f similmente il centro di Venere in contatto col bordo interiore all'egresso; pf l'orbita relativa, o corda apparente che descrive Venere sul disco dal primo al secondo contatto interiore; $S\varphi = \lambda$, e $S m$

Digitized by Google

la più corta distanza. Per la somiglianza de' triangoli rettangoli $p f X$, $m S \varphi$, sarà l'angolo $p f X = I = m S \varphi$, perciò $S m = \lambda$ cos. I, e $m \varphi = S m$. tan. I.

5.° Si riduca in tempo φm, dicendo movimento orario sull'orbita $p f$, o sia movimento geocentrico orario diviso per cos. I ad un ora, come m al quarto, che aggiunto al tempo della congiunzione vera darà il tempo della metà del passaggio.

6.° Si prenda la semidifferenza dei diametri di Venere e del Sole, espressi da $S p$ pel primo contatto, e da $S f$ pel secondo, sarà $m p = \nu (S p^2 - S m^2)$. Si converta $m p$ in tempo; sottratto dal tempo del mezzo del passaggio, darà il tempo del primo contatto, ed aggiunto, il tempo del secondo; la loro differenza l'intera durata del passaggio.

7.° Nel triangolo $f S p$, in cui sono noti i tre lati si cerchino gli angoli f e p, indi nei due triangoli $S p E$, $S f O$ si calcolino i lati $S E$, $S O$, $E p$, $O f$. Saranno $S E$, $S O$ le due distanze di Venere dal Sole che corrispondono al primo, e secondo contatto; $E p$, $O f$ le rispettive latitudini. Tutto ciò supposto l'occhio dell'osservatore nel centro della Terra.

8.° Si passi ora a cercare le variazioni che soffriranno $S O$, $S E$, $O f$, $E p$, essendo l'osservatore sulla superficie della terra. Perciò conviene calcolare le paralassi in longitudine e in latitudine pei tempi del primo e secondo contatto. Si dia pertanto un valore approssimato alla paralasse orizzontale del Sole, da cui si caverà quella di Venere: Sia la prima $= A$, e la seconda $= A'$; $A - A' = P$ sarà la paralasse relativa, colla quale impiegando le formole del Prob. IX. si avranno le paralassi cercate. Suppongo Π, π le due paralassi, che corrispondono al punto p; Π', π' le altre che corrispondono al punto f. Fatta pertanto $S E = a$, $S O = a'$, $E p = b$, $E f = b'$; $S O$ si convertirà in $a + \Pi$; $S E$ in $a' + \Pi'$; $O p$ in

Digitized by Google

$b + \pi$, e Of in $b' + \pi'$. Conformemente a queste variazioni varierà dunque fp, intera durata del passaggio osservato dal centro della Terra. Questa variazione è ciò che vuolsi sapere.

9.° Nei due triangoli SpE, $Sf O$, essendo l'occhio nel centro della Terra, si ha $\overline{Sp}^2 = \overline{SE}^2 + \overline{Ep}^2$, $\overline{Sf}^2 = \overline{SO}^2 + \overline{Of}^2$; ma queste equazioni non possono più sussistere se dal centro si passi alla superficie; a meno che non si suppongano delle variazioni ne' rispettivi cateti dei due triangoli, per cui si tolga o si aggiunga a ciascuno dei detti cateti quanto è mestieri, perchè senza variare nè Sp, nè Sf, i due triangoli si conservino rettangoli in E e in O. Sia dunque $d.y$ la variazione di SE, e la variazione di $Ep = d.x = d.y$ tan. I (per essere $d.y : d.x :: R : \text{tan. I}$). Avremo nel triangolo SEp, $\overline{Sp}^2 = (a + \Pi + d.y)^2 + (b + \varpi + d.y \text{ . tan. I})^2$, equazione in cui tutto è noto fuori di $d.y$, che si deve esprimere in una funzione di P. Ma noi abbiamo $\Pi = \frac{m}{p}$, $\varpi = \frac{n}{p}$, ove m ed n sono quantità note: introdotti dunque nella precedente equazione questi valori di Π, ϖ, si avrà finalmente $d.y = Q \times P$, che convertito in tempo sarà la differenza tra il primo contatto osservato dal centro, e l'altro osservato dalla superficie. Essendo retrogrado il movimento di Venere, se $d.y$ sarà negativo, o sia se l'effetto della parallasse diminuisce SO, il primo contatto succederà prima alla superficie, e poi al centro, il contrario se $d.y$ sia positivo. Si faccia un calcolo simile per la fine e si troverà per uguale maniera $d.y'$, che sarà la quantità di cui la parallasse aumenterà o diminuirà il secondo contatto.

10° Si comparino le osservazioni alla superficie coll'

Digitized by Google

osservazione al centro, che non muta comunque mutino le stazioni alla superficie. Dal centro, sia T il tempo del primo contatto, T' il tempo del secondo; dalla superficie M il tempo del primo, M' il tempo del secondo nella prima stazione; N il tempo del primo, N' il tempo del secondo nella seconda stazione: si avrà dalla prima stazione $M - QP = T$; $M' - Q'P = T'$; e $M' - M - (Q' - Q)P = T' - T$: dalla seconda $N - GP = T$; $N' - G'P = T'$; $N' - N - (G' - G)P = T' - T$.

Quindi $P = \frac{(M' - M) - (N' - N)}{(Q' - Q) - (G' - G)}$, differenza osservata delle due parallassi di Venere e del Sole. Sia pertanto $\frac{A}{R}$ la parallasse del Sole sarà la parallasse di Venere .... $= \frac{A}{R - r}$, e $P = \frac{A}{R - r} - \frac{A}{R} = \frac{rA}{R(R - r)}$, onde $A = \frac{R(R - r)P}{r} = \frac{R^2(1 - \frac{r}{R})P}{r}$ per maggiore facilità del calcolo,

Con questo metodo il Cav. Delambre ha calcolate tutte le osservazioni del passaggio del 1769, delle quali qui basterà riportare i risultati di Wardhus a 70.° 22.' 36" di latitudine B, e di Taiti a 17.° 25.' 58" latitudine A, le più lontane in latitudine, e che sono state fatte, le prime da Hell, e le seconde da Green, valorosi osservatori l' uno e l' altro.

Wardhus.

1.° Contatto interiore ...	9.h 34'. 5"		
2.°	15. 27'. 36"	Riduzione al centro	
Durata ..	5. 53'. 31"	... 5.h 53'. 31"	= 32",033 P = T' − T

Digitized by Google

Taiti

		Riduzione al centro
1.° Contatto interiore ...	21.^{h} 43.' 55"	
2.°	3. 14'. 3"	
Durata ...	5. 30'. 8" ...	5.^{h} 30'. 8" + 33",039 P = T' − T
Durata a Wardhus ...	5.^{h} 53'. 31 − 32,033 P = T' − T	
	23. 23". − 65",072 P = 0	

Quindi $P = \frac{23'.\ 23''}{65'',072} = 21'',561$ ..... log. 1,33367

$\left\{ \frac{R^2 \left(1 - \frac{r}{R}\right)}{r} \right\}$ ..... log. 9,60632

Parallasse del Sole ... 8",7094 .... log. 0,93999

Nel calcolo delle parallassi in longitudine e in latitudine conviene dare un valore approssimato alla parallasse orizzontale del Sole, e a norma di questo calcolare la parallasse di Venere, la di cui differenza con quella del Sole darà la parallasse relativa, da cui dipendono le parallassi in longitudine e in latitudine. Delambre ha fatto $\frac{A}{R} = \frac{8'',7}{R} = 8'',5701$; se invece si fosse fatto A = 9", e più ancora, ciò non avrebbe indotta variazione sensibile nelle quantità che si cercano, non impiegandosi, come detto abbiamo, le parallassi assolute, ma solo la loro differenza.

Oltre il contatto interiore si suole osservare l' esteriore ancora, ma questo è sempre poco sicuro. La differenza tra due osservatori situati nello stesso luogo è giunta talvolta sino a 55" di tempo, come può vedersi nelle osservazioni di Greenwich del 1769. Del contatto esteriore non suole quindi farsene gran conto, e solo può servire a conoscere quanto ciascun secondo del diametro di Venere impieghi di tempo per entrare nel disco del Sole. Per l' ingresso di tutto il diametro, il medio delle osservazioni del 1769 dà 18'. 20", che divisi per 55", quanto era allora il suo diametro, risulta 20" di tempo per ogni secondo di arco.

Digitized by Google

LIBRO VII.

COMETE.

§. 1 Le Comete, come già veduto abbiamo, sono ritenute intorno al Sole dal principio istesso, che vi ritiene i Pianeti: in altrettante ellissi e questi e quelle muovonsi intorno a lui, formando un ramo distinto del suo sistema. Sotto questo solo rapporto sono esse considerate dagli Astronomi, le ricerche de' quali non cadono che sù velocità, masse, tempi e distanze. Nei Pianeti gli elementi delle rispettive orbite sono rinchiusi entro certi limiti, nelle Comete non se ne conosce alcuno; e ciò si è che per l' Astronomo costituisce la differenza tra gli uni e le altre, e per cui queste vengono separatamente trattate. Chioma, coda, atmosfera, improvisa apparizione, seguita talvolta da improvisa disparizione, e simili altre cose, spetta al fisico di esaminarle e investigarne la spiegazione; l' Astronomia non le riguarda, che come accidentali fenomeni di poco o niun momento, e de' quali appena ne ricorda i più singolari. Niente di meno, prima di parlare di ciò che a noi propriamente si appartiene, accenneremo brevemente tutto il di più che vi ha rapporto, onde averne almeno qualche idea.

Digitized by Google

ARTICOLO I.

Natura e caratteri generali delle Comete.

§. 2 Comprendo sotto questo titolo *Corpo* e *Nucleo* della Cometa, Atmosfera, e divisione della medesima in *Chioma* e *Coda*, *Numero* delle Comete, *Periodo*, *Ritorno*, *Origine*, e finalmente *Incontro* colla Terra.

Nucleo. Hanno le Comete un Corpo o Nucleo separato e distinto dall' atmosfera, che sempre le accompagna? E' desso opaco o diafano? Risplende per la sola luce del Sole; o per propria ancora? Sebbene sù nessuna di queste questioni si possa portare sicuro giudizio, è tuttavia opinione generalmente ricevuta, che abbiano le comete, il maggior numero almeno, un corpo o nucleo distinto dall' atmosfera, e questo compatto, opaco: noi nol vediamo che in mezzo all' atmosfera medesima, come veder si suole un lume rinchiuso entro grezzi cristalli o sepolto in ispessa nebbia. Non dee quindi recarci meraviglia se ci appare per tal maniera confuso da non poterne in alcun modo definire nè contorni, nè dimensioni. Ma ciò che più giova sapersi si è la sua massa o quantità di materia. Questa pertanto molto fondatamente può dirsi che sia ben piccola, e minore assai di quella de' Pianeti di antica data. Poichè tutte le comete, che si sono avvicinate alla Terra o a qualche altro Pianeta, non vi hanno cagionato alcuna sensibile alterazione: così è stato di quella del 1680, e di quella del 1792, le quali vennero a ben piccola distanza da noi; così ancora dell' altra del 1770, che per lungo tempo si tenne a pochissima distanza da Giove, senzachè si osservasse alcun cambiamento non solo nell' orbe stesso di Giove, ma nè tampoco in quelli de' suoi satelliti. Non altrimenti è avvenuto della Cometa del 1744, che secondo i calcoli di Eulero avrebbe dovuto turbare l' orbe di Mercurio; e lo stesso si è di molte e molte al-

Digitized by Google

tre, tra le quali però non è più permesso di annoverare quella del 1454; giacchè una nuova traduzione della Cronica di Giorgio Franzes, rende ben diversamente quanto sulla fede della prima è stato rapportato dal Pingrè, e da me ripetuto nella memoria che scrissi sulla Cometa del 1811.

§. 3 *Atmosfera*. L'Atmosfera, nella grandezza, nelle tinte, nella figura, e nella densità, è diversa in tutte le Comete; donde presso gli antichi ne sono venute molte divisioni e denominazioni, che non sono più in uso. Oggi generalmente non si distingue che *Chioma* e *Coda*: per Chioma s'intende quella parte dell'atmosfera che racchiude il Nucleo, e la di cui profondità è sempre assai grande e di gran lunga più estesa di quella de' Pianeti. Non si conserva però nel medesimo stato dall'apparizione alla disparizione della Cometa; cresce come questa si avvicina al Sole, e diminuisce allontanandosi da quello. Per la qual cosa da molti si è conchiuso che l'azione di quest'astro la dilati attenuandone le particelle, che un lungo freddo condensate aveva quando era nell'Afelio. Ma potrebbe ciò venire ancora dalla sola distanza, che in proporzione deve rendere la chioma più o meno visibile, e potrebbero similmente concorrervi altre cause, indipendenti dall'azione del Sole. La supposta congelazione in un corpo, di cui se ne ignora la natura, è pienamente gratuita.

§. 4 *Coda*. Oltre della Chioma molte Comete veggonsi accompagnate da ampie strisce di luce, sempre giacenti nella direzione del raggio condotto dal Sole alla Cometa, e quindi opposta a quello. La loro varietà è grandissima: talvolta non vedesi che una sola striscia in forma di ventaglio più o meno estesa; talaltra ne appajono più, divise e suddivise in altre, che ora standosi in linee rette, ed ora in linee curve, a guisa di rami di altretante parabole colla curvatura verso la Cometa, quasi l'abban-

Digitized by Google

donassero, e ne rimanessero indietro con più altre circostanze e accidenti che lungo sarebbe qui enumerare, e che non si conservano gli stessi nè in ogni tempo, nè in ogni luogo. Sotto lo stesso cielo osservansi variare e da una notte all' altra, e benanche nel breve giro di poche ore; e sotto ciclo diverso sono bene spesso nel tempo istesso interamente diversi: così nella Cometa del 1769 la coda si osservò a Londra di 43°, di 55° a Parigi, di 60° all' Isola di Bourbon, e di 75° a Teneriffa. Tanta moltiplicità di fenomeni renderà sempre vaga e incerta qualunque spiegazione si tenti di darne.

§. 5 *Numero*. Le Comete finora calcolate giungono a 117, e le osservate dal principio dell' Era nostra al dì d' oggi passano le 400. Se a queste si aggiungano le altre, in assai maggior numero, che prima dell' invenzione del telescopio rimasero inosservate, e quelle che per la loro picciolezza non potevansi distinguere; indi si risalga alle epoche anteriori, e da noi rimotissime; non parrà strana la congettura di coloro, che le portano a più centinaja di migliaja. Egli è vero che Struych ne limita il numero a cento circa, supponendo che facciano l' una per l' altra, nove rivoluzioni intere in due mila anni; ma questa opinione nè tampoco merita di essere esaminata.

§. 6 *Periodo*. Sebbene in sì gran numero di Comete si possa congetturare che ve ne debbano essere di ogni sorta di periodi, dal più grande al più piccolo; purnondimeno, se dalle 117 Comete che sono state calcolate si tolga la sola del 1770, tutte le altre indicano gran periodi, il più piccolo de' quali è poco minore di un secolo. La Cometa del 1680, che più di ogni altra si avvicinò al Sole, che recò tanto spavento e ammirazione, e che secondo il Wiston l'anno 2540 avanti l'Era nostra sommerse la Terra nelle acque; se è la stessa che si vide alla morte di Cesare, farebbe la sua rivoluzione in 575 anni; in 500 l' altra del 1769; tempo assai maggiore ne

Digitized by Google

impiegano le ultime degli anni 1805-7-11, osservate e calcolate colla più scrupolosa diligenza: il periodo della prima è di 1731 anni, di 1713 quello della seconda, di 3383 l'altro della terza secondo Bessel, secondo Calandrelli di 3056, e secondo me di soli 2620. *Vedi Pingrè tom. 2 della sua Cometografia, e Delambre cap. 33 pag. 418. Astronomie Pratique et Theorique.*

§. 7 *Ritorno*. La Cometa del 1770, che doveva ricomparire tra il 1776 e 1777 non si è più veduta; l'altra osservata da Appiano nel 1531, ricomparsa, come è opinione di molti nel 1661, e che quindi si aspettava nel 1790, nè tampoco si è riveduta: lo stesso è avvenuto di altre sei in sette, delle quali si era congetturato il ritorno, e non sono affatto ricomparse. La famosa di Halleyo del 1759 è la sola la di cui predizione si sia pienamente verificata. Essa fu osservata nel 1531, nel 1607, nel 1682, e nel 1759, e si rivedrà nel 1835, ove non sia si già dissipata e consunta: giacchè di apparizione in apparizione andò sempre diminuendo il suo splendore e grandezza.

§. 8 *Origine*. Da quanto fin quì siamo venuti ragionando, sembra abbastanza indicato che non sono le Comete in generale che un prodigioso numero di piccole masse, o sia piccoli aggregati di materia sotto gran volumi; circondati da più grandi atmosfere, e senza ordine sparsi nello spazio: quindi corpi che non hanno tra loro altro rapporto, che il proprio della materia di girare intorno al comune centro di gravità; corpi leggerissimi e in uno stato di continua evaporazione, corpi in fine, che secondo queste apparenze, dovrebbero presto consumarsi e distruggersi, e considerati ne' loro movimenti parrebbe che dovessero durare oltre ogni termine. E se tutto ciò è vero, potremo noi forse riguardare cotai corpi come coevi o anteriori ai Pianeti, siccome per gran tempo si è pensato, e non piuttosto quali effetti di cento e diverse cau-

Digitized by Google

se, e quali combinazioni fortuite, che hanno potuto e possono in ogni tempo farsi e disfarsi nell' immensità dello spazio? Lo spazio, compreso entro i confini dell' attività solare non è vuoto di ogni sostanza. Le emanazioni del Sole, delle Stelle, de' Pianeti, e più altri fluidi e certamente vi sono, e debbono ora in uno ora in altro punto, or più or meno rimescolarsi, riunirsi, addensarsi secondo le rispettive loro affinità. Da simili combinazioni non potremo noi dunque ripetere l'origine delle Comete? Non potrà ivi accadere in grande ciò che in piccolo talvolta avviene nella nostra atmosfera, nella quale formansi lucidissimi globi, veduti già da Maskelyne, da Toaldo e da altri, rapidamente scorrere per essa, indi involarsi ai loro sguardi? La natura è la medesima per ogni dove. Non è quindi fuori dei limiti di ragionata probabilità, che le Comete debbano la loro origine a combinazioni fortuite accidentali della materia eterea, o, come ad Herschel piace, della nebulosa, (vedi lib. III. §. 94) che possono durare più o meno secondo la quantità e disposizione della materia istessa: altre compiranno una o più rivoluzioni intorno al Sole, e altre dopo breve apparizione, a guisa de' filugelli, come diceva Keplero, che filando la loro seta si consumano e periscono, si consumeranno esse ancora, e nuove ne sorgeranno dalle loro ceneri. In questa ipotesi pertanto, che io già azzardai nella memoria sulla Cometa del 1811, cessa ogni meraviglia, e tutto rientra nell' ordine naturale delle cose.

§. 9 *Incontro*. Vi ha egli apparenza che qualche Cometa nel suo giro possa un giorno incontrare la nostra Terra? Incontrandola anderebbe essa in rovina, fatta in pezzi, incendiata, o sommersa? Molto fondatamente possiamo dire che nulla mai di ciò sarà per accadere. Nissuna delle orbite delle 117 Comete finora calcolate taglia l'orbe nostro: ritornino esse dunque quante volte si voglia, mai non vi sarà incontro a menochè le perturbazio-

Digitized by Google

ni cagionate dai Pianeti fossero da tanto da farle deviare non solo della prima strada, ma da obbligarle ancora a passare per qualche punto della nostra Terra nel momento che vi passa la Terra istessa. Ora chi non vede che in mezzo a tante supposizioni, tutte singolarissime e straordinarie, è decisamente un tale avvenimento fuori dei limiti della più rimota rimotissima probabilità? Nella stessa maniera a un dipresso noi ragioneremo sulle Comete, che non sono venute ancora nelle vicinanze del Sole, e per avventura potranno venirvi. In cento diecisette niente è accaduto di simile, si dirà dunque che accaderà nella centesima decima ottava, decima nona, ventesima ec.? Sogni in vero sono questi! E maggiormente appariranno tali, se si ponga mente all' altra improbabilissima circostanza, che per l' incontro deve trovarsi nel punto stesso e Terra e Cometa. Si cessi dunque una volta di più parlare di sì chimeriche possibilità, che non servono che a ridestare nell' animo de' popoli i già passati e quasi spenti fantasmi e terrori. Ma quando pure nell' interminabile giro de' secoli fosse la nostra Terra per conservarsi quale si trova, egli è molto verisimile, che venendo incontrata da qualche Cometa, non ne soffrirebbe maggior danno, che non possa riceverne ampia rupe da sassolino contr' essa scagliato. Che si dirà quindi delle bizzarre fantasie di Maupertuis! Secondo questo autore la Luna non è per avventura che una Cometa colta e stretta nei lacci della Terra, a cui potrà essere tolta da altra Cometa, e altra strascinarsi dietro di se la Terra istessa. Meno lontana del vero si è forse l' opinione del Newton, che le Comete vadino infine a cadere nel Sole, come sulla nostra Terra cadono gli aeroliti.

Digitized by Google

ARTICOLO II.

Movimento delle Comete considerato in archi parabolici.

§. 10 Nell' equazione all' ellissi $y^2 = \frac{2b^2x}{a} - \frac{b^2x^2}{a^2}$, se a sia molto maggiore di b; finchè x sarà piccolissimo e sempre minore della distanza focale, $\frac{b^2x^2}{a^2}$ risulterà pressochè $= o$ rispetto a $\frac{2b^2x}{a}$, onde senza error sensibile $y^2 = \frac{2b^2x}{a}$, equazione alla parabola. Dunque nelle ellissi molto allungate, così verso il perielio come verso l' afelio, l' arco ellittico si confonderà prossimamente coll' arco della parabola che abbia lo stesso foco e lo stesso parametro $\frac{2b^2}{a}$. Ora non vedendo noi le Comete che quando giungono nella vicinanza del Sole, e per breve tempo, al piccolo arco ellittico da esse descritto tornerà sempre meglio sostituirvi il corrispondente arco parabolico, nel quale il calcolo è di lunga mano più semplice e più spedito. Tanto si è fatto dal Newton da Halley, e tanto oggi ancora generalmente si pratica. Il calcolo nell' ellisse non sembra che debba impiegarsi, che quando è noto il tempo della rivoluzione, o le osservazioni non si possono rappresentare in una parabola, lo che non accade pressochè mai: in tutti gli altri casi calcolando nelle due curve non può contarsi che su i risultati comuni all' una e all' altra, i quali sono sempre sensibilmente di accordo. In questi elementi basterà quindi che si spieghi quanto fa mestieri pel calcolo in orbite paraboliche.

Sia P G O Y (*fig.* 101) una parabola, in cui S foco, P vertice, T O tangente al punto O, R O normale,

Digitized by Google

S O raggio vettore, M R sunnormale, M O ordinata $= y$, M P ascissa $= x$, e $p =$ parametro. Si cerca l' espressione dell' area P S O G P nell' ordinata y.

§. 11 Per la proprietà della parabola $TS = SO = SR$; $MR = 2SP = \frac{1}{2}p$, $RT = 2ST$, e l' area $PMOGP = \frac{2}{3}xy = \frac{2y^3}{3p}$: ma l' area del triangolo $PMO = \frac{xy}{2} = \frac{y^3}{2p}$, e quella del triangolo $PSO = \frac{py}{8}$. Dunque $PSOGP = \frac{2y^3}{3p} - \frac{y^3}{2p} + \frac{py}{8} = \frac{y^3}{6p} + \frac{py}{8} = \frac{y^3}{12} + \frac{y}{4}$, fatto $p = 2$.

§. 12 Quindi 1.° Essendo $SO = ST = SR$, l' angolo MRO sarà metà dell' angolo $PSO = u$, $MO = \text{tan.} \frac{1}{2}u$, $MR = 1$, e $\frac{y^3}{12} + \frac{y}{4} = \frac{\text{tan.}^3 \frac{1}{2}u}{12} + \frac{\text{tan.} \frac{1}{2}u}{4} = \frac{\text{tan.}^3 \frac{1}{2}u + 3 \text{ tan.} \frac{1}{2}u}{12}$

§. 13. ... 2.° Se $\frac{u}{2} = 45^\circ$, $\text{tan.} \frac{1}{2}u = 1$, e l' area di $90^\circ = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$.

§. 14. ... 3.° Nel movimento parabolico le anomalie non potendosi computare che dal perielio, o sia dal vertice della parabola; l' area dell' anomalia di 90°, sarà all' area che corrisponde a qualunque altra anomalia u come $\frac{1}{3} : \frac{\text{tan.}^3 \frac{1}{2}u + 3 \text{ tan.} \frac{1}{2}u}{12} :: 1 : \frac{\text{tan.}^3 \frac{1}{2}u + 3 \text{ tan.} \frac{1}{2}u}{4}$.

§. 15. ... 4.° Così nell' ellissi come nella parabola le aree essendo proporzionali ai tempi, se A sia il tempo che impiega la Cometa a descrivere l' area di 90°, e T quello che corrisponde all' area dell' anomalia u; sarà $A : T :: 1 : \frac{\text{tan.}^3 \frac{1}{2}u + 3 \text{ tan.} \frac{1}{2}u}{4}$, e $T = \frac{A(\text{tan.}^3 \frac{1}{2}u + 3 \text{ tan.} \frac{1}{2}u)}{4}$

§. 16. .. 5.° In un' altra parabola, in cui il tempo dell'

Digitized by Google

anomalia di 90° = A', e quello dell' anomalia $u = T'$, sarà ancora $T' = \frac{A'(\tan.^3 \frac{1}{2} u + 3 \tan. \frac{1}{2} u)}{4}$; onde $T : T' :: A : A'$.

§. 17. ... 6.° Dati A e u sarà facilissimo trovare T, ma dati T e A per trovare u converrà risolvere l' equazione di terzo grado $\tan.^3 \frac{1}{2} u + 3 \tan. \frac{1}{2} u - \frac{4T}{A} = 0$.

§. 18. ... 7.° Determinate le anomalie e i tempi corrispondenti in una parabola qualunque, ad essa si potranno sempre rapportare tutte le altre, e con una sola tavola calcolare i movimenti di tutte le Comete. Nel che principalmente consiste il vantaggio del calcolo nella parabola. Ma per determinare sì fatte cose è necessario uscire fuori della parabola: in questa l' area è infinita, e infinito il tempo che impiegherebbe una Cometa a decriverla, onde non può compararsi, nè un Settore qualunque coll' area intera, nè il tempo per quello al tempo per questa: non è così nel cerchio, il di cui raggio sia uguale alla distanza perielia della Cometa; in questo basta di conoscere il rapporto della velocità che avrebbe la Cometa, se si movesse in esso, all' altra nella parabola. Si cerchi dunque tale rapporto.

PROBLEMA II.

Partendo una Cometa dal vertice di una parabola, si domanda il rapporto della sua velocità angolare a quella che avrebbe, se ad uguale distanza dal Sole si movesse in un cerchio.

§. 19 La distanza dal Sole così nella parabola come nel cerchio essendo la stessa, la Cometa sarà ugualmente attratta, si muova nella parabola o nel cerchio. Perciò supposta nel vertice della parabola, e quindi insieme

Digitized by Google

nel cerchio, che descritto dal foco della parabola passa pel vertice della medesima; in un tempo infinitesimo si allontanerà ugualmente dalle tangenti delle due curve, o sia le ascisse corrispondenti ai due archetti infinitesimi saranno uguali. Ma fatto il raggio del cerchio $= h$, e il parametro della parabola $= 4h$, nella parabola $y^2 = 4hx$, nel cerchio $z^2 = 2hx - x^2$; e i loro differenziali, $d.y^2 : d.z^2 :: 4h\,d.x : 2h\,d.x :: 2 : 1$, quindi $d.y : d.z :: \sqrt{2} : 1$. Ora le ordinate infinitesime $d.y$, $d.z$ non differiscono dai rispettivi archetti che di un infinitesimo di second' ordine: dunque la velocità angolare nella parabola alla velocità angolare nel cerchio, il di cui raggio è uguale alla distanza perielia o quarta parte del parametro della parabola, sta nel rapporto di $\sqrt{2} : 1$.

§. 20 Da questo rapporto si ha colta maggiore facilità il tempo che impiegherà la Cometa, la di cui distanza perielia sia uguale al raggio della Terra, a descrivere l' anomalia di 90.°

Nella supposta parabola in tempi uguali l' area parabolica è all' area circolare nel costante rapporto di $\sqrt{2} : 1$; ma a 90.° di anomalia, se si faccia la distanza perielia $= 1 = x$, $\frac{2}{3}\,x\,y$, (espressione generale dell' area), $= \frac{4}{3}$: dunque, fatta la distanza perielia $= 1$, si avrà $\sqrt{2} : 1 :: \frac{4}{3} : \frac{4}{3\sqrt{2}}$ = all' area contemporaneamente descritta nel cerchio. Ora l' area del cerchio, il di cui raggio $= 1$, è 3,1415928 .... Quindi se si dica 3,1415928, al tempo della rivoluzione siderea della Terra, come $\frac{4}{3\sqrt{2}}$

Digitized by Google

al quarto, si avrà il tempo che impiega la Cometa a passare dal perielio a 90.° di anomalia.

$$3,1415928 \ldots\ldots \text{co-log.} \ldots 9,5028501$$
$$365.^{g},256408 \ldots\ldots \text{log.} \ldots 2,5625978$$
$$\frac{4}{3\sqrt{2}} = \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{1}{2}} \ldots\ldots \text{log.} \ldots 9,9744237$$
$$109.^{g},6154 \ldots\ldots \text{log.} \ldots \overline{2,0398716}$$

E' dunque il tempo che impiegherà la nostra Cometa a passare dal perielio a 90.° di anomalia,

$= 109^{g},6154 = A$, e per un altra anomalia qualunque (§. 61),

$$T = \frac{109^{g},6154}{4}\left(\text{tan.}^{3}\tfrac{1}{2}u + 3\,\text{tan.}\tfrac{1}{2}u\right)$$
$$= 27^{g},40385\left(\text{tan.}^{3}\tfrac{1}{2}u + 3\,\text{tan.}\tfrac{1}{2}u\right)$$
$$= 1^{g},096154\left(25\,\text{tan.}^{3}\tfrac{1}{2}u + 75\,\text{tan.}\tfrac{1}{2}u\right).$$

§. 21 Di questa parabola, detta comunemente di $109.^{g}$, o parabola di *riduzione*, perchè ad essa si riducono le altre, è necessario formarne una tavola, in cui si abbiano i tempi e le anomalie a piccoli intervalli. La quale cosa potrà farsi o supponendo l'anomalia e cercando il tempo, o supponendo questo e cercando quella. Nel primo caso si potrà calcolare il tempo di 5' in 5' di anomalia, e nel secondo calcolare l'anomalia di 6 in 6 ore di tempo. Barker ha tenuto la prima strada, Halley, Lacaille, e generalmente gli altri Astronomi la seconda.

§. 22 Costruzione della tavola di Barker. Parte il Barker dall'equazione .....

$T = 1,^{g}096154\left(25\,\text{tan.}^{3}\tfrac{1}{2}u + 75\,\text{tan.}\tfrac{1}{2}u\right)$, e divide

Digitized by Google

la sua tavola in tre colonne. Nella prima dà l'anomalia da 0.° a 180.° e di 5' in 5'; nella seconda il valore di $25 \text{ tan.}^3 \frac{1}{2} u + 75 \text{ tan.} \frac{1}{2} u$, che chiama *movimento medio*; da 0.° a 45.° espresso in gradi, e decimali di grado, e da 45.° a 180.° ne' logaritmi de' numeri corrispondenti. Dal movimento medio moltiplicato pel numero costante $1.^g,096154$, si ha il tempo che nella parabola di $109.^g$ corrisponde all' anomalia supposta. La terza colonna serve per le differenze, onde prendersi le parti proporzionali, secondo il bisogno. Delambre ha rifatta questa tavola, e inserita nel terzo volume della sua Astronomia, ma non è in uso.

§. 23 Costruzione della Tavola di Lacaille. In questa dato il tempo si cerca l'anomalia; perciò si deve risolvere l'equazione $\text{tan.}^3 \frac{1}{2} u + 3 \text{ tan.} \frac{1}{2} u - \frac{T}{27,40385} = 0$; la quale essendo della forma $x^3 + p x - q = 0$, si potrà fare (*Cagnoli tav. V.*) tan. $B = \frac{p}{3q} \times 2 \sqrt{\frac{p}{3}} = \frac{54,8077}{T}$; tan. $A = \sqrt[3]{\text{tan.} \frac{1}{4} B}$; e sarà tan. $\frac{1}{2} u = a \text{ cot. } 2A$. Spingendo i valori delle tangenti di A e di B fino alla centesima di secondo, basteranno poche anomalie calcolate in questo modo per la formazione della tavola, al rimanente si potrà supplire coll' interpolazione o colla formola, $d.u = \frac{d.T \cos.^2 \frac{1}{2} u \cos.^2 \frac{1}{2} (u + d.u)}{41,105775 \text{ sen. } 1''} =$ $(1.° 23'.37'',9)\, d.T \cos.^2 \frac{1}{2} u \cos.^2 \frac{1}{2} (u + d.u)$, che viene dalla differenziazione dell' equazione $\text{tan.}^3 \frac{1}{2} u +$ ec. Su questi principj il Cav. Delambre ha perfezionata la ta-

Digitized by Google

vola di Lacaille, e portata fino a 174.° di anomalia. E' divisa in tre colonne, nella prima si ha il tempo di 0,25 in 0,25 di giorno, nella seconda l' anomalia corrispondente, e nella terza il movimento diurno. Altra tavola sugli stessi principii è stata ultimamente calcolata dal Dottor Burkardt, per l' uso pratico più comoda e più spedita di qualunque altra, avendo ai numeri naturali del tempo sostituiti i loro logaritmi. La Tavola di Delambre trovasi e nel primo tomo dell' Astronomia di Lalande (5.ª *edizione*) e nel terzo volume dell' Astronomia dello stesso Delambre. La tavola di Burkardt è stata inserita nella *Conoscenza de' tempi* del 1818 pag. 319.

PROBLEMA III.

Colla tavola della Parabola di 109 *giorni trovare il tempo, che, in un altra parabola la dicui distanza perielia* $= h$, *impiegherà la Cometa a descrivere un' anomalia data, e reciprocamente dato il tempo trovare l' anomalia.*

§. 24 Il tempo che impiega la Cometa di 109 giorni a passare dal Perielio a 90.° è in un dato rapporto al tempo della rivoluzione siderea della Terra; e il tempo che impiegherebbe un altra Cometa, la di cui distanza perielia $= h$, a descrivere la stessa anomalia di 90.°, sarebbe nello stesso rapporto al tempo della rivoluzione di un Pianeta, che alla stessa distanza h si movesse intorno a lui in orbe circolare. Ma per la terza legge di Keplero, in due orbite circolari i quadrati de' tempi sono come i cubi de' rispettivi raggi, dunque nella stessa ragione saranno i quadrati de' tempi impiegati dalle due Comete a descrivere l' anomalia di 90.°, o qualunque sia multiplo o summultiplo. Dunque in diverse parabole i cubi delle distanze perielie saranno sempre come i quadrati de' tem-

Digitized by Google

pi impiegati a descrivere la stessa anomalia. Ma nella parabola di 109 giorni la distanza perielia = 1, nell' altra = h, perciò chiamando T il tempo nella prima, e t l' altro nella seconda, sarà $1 : h^3 :: T^2 : t^2 :: \ldots\ldots\ldots$ $(1^g,096154)(25 \tan.^3 \frac{u}{2} + 75 \tan. \frac{u}{2})^2 : t^2$; onde $t = (1^g,096154)(25 \tan.^3 \frac{u}{2} + 75 \tan. \frac{u}{2}) h^{\frac{3}{2}}$, formola generale del tempo per qualunque parabola.

§. 25 Poichè $1 : h^3 :: T^2 : t^2$ sarà 1.° $t = h^{\frac{3}{2}} T$: dunque se al logaritmo del tempo, che nella tavola corrisponde all' anomalia data, si aggiunga il logaritmo di $h^{\frac{3}{2}}$, la somma sarà il logaritmo del tempo, che nella seconda parabola impiegherà la Cometa a descrivere l' anomalia u. Il più delle volte non si cerca il tempo computato dal perielio, ma la differenza de' tempi che corrisponde alla differenza di due anomalie supposte: in questo caso si prenda nella tavola la differenza de' tempi delle due anomalie date, e al logaritmo di questa differenza si aggiunga il logaritmo di $h^{\frac{3}{2}}$, la somma sarà il logaritmo della differenza de' tempi che si cerca, e che comparata col tempo osservato ci fa giudicare della giustezza dell' anomalia supposta.

2.° $T = \frac{t}{h^{\frac{3}{2}}}$: dunque se dal logaritmo del tempo dato nella seconda parabola si sottragga il logaritmo di $h^{\frac{3}{2}}$, la differenza sarà il logaritmo del numero, a cui nella tavola corrisponderà l' anomalia che si domanda.

Digitized by Google

ARTICOLO III.

Elementi della Parabola dal centro del Sole.

§. 26 Dalle osservazioni nostre non possiamo salire a quelle nel Sole, se queste, in uno o in altro modo, prima non si suppongano, si calcolino, indi si ritorni sulla Terra a verificarle. Avanti ogni altra cosa vuolsi dunque vedere come dalle osservazioni eliocentriche se ne conchiudano gli elementi della parabola, che descrive la Cometa.

PROBLEMA IV.

Data la distanza perielia e il raggio vettore trovare l' anomalia.

§. 27 Essendo (*fig.* 101) $RM : RO :: RO : RT$, o sia $2SP : RO :: RO : 2ST = 2SO$, sarà $SP : SO :: \overline{RM}^2 : \overline{RO}^2$; ma $RO : MR :: 1 : \cos. MRO = \cos. \frac{1}{2} PSO$, e $\cos.^2 \frac{1}{2} PSO : 1 :: \overline{MR}^2 : \overline{RO}^2 :: SP : SO$, sarà $SO = \frac{SP}{\cos.^2 \frac{1}{2} PSO}$. Ora SO = raggio vettore $= r$, SP = distanza perielia $= h$, $\frac{1}{2} PSO$ = metà dell' anomalia $= \frac{1}{2} u$, si avrà sempre

$$(1.^a) \ldots r = \frac{h}{\cos.^2 \frac{1}{2} u}.$$

$$(2.^a) \ldots \cos. \tfrac{1}{2} u = \sqrt{\tfrac{h}{r}}$$

$$(3.^a) \ldots h = r \cos.^2 \tfrac{1}{2} u.$$

Digitized by Google

§. 28 Quindi se nell' equazione $d.\ u = \frac{(1.^{o}\ 23'.\ 32'',9)\ d.\ t\ \cos.^{4}\frac{1}{2}\ u}{h^{\frac{1}{2}}}$, che si ha differenziando e riducendo l' equazione (§. 23), si sostituisca il valore di $\cos.^{4}\frac{1}{2}\ u = \frac{h^{2}}{r^{2}}$, e si faccia $d.\ t =$ un giorno, si avrà $d.\ u = \frac{(1.^{o}\ 23'.\ 32'',9)\ h^{\frac{5}{2}}}{r^{2}}$, espressione del movimento diurno di cui in seguito ci gioveremo.

PROBLEMA V.

Date due longitudini della Cometa colle corrispondenti latitudini vedute dal Sole, trovare il movimento sull' orbita dalla prima alla seconda osservazione.

§. 29 Sia P il polo boreale dell' ecclittica, (*fig.* 102) Υ L', Υ L le due longitudini date, L $a = \lambda$ la latitudine nella prima osservazione, $\lambda' =$ L' b la latitudine nella seconda, e L L' $=$ *d.* L $=$ movimento intermedio della Cometa sull' ecclittica; se per a e b si faccia passare un arco di cerchio massimo, $a\ b =$ *d.* u sarà il movimento sull' orbita, che si avrà dalla risoluzione del triangolo a P b, in cui sono noti i due lati P $a = 90.^{o} - \lambda$, P $b = 90.^{o} - \lambda'$, e l' angolo P $=$ *d.* L. Perciò dalla formola del Cagnoli §. 1100, la più acconcia al caso nostro, in cui spesso l' angolo P è poco più di un grado, e piccola la differenza delle latitudini, avremo .....

(4.ª) ... Tan. $A = \frac{\text{sen.}\frac{1}{2}\ d.\ L}{\text{sen.}\frac{1}{2}(\lambda \mp \lambda')}\sqrt{(\cos.\lambda' . \cos.\lambda)}$

(5.ª) Sen. $\frac{1}{2}\ a\ b =$ sen. $\frac{1}{2}\ d.\ u = \frac{\text{sen.}\frac{1}{2}(\chi \mp \lambda')}{\cos.\ A}$.

Digitized by Google

— quando λ e λ' sono l' una e l' altra della stessa denominazione, + quando una è boreale e l' altra australe.

§. 30 Prolungando ora ab fino all' incontro dell' ecclittica in Υ, questo punto sarà il luogo ove la parabola taglierà l' ecclittica, o sia il nodo ascendente o discendente, secondochè la latitudine anderà aumentando o diminuendo. A determinarne la sua longitudine, le sue distanze dalla Cometa sull' orbita, e l' inclinazione di questa coll' ecclittica, si risolva il triangolo $L' \Upsilon b$; $L' \Upsilon$ sottratto da $L' \gamma$, e similmente $L \Upsilon$ sottratto da $L \gamma$ ci daranno la longitudine del nodo contata sull' ecclittica, $b \Upsilon$, $a \Upsilon$ le distanze dal nodo contate sull' orbita, e l' angolo $b \Upsilon L'$ l' inclinazione, o angolo dell' orbita stessa coll' ecclittica. Pertanto

(6.ª) sen. ab P = sen. $b = \frac{\text{cos. } \lambda \text{ sen. L}}{\text{sen. } \varkappa}$

(7.ª) cos. $L' \Upsilon b$ = cos. inclinazione = sen. b cos. λ'

(8.ª) cot. $b \Upsilon$ = cot. D = cos. b cot. λ'.

(9.ª) tan. $L' \Upsilon$ = tan. b sen. λ'

§. 31 Queste stesse quantità si possono trovare ancora senza ricorrere all' angolo b; si dica sen. $(\lambda' - \lambda)$: sen. $(\lambda + \lambda')$: : tan. $\frac{1}{2}$ d. L : tan. $(\frac{1}{2} d.\text{L} + L' \Upsilon)$. Ma coll' angolo b non si hanno a cercare nuovi archi di somme e differenze: tutte le quantità sono note, ed il calcolo sarà sempre più sicuro ed egualmente spedito.

PROBLEMA VI.

Dati due raggi vettori e l' angolo compreso, trovare le anomalie corrispondenti.

§. 32 Siano r, r' i due raggi dati, de' quali $r > r'$, q il quarto della somma delle due anomalie u, u'; k il

Digitized by Google

quarto della loro differenza ; h la distanza perielia ; sarà $q + k$ metà dell' anomalia maggiore , $q - k$ metà dell' anomalia minore , e pel problema precedente $\surd r$: $\surd r'$: : cos. $(q - k)$: cos. $(q + k)$: : cos. q cos. k + sen. q sen. k : cos. q cos. k − sen. q sen. k; e $(\surd r - \surd r')$ cos. q cos. $k = (\surd r + \surd r')$ sen. q sen. k; quindi $\surd r + \surd r'$: $\surd r - \surd r'$: : cos. q . cos. k : sen. q . sen. k : : cot. q : tan. k = cot. $q \left\{ \frac{\surd r - \surd r'}{\surd r + \surd r'} \right\}$ =

cot. $q \left\{ \frac{1 - \frac{\surd r'}{\surd r}}{1 + \frac{\surd r'}{\surd r}} \right\}$; e' fatto

(10) . . . $\frac{\surd r'}{\surd r}$ = tan. ζ, sarà

(11) . . . tan. k = cot. $q \left\{ \frac{1 - \text{tan. } \zeta}{1 + \text{tan. } \zeta} \right\}$ =

cot. q tan. $(\zeta - 45.°)$ *Cagnoli tavola* 11 *n.°* 8.

Dei due raggi dati , uno può essere da una parte del periclio e l' altro dall' altra parte : in questo caso k sarà la somma delle due anomalie : ma se i due raggi fossero dalla stessa parte , l' angolo dato sarebbe uguale alla differenza delle anomalie , e q la quarta parte di questo angolo . Questi due casi sono facili a distinguersi , e in entrambi si troverà sempre ciascuna delle due anomalie .

§. 33 Stabilita la longitudine del nodo , le sue distanze dalla Cometa nelle due osservazioni , e le anomalie , se ne conchiuderanno le longitudini contate sull' orbita , e la longitudine del perielio . Nella figura , $\Upsilon \mathfrak{S}$ è

Digitized by Google

la longitudine del nodo, $a\,\Omega$ la sua distanza dalla Cometa nella prima osservazione, e $b\,\Omega$ l'altra nella seconda osservazione. Se dunque alla longitudine del nodo si aggiunga l'argomento o distanza della Cometa, si avrà la longitudine contata sull'orbita: nella prima osservazione la longitudine sull'orbita sarà $\gamma\,\Omega + a\,\Omega$, e nella seconda $\gamma\,\Omega + b\,\Omega$. Se però la longitudine del nodo fosse maggiore della longitudine sull'ecclittica, in questo caso dalla longitudine del nodo converrebbe sottrarre le distanze $\Omega\,a$, e $\Omega\,b$, come è chiaro. A rinvenire poi le longitudine del perielio di altro non è mestieri, che di aggiugnere o sottrarre le anomalie dalle rispettive longitudini contate sull'orbita: così la prima longitudine colla prima anomalia, come la seconda longitudine colla secondo anomalia, daranno egualmente la longitudine del perielio. Se l'osservazione è avanti il perielio e diretto il movimento della cometa, le anomalie si aggiungono, se retrogrado si sottraggono; se l'osservazione è dopo il perielio le anomalie si aggiungono quando il movimento è retrogrado, e si sottraggono essendo diretto.

PROBLEMA VII.

Trovare la differenza dei tempi che corrisponde alla differenza delle anomalie, che si hanno dal problema precedente.

§. 34 Trovate nel problema precedente le anomalie u, u', avremo 1.° dalla tavola della parabola di 109 giorni i tempi T, T', e la loro differenza $= T' - T$.

2.° Dal Problema IV. $h = r \cdot \cos.^2 \frac{1}{2} u = r' \cos.^2 \frac{1}{2} u'$.

Ma per qualunque parabola $t' - t = k^{\frac{3}{2}} (T' - T)$.

Dunque di altro non si tratterà che di aggiungere al

logaritmo di $(T - T')$ il logaritmo di $h^{\frac{1}{2}}$, per avere il logaritmo del tempo che si cerca; che comparato col tempo osservato ci farà conoscere se la parabola supposta corrisponda con quella che descrive la Cometa.

§. 35 Questo si è il metodo generalmente tenuto dagli Astronomi fino a pochi anni addietro. Oggi però si ha $t' - t$ molto più speditamente, e senza che sia necessario di conoscere nè l'anomalia nè la distanza perielia, nè d'impiegare la parabola di 109 giorni; bastano i due raggi r, r', e il movimento sull'orbita $= u' - u$ (*Problema V.*). Delle diverse formole che sogliono impiegarsi quì basterà recare quelle del Sig. Burkardt, che con più altre dimostra il Cav. Delambre nel *Capo XXIII.* dal §. 39 al §. 49 della sua Astronomia.

Si faccia $\left(\frac{r}{r'}\right)^{\frac{1}{2}} = \text{tan. } z$; e

$\cos. \omega = 2 \text{ sen. } z . \cos. z . \cos. \frac{1}{2}(u' - u)$; sarà $t' - t =$

$3 . \text{sen. } 45^{0} \left(28,^{\text{g}}4\,0385\right) \left(\frac{r^{\frac{1}{2}}}{\text{sen. } z}\right)^{3} \left(\cos.^{2}\frac{1}{2}\omega \text{ sen. } \frac{1}{2}\omega + \frac{1}{3} . \text{sen.}^{3}\frac{1}{2}\omega\right)$

$= 58^{\text{g}},1323 \left(\frac{r^{\frac{1}{2}}}{z}\right)^{3} \left(\cos.^{2}\frac{1}{2}\omega \text{ sen. } \frac{1}{2}\omega + \frac{1}{3} \text{ sen.}^{3}\frac{1}{2}\omega\right)$.

Il termine $\frac{1}{3}$ sen.$^{3}\frac{1}{2}\omega$ generalmente si potrà trascurare, ma quando si voglia tenerne conto, tornerà meglio moltiplicare separatamente ciascuno dei due termini rinchiusi nella seconda parentesi pel coeficiente $58.^{\text{g}}1323 \left(\frac{r^{\frac{1}{2}}}{z}\right)^{3}$, e poi farne la somma, anzichè sommarli prima, e poi moltiplicarli pel detto coeficiente.

Digitized by Google

Data la distanza perielia, il tempo di una osservazione, e l'anomalia corrispondente, trovare il tempo del passaggio pel perielio.

§. 36 Si cerchi nella tavola della parabola di 109 giorni il tempo che corrisponde all'anomalia data, al suo logaritmo si aggiunga il logaritmo di $h^{\frac{3}{2}}$, e si avrà il logaritmo de' giorni, che corrisponde all'anomalia nella parabola della Cometa osservata. Questo numero si sottragga dal numero de' giorni trascorsi dal principio dell'anno fino al momento dell'osservazione, il residuo darà il tempo del passaggio.

ARTICOLO IV.

Metodo per convertire le osservazioni geocentriche in eliocentriche.

§. 37 Esposto nell'articolo precedente il metodo di determinare dal Sole le orbite cometiche, rimane a spiegarsi in questo per quale maniera le quantità ivi supposte si possano ottenere dalle osservazioni sulla Terra. Questa seconda parte non è ugualmente piana e facile della prima, anzi offre non poche e gravi difficoltà; onde è che su di essa a vicenda esercitati si sono i migliori Geometri e i migliori Astronomi. Newton, Bouguer, Cassini, Lambert, Euler, Henniert, Tempelhoff, Lalande, Boscowich, Du Sejour, Laplace, Lagrange, Olbers, e altri hanno dato soluzioni diverse di questo Problema. Nella *Cometografia* di Pingrè trovansi raccolti tutti i metodi che sino a lui pubblicati si erano, e i più recenti si possono vedere nel Cap. XXIII. dell'*Astronomia* del Cav.

Digitized by Google

Delambre, illustrati con riflessioni e rischiarimenti, che ne rendono l' uso e più utile e più facile. Di questi metodi, altri non richieggono quasi che la sola regola e compasso, dipendono altri dalla semplice Trigonometria sferica, ed altri dall' analisi; in tutti però si parte sempre da supposizioni e ipotesi più o meno lontane dal vero, siccome ha dimostrato Lagrange: nissuno in conseguenza può dirsi rigorosamente esatto, ma solo quale più quale meno. Se voglionsi impiegare le costruzioni, ben di rado accaderà che si possa procedere con vantaggio, senza dare alle figure un' eccessiva grandezza, e senza una mano abilissima a diseguarle; e se vuolsi far uso dell' analisi, converrà, il più delle volte, immergersi in un laberinto inestricabile di calcoli. Il più facile pertanto e più spedito si è quello, non vi ha dubbio, abbracciato e seguito da Bradley, Lacaille, Monnier, e altri, detto di *falsa posizione*. Gli elementi parabolici, che si hanno con questo, sono e saranno sempre bastevolissimi a far riconoscere le Comete, che apparse una volta, e calcolate, potranno nuovamente mostrarsi; e tanto e nulla più può conseguirsi con altro qualunque; giacchè è pur forza confessare, che l' eccentricità, dedotta da una sola apparizione, sarà sempre nel numero dei calcoli di puro e pretto lusso astronomico. Purnondimeno non sono gli altri metodi da non tenersi in pregio: saranno utilissimi quando si tratti di Comete altre volte apparse, utili ancora nel caso singolarissimo in cui la *falsa posizione* riuscisse infruttuosa, e utili finalmente alla perfezione della scienza. A noi però basterà di avere indicate le opere ove si possono vedere, dovendoci limitare a quello che è di maggiore uso e di più facile intelligenza. Daremo quindi il solo testé citato di *falsa posizione*, ma lo daremo com' è stato ordinato dal Cav. Delambre, che di esso quasi ne ha fatto uno nuovo, in cui si procede con certo ordine, a cui nissuno prima pensato aveva.

Digitized by Google

§. 38 Nel triangolo T S C (*fig.* 103) preso nel piano dell' ecclittica, sia T la Terra, S il Sole, C la Cometa, S P una perpendicolare a T C, e l'angolo P S C $= x$. Poichè dalle tavole Solari si ha la longitudine della Terra $= \odot = \odot + 180°$, la sua distanza dal Sole $= R$; e dall' osservazione della Cometa, la sua longitudine geocentrica $= l$, e la latitudine $= g$; conosciuto l' angolo x saranno note le distanze *accorciate* ρ, e ρ della Cometa dalla Terra e dal Sole, la sua distanza *vera* dalla Terra $= \rho'$, la sua longitudine eliocentrica $= L$, la latitudine $= \lambda$, ed il raggio vettore $= r$. Ciò è facile a dimostrarsi.

Elongazione $=$ C T S $=$ T . . . . . T S P $= 90° - T$

Commutazione $=$ T S C $=$ T S P $+$ P S C $= 90° - T + x$

S P $= R$. sen. T . . . . . T P $= R$. cos. T

P C $= R$. sen. T . tan. x

$$TC = TP + PC = R \cdot \cos. T + R \cdot \text{sen}. T \cdot \tan. x = \frac{R \cdot (\cos. x \cdot \cos. T + \text{sen}. x \cdot \text{sen}. T)}{\cos. x}$$

Quindi 1.° . . . $\rho = SC = \dfrac{SP}{\cos. x} = \dfrac{R \cdot \text{sen}. T}{\cos. x}$

2.° . . . $\rho = \dfrac{R \cdot \cos. (T - x)}{\cos. x}$

3.° . . . $\rho' = \dfrac{\rho}{\cos. g} = \dfrac{R \cdot \cos. (T - x)}{\cos. x \cdot \cos. g}$

4.° . . . $L = \delta - TSC = \odot + 180° - 90° + T - x = \odot + 90 + T - x$

5.° . . . Tan. $\lambda = \dfrac{TC \cdot \text{tang}. g}{SC} = \dfrac{\cos. (T - x) \cdot \text{tang}. g}{\text{sen}. T}$

6.° . . . $r = \dfrac{SC}{\cos. \lambda} = \dfrac{R \cdot \text{sen}. T}{\cos. \lambda \cdot \cos. x}$ . . . . *Vedi lib. IV. Art. I.*

§. 39 Nelle precedenti formole tutto è noto fuori dell' angolo x: a determinarlo però non basta una osservazione, e nè tampoco due; ne sono necessarie tre per lo meno. Giacchè per due punti passa una retta, e possono

Digitized by Google

passare infinite parabole, ma per tre non ne passa che una sola. Quindi in ciascuna delle tre osservazioni converrà supporre diversi valori per x, aumentarli, diminuirli, finchè si giunga a rappresentare con essi le osservazioni date. E ciò potrà farsi molto speditamente: compita la prima osservazione, e dati più valori ad x, si calcolino le corrispondenti longitudini e latitudini eliocentriche coi rispettivi raggi vettori: si tratti nello stesso modo la seconda facendo variare gli x. La terza osservazione farà tosto conoscere i limiti tra i quali deve cadere la scelta, che si farà coll' interpolazione, o per altra via. Se le osservazioni nostre fossero perfette, e se con sicurezza e senza molto travaglio si potesse spingere il calcolo a qualunque termine, dopo varie supposizioni si giugnerebbe in fine a trovare i tre valori unici e soli di x. Ma le osservazioni sono sempre più o meno inesatte, e le tavole comuni dei logaritmi oltra la quinta figura poco sicure. Per queste due ragioni i valori di x così trovati non si potranno riguardare, che come prossimi ai veri; e di tal sorta, facendo ai medesimi piccoli cambiamenti, se ne avranno quanti piacerà. Tutti daranno delle parabole; ma se nissuna per avventura si confonderà colla vera che descrive la Cometa, nissuna egualmente potrà differirne di molto. Simile differenza sarà sempre in ragione della bontà delle osservazioni e del tempo che le divide; quanto saranno più vicine, le differenze potranno essere tanto più sensibili. Ma se la Cometa si possa osservare molte e molte volte, calcolate le osservazioni dei primi tre giorni, e trovata la parabola che le rappresenta, su le altre, che di mano in mano si anderanno replicando, si calcoleranno nuove parabole; e il medio di tutte, se non supererà in esattezza, uguaglierà certamente l' altra qualunque, che potrà ottenersi dalla combinazione di tre delle più lontane; anche trattate col metodo del Dottor Olbers, per avventura il più rigoroso. Per tal maniera con-

Digitized by Google

ducendo il calcolo saremo ben presto in grado di stabilire l'orbe cometico. Poichè, giunti al terzo giorno da che sarà apparso il nuovo astro, avremo già terminata gran parte del travaglio, a cui colle successive osservazioni porremo l'ultima mano. Ma un esempio farà meglio concepire e lo spirito del metodo e il progresso delle operazioni.

§. 40 Il Cav. Delambre avendo calcolati i luoghi geocentrici della Cometa del 1759 nell'ellissi di Klinkenberg, dei medesimi si è servito nell'esempio con cui ha illustrato il suo metodo. Quindi le osservazioni da lui impiegate sono sempre per mezzodì medio, lo che non è di piccolo vantaggio nel calcolo. Ma quando si parte da osservazioni vere non è sempre permesso di ridurle alla stessa ora in ogni giorno, principalmente nei primi, nei quali il movimento geocentrico non è ancora ben conosciuto. Noi pertanto prenderemo la Cometa del 1792, che quì osservammo dagli 11 Gennajo ai 2 Febbrajo 1793, e di cui nel Tomo secondo della *Specola Astronomica* date abbiamo le longitudini e latitudini osservate senza alcuna riduzione ad epoca fissa del giorno. Sebbene però le nostre osservazioni abbiano avuto incominciamento il dì 11, ommetteremo per ora questa osservazione, e riguarderemo come prima quella dei 13 a 9.^{h} 18'. 41" tempo medio.

$l = 1.^s\ 4.^\circ\ 10'.\ 26''$ . . . . . $g = 48.^\circ 58'.\ 40''$ B

$\odot = 9.\ 24.\ 14'.\ 46''$ . . . log. R $= 9.\ 9928928$

Quì pertanto, avanti ogni altra cosa, gioverà formare una figura, che rappresenti le rispettive posizioni della Terra, del Sole, e della Cometa ridotta all'ecclittica, onde conoscere la natura del triangolo S C T, e la giacitura dell'angolo x. Sia il piccolo cerchio, il cui raggio è S T, l'orbe terrestre, e l'altro cerchio Υ E $\simeq$ N l'orbe

Digitized by Google

stesso indefinitamente continuato fino alla regione delle fisse (*fig.* 104). Secondo l'osservazione il luogo della Terra è in T, quello del Sole in E, e l'altro della Cometa in O; quindi il suo luogo vero ridotto all'ecclittica in un qualche punto C sulla retta T O. S T C è dunque il triangolo alla Terra, Sole, e Cometa; nel quale l'angolo S T C, uguale alla differenza delle longitudini del Sole e della Cometa $= \odot \wp l = T = 3.^s 9.^\circ 55'. 40''$, è ottuso, e quindi la perpendicolare S P caderà fuori. La *fig.* 103 si converte dunque nel triangolo S P C della *fig.* 104, e su questo debbono cadere le nostre prime considerazioni.

1.ª . . . P T S $= 2.^s 20.^\circ 4'. 20''$ . . . P S T $= 9.^\circ 55'. 40''$ . . . P S C $=$ P S T $+$ T S C $= x = 9.^\circ 55'. 40'' +$ T S C; quindi nelle formole a T $- x$ si dovrebbe sostituire T $+ x$: ma essendo cos. $(2.^s 20.^\circ 4'. 20'' + x) =$ cos. $(3.^s 9.^\circ 55'. 40'' - x)$ non sarà mestieri di alcun cambiamento.

2.ª . . . Se P S C $= x = 9.^\circ 55'. 40'' +$ T S C; e la Cometa a ponente della Terra, il minimo valore che potrà darsi a x sarà sempre maggiore di $9.^\circ 55'. 40''$. Poichè supposto T S C $= 0$, il punto C caderebbe in qualche punto del raggio S T, P T non sarebbe più nel piano dell'ecclittica, ma farebbe col medesimo un angolo $=$ S T P, e la latitudine geocentrica risulterebbe di $80.^\circ 4'. 19''$, ben diversa dall'osservata. Sarà dunque $9.^\circ 55'. 40''$ uno dei limiti de' valori di x, e molto probabilmente non più di $20.^\circ$ l'altro; giacchè la latitudine osservata essendo di $48.^\circ$ la Terra deve essere vicinissima alla Cometa, e quindi grandissima la parallasse, nè per avventura minore di $70.^\circ$.

Digitized by Google

§. 41 Sia dunque, primamente $x = 10.^{\circ}$ avremo

Prima osservazione

Ai 13 a 9.h 18'. 41" tempo medio

L . . . (*form.* 4)	λ . . . (*form.* 5)		
l . . . 1.^{s} 4.° 10'. 26"	T = 3.^{s} 9.° 55'. 40"	g = 48.° 58'. 40" B	
☉ . . . 9. 24. 14. 46	x = 10. 0. 0		
T = 3. 9. 55. 40	T − x = 2. 29. 55. 40	Log. R = 9. 9928928	
T = 3. 9. 55. 40	log. tan. g . . .	0. 0604968	
☉ + 3.^{s} = 24. 14. 46	co-log.sen. T . . .	0. 0065524	
x = − 10. 0. 0	log.cos.(T−x) . . .	9. 1005481	
L = 3. 24. 10. 26	log.tan. λ . . .	9. 1675973	. . . λ = 0.° 5'. 3",2

r . . . (*form.* 6)	ϱ . . . (*form.* 2) ,e ϱ' . . . (*form.* 3)		
log. R . . . 9. 9928928	. . . . .	9. 9928928	
log.sen.T . . . 9. 9934476	log.cos. (T−x)	9. 1005481	
co-log.cos. λ . . . 0. 0000005	co-log.cos.x . . .	0. 0066485	
co-log.cos. x . . . 0. 0066485	log. ϱ	9. 1008894	. . . ϱ = 0,8012592
log. r 9. 9929894	co-log.cos. g . . .	0. 1828634	
r 0, 9839870	log. ϱ'	9. 9829528	. . ϱ' = 0,6691884

Nello stesso modo si calcolino le quantità L, λ, r, ϱ' per $x = 11^{\circ}$, $x = 12^{\circ}$, $x = 13^{\circ}$, ec. sino a $x = 20^{\circ}$ e si avrà il seguente quadro. Se i limiti de' valori di x fossero stati più estesi, come tra 0° e 30°, o tra 10° e 50° ec. in tal caso sarebbe bastato calcolarsi di 3° in 3°, o di 5° in 5°.

Digitized by Google

x	L	λ	r	ρ'
10°	3.^{s} 24° 10' 26"	0° 5' 3",2	0,9839870	0,0019184
11	23	1 15 3 ,5	0,9874100	0,0285724
12	22	2 24 58 ,2	0,9915672	0,0554078
13	21	3 34 43 ,0	0,9964700	0,0824430
14	20	4 44 14 ,0	1,0021262	0,1096969
15	19	5 53 24 ,0	1,0085459	0,1371893
16	18	7 2 23 ,0	1,0157400	0,1649415
17	17	8 10 33 ,0	1,0237285	0,1929761
18	16	9 18 21 ,0	1,0324916	0,2213007
19	15	10 25 33 ,7	1,0420528	0,2499536
20	3 14 10 26	11 32 5 ,5	1,0524848	0,2789548

L' ispezione di questo quadro ci dimostra, che come crescono i valori di x diminuiscono le longitudini e crescono tutte le altre quantità: da 10° a 13° il raggio vettore è minore del raggio dell' orbe terrestre, indi sempre maggiore; ma da 10° a 15° la distanza della Cometa dalla Terra appena giunge a $\frac{1}{20}$ di R. Ora la Cometa risplendeva con debole luce, nè aveva che piccola corona intorno; le quali circostanze, se giudicar vogliamo dalle altre Comete, non sembra che si possano conciliare con sì poca distanza da noi. Con qualche fondamento possiamo quindi stabilire, che, qualunque sia il valore di x in questa prima osservazione, esso non può esser minore di 14° in 15°; e il luogo ridotto della Cometa fuori dell' orbe nostro. Ciò si è quanto può raccogliersi dalla prima osservazione. Passiamo alla seconda

Digitized by Google

Seconda Osservazione.

§. 52 Ai 14 a 10.^{h} 30'. 52" tempo medio

l' . . .	1.^{s} 3.^{o} 57'. 50". . .	g' = 35.^{o} 10.' 18" B	l' ... 1.^{s} 3.^{o} 57.'30"
$\odot'$ . . .	9. 25. 18. 56	g = 48. 58. 40	l ... 1. 4. 10. 26
Υ' . . .	3. 8. 38. 54	$g'-g$ = − 13. 48. 22	$l'-l$ ... − 0. 0. 12. 36
T . . .	3. 9. 55. 40		
differenza	− 1. 16. 46	log.R' = − 9. 9929292	

Quì da principio si deve esaminare se i valori di x dalla prima alla seconda osservazione vadino aumentando o diminuendo. Ora in questa seconda osservazione è minore l' angolo T o sia l' elongazione, minore la longitudine, e minore la latitudine. Dunque nel triangolo P S C (*fig.* 104) è divenuto maggiore l' angolo P S Υ; T C si è allontanata da O e avvicinata ad Υ; e secondo ogni verisimiglianza cresciuta in grandezza. Dunque pare fuori di dubbio che dalla prima alla seconda osservazione debba aumentare l' angolo P S C. Si supponga pertanto che il suo aumento sia di 1.° e in questa ipotesi si cerchino come sopra le quantità L, λ, r; non essendo più di alcun uso ϱ': e poichè dalla prima osservazione sembra possa inferirsi, che il minimo valore di x in quella non debba farsi minore di 13° in 15°; i valori di x in questa seconda basterà che si calcolino da 15° a 18° potendosi calcolare altro grado qualunque nel caso che questi primi non soddisfino. Avremo pertanto

1793 . . . . Gennajo 13 a 9^h 18' 41 tempo med.

x	L	λ	r
14°	3^s 20° 10' 26"	4° 44' 14"	1,0021262
15	19	5 53 24	1,0085459
16	18	7 2 13	1,0157400
17	3 17 10 26	8 10 33	1,0237185

Digitized by Google

1793 . . . Gennajo 14 a 10^h 30' 52" tempo med.			
x'	L'	λ'	r'
15°	3ˢ 18° 57' 50'	4° 30' 32'	1,0100988
16	17	5 12 41	1,0160589
17	16	5 54 39	1,0225405
18	3 15 57 50	6 36 25	1,0295536

Basterà gettare gli occhi su questo secondo quadro per vedere che dai 13 ai 14 le longitudini diminuiscono regolarmente, diminuiscono le latitudini; e crescono i raggi vettori. Dunque, la Cometa è retrograda; si allontana dalla Terra e dal Sole; è passata pel perielio; va verso il nodo discendente; il suo movimento va decrescendo; e probabilmente il valore di x nella prima osservazione è tra 15° e 16°, e nella seconda tra 16° e 17°. Inoltre se noi supporremo che nel giorno 13 la Cometa fu nel Perielio, e se non vi fu non poteva esserne molto lontana, sarà k, o sia la distanza perielia, tra 0,9 e 1,0; perciò da $d.\ u = \frac{(1.^\circ\ 23'.\ 38'',9)\ k^{\frac{1}{2}}}{r^2}$. (§. 28) risulterà il movimento diurno sull' orbita di 1.° 23' prossimamente. Per un primo saggio esaminiamo se questo movimento si accordi cogli altri che si hanno dai diversi valori supposti di x e di x', e se alcuno di essi soddisfi all' intervallo dei tempi osservati.

§. 43 Prese pertanto dal precedente quadro, la differenza delle longitudini $L - L' = d.\ L$, e le corrispondenti latitudini λ, λ', colle formole (probl. v.) . . . . tan. $A = \frac{\text{sen. } \frac{1}{2}\ d.\ L}{\text{sen. } \frac{1}{2}(\lambda \pm \lambda')}\ \sqrt{(\text{cos. } \lambda \cdot \text{cos. } \lambda')}$, e sen. $\frac{1}{2}\ d.\ u$

Digitized by Google

$= \frac{\text{sen.}\frac{1}{2}(\lambda \pm \lambda')}{\text{cos. A}}$, avremo il movimento sull' orbita in ciascuna delle diverse supposizioni di x e di x'. Sia $x = 14°$, e $x' = 15°$, sarà $d.\,L = 1.° 12'. 36''$, $\lambda = 4.° 44'. 14''$, e $\lambda' = 4.° 30'. 32''$, quindi

log. cos. λ	9. 9985139	log. sen. $\frac{1}{2}(\lambda - \lambda')$ ...	7. 2996802
log. cos. λ'	9. 9986540	co-log. cos. A	0. 7301846
	9. 9971679	log. sen. $\frac{1}{2}$ $d.\,u$	8. 0298648
metà ...	9. 9985840	$\frac{1}{2}$ $d.\,u$ = ...	36'. 49",4
log. sen. $\frac{1}{2}$ $d.$ L ...	8. 0236247		
co-log. sen. $(\lambda - \lambda')$ ...	2. 7003198		
log. tan. A = ...	0. 7225285		
A =	79. 16. 22,8		

§. 44 Con $\frac{1}{2}$ $d.\,u$ si cerchi ora il tempo dalla prima alla seconda osservazione. Ci serviremo perciò delle formole che date abbiamo nel prob. VII. §. 55.

$\left(\frac{r}{r'}\right)^{\frac{1}{2}} = \text{tan. } z \ldots \text{cos. } \omega = 2 \text{ . sen. } z \text{ . cos. } z \text{ . cos. } \frac{1}{2}\, d.u$

e $t' - t = 58'',1323 \left(\frac{r^{\frac{1}{2}}}{\text{sen. } z}\right)^3 (\text{cos.}^2 \frac{1}{2}\,\omega \text{ . sen. } \frac{1}{4}\,\omega)$.

Abbiamo nel quadro per $x = 14.°$, $r = 1,0021262$; e per $x' = 15°$, $r' = 1,0100988$. Quindi

log. r ... 0. 0009224	log. 2 . . ... 0. 3010300	log. 58,$''$1323 ... 1. 7644178	
co-log. r' ... 9. 9956349	log. sen. z ... 9. 8486223	log. r 0. 0009224	
log. $\frac{r}{r'}$ ... 9. 9965573	log. cos. z ... 9. 8503441	$\frac{3}{2}$ log. r 0. 0006112	
metà lo. tan. 9. 9982787	l. cos. $\frac{1}{2}d.u$... 9. 9999751	co-log. sen. z ... 0. 1513775	
z = 44. 53. 11,2	log. cos. ω ... 9. 9999717	2 co-l. sen. z ... 0. 3027550	
	ω = 39'. 15",0	2 log. cos. $\frac{1}{2}\omega$ ... 9. 9999858	
	$\frac{1}{2}\omega$ = 19'. 37",5	log. sen. $\frac{1}{2}\omega$ ... 7. 7565334	
		log. $(t' - t)$ ... 9. 9764531	
		$t' - t$ = 0,94722	
		dall' osservazione ... 1,05012	
		errore ... 0,10290	

Digitized by Google

§. 45 Nello stesso modo cercheremo $\frac{1}{2}\,d.\,u$, e $t' - t$ nelle altre due ipotesi de' valori di x e di x', onde avremo li seguenti risultati

x	x'	$\frac{1}{2}\,d.\,u'$	$t - t'$	errore
14°	15°	36' 49",4	0,9472	− 0,1029
15	16	41 28 ,5	1,0566	+ 0,0065
16	17	49 25 ,3	1,2494	+ 0,1993

§. 46 Nella prima ipotesi de' valori di x, x' il movimento è troppo piccolo, troppo grande nella terza, e ben poco lontano dal vero nella seconda, nella quale è pressochè uguale all' altro che sopra trovato abbiamo, supposta la distanza perielia tra 1,0 e 0,9: donde si vede che colla seconda sola osservazione siamo quasi giunti a pienamente conoscere il cammino della nostra Cometa. Ma per debitamente determinarlo è necessaria la terza osservazione, avanti di passare alla quale gioverà qui fare alcune riflessioni. Poichè la seconda ipotesi su i valori di x, x' ci dà un valore di $t' - t$, che non differisce dal vero che di + 0,0065 possiamo ben conchiudere che i limiti di x sono tra 15° e 16°, tra 16° e 17° prossimamente quei di x', e che $x' - x$ deve farsi un po meno di un grado. Si calcolino di sei in sei minuti da 15° a 16° per x, e da 15° 54' a 16°54' per x' le quantità L, L'; λ, λ'; r, r'. Avremo

Digitized by Google

x	L	λ	r
15° 0'	3ˢ 19° 10' 26"	5° 53' 26",0	1,00854650
15 6	19 4 26	6 0 19 ,5	1,00922580
15 12	18 58 26	6 7 13 ,3	1,00992510
15 18	52	6 14 6 ,0	1,01062230
15 24	46	6 21 0 ,0	1,01130460
15 30	40	6 27 52 ,0	1,01204530
15 36	34	6 34 45 ,5	1,01276920
15 42	28	6 41 38 ,0	1,01350020
15 48	22	6 48 30 ,0	1,01423900
15 54	16	6 55 22 ,0	1,01498560
16 0	3 18 10 26	6 2 13 ,5	1,01574000

x'	L'	λ'	r'
15°54'	3ˢ 18° 3' 50"	5° 8' 18",8	1,01543100
16 0	17 57 50	5 12 41 ,0	1,01605760
16 6	51	5 16 51 ,5	1,01668140
16 12	45	5 21 5 ,3	1,01732670
16 18	39	5 25 18 ,0	1,01795000
16 24	33	5 29 29 ,5	1,01858710
16 30	27	5 33 41 ,9	1,01923300
16 36	21	5 37 53 ,1	1,01988280
16 42	15	5 42 5 ,0	1,02054000
16 48	9	5 46 16 ,0	1,02120190
16 54	3 17 3 50	5 50 28 ,0	1,02186740

Digitized by Google

Per ciascuna delle ipotesi corrispondenti di x e x' con un calcolo simile a quello del §. 53 se ne dedurranno le quantità seguenti

x	x'	$\frac{1}{2} d.u$	$t'-t$	differenze col vero val. di $t'-t=1,0501$
15ª 0'	15° 54'	40' 6'',5	1,0156	−0,0345
15 6	16 0	40 49 ,1	1,0329	−0,0172
15 12	16 6	41 37 ,3	1,0529	+0,0028
15 18	16 12	42 25 ,8	1,0731	+0,0230
15 24	16 18	43 16 ,9	1,0917	+0,0416
15 30	16 24	44 8 ,8	1,1131	+0,0630
15 36	16 30	45 2 ,6	1,1359	+0,0858
15 42	16 36	45 57 ,5	1,1562	+0,1061
15 48	16 42	46 53 ,0	1,1808	+0,1307
15 54	16 48	47 50 ,6	1,2037	+0,1536
16 0	16 54	48 48 ,5	1,2267	+0,1766

Con 15° 0' e 15° 54' si ha dunque un movimento un po minor del vero; minore ancora con 15° 6' e 16° 0'; un po maggiore con 15° 12' e 16° 6'; e conservando la stessa differenza di 54', sempre maggiore nelle altre ipotesi. Sarà dunque facile di trovare una parabola che soddisfi all' osservazione, o nelle due prime ipotesi di poco aumentando il valore di x', o nelle altre di poco diminuendolo. Per tal maniera si potranno ottenere 11 parabole diverse, che tutte soddisfaranno alle due prime osservazioni.

§. 47 Questo numero stesso potrà maggiormente aumentarsi formando altre combinazioni: così, se nella terza ipotesi in cui $x'=16°\,6'$, x' si diminuisca di 6', il movimento resterà diminuito, ma un po di troppo; nella quarta togliendo similmente 6' da 16° 12' onde si abbia

Digitized by Google

16° 6', la diminuzione sarà più forte, ma essa si potrà correggere aumentando di altrettanto x, onde da 15° 18' si riduca a 15° 24', e l'altra a 16° 6'. E così via via si potrà trovare un gran numero di altre parabole, che tutte saranno prossime alla vera, ma nissuna per avventura quella della Cometa. Arrestiamoci per ora ai valori di $x = 15° 24'$ e $x' = 16° 6'$. In queste due ipotesi noi abbiamo i valori di L, λ, e r: con brevissimo calcolo si troverà $t' - t$.

Valori di L, e L' . . . , di λ e λ' . . di log. r, e log. r'

$x = 15° 24'$ ... $3^s\ 18°\ 46'\ 27''$ . . . . $6°\ 21'\ 0'',8$ ... 0,0048931

$x' = 16\ \ 6$ ... $3\ 17\ 51\ 50$ . . . . . $5\ 16.\ 51'',5$ ... 0,0071854

$L - L' = 54'\ 37''$ $\lambda - \lambda' = 1°\ 4.\ 8,5$ 9,9977077 = lo.r − lo.r'

da questi valori si ha $t' - t = 1,^d0487$

osservato . . . 1, 0501

errore = 0, 0014

Questa piccolissima differenza di 0,0014 si potrebbe togliere, ma sarebbe tempo perduto avanti di sapere se questa parabola possa combinarsi colla terza osservazione, che sola può decidere delle ipotesi finora tentate.

Terza Osservazione.

§. 48 Ai 16 a $8.^h\ 17'.\ 2''$

$l'' \ldots . 1^s\ 3°\ 48'\ 40''$ $\quad g'' = 17°\ 7'\ 32'',5$

$\Phi'' \ldots 9\ 27\ 15\ 31$ $\quad$ log. R'' = 9,9929974

$T'' = \ldots 3\ 6\ 33\ 9$

Qui conviene fare diverse supposizioni sui valori di x'', e in ciascuna calcolare, come si è fatto per la prima e seconda osservazione, le quantità L'', λ'', r''. Ora

Digitized by Google

T'' essendo maggiore di 3^s, x'' crescerà nella terza osservazione com'è cresciuto dalla prima alla seconda. Tra le due precedenti, che non differivano che di un giorno, l'aumento di x' sopra x è stato di 42'. In questa, lontana per due giorni dalla seconda, potrebbe farsi $x'' = 17^\circ\ 30'$, ma per maggiore sicurezza sarà bene di cominciare da $x'' = 17^\circ\ 12'$, e di 6' in 6' portare il calcolo fino a $17^\circ\ 54'$ si avrà pertanto

x''	L''	λ''	r''
17° 12'	3^s 16° 36' 40"	3° 16' 47",5 R	1,0256214
17 18	30	3 18 36 ,8	1,0256085
17 24	24	3 20 25 ,2	1,0261974
17 30	18	3 22 15 ,3	1,0267923
17 36	12	3 24 4 ,0	1,0273918
17 42	6	3 25 53 ,7	1,0279944
17 48	3 16 0 40	3 27 42 ,9	1,0286044
17 54	3 15 54 40	3 29 32 ,0	1,0292151

§. 49 A riconoscere quale valore di x'' debba agli altri preferirsi si prenda la differenza dei raggi vettori nelle due supposizioni di $x = 15^\circ 24'$ e $x' = 16^\circ 6'$, la quale essendo 0,00053768, dico 1,^{s}05012 : 0,00053768 : : 1,^{s}90706 : 0,00097645 corrispondente variazione del raggio vettore, che aggiunta a $r' = 1{,}0166814$ dà $r'' = 1{,}0264459$. Ora a brevi intervalli la variazione dei raggi vettori è prossimamente proporzionale alla differenza dei tempi; prendo quindi nel precedente quadro per x'' quella ipotesi, che più s'avvicina al valore trovato di r'', e questo corrisponde a $x'' = 17^\circ\ 24'$. Ma fatto il calcolo così con $17^\circ 24'$ come con $17^\circ 30'$ trovo un errore in

Digitized by Google

meno; perciò passo all' altra ipotesi, in cui $x'' = 17° 36'$, ed ho $t'' - t' = 1,^{g}90645$, che non differisce dall' intervallo osservato che di 0,00061. Le seguenti quantità mi daranno dunque una parabola non molto lontana dalla vera, e sufficientissima a rappresentare le mie osservazioni.

	Long.	Latitud. B	Log. dei rag. vettori
$x = 15° 24$	3° 18' 46" 26"	6° 21' 0",0	0,0048931
$x' = 16\ 6$	3 17 51 50	5 16 51 ,5	0,0071854
x'' 17 36	3 16 12 4	3 24 4 ,0	0,0011737

Fatto pertanto $x = 15° 24'$ nella prima osservazione, e $x' = 16° 6'$ nella seconda, dalle quantità che ne sono state dedotte, e quì riportate, si ha

$$\frac{1}{2} d.u = 42' 1",5 \ldots x' - t = 1,^{g}04870 \ldots \text{errore} = 0,00140$$

e fatto $x'' = 17° 36'$ nella terza, e combinate le quantità risultanti colle altre della seconda osservazione, ne viene

$$\frac{1}{2} d.u' = 1° 14' 58",8 \ldots t'' - t' = 1,^{g}90645 \ldots \text{errore} = 0,00061$$

altro dunque non rimane che di stabilire gli elementi della parabola su la prima e terza osservazione.

ELEMENTI

§. 50 Date due osservazioni eliocentriche, veduto abbiamo nei probl. V. e VI. come si passi alla determinazione degli elementi della parabola: quì dunque di altro

Digitized by Google

non sarà mestieri che di sostituire nelle formole ivi esposte le corrispondenti quantità numeriche del §. precedente. Quindi (*fig.* 102).

	Longitudini	Latitudini	Logaritmi dei rag. vettori
1.ª Osser. Gennajo 13,3880 ...	$3^s\,18^o\,46'\,26''$ . . .	$6^o\,21'\,0'',0$ B ...	0.0048931
3.ª Osser. . . . . 16,3452 ...	3 16 12 40 . . .	3 24 4 ,0 ...	0.0117371
$d.\,L =$	2 33 46 . . .	2 56 56 ,0 $= (\lambda - \lambda'')$	
$\frac{1}{2}\,d.\,L =$	1 16 53 . . .	1 28 28 ,0 $= \frac{1}{2}(\lambda - \lambda'')$	

PRIMO

Nel triangolo $a\,P\,b$ si cerchi $a\,b =$ *d. u* = movimento sull' orbita, e l' angolo $a\,b\,P$.

form. (4)

log. cos. λ	9. 9973273
log. cos. λ''	9. 9992344
	9. 9965617
metà ...	9. 9982809
log. sen. $\frac{1}{2}\,d.\,L$ ...	8. 3495221
co-log. sen. $\frac{1}{2}(\lambda - \lambda'')$ ...	1. 5895422
log. tan. A	9. 9373452
$A = 40^o\,52'\,52'',6$	

form. (5)

log. sen. $\frac{1}{2}(\lambda - \lambda'')$ ...	8. 4104578
co-log. cos. A	0. 1214405
log. sen. $\frac{1}{2}\,d.\,u$	8. 5318983
$\frac{1}{2}\,d.\,u = ...$	$1^o\,57'\,1'',1$
Movimento sull' orbita ...	3 54 2 ,2

form. (6)

co-log. sen. *d. u* ...	1. 1673255
log. sen. *d.* L ...	8. 6504435
log. cos. λ	9. 9973273
log. sen. *b*	9. 8150963
Ang. $b = 40^o\,47'\,20'',4$	

Digitized by Google

Nel triangolo L'' b ☌ si cercano L'' ☌ b , b ☊ , L'' ☌ .

form. (7)

log. sen. b	9. 8151001
log. cos. λ''	9. 9992344
log. cos. L'' ☌ b ...	9. 8143345
L'' ☌ b =	49° 17' 51'',2

Inclinazione

form. (8)

log. cos. b	9. 8791655
log. cot. λ'' ...	1. 2259913
log. cot. b ☌ ...	1. 1051568
b ☌ =	4° 29' 17'',7

Argomento di latitudine

form. (9)

log. tan. b	9. 9359306
log. sen. λ''	8. 7732431
log. tan. L'' ☌ ...	8. 7091737
L'' ☌ =	2° 55' 49'',2

Argomento ridotto

L =	3.ˢ	18°	46'	26''			L'' =	3.ˢ	16°	12' 40''
d. L =	—	2	33	46						
L'' ☌ =	—	2	55	49			—	2	55	49
long. del ☌ ...	3	13	16	51			3	13	16	51
+ ☌ b ...		4	29	18				4	29	18
+ *d. u* ...		3	54	2						
long. sull' orbita ...	3	21	40	11			3	17	46	9

nella prima osservazione — nella seconda osserv.

Digitized by Google

TERZO

Calcolo delle Anomalie. Formole del prob. VI. §. 32.

(*form.* 10)

log. r''	o. 0117371
log. r	o. 0048931
log. tan.^{2} ζ	o. 0068440
metà o log. tan. ζ	o. 0034220

$\zeta = 45^\circ\ 13'\ 32'',65$

$-\ 45$

$\zeta - 45 = 0.\ 13\ 32'',65$

(*form.* 11)

log. tan. $(\zeta - 45^\circ)$	7. 5954806
log. cot. $\frac{d.u}{4}$	1. 7689833
log. tan. k	9. 3644639

$k = 13^\circ\ 1'\ 54'',6 \ldots 13^\circ\ 1'\ 54'',6$

$\frac{1}{4}\,d.u = -\ 58\ 30\,,55 \ldots +\ 58\ 30\,,55$

$\frac{1}{2}\,v \ldots 12\ 3\ 24\,,05 \quad \frac{1}{2}\,v'' \ldots 14\ 0\ 25\,,15$

Anomalie, prima ... 24 6 48, 1 ... 2da 28 0 50, 3

Prima Anomalia	o^s	24°	6'	48",0	Seconda Anomalia	o^s 28°	o' 50",0
long. sull' orbita	3	21	40	11,0		3 17	46 9,0
long. del Perielio	4	15	46	59		4 15	46 59

QUARTO

Calcolo della distanza perielia.

form. (3)

log. cos. $\frac{1}{2}\,v$	9. 9903130	log. cos. $\frac{1}{2}\,v''$	9. 9868910
2 log. cos. $\frac{1}{2}\,v$	9. 9806260	2 log. cos. $\frac{1}{2}\,v''$	9. 9737820
log. r	o. 0048931	log. r''	o. 0117371
log. dist. Perielia	9. 9855191		9. 9855191

Digitized by Google

Calcolo del tempo del passaggio al Perielio . . . Prob. VIII.

Giorni, che nella Parabola di 109 giorni corrispondono alla 1.ª Ano ... 17,^{g} 8257 . . . log. 1. 2510467
log. dist. Perielia ... 9. 9855191
sua metà 9. 9927596
log. giorni 16,9561 ... 1. 2293254

Giorni dopo il passaggio al Perielio 16,9561
Tempo dell' osservazione in Gennajo ... 13,3880
Passaggio al Perielio in Dicembre il dì ... 27,4319

Giorni, che nella Parabola di 109 giorni corrispondono alla 2.ª Ano ... 20,^{g} 9338 . . . log. 1. 3208645
log. dist. Perielia ... 9. 9855191
sua metà 9. 9927596
log. gior. 19,9133 ... 1. 2991432

Giorni dopo il passaggio al Perielio 19,9133
Tempo dell' osservazione in Gennajo ... 16,3452
Passaggio al Perielio in Dicembre il dì ... 27,4319

§. 5o Per tal maniera compita la parabola sulle prime tre osservazioni, combinando ciascuna delle altre che successivamente si anderanno facendo con due delle precedenti, con brevissimo calcolo si avranno nuove parabole, e tante in fine quante saranno le osservazioni posteriori alle prime due: alle quali si potrà aggiungerne un' altra finale, calcolata su le osservazioni estreme e media, onde compararla col medio delle altre, nelle quali secon-

Digitized by Google

do ogni probabilità rimane divisa la somma degli errori, che in ciascuna parabola in particolare può venire dal piccolo intervallo delle osservazioni. A più chiara intelligenza della qual cosa quì daremo le parabole da noi calcolate nell' ordine suddetto. Le osservazioni impiegate in ciascuna si potranno vedere nel lib. v. della *Specola Astronomica Tom. II. pag.* 16.

Parabole n.°	Giorni delle osservazioni	x	x'	x''
1.ª	Gen. 13 14 16	15° 24' 0"	16° 6' 0"	17° 36' 0"
2.ª	14 16 17	16 6 0	17 36 0	18 24 50
3.ª	16 17 19	17 36 0	18 24 50	20 8 30
4.ª	17 19 22	18 24 50	20 8 30	22 31 30
5.ª	19 22 24	20 8 30	22 31 30	24 7 54
6.ª	22 24 25	22 31 30	24 7 54	24 52 0
7.ª	24 25 27	24 7 54	24 52 0	26 29 30
8.ª	25 27 Fe. 2	24 52 0	26 29 30	31 11 45
9.ª	Gen. 11 22 Fe. 2	15 39 36	22 31 30	31 12 10

Digitized by Google

	Inclinazione	Longitudine del Nodo Ascendente	Longitudine del Perielio	Logaritmo della distanza Perielia	Passaggio al Perielio
Parabole . . . 1.ª	49° 17′ 51″	9ˢ 13° 16′ 51″	4ˢ 15° 46′ 59″	9. 9855191	Dicemb. 27,4319
. . . 2.ª	48 59 41	15 14	15 25 32	9. 9862190	,6861
. . . 3.ª	48 46 38	13 47	16 7 27	9. 9849355	,2031
. . . 4.ª	48 59 3	15 12	15 56 49	9. 9851770	,3209
. . . 5.ª	49 9 36	14 6	15 48 27	9. 9855264	,4027
. . . 6.ª	49 6 0	14 43	16 10 19	9. 9846191	,1856
. . . 7.ª	49 4 7	14 47	15 54 20	9. 9852816	,3489
. . . 8.ª	48 54 45	16 24	15 48 10	9. 9856465	,4104
Medio	49 2 12,6	9 13 15 8	4 15 52 15″,4	9. 9853530	27,3738
Parab. 9.	49 3 23,6	9 13 12 57	4 15 52 1 ,1	9. 9853967	27,3604
Parab. del lib. v. .	49 7 14	9 13 14 44	4 15 52 35 ,0	9. 9853499	27,3615
Méchain	49 0 24	9 13 17 36	4 16 5 33 ,0	9. 9848930	27,2041
Prosperino	49 1 45	9 13 15 17	4 15 59 24 ,0	9. 9851060	27,2602

Digitized by Google

§. 51 Esaminando ora queste diverse parabole è facile a vedere, che ciascuna da se sola basterebbe a farci riconoscere la nostra Cometa, quando mai fosse per ritornare. Giacchè tra le differenze che incontransi nei rispettivi loro elementi (quelle sulla longitudine del Nodo sono le maggiori) non ve n' ha alcuna che non sia entro i limiti delle ineguaglianze cui potrebbe andar soggetta in altra sua apparizione: e ciò che dicesi di questa può dirsi generalmente di tutte. Ma è ben difficile che non si possano fare che tre sole osservazioni di una Cometa, e non piuttosto molte e molte, come generalmente accade, e che quindi non si abbiano più parabole: la seconda correggerà la prima, la terza le due precedenti, e così delle altre, onde in fine il complesso di tutte non lasci che desiderare. A ciò si potrà giugnere ancora col metodo delle equazioni di condizione, sulla totalità delle osservazioni correggendo gli elementi di una qualunque delle parabole calcolate.

Il medio delle otto parabole che abbiamo ricavato dalle nostre osservazioni, combinate nel modo sopra indicato, è pressochè uguale alla nona, dedotta dalle osservazioni estreme e media; e quello e questa di ben poco si dipartono e dall' altra che diedimo nel lib. v. della *Specola Astronomica*, e da quelle così di Méchain come di Prosperino, calcolate su osservazioni diverse, e con metodi diversi, e tra di loro e dal presente. A ragione pertanto e con più fondamento possiamo quì ripetere, che i metodi analitici, sempre più o meno intralciati, ben di rado possono riuscire di qualche positivo vantaggio. Qualunque sia la strada che si tenga, gli ultimi risultatati non saranno mai sì discordanti da quelli che si otterranno colla *falsa posizione*, che non si possano rifondere nell' imperfezione delle osservazioni. Nè si dica che questo metodo stesso, come si è quì esemplificato, richiede non poca quantità di calcoli; poichè, oltre di es-

Digitized by Google

sere tutti facilissimi e sempre gli stessi, gran parte non si è data che a più chiara intelligenza del metodo; e lo stesso si dica di alcune riflessioni sparse quà e là. Per altro quando prestamente vogliasi rinvenire la parabola, giunti alla terza osservazione, con poche ipotesi e in non molte ore, potrà tutta compirsi. Il Cav. Delambre nel suo esempio della Cometa del 1759, al calcolo del valor prossimo di x di 6' in 6', come noi fatto abbiamo, sostituisce l' *interpolazione* de' raggi vettori. Come debba farsi, come impiegarsi, ove piaccia, potrà vedersi nella sua *Astronomia*, nella quale si troverà insieme gran numero di avvertenze sparse in varj luoghi, secondo che opportunamente cadono, e tutte dirette a rendere sempre più facile e spedita la pratica del metodo stesso. Per giovani che vogliansi iniziare in questa scienza, e ai quali unicamente sono destinate le nostre lezioni, ci sembra di averne detto abbastanza; persuasi, che il troppo insistere su le stesse cose, presentandole sotto diversi aspetti, e indicando moltiplicità di metodi, anzichè giovare, da principio sia d' impedimento a ben concepirle e ritenerle. Ne' libri precedenti ci siamo sempre limitati alle cose principali e più essenziali, e lo stesso fatto abbiamo in questo, con cui viensi a compire quanto riguarda i primi elementi della teorica e pratica dell' Astronomia propiamente detta.

FINE DEL TOMO SECONDO.

Digitized by Google

Fig. 63.

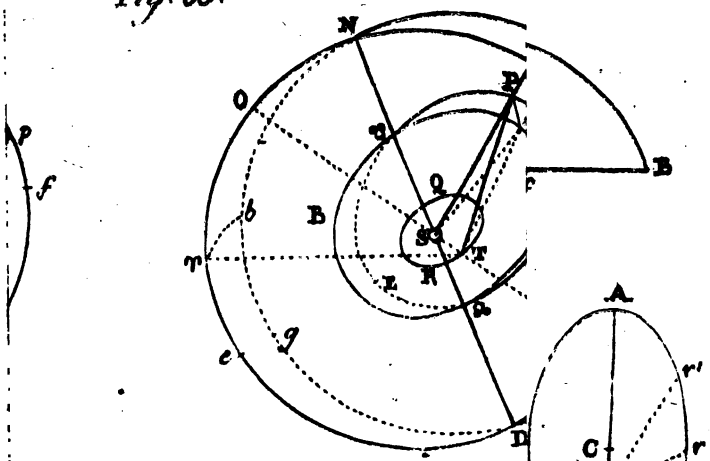
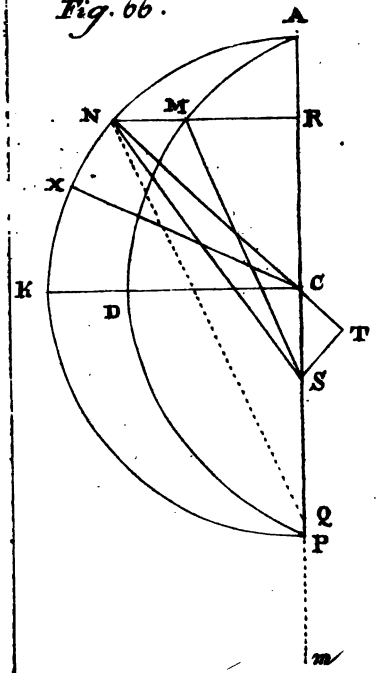


Fig. 66.



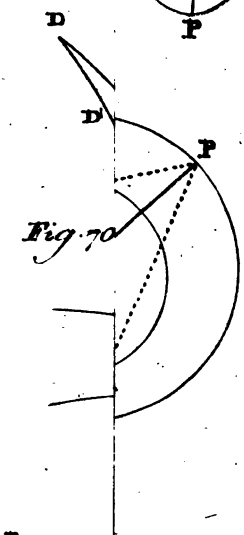


Fig. 70.

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 75.

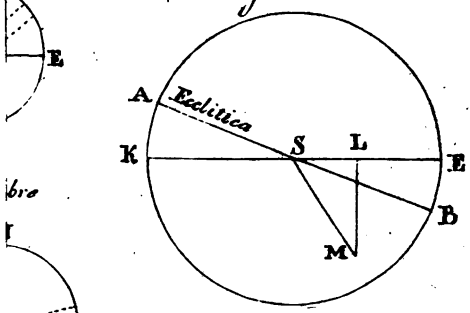


Fig. 80.

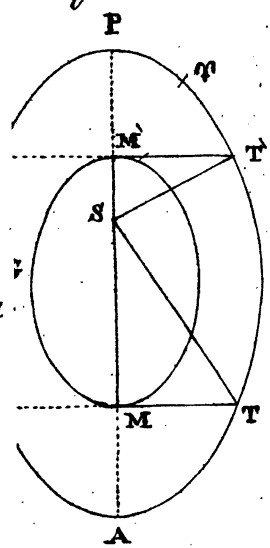
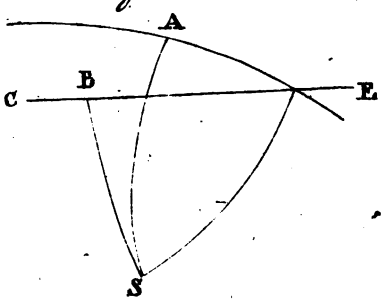


Fig. 78.



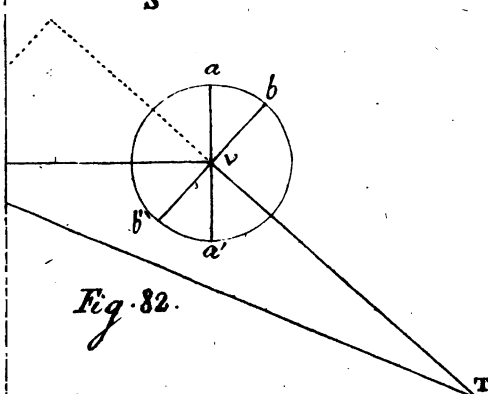
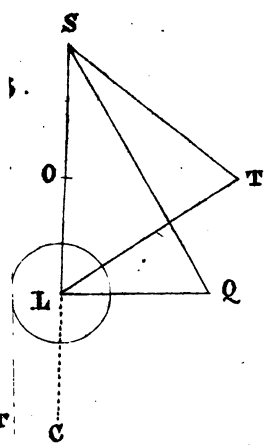


Fig. 82.



Digitized by Google

Digitized by Google

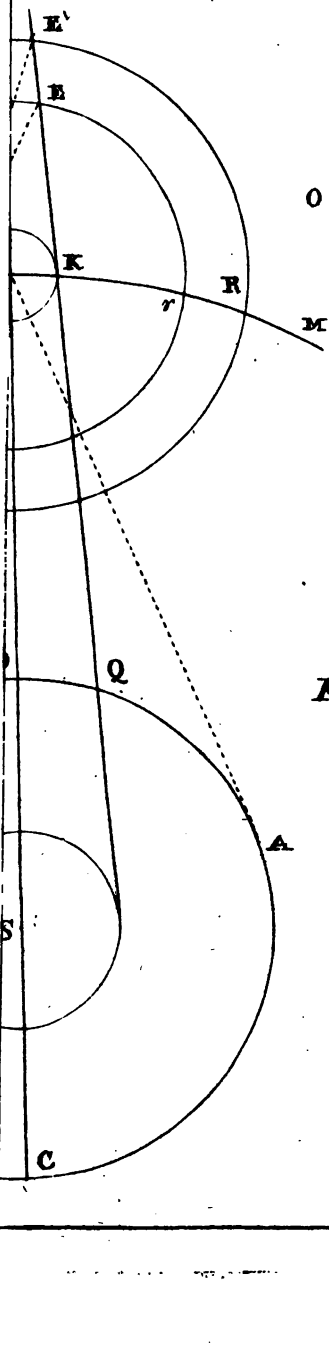


Fig. 88.

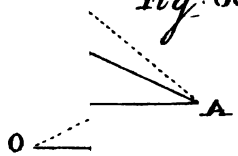


Fig. 89.

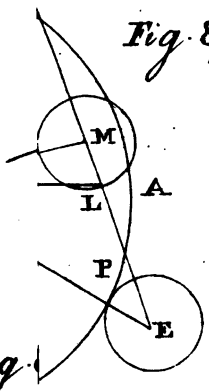
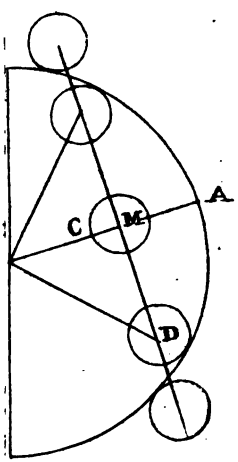


Fig.



Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 92.

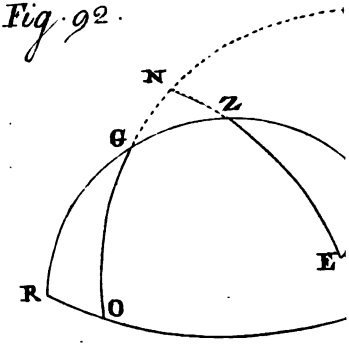


Fig. 95.

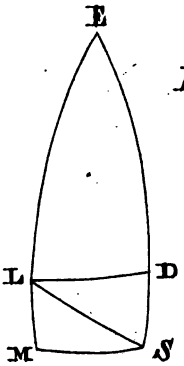


Fig. 94.

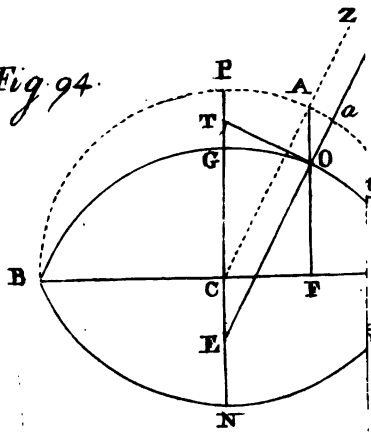
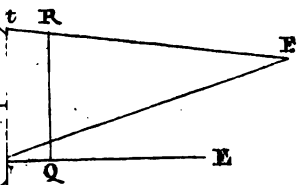
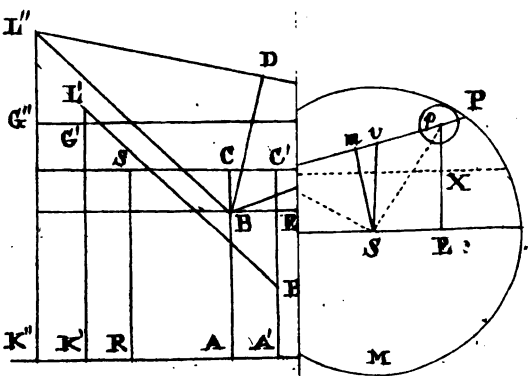


Fig. 97.





Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 92.

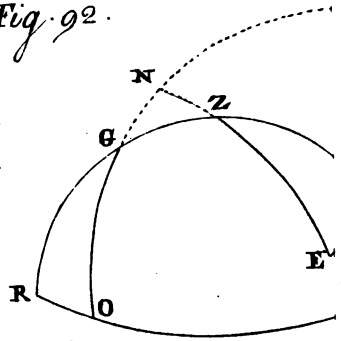


Fig. 95.

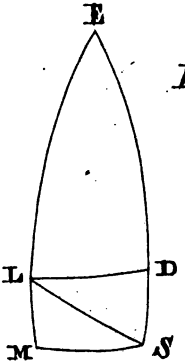


Fig. 94.

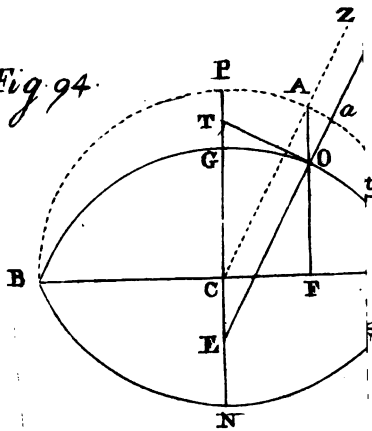
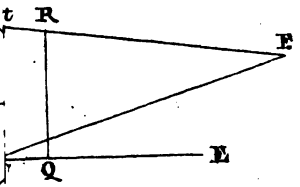
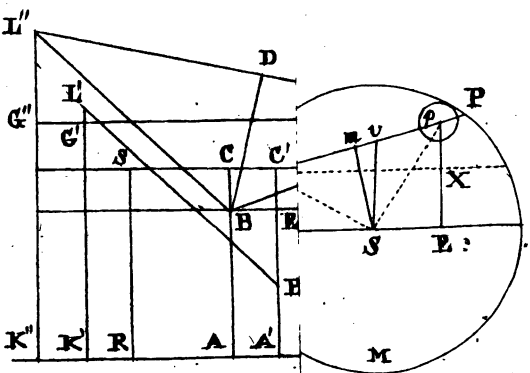


Fig. 97.





Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 102.

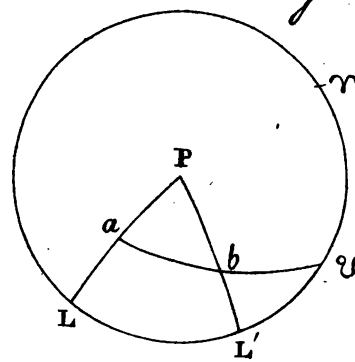
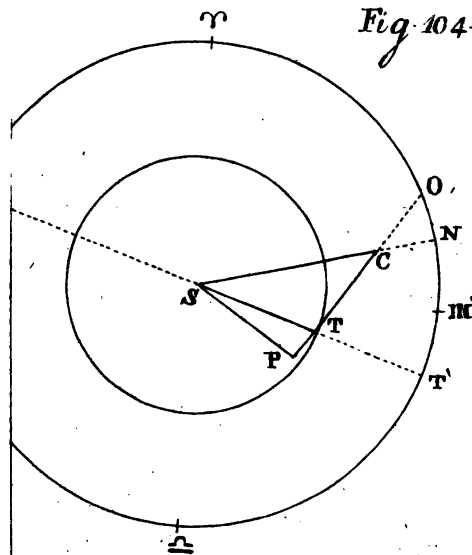


Fig. 104.



Digitized by Google

Digitized by Google

Aggiunta alla Tav. X.

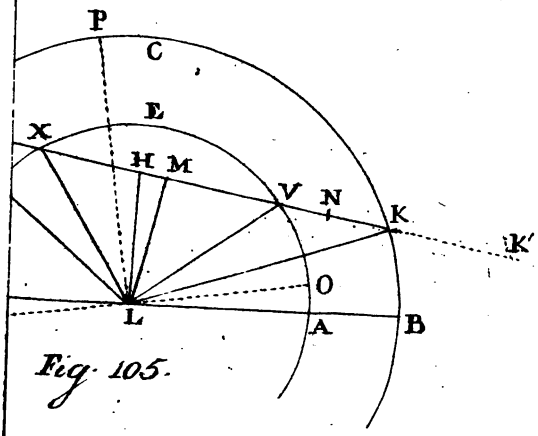


Fig. 105.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

YC 22201

U. C. BERKELEY LIBRARIES

C046040206

QB43
P48
v.2

814361

UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY

Digitized by Google